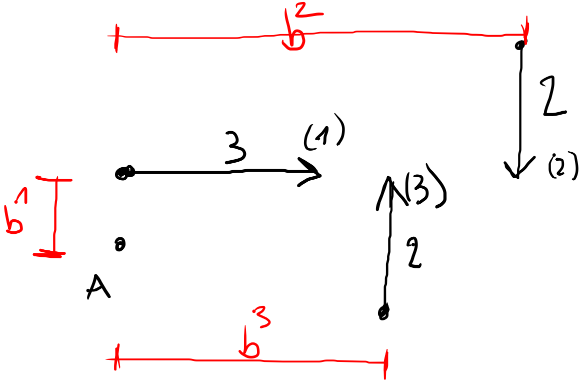
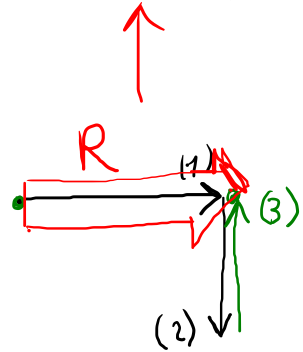
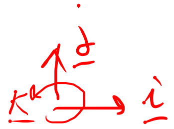
MOMENTO DI UN SISTEMA PIANO DI VETTORI

1/03/23



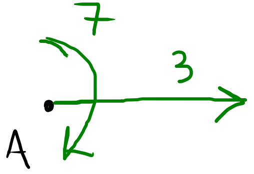
RISULTANTE? M_A ?





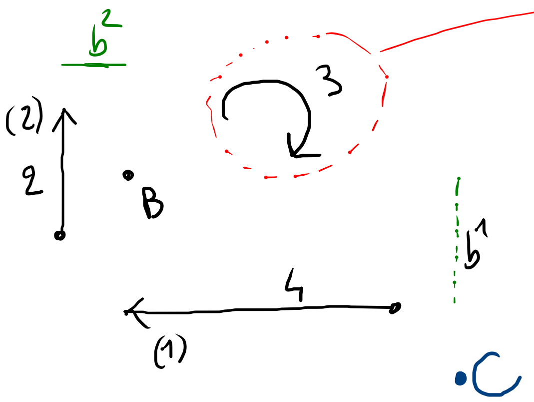
$\underline{R} = 3\,\underline{i}$

$$+\ M_A : -3\cdot \underset{b^1}{1} - 2\cdot \underset{b^2}{6} + 2\cdot \underset{b^3}{4} = -7$$

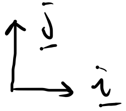


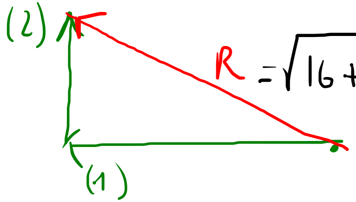
RAPPRES. DI RISULTANTE
E MOMENTO RISULTANTE M_A
DEL SISTEMA ASSEGNATO

ES: SIST. PIANO DI VETTORI CON MOMENTO CONCENTRATO



$\underline{R}$? M_B?

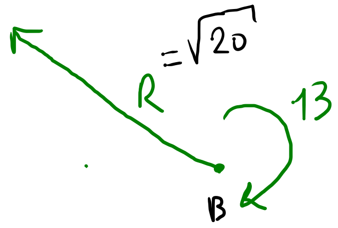




$R = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

$\underline{R} = -4\underline{i} + 2\underline{j}$

$\overset{+}{\curvearrowleft} M_B: \; -4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 3 = -13$

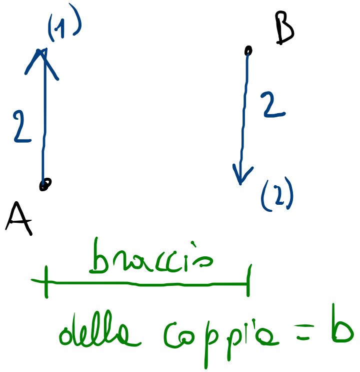


DOMANDA: COSA SUCCEDE AL MOMENTO RISULTANTE QUANDO CAMBIO IL POLO DI RIDUZIONE?

$M_B \neq M_C \neq M_D \; \ldots$ con B, C, D punti distinti.

CAMBIANO I "BRACCI"

UN PARTICOLARE SIST. PIANO: LA COPPIA



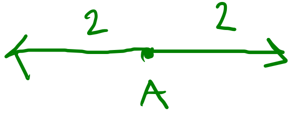
SIST. DI 2 VETTORI OPPOSTI PARALLELI CHE SVILUPPANO UN BRACCIO b.

