CONVERTITORI CC/CA (INVERTITORI) III

Prof. Simone CASTELLAN

[1] N.Mohan, T.M.Undeland and W.P.Robbins, *Power electronics – Converters, applications, and design*, John Wiley & Sons, 1995.
Versione italiana: *Elettronica di potenza – Convertitori ed applicazioni*, Hoepli, 2005.
[2] M.H.Rashid, *Power electronics: circuit, devices and applications,* Pearson Education – Prentice Hall, 2004.
Versione italiana: *Elettronica di potenza – Dispositivi e circuiti (Volume 1)*, *Elettronica di potenza – Applicazioni (Volume 2)*, Pearson Paravia Bruno Mondadori, 2008.
[3] M.H.Rashid, *Power electronics handbook*, Academic Press, 2001.

VETTORE SPAZIALE IN R^2

Date tre grandezze variabili nel tempo $g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ tali che lo loro somma sia nulla, si definisce il seguente vettore

$$\overline{g}(t) = K\left(g_a e^{j0} + g_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + g_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

Esso è detto *vettore spaziale* associato con la terna di grandezze di partenza. In generale è un vettore le cui caratteristiche (modulo e fase ovvero parte reale e parte immaginaria) variano nel tempo.

$g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ in un istante t possono essere viste come le tre coordinate di un punto nello spazio. Il punto può muoversi nello spazio al variare del tempo. Il punto però può muoversi solo sotto la condizione di somma nulla delle coordinate (geometricamente significa che sta su un piano).

Si intuisce dunque che il punto può essere descritto nel piano $g_a(t)+g_b(t)+g_c(t) = 0$, quindi con solo due coordinate. Per passare da una rappresentazione all'altra si usa una trasformazione di variabile.

La relazione precedente può essere vista perciò come una trasformazione di variabile che permette di rappresentare il punto con solo due coordinate invece che con tre.

Si ricorda che un punto nel piano può essere descritto sia con le due coordinate ortogonali che con quelle polari (cioè con un vettore).

Il vettore spaziale in R^2 è una restrizione del concetto più generale di vettore spaziale in R^3.

VETTORE SPAZIALE IN R^3

La definizione più generale di vettore spaziale in R^3 si basa sulla trasformazione lineare $\alpha\beta\gamma$, nota anche con il nome di trasformata di Clarke:

$$\begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_\gamma \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ n & n & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix}$$

Da un punto di vista spaziale la trasformazione $\alpha\beta\gamma$ può essere vista come il passaggio da un sistema di riferimento con tre assi complanari disposti a 120° uno rispetto all'altro ad uno con tre assi ortogonali, con gli assi α e β complanari agli assi *abc* (e in particolare l'asse α coincidente con a) e l'asse γ perpendicolare a tale piano. È da notare che, qualora si abbia $g_a+g_b+g_c\neq 0$, nel sistema di riferimento *abc* si perde l'informazione sul valore di $g_a+g_b+g_c$, mentre nel sistema di riferimento $\alpha\beta\gamma$ tale informazione è data dalla componente γ, che infatti è proporzionale alla componente omopolare.

L'inversa della trasformazione $\alpha\beta\gamma$ è:

$$\begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix} = K' \begin{bmatrix} 1 & 0 & n' \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & n' \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & n' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_\gamma \end{bmatrix}$$

Una scelta possibile per K ed n è rispettivamente $\sqrt{3}/2$ e $1/\sqrt{2}$. In questo caso $K'=K$ e $n'=n$, per cui la matrice inversa è uguale alla trasposta e la trasformazione è ortogonale. La trasformazione ortogonale è detta invariante alla potenza, cioè nel passaggio da un sistema trifase espresso in *abc* ad uno espresso in $\alpha\beta\gamma$ viene mantenuta invariata la potenza in gioco.

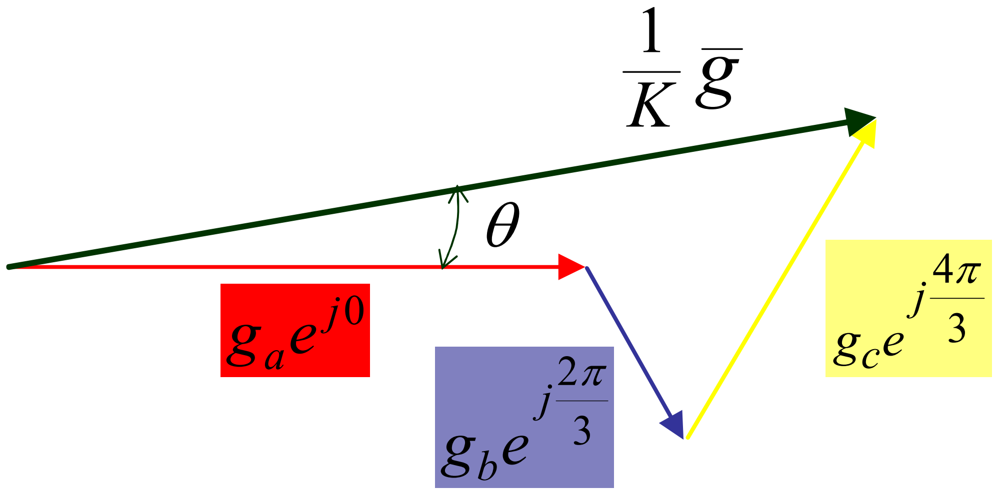
VETTORE SPAZIALE IN R^2

La relazione precedente è di tipo vettoriale; l'espansione nelle sue due componenti scalari dà

$$g_\alpha = K\left(g_a + g_b \cos\frac{2\pi}{3} + g_c \cos\frac{4\pi}{3} \right) = K\left(g_a - \frac{1}{2} g_b - \frac{1}{2} g_c \right)$$

$$g_\beta = K\left(g_b \sin\frac{2\pi}{3} + g_c \sin\frac{4\pi}{3} \right) = K\left(\frac{\sqrt{3}}{2} g_b - \frac{\sqrt{3}}{2} g_c \right)$$

$$\overline{g} = g_\alpha + j g_\beta = g\, e^{j\theta}$$



$$g_a + g_b + g_c = 0$$

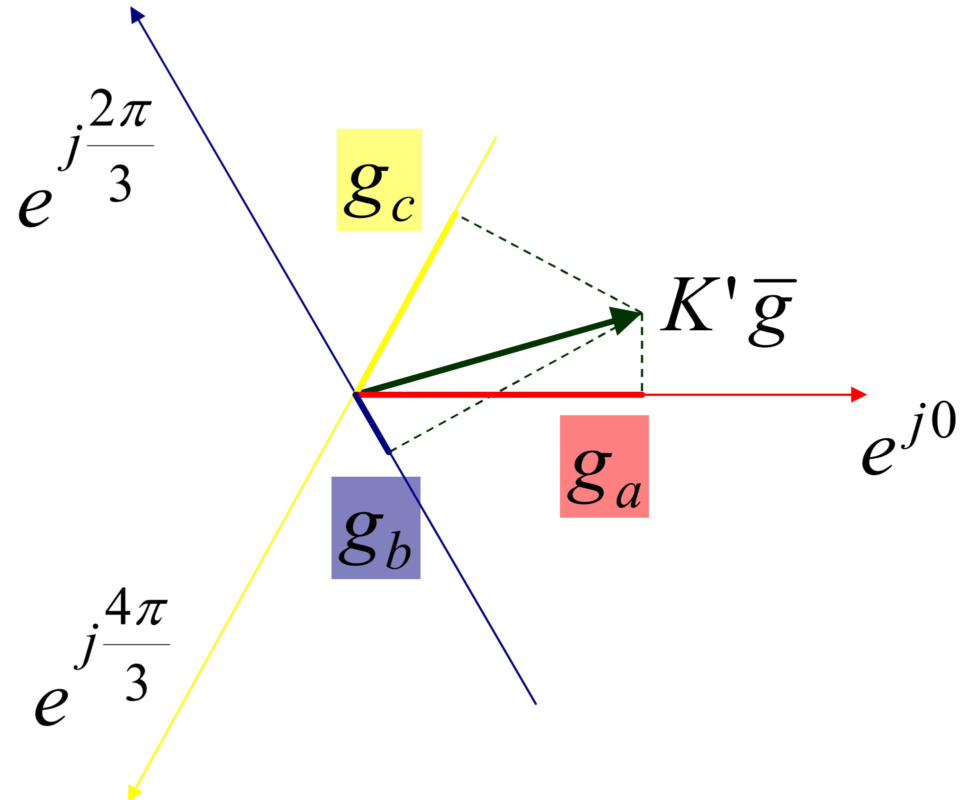
VETTORE SPAZIALE IN R^2

La trasformazione, sempre nell'ipotesi $g_a(t) + g_b(t) + g_c(t) = 0$, dato un vettore spaziale permette di risalire alle grandezze componenti tramite le seguenti relazioni:

$$g_a(t) = K' Re\{\overline{g}(t)\}$$

$$g_b(t) = K' Re\left\{\overline{g}(t) e^{-j\frac{2\pi}{3}}\right\}$$

$$g_c(t) = K' Re\left\{\overline{g}(t) e^{-j\frac{4\pi}{3}}\right\}$$



Le componenti $g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ sono proporzionali alle proiezioni di $\overline{g}$ su tre assi disposti a 120° uno dall'altro.

