

Nome e Cognome .....

Corso di studi: Fisica  Matematica

---

**Esercizio 1.** (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{\pi}{2} - \arcsin(x)}{\sqrt{1-x}} = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x + 3x)(\sqrt{x^2 + 4} - x) = \boxed{\phantom{000}}.$$

---

**Esercizio 2.** (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = (x - 3)e^x,$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima  $f'(x) =$   
e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda  $f''(x) =$   
e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di  $f$ .

---

**Esercizio 3.** (2+2+2+2 pt) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile due volte tale che

$$f(-2) = -3, \quad f(-1) = -4, \quad f(1) = 4, \quad f(2) = 3.$$

Dimostrare che:

i) la funzione non è né convessa né concava;

ii) la funzione derivata  $f' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è tale che  $[-1, 4] \subseteq f'(\mathbb{R})$ ;

iii) esiste almeno un punto in cui la derivata seconda si annulla;

iv) la funzione derivata seconda  $f'' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è tale che  $[-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}] \subseteq f''(\mathbb{R})$ .

---

**Esercizio 4.** (4+4 pt) Si calcolino:

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin(2x) dx = \boxed{\phantom{000000}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin(x^2)} \int_{4x^2}^{9x^2} (1 + \cos(\sqrt{t})) dt = \boxed{\phantom{000000}}.$$