RISULTANTE $\equiv \underline{0}$; MOMENTO $= 2b$ ↻

$+\circlearrowright M_A : 2\cdot 0 - 2\cdot b = -2b$

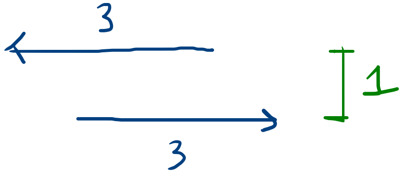
$+\circlearrowright M_B : -2\cdot b + 2\cdot 0 = -2b$

MOMENTO INDIPENDENTE DAL POLO (È UNA COSTANTE)



COPPIA DI BRACCIO NULLO

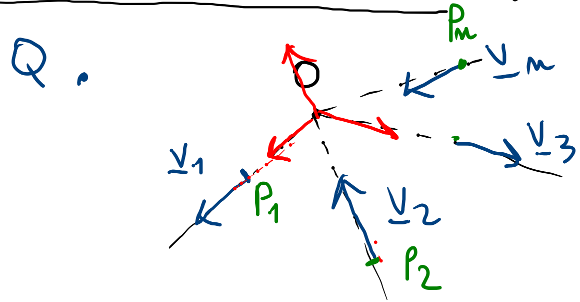
$\underline{R} = \underline{0}$; $M = 0$



M? ↺ 3

OSSERV: IL MOMENTO È INDIP. DAL POLO PER TUTTI I SISTEMI PIANI CHE HANNO $\underline{R} = \underline{0}$.

TEOREMA DI VARIGNON (NELLO SPAZIO)



VETTORI APPLICATI LA CUI RETTA D'AZIONE PASSA PER O

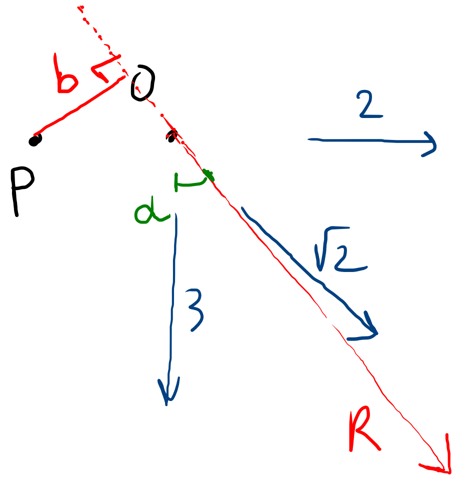
$$\underline{M}_Q = \sum_{i=1}^{m} QP_i \times \underline{v}_i \longrightarrow \sum_{i=1}^{m} QO \times \underline{v}_i = QO \times \overbrace{\sum_{i=1}^{m} \underline{v}_i}^{\underline{R}} = QO \times \underline{R}$$

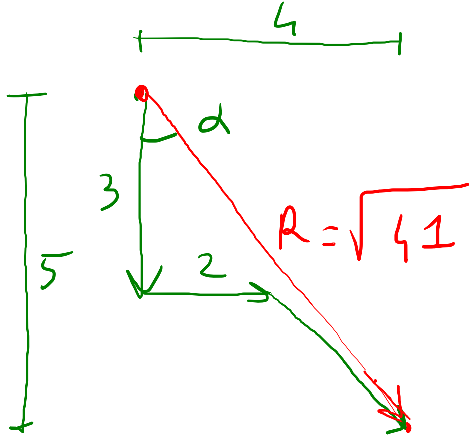
SFRUTTO IL FATTO CHE IL MOMENTO DEL SINGOLO VETTORE NON CAMBIA SE TRASLO IL VETTORE LUNGO LA PROPRIA RETTA D'AZIONE

ENUNCIATO: IL MOMENTO RISULTANTE DEL SIST. RISPETTO AD UN PUNTO QUALSIASI EQUIVALE AL MOMENTO DELLA SOLA RISULTANTE APPLICATO AD O.