VETTORE SPAZIALE DI UNA TERNA SIMMETRICA DI GRANDEZZE SINUSOIDALI

Si supponga che $g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ costituiscano un sistema trifase simmetrico di grandezze sinusoidali (tensioni, correnti, flussi concatenati, ecc.):

$$g_a(t) = G_M \cos(\omega t + \varphi)$$

$$g_b(t) = G_M \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$g_c(t) = G_M \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Il vettore spaziale corrispondente è

$$\overline{g} = K\frac{3}{2}G_M e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Il vettore spaziale in tal caso è un vettore di ampiezza $\frac{3}{2}KG_M$ che ruota alla velocità ω.

Il coefficiente *K* è arbitrario.

Se si sceglie *K* = 2/3 (nel qual caso K′=1) l’ampiezza del vettore spaziale di un sistema trifase mantiene lo stesso valore dell’ampiezza del sistema di partenza.

VETTORE SPAZIALE DELLA TENSIONE DI USCITA DI UN INVERTITORE

Il vettore spaziale della tensione di uscita di un invertitore funzionante ad onda quadra è

$$\overline{v}_{ioq} = \frac{2}{3}\left(v_{AN} + v_{BN} e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_{CN} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

Sostituendo le espressioni che legano le tensioni di fase sul carico a stella alle funzioni di commutazione degli interruttori si ottiene

$$\overline{v}_{ioq} = \frac{2}{3} V_{dc}\left(S_A + S_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + S_C e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

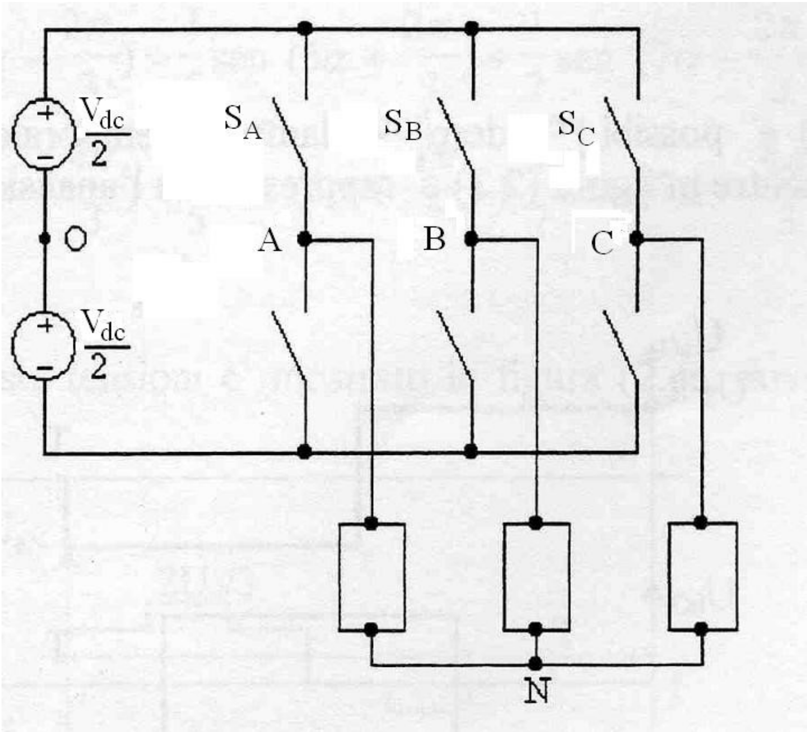
---

pedice *ioq* = *i*nvertitore *o*nda *q*uadra

Per ottenere il risultato conviene tener presente che $\left(1 - e^{j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = 2$

VETTORE SPAZIALE DELLA TENSIONE DI USCITA DI UN INVERTITORE

La terna (S_A S_B S_C) può assumere in tutto otto valori diversi corrispondenti ad altrettante configurazioni permesse per gli interruttori dell'invertitore.



Terne attive
(100), (110), (010)
(011), (001), (101)
corrispondono a tensioni **non nulle**

Terne nulle
(000), (111)
corrispondono a tensioni **nulle**

VETTORE SPAZIALE DELLA TENSIONE DI USCITA DI UN INVERTITORE

Sostituendo le otto terne si ottengono altrettanti vettori spaziali di tensione relativi all'uscita dell'invertitore:

$$(100) \quad \overline{V}_1 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j0} \qquad (011) \quad \overline{V}_4 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\pi}$$

$$(110) \quad \overline{V}_2 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\frac{\pi}{3}} \qquad (001) \quad \overline{V}_5 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

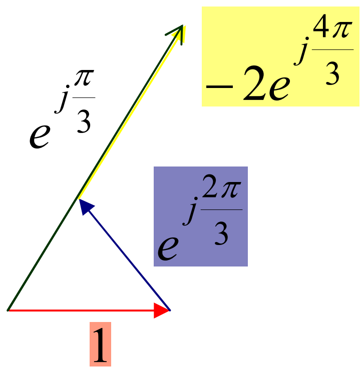
$$(010) \quad \overline{V}_3 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\frac{2\pi}{3}} \qquad (101) \quad \overline{V}_6 = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\frac{5\pi}{3}}$$

$$(000) \quad \overline{V}_0 = 0 \qquad (111) \quad \overline{V}_7 = 0$$

Esempio:

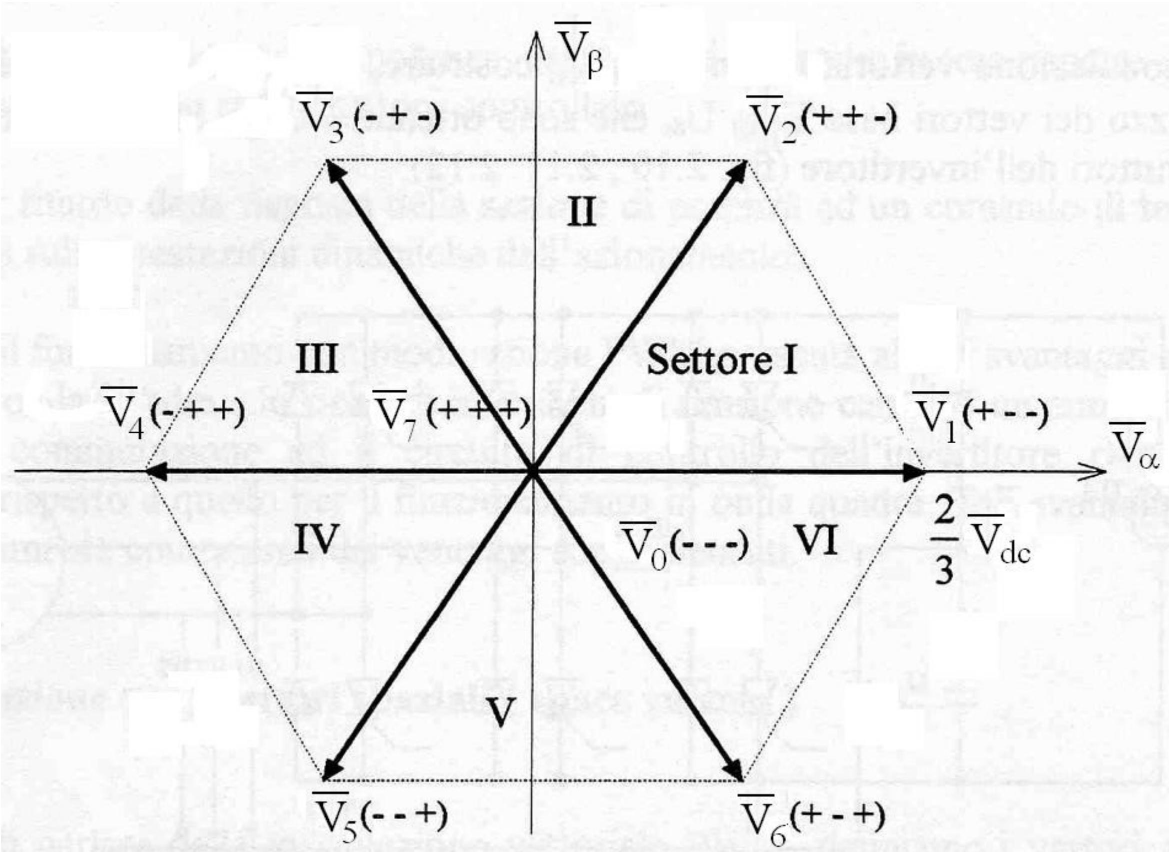
$$v_{AN} = \frac{V_{dc}}{3}; \quad v_{BN} = \frac{V_{dc}}{3}; \quad v_{CN} = -\frac{2V_{dc}}{3}$$

$$\overline{V}_2 = \frac{2}{3} V_{dc} \frac{1}{3} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} - 2e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j\frac{\pi}{3}}$$



VETTORE SPAZIALE DELLA TENSIONE DI USCITA DI UN INVERTITORE

Le tensioni di uscita possibili di un invertitore costituiscono una stella di sei **vettori spaziali attivi** equidistanziati uno dall'altro di 60° con ampiezza $2V_{dc}/3$, e da due **vettori spaziali nulli** rappresentati, nel piano cartesiano, da un punto coincidente con l'origine.



I sei vettori spaziali attivi suddividono il piano in altrettanti settori angolari di ampiezza 60° (detti anche sestanti).

VETTORE SPAZIALE DELLA TENSIONE DI USCITA DI UN INVERTITORE

Quando l'invertitore funziona ad onda quadra, il vettore spaziale che ne rappresenta l'uscita è costituito da un vettore che ruota a scatti occupando ad ogni scatto la stella di vettori attivi mostrata nella precedente diapositiva.

