

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Anno accademico 2022/2023 – INGEGNERIA  
APPELLO DEL 07.02.2023 – FILA C

1. Trovare, se esistono le soluzioni del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' - u' - 6u = 2e^{3t} \\ u(0) = 1, \quad u(1) = 0. \end{cases}$$

2. Stabilire se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4 - 8}{n!}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^4 - 8}{n^5 \ln n}.$$

3. Calcolare il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq |y|, x^2 + y^2 \leq \pi, 0 \leq z \leq 3 \sin(x^2 + y^2)\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\begin{aligned} \omega(x, y, z) = & -2y \cos(xy) \cos(yz) dx + \\ & + 2(z \sin(xy) \sin(yz) - x \cos(xy) \cos(yz)) dy + \\ & + 2y \sin(xy) \sin(yz) dz, \end{aligned}$$

trovare una funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $df = \omega$ . Calcolare inoltre  $\int_{\gamma} \omega$  in due modi diversi, dove  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  è la curva definita da

$$\gamma(t) = (\pi t^2, t, \pi t^2).$$