ES

$$M_P = \sum_{i=1}^{3} F_i b_i \quad ; \quad M_P = R \cdot b$$





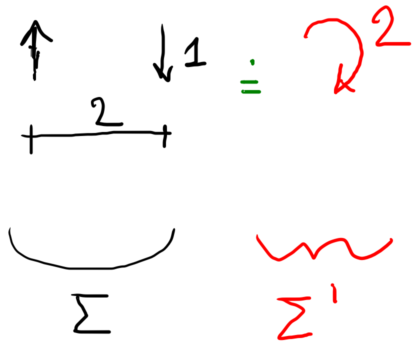
$$b = \frac{10}{\sqrt{41}}$$

EQUIVALENZA DI SISTEMI DI VETTORI

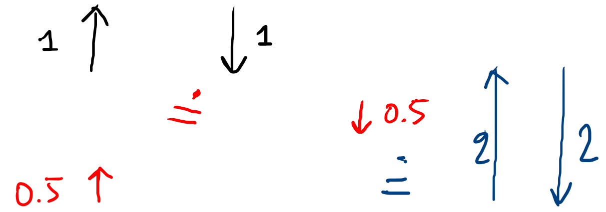
DUE SISTEMI DI VETTORI Σ e Σ' SONO <u>EQUIVALENTI</u> (EQUIPOLLENTI) SE E SOLO SE CONDIVIDONO <u>LA STESSA RISULTANTE</u> E LO <u>STESSO MOMENTO RISULTANTE RISPETTO AD UN POLO GENERICO</u>

$$\boxed{\Sigma \doteq \Sigma'} \iff \boxed{\underline{R}=\underline{R}' \text{ e } \underline{M}_P=\underline{M}'_P, \forall P}$$

NOTA: $\forall P$! $\Rightarrow$ BASTA FARE LA VERIFICA DEL MOMENTO IN UN SOLO PUNTO.

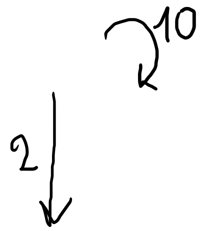


EQUIVALENZA DI COPPIE / MOMENTO CONCENTRATO



3 COPPIE EQUIV. TRA DI LORO.

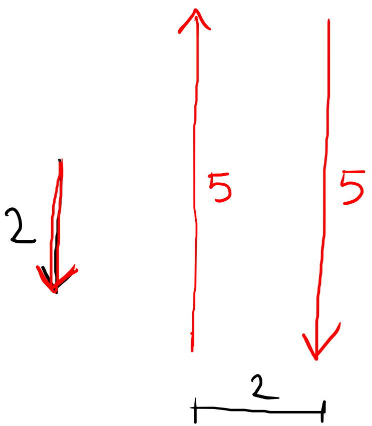
ES Σ

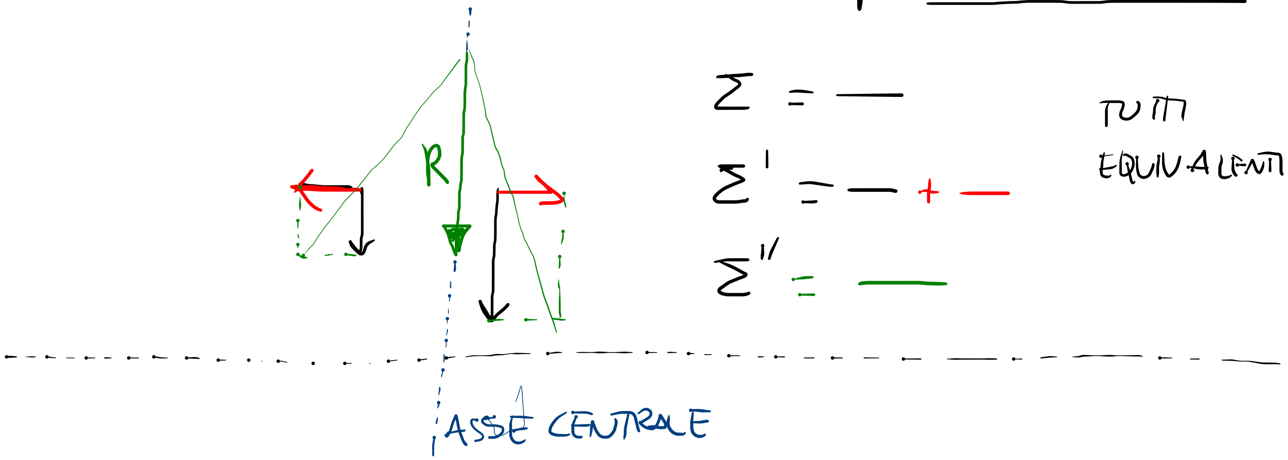


TRASFORMO IL MOM. CONC. 10 IN UNA COPPIA $5 \cdot 2$ $\Rightarrow$ $\Sigma \doteq \Sigma'$

OSS: SE IN UN SIST. Σ AGGIUNGO UNA COPPIA DI BRACCIO NULLO $\underline{R}$ e $\underline{M}_p$ NON CAMBIANO

Σ'