Il vettore permane su ciascun vettore spaziale attivo per un intervallo di tempo $\pi/3\omega$.

Confrontando il vettore spaziale dell'uscita di un invertitore funzionante ad onda quadra con il vettore spaziale di un sistema trifase di tensioni sinusoidale si osserva una differenza sostanziale:
il primo ruota a scatti nel piano cartesiano, mentre il secondo ruota con continuità.

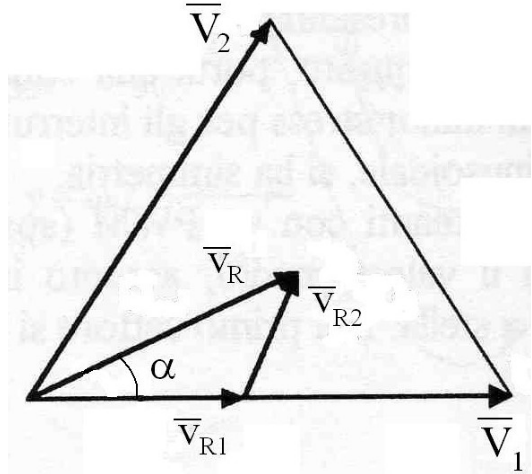
Da qui si intuisce che bisognerebbe far in modo di avvicinare, per quanto possibile, il vettore spaziale di uscita dell'invertitore ad un vettore rotante con continuità. È l'idea che sta alla base della **modulazione vettoriale**.

MODULAZIONE VETTORIALE

La modulazione vettoriale è una tecnica di modulazione che ricava gli istanti di commutazione considerando l'invertitore nel suo insieme a differenza della modulazione a sottoscillazione in cui essi sono ricavati separatamente per ciascuna fase (ramo).
L'obiettivo della modulazione vettoriale è la realizzazione di un predeterminato vettore spaziale (soggetto come si vedrà ad alcuni vincoli). Tale vettore fa parte specificatamente di una successione di vettori che approssima quella prodotta da un sistema trifase di tensioni sinusoidali. È una tecnica che si presta ad essere realizzata su sistemi a microprocessore.
Si suddivida la scala dei tempi in intervalli di durata T_c detto *periodo di modulazione*. Il suo inverso definisce la *frequenza di modulazione* (che si fa di solito coincidere con la *frequenza di commutazione*).
Durante ciascun periodo di modulazione viene mantenuta costante la terna di tensioni in uscita dall'invertitore ovvero il corrispondente vettore spaziale. Nel caso si voglia riprodurre un vettore rotante, una scelta potrebbe essere per esempio quella di mantenere il vettore che si ha in corrispondenza dell'inizio del periodo T_c.

Si voglia ricostruire il vettore spaziale $\mathbf{v}_R$ rappresentativo di una certa terna all'uscita dell'invertitore. $\mathbf{v}_R$ si trovi tra i due vettori 1 e 2 ammissibili per l'invertitore. Il vettore $\mathbf{v}_R$ può essere ottenuto per mezzo della somma vettoriale di due vettori componenti disposti lungo le direzioni di $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$:

$$\overline{v}_R = \overline{v}_{R1} + \overline{v}_{R2}$$



MODULAZIONE VETTORIALE

Il problema è che i vettori 1 e 2 in uscita dall'invertitore non possono essere presenti contemporaneamente, pertanto la ricostruzione del vettore $\mathbf{v}_R$ può essere fatta solo tramite una media temporale nel periodo T_c.

I due vettori $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$ verranno tenuti per i tempi T_1 e T_2 rispettivamente tali che

$$\bar{v}_R T_c = \bar{V}_1 T_1 + \bar{V}_2 T_2 \quad \text{con} \quad T_1 + T_2 \leq T_c$$

da cui si ottiene $\bar{v}_R = \bar{V}_1 \dfrac{T_1}{T_c} + \bar{V}_2 \dfrac{T_2}{T_c}$ e quindi $\bar{v}_{R1} = \bar{V}_1 \dfrac{T_1}{T_c}$ $\quad \bar{v}_{R2} = \bar{V}_2 \dfrac{T_2}{T_c}$

Poiché i vettori $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$ hanno modulo uguale a $2V_{dc}/3$ i tempi T_1 e T_2 sono:

$$T_1 = \frac{v_{R1}}{2V_{dc}/3} T_c \qquad T_2 = \frac{v_{R2}}{2V_{dc}/3} T_c$$

In generale la somma dei tempi T_1 e T_2 non esaurisce tutto T_c in quanto $T_1+T_2 < T_c$. Per completare T_c si introduce un intervallo T_0 durante il quale si applica uno dei vettori nulli prodotti dall'invertitore: $T_0 = T_c-(T_1+T_2)$.

Per cui in definitiva si ha

$$\bar{v}_R = \bar{V}_1 \frac{T_1}{T_c} + \bar{V}_2 \frac{T_2}{T_c} + \bar{V}_{0/7} \frac{T_0}{T_c}$$

I tempi T_1 e T_2 sono dati in funzione delle proiezioni del vettore $\mathbf{v}_R$ sulle direzioni di $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$. In generale il vettore $\mathbf{v}_R$ è dato invece in relazione ad un certo sistema di riferimento cartesiano ortogonale stazionario nelle coordinate polari o con le coordinate cartesiane.

MODULAZIONE VETTORIALE (coordinate polari e cartesiane)

In entrambi i casi si possono ottenere delle formule operative (utilizzabili direttamente nell'algoritmo per la modulazione vettoriale) che danno i tempi T_1 e T_2 in funzione delle coordinate.

Siano dati modulo e fase del vettore $\mathbf{v}_R$: $\bar{v}_R = v_R e^{j\theta}$

θ è l'angolo del vettore rispetto al riferimento stazionario $(\alpha-\beta)$ prescelto. Innanzitutto si individua il settore a cui appartiene il vettore $\mathbf{v}_R$. Quindi si determina l'angolo α che il vettore forma rispetto al primo vettore spaziale dell'invertitore che delimita il settore.

$$\bar{v}_R = \left(v_R e^{j\alpha}\right) e^{j\varphi}$$

φ è la posizione angolare del primo vettore spaziale dell'invertitore che delimita il settore rispetto al sistema di riferimento.

MODULAZIONE VETTORIALE (coordinate polari e cartesiane)

Per mezzo di alcune considerazioni di carattere geometrico si ottiene

$$T_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{v_R}{V_{DC}} T_c \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \qquad T_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{v_R}{V_{DC}} T_c \sin\alpha \qquad T_0 = T_c - (T_1 + T_2)$$

dove $V_{DC} = \frac{2}{3} V_{dc}$

Se invece sono note le coordinate cartesiane ortogonali del vettore $\mathbf{v}_R$, i tempi sono dati da

$$T_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{T_c}{V_{DC}} \left[v_{R\alpha} \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - v_{R\beta} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) \right]$$

$$T_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{T_c}{V_{DC}} \left(v_{R\beta} \cos\varphi - v_{R\alpha} \sin\varphi \right)$$

dove $\varphi = 0, \ \frac{\pi}{3}, \ \frac{2\pi}{3}, \ \pi, \ \frac{4\pi}{3}, \ \frac{5\pi}{3}$

MODULAZIONE VETTORIALE DI UN SISTEMA TRIFASE SINUSOIDALE

Il vettore spaziale rotante con continuità che rappresenta un sistema trifase di tensioni sinusoidali è realizzato, per mezzo della modulazione vettoriale, approssimandolo con un vettore rotante a scatti ma con una variazione angolare, per ogni scatto, ampia ωT_c; non più 60° come avviene nell'invertitore funzionante ad onda quadra.

Tanto più piccolo è il tempo di modulazione T_c tanto migliore è l'approssimazione, ma corrispondentemente aumenta anche la frequenza di commutazione per cui c'è un limite fisico nella riduzione del tempo di modulazione legato all'applicazione.

L'effetto sulla tensione di fase è l'approssimazione, in media temporale su un intervallo T_c, con una gradinata tanto più fitta quanto minore è T_c.

MODULAZIONE VETTORIALE (limiti di ampiezza)

I tempi T_1 e T_2 devono soddisfare sempre $T_1 + T_2 \leq T_c$. Sostituendovi le espressioni trovate si ha

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{v_R}{V_{DC}}\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)\leq 1 \qquad v_R \leq \frac{\sqrt{3}}{2}V_{DC}\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)}$$

Il secondo membro della relazione di destra costituisce il limite massimo dell'ampiezza della tensione realizzabile con la modulazione vettoriale. Si può far vedere che geometricamente corrisponde, al variare di α, con la corda che collega l'origine del piano cartesiano con un punto posto sull'esagono i cui vertici coincidono con gli estremi dei sei vettori spaziali attivi.
Il valore massimo di $\sin(\pi/3 + \alpha)$ si ha in corrispondenza di $\alpha = \pi/6$ e dà il limite massimo per il modulo di $\mathbf{v}_R$ il cui vertice descrive un cerchio inscritto nell'esagono

$$v_R \leq \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{V_{dc}}{2} \cong 1.15\,\frac{V_{dc}}{2}$$

Tale vettore spaziale rappresenta un sistema trifase di tensioni sinusoidali la cui ampiezza è la massima consentita, con un dato valore di V_{dc}, per la realizzazione con la modulazione vettoriale.
In zona di funzionamento lineare, la modulazione vettoriale consente di ottenere una tensione di uscita la cui ampiezza massima è il 15% in più rispetto alla sottoscillazione sinusoidale.

