

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2022/2023 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 07.02.2023 – FILA B

1. Trovare, se esistono le soluzioni del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' - u' - 6u = 5e^{-2t} \\ u(0) = 1, \quad u(1) = 0. \end{cases}$$

2. Stabilire se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4 - 4}{n!}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^4 - 4}{n^5 \ln n}.$$

3. Calcolare il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq |y|, x^2 + y^2 \leq \pi, 0 \leq z \leq 2 \sin(x^2 + y^2)\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\begin{aligned} \omega(x, y, z) = & -y \cos(xy) \cos(yz) dx + \\ & + (z \sin(xy) \sin(yz) - x \cos(xy) \cos(yz)) dy + \\ & + y \sin(xy) \sin(yz) dz, \end{aligned}$$

trovare una funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$. Calcolare inoltre $\int_{\gamma} \omega$ in due modi diversi, dove $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva definita da

$$\gamma(t) = (\pi t^2, t, \pi t^2).$$