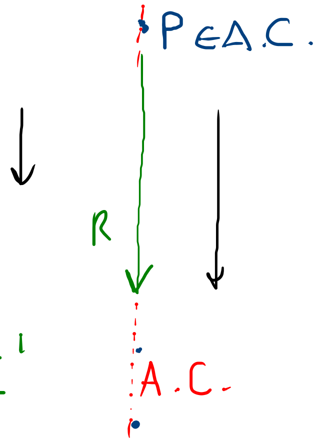
Σ = —

Σ' = — + —

Σ'' = —

TUTTI EQUIVALENTI

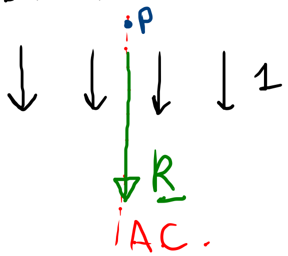
OGNI SISTEMA DI <u>VETTORI PIANO</u> AVENTE $\underline{R} \neq \underline{0}$ AMMETTE UNA RAPPRESENTAZ. EQUIVALENTE FORMATA DAL SOLO VETTORE RISULTANTE: LA RETTA D'AZIONE DI QUEST'ULTIMO VETTORE SI CHIAMA <u>ASSE CENTRALE</u> (A.C.)



$$\Sigma \doteq \Sigma'$$

<u>PROPRIETÀ</u>: IL MOMENTO DI UN SISTEMA CALCOLATO RISPETTO AD UN PUNTO ∈ A.C. È <u>NULLO</u>

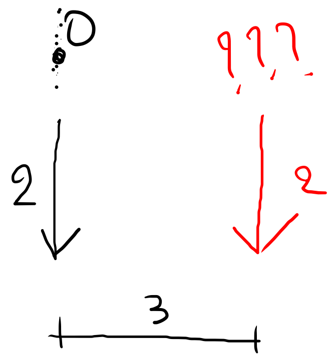
ES.:



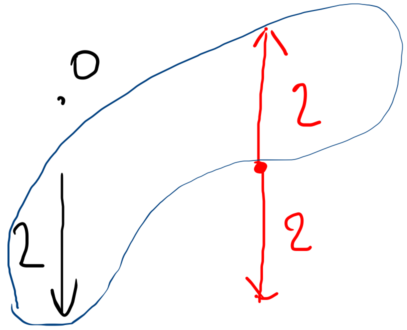
$$\Sigma \doteq \Sigma'$$

$$M_P = 0, \ \forall P \in A.C.$$

TRASLAZIONE "TRASVERSALE" DI UN VETTORE

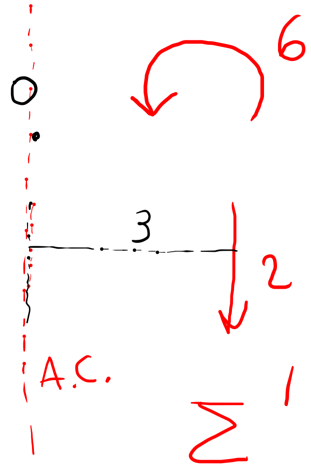


$\boxed{\Sigma \doteq \Sigma'}$



1) AGGIUNGO COPPIA BRACCIO NULLO

2) TRASF. LA COPPIA IN UN MOM. CONCENTRATO



QUAL È L'A.C. DI Σ'?

rette | per O

QUANTO VALE $M_O(\Sigma')$?

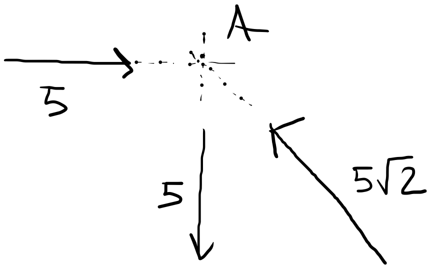
CALCOLO ANALITICO: $+M_O(\Sigma') : -2 \cdot 3 + 6 = 0$

SISTEMA NULLO o EQUILIBRATO

Σ è UN SIST. NULLO o EQUILIBRATO $\Longleftrightarrow$ $\boxed{\underline{R}=\underline{0} \quad \text{e} \quad \underline{M}_P=\underline{0}, \forall P}$