MODULAZIONE VETTORIALE (sovramodulazione)

Anche per la modulazione vettoriale esiste il funzionamento con sovramodulazione: quando si voglia realizzare un sistema trifase di tensioni sinusoidale rappresentato da un vettore spaziale rotante di ampiezza compresa nell'intervallo

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2}{3}V_{dc}\right) \leq v_R \leq \frac{2}{3}V_{dc}$$

Geometricamente è un vettore il cui vertice descrive un cerchio di raggio compreso fra quello inscritto e quello circoscritto all'esagono.

In questa circostanza per alcuni intervalli di angolo θ il cerchio fuoriesce dall'esagono. Ciò è rilevato dal fatto che la somma dei valori calcolati per i tempi T_1 e T_2 supera T_c.

In sovramodulazione il calcolo dei tempi T_1 e T_2 avviene mantenendo inalterato il valore dell'angolo θ del vettore spaziale $\mathbf{v}_R$ ma riducendo il modulo e facendogli assumere il valore corrispondente ad un vettore con il vertice sull'esagono.

$$T_1' = T_1 \frac{T_c}{T_1 + T_2} \qquad T_2' = T_c - T_1'$$

MODULAZIONE VETTORIALE (sequenze delle commutazioni in T_c)

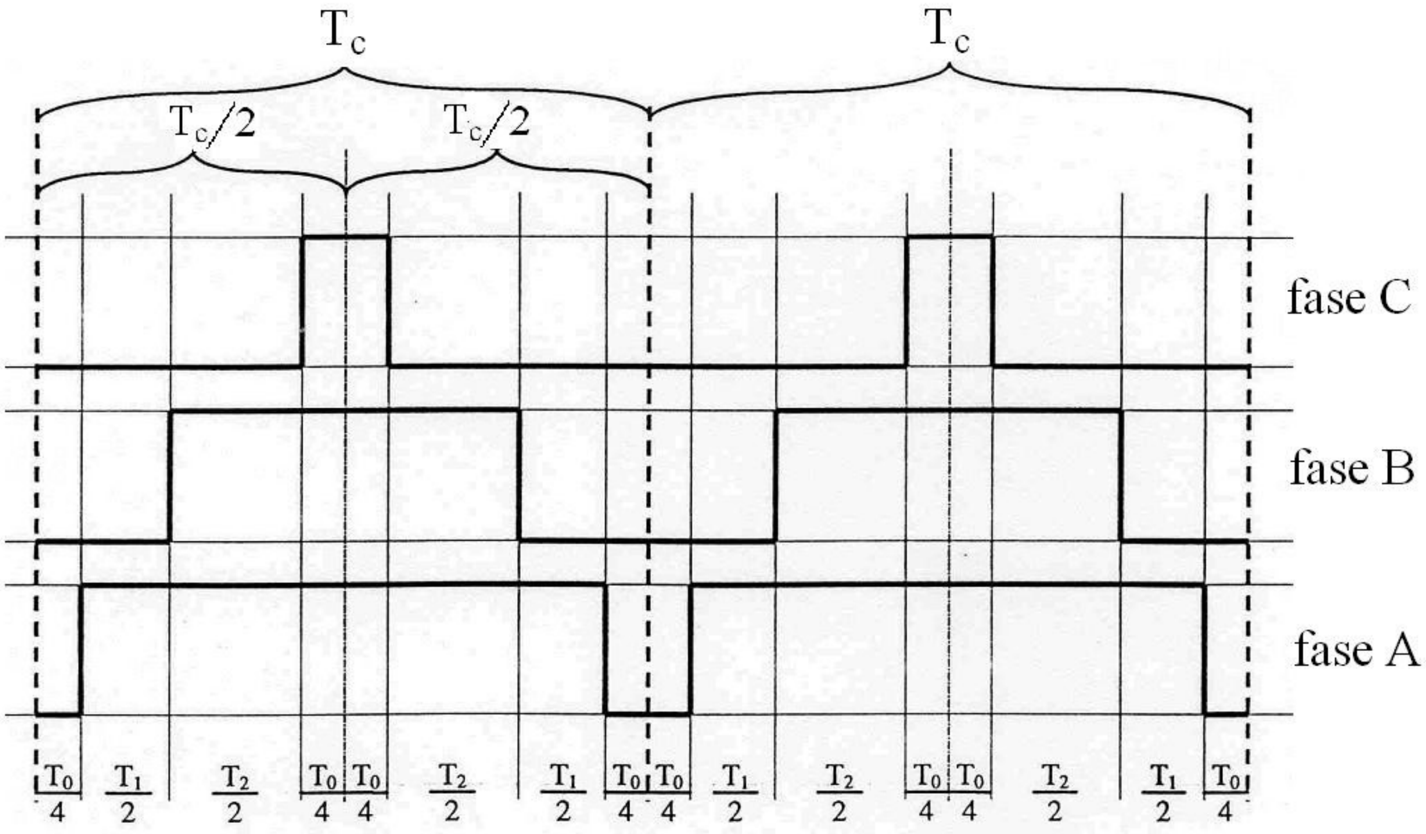
Una volta calcolati i tempi di applicazione dei vettori all'interno di un periodo di modulazione si tratta di disporne le commutazioni in maniera opportuna. Ovvero si tratta di distribuire opportunamente, all'interno di T_c, i tempi T_1, T_2 e T_0. Si ottengono delle particolari sequenze nelle commutazioni degli interruttori.

Le possibili disposizioni o sequenze sono molteplici. Le principali sono:

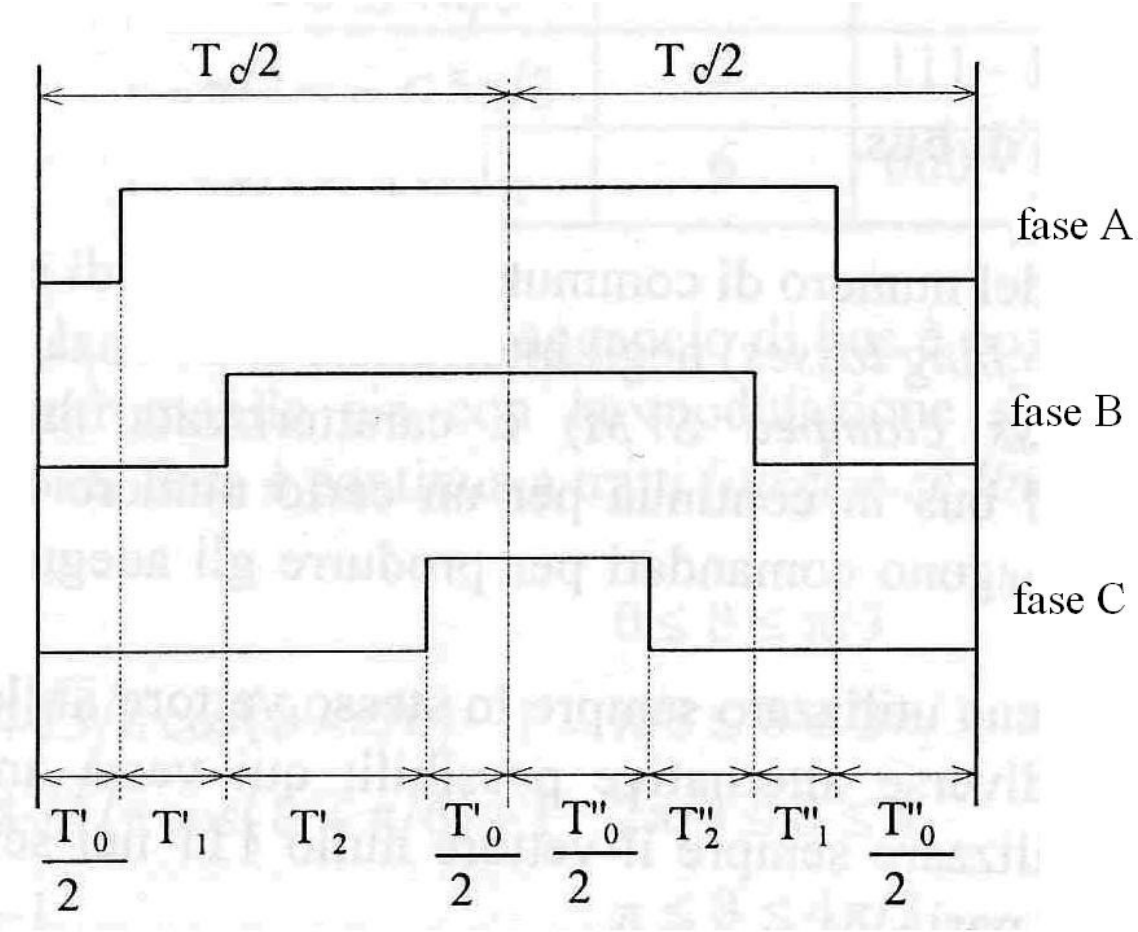
- modulazione vettoriale simmetrica (doppio fronte),
- modulazione vettoriale asimmetrica,
- modulazione vettoriale a singolo fronte,
- modulazione vettoriale ad aggancio di bus.

MODULAZIONE VETTORIALE SIMMETRICA

La sequenza dei tempi e delle commutazioni relative al primo settore sono riportate nella figura.

