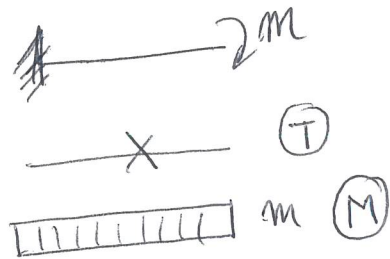
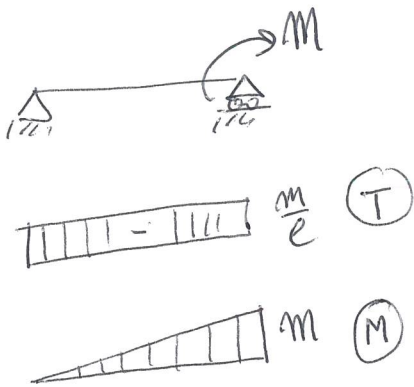
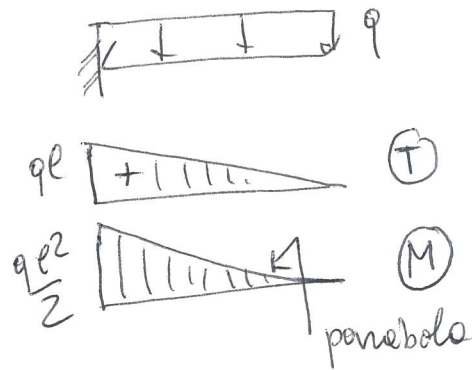
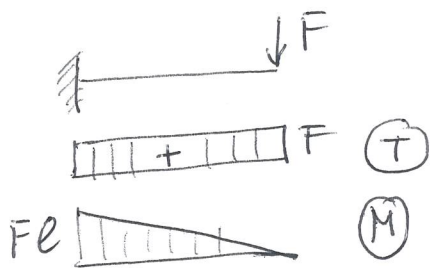