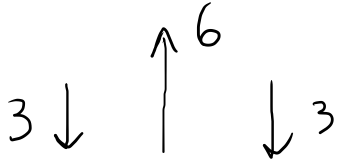
ES

COPPIA DI BRACCIO NULLO



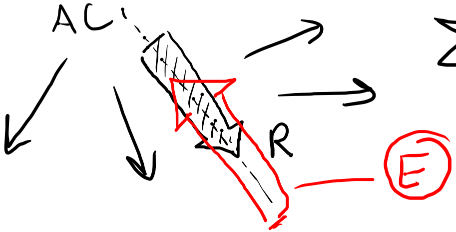
SIST. NULLO

$\underline{R}=\underline{0}$; $\underline{M}_A=\underline{0}$



SIST. NULLO

EQUILIBRANTE DI UN SISTEMA E



Σ

$\boxed{\underline{E}=-\underline{R}}$

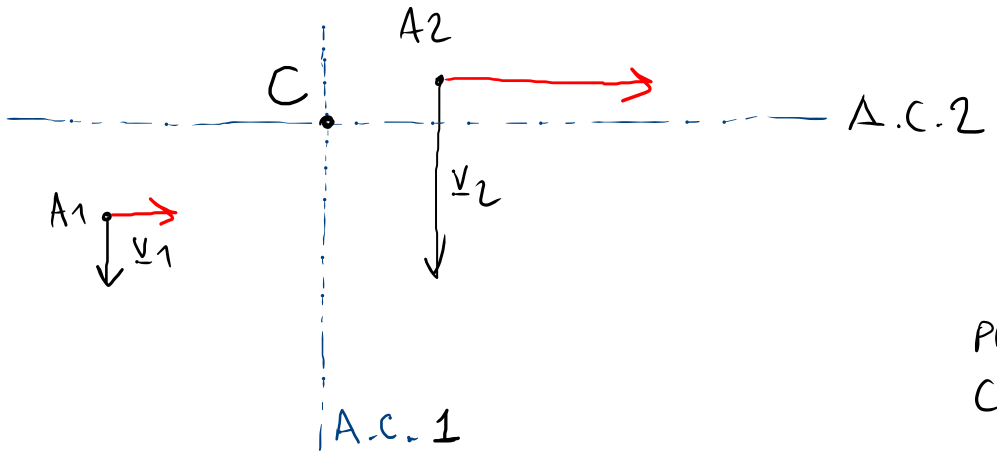
IL NUOVO SISTEMA

$\Sigma \cup \{\underline{E}\}$ è NULLO

o EQUILIBRATO

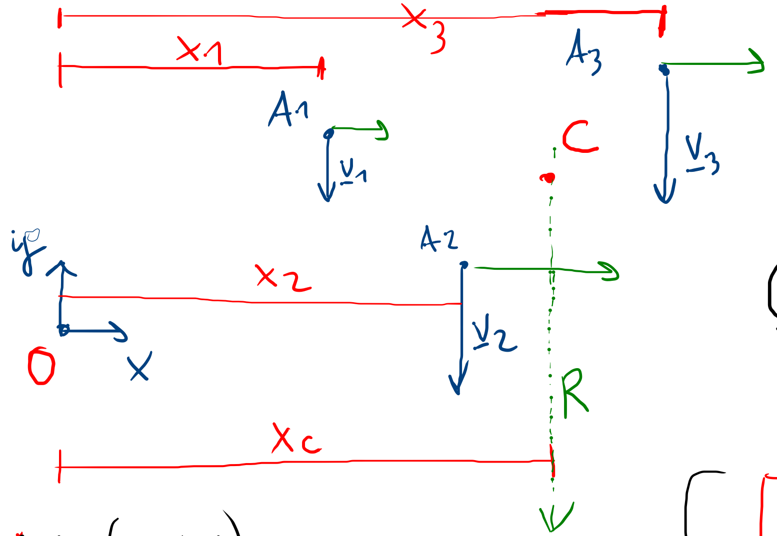
$\underline{E}$ è APPLICATA AD A.C.

CENTRO DI UN SIST. DI VETTORI PARALLELI (APPLICATI)



C: CENTRO DI ROTAZIONE DEGLI A.C. QUANDO RUOTO I SINGOLI VETTORI DELLO STESSO ANGOLO

PROBLEMA: DETERMINARE LE COORD. DI C IN FUNZ. DI QUELLE DI $A_1, A_2 \ldots$



$\Sigma = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ i $\Sigma' = \{\underline{R}\}$ $\quad R = v_1 + v_2 + v_3$

UGUAGLIO $M_O(\Sigma)$ a $M_O(\Sigma') \Rightarrow x_c$

$$+: \; M_O(\Sigma) = M_O(\Sigma')$$

$$-v_1 x_1 - v_2 x_2 - v_3 x_3 = -R x_c$$

$A_i = (x_i, y_i)$

$x_i, y_i \gtrless 0$

COORDINATE

ATTENZIONE: $v_i \begin{matrix} >0 \\ <0 \end{matrix}$

COORD DI C

$$\begin{cases} \boxed{\boxed{x_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} v_i x_i}{R}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} v_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i}} \\[2ex] y_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} v_i y_i}{R} \end{cases}$$