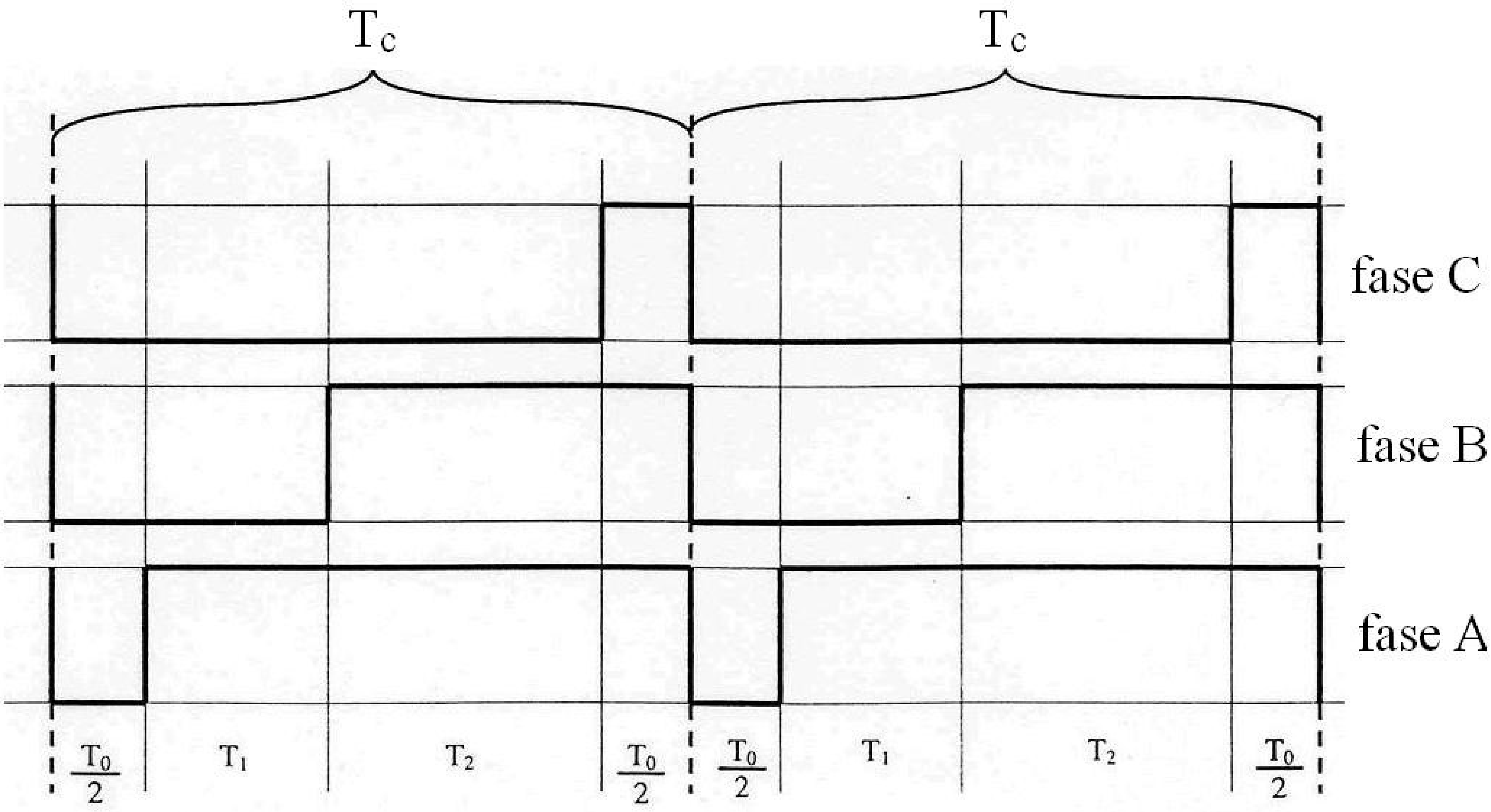


MODULAZIONE VETTORIALE ASIMMETRICA

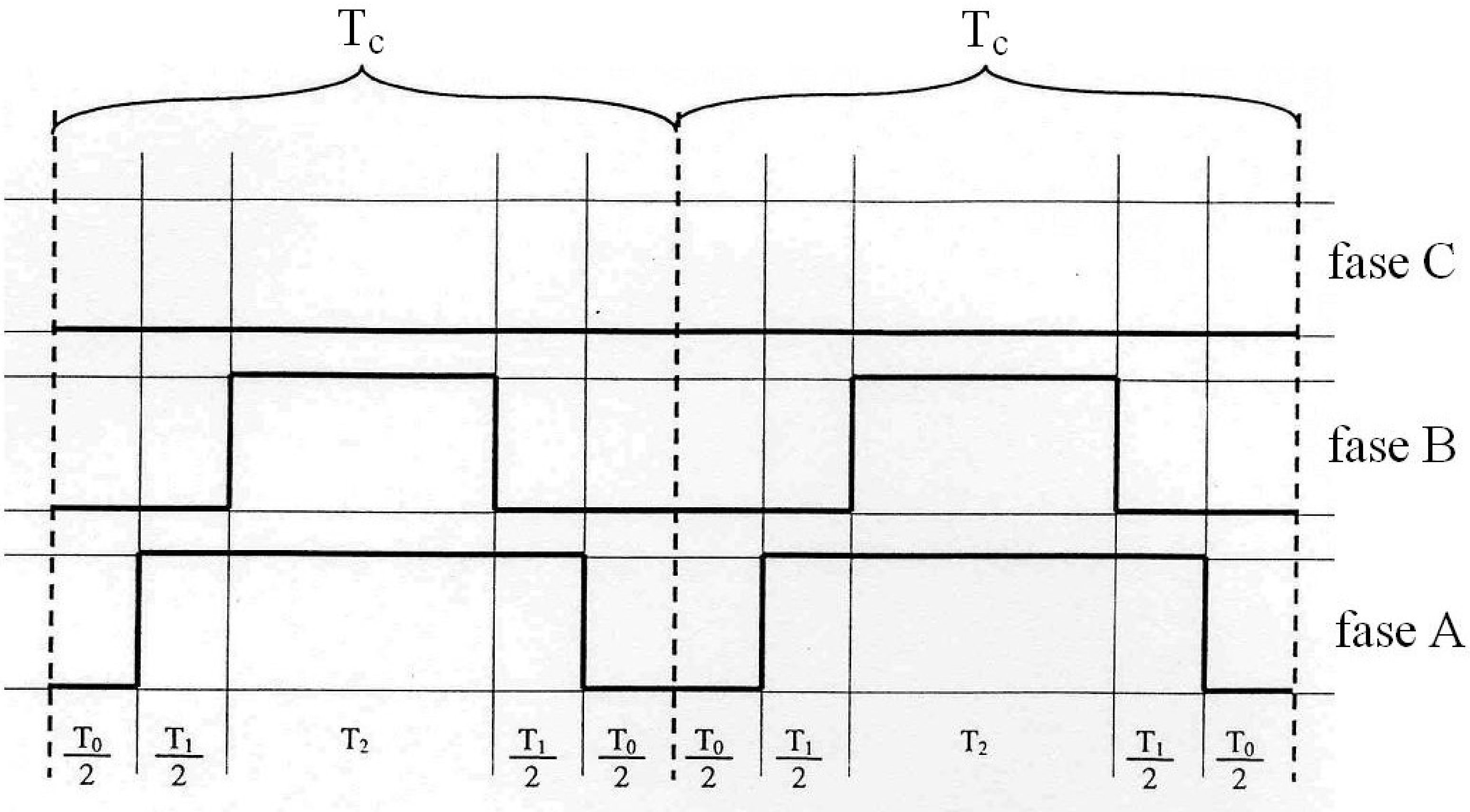


Ogni periodo di modulazione T_c è suddiviso in due semiperiodi $T_c/2$ all'interno di ciascuno dei quali viene ricostruito un nuovo vettore $\mathbf{v}_R$.

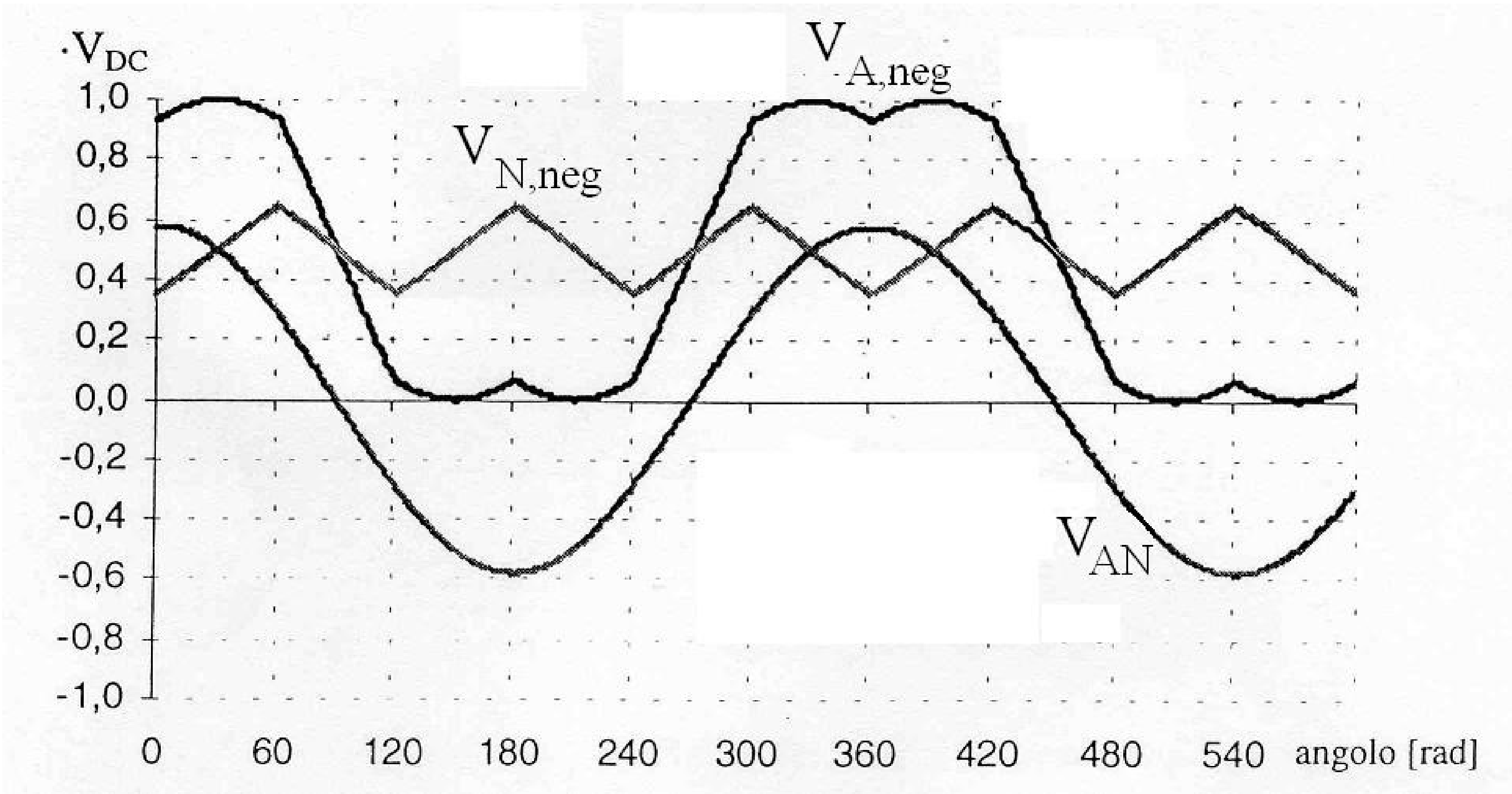
MODULAZIONE VETTORIALE A FRONTE SINGOLO



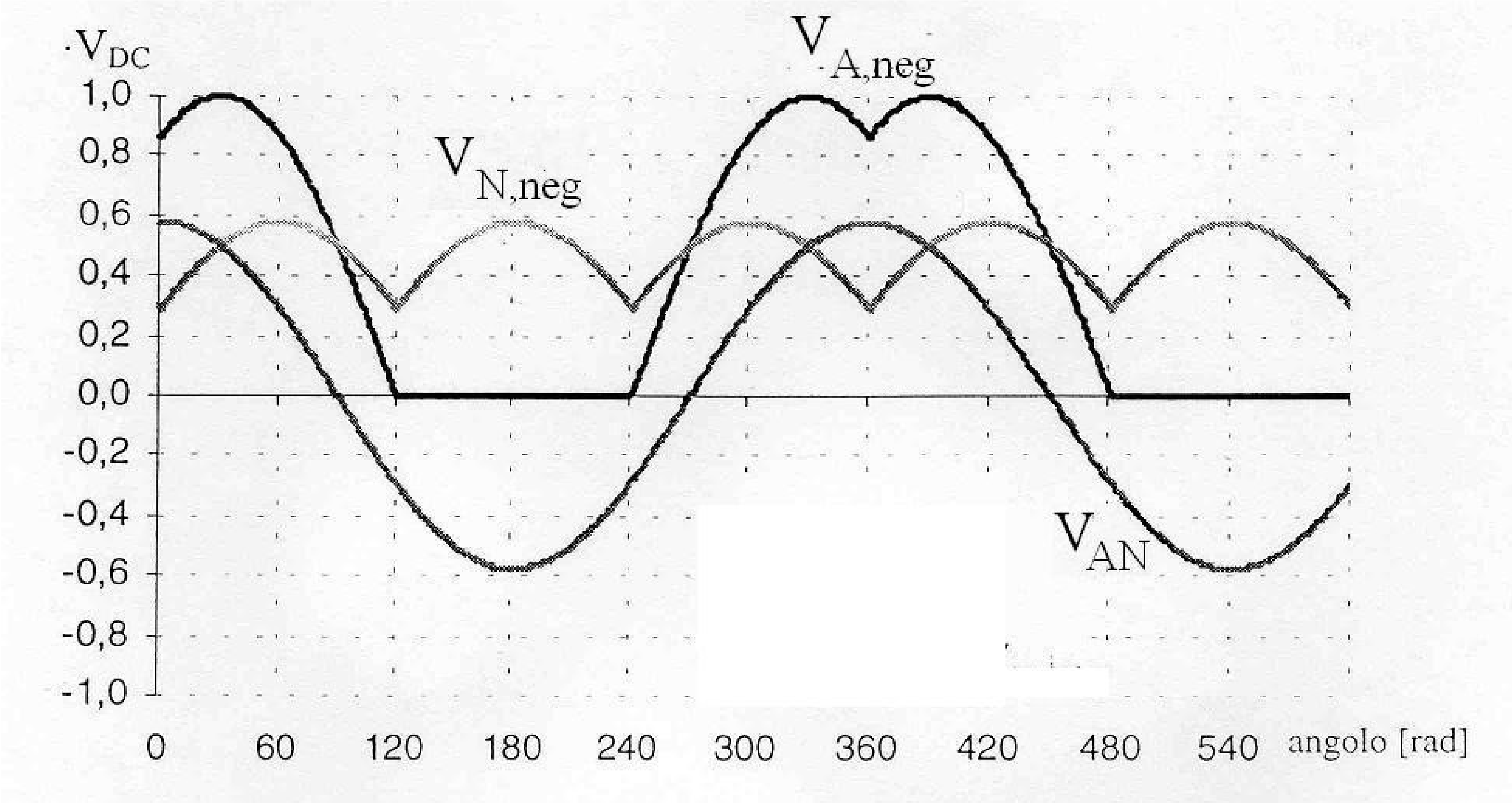
MODULAZIONE VETTORIALE AD AGGANCIO di BUS



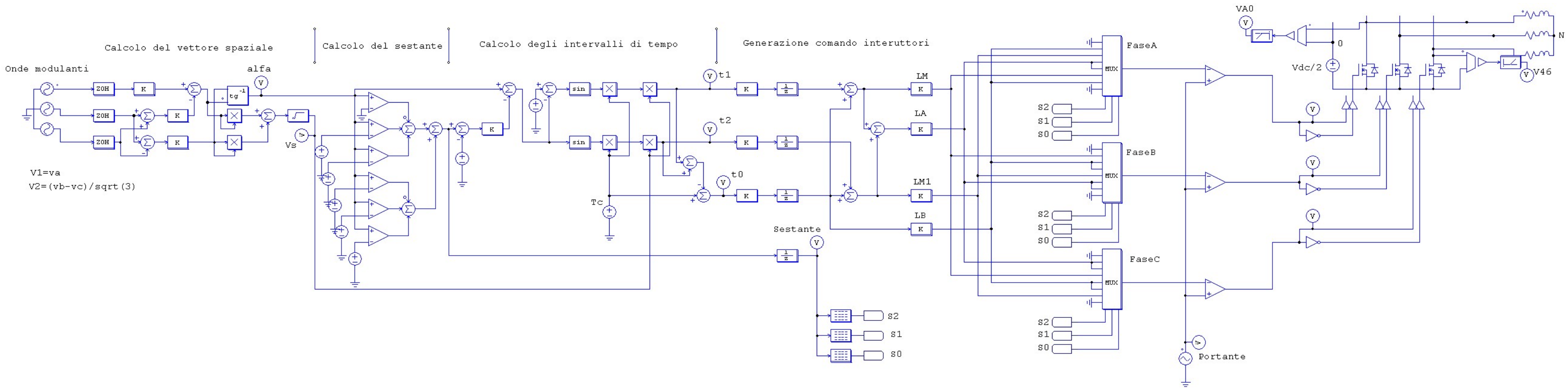
MODULAZIONE VETTORIALE SIMMETRICA (forme d'onda)

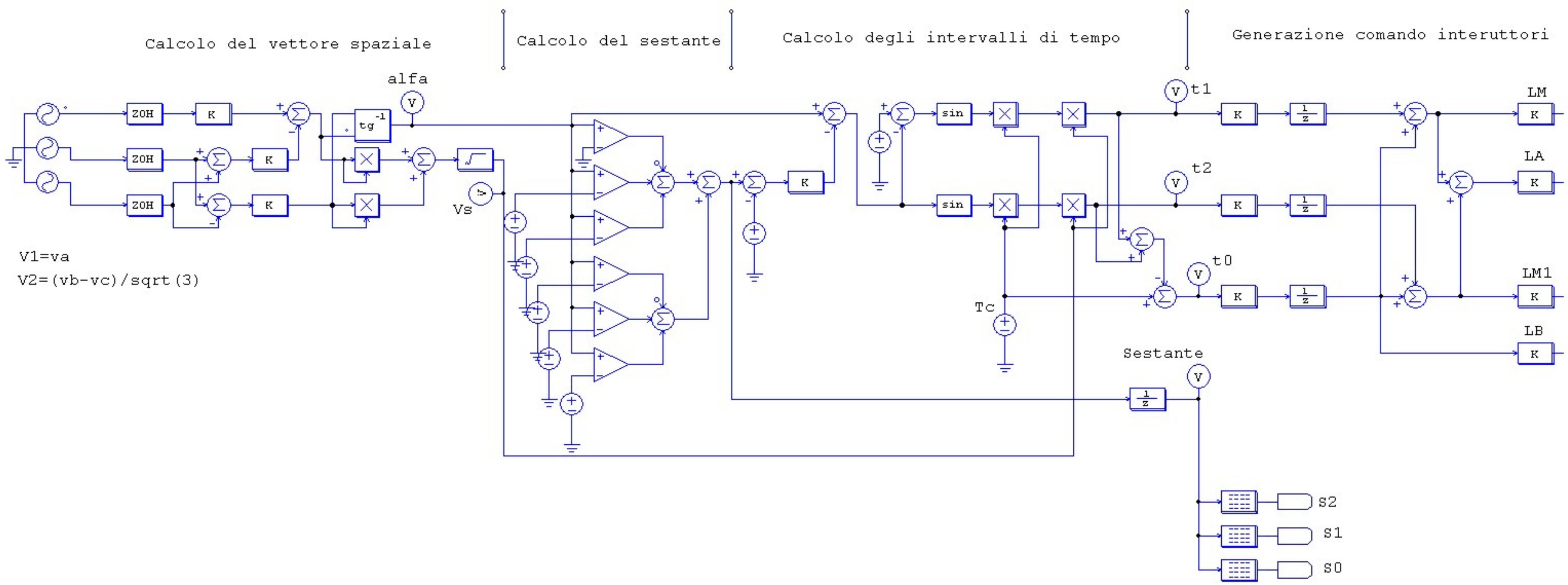


MODULAZIONE VETTORIALE ad AGGANCIO di BUS (forme d'onda)

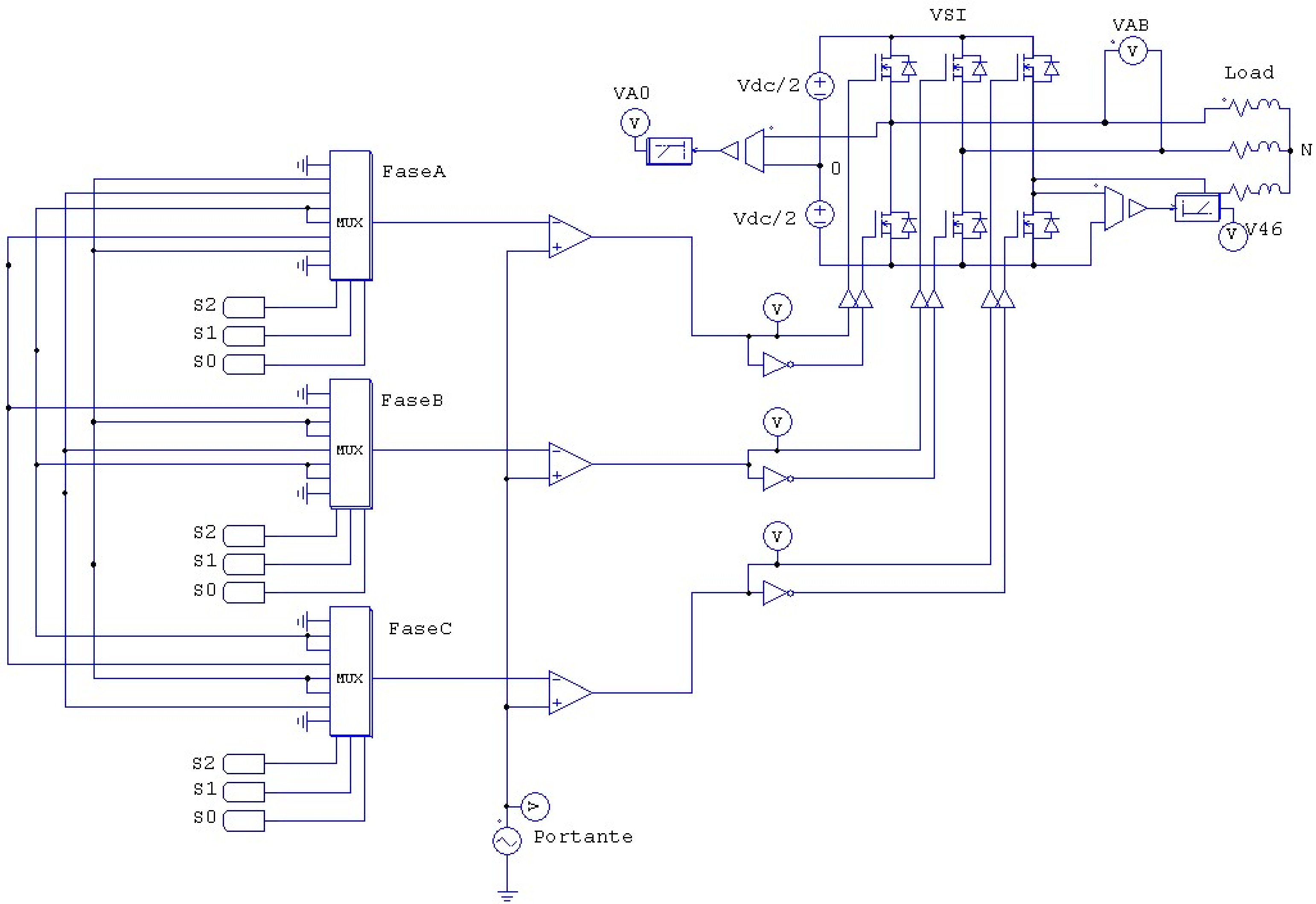


MODULAZIONE VETTORIALE
schema di simulazione



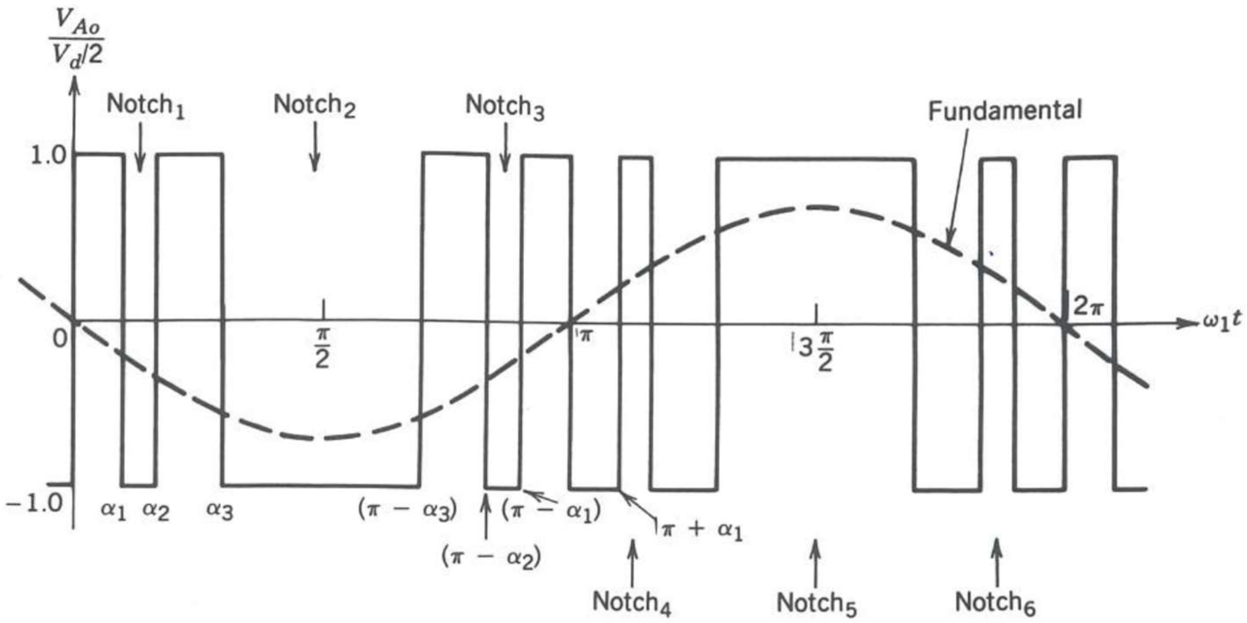


MODULAZIONE VETTORIALE
schema di simulazione



MODULAZIONE PRE-PROGRAMMATA O OTTIMA

L'idea che sta alla base di questa tecnica è già stata introdotta precedentemente presentando gli invertitori monofase. Si tratta di introdurre alcune inversioni della tensione di fase dell'invertitore all'interno di un periodo per soddisfare un certo obiettivo: eliminazione di alcune armoniche a bassa frequenza, minimizzazione dell'ondulazione di corrente o altro.



Nella figura a lato è riportato un esempio di sequenza del comando per tre inversioni in un quarto di periodo posizionate in α_1, α_2, α_3.

La sequenza deve rispettare alcune condizioni: simmetria rispetto ad un quarto di periodo, anti-simmetria rispetto a metà periodo. Inoltre, nel caso di invertitore trifase, se nella figura è rappresentata la sequenza della fase A, le sequenze delle altre due fasi B e C devono essere sfasate rispettivamente di 120° e 240°.

MODULAZIONE PRE-PROGRAMMATA O OTTIMA

Lo sviluppo in serie di Fourier di tale forma d'onda è costituito solo da armoniche dispari e solo da termini seno

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a(t) \sin(n\omega t)\, d(\omega t)$$

Sostituendo la funzione costante a tratti a(t) e integrando si ottiene

$$b_n = \frac{4}{n\pi} \left[1 + 2 \sum_{i=1}^{K} (-1)^i \cos(n\alpha_i) \right]$$

K è il numero di inversioni che si vogliono introdurre ed è quindi il numero di variabili incognite che devono essere determinate.
Si supponga, per esempio, di voler eliminare la quinta e la settima armonica e di imporre una certa ampiezza alla prima armonica.
Non si considerano le armoniche di ordine tre e suoi multipli in quanto non compaiono nelle tensioni concatenate e, nell'ipotesi di centro stella del carico isolato, nemmeno nelle tensioni di fase né nelle correnti.
In tal caso le condizioni da imporre sono tre e quindi si devono introdurre tre incognite, cioè tre angoli di inversione della tensione di fase α_1, α_2, α_3.

MODULAZIONE PRE-PROGRAMMATA O OTTIMA

Le condizioni sono rappresentate dalle seguenti equazioni

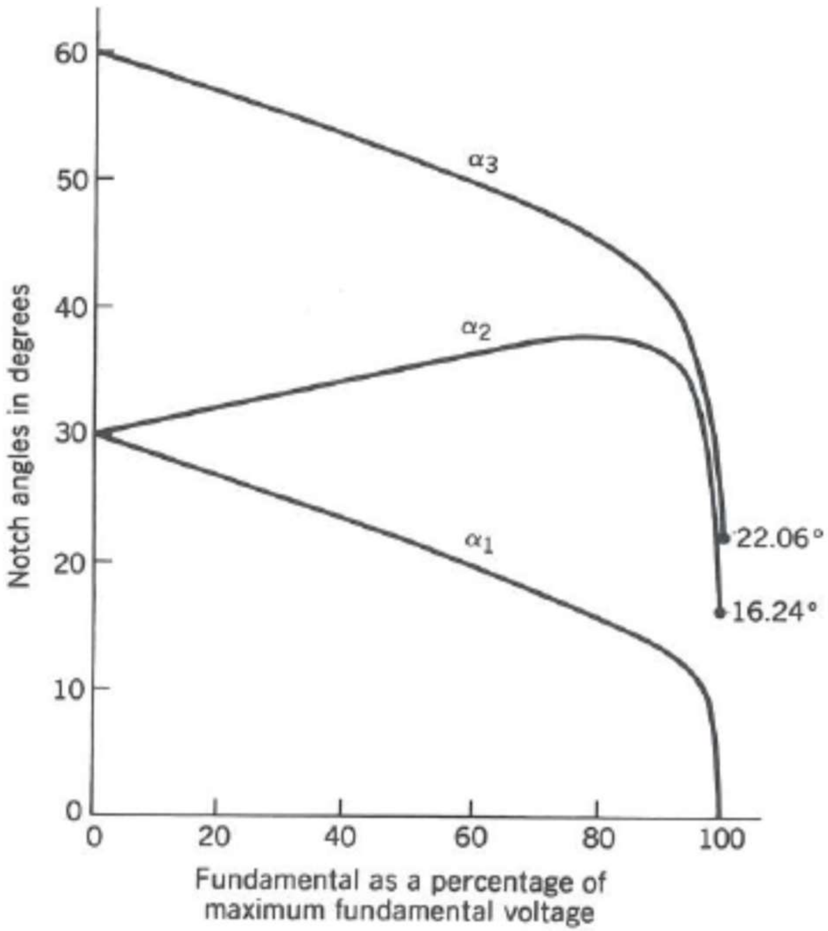
$$b_1 = \frac{4}{\pi}\left(1 - 2\cos\alpha_1 + 2\cos\alpha_2 - 2\cos\alpha_3\right) = \frac{\left(\hat{V}_{Ao}\right)_1}{V_d/2}$$

$$b_5 = \frac{4}{5\pi}\left(1 - 2\cos 5\alpha_1 + 2\cos 5\alpha_2 - 2\cos 5\alpha_3\right) = 0$$

$$b_7 = \frac{4}{7\pi}\left(1 - 2\cos 7\alpha_1 + 2\cos 7\alpha_2 - 2\cos 7\alpha_3\right) = 0$$

$$\frac{\left(\hat{V}_{Ao}\right)_1}{V_d/2} \leftarrow$$

Valore di picco della fondamentale di V_{Ao} normalizzato rispetto a $V_d/2$, con V_d tensione continua di ingresso dell'invertitore.



È un sistema di equazioni trascendenti la cui soluzione può essere ottenuta per via numerica.

Il massimo del valore di picco della fondamentale di V_{Ao} che si può ottenere è $1.19*V_d/2$ (nel caso dell'onda quadra è $1.27*V_d/2$) e corrisponde al 100% nella figura.

MODULAZIONE PRE-PROGRAMMATA o OTTIMA

Un altro modo di procedere è quello di considerare la corrente di ondulazione

$$I_{ripple} = \sqrt{I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + \ldots} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=5,7,11,\ldots}^{\infty} \left(\frac{V_{iM}}{i\omega L} \right)^2}$$

Si sostituiscono a V_M gli opportuni termini dello sviluppo in serie di Fourier e si determinano gli angoli attraverso una procedura per il calcolo dell'ottimo cioè per rendere minima la corrente di ondulazione.

TEMPI MORTI

I due interruttori di un ramo dell'invertitore vengono comandati in maniera complementare. La chiusura contemporanea dei due, anche per istanti brevissimi, determina un corto circuito del circuito a c.c. con sovracorrenti inaccettabili per i dispositivi a semiconduttore.

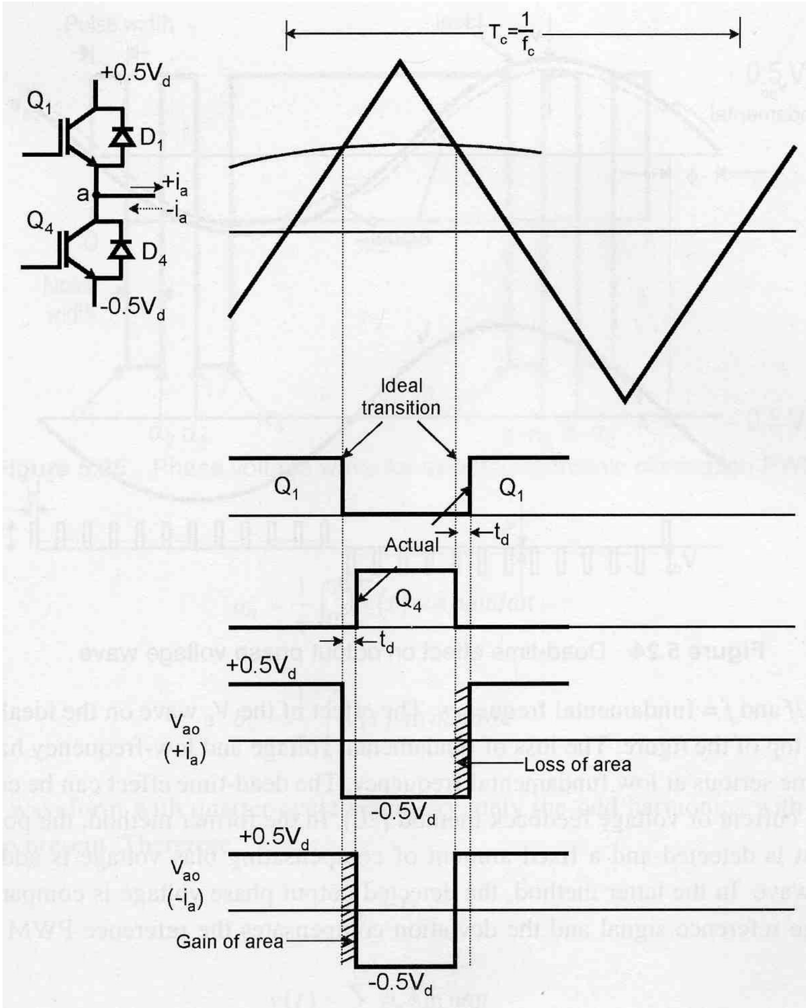
Onde evitare questo fenomeno, nella commutazione di un ramo il comando di chiusura di un interruttore è ritardato di un certo tempo rispetto al comando di apertura dell'interruttore complementare per lasciare il tempo al primo di spegnersi completamente. Tale tempo di ritardo è chiamato *tempo morto* (*dead time, blanking time*).

L'effetto del tempo morto è un errore sul valore di tensione in uscita dall'invertitore rispetto al valore atteso dovuto alla tensione di riferimento v_R.

L'effetto dei tempi morti è diverso a seconda del verso della corrente di fase che interessa il ramo.

Se la corrente è uscente l'errore sulla tensione è negativo.

Mentre se la corrente è entrante nel nodo allora l'errore è positivo.



TEMPI MORTI

Un altro effetto del tempo morto è la distorsione della componente in bassa frequenza della tensione di fase quando la corrispondente corrente di fase è sfasata rispetto alla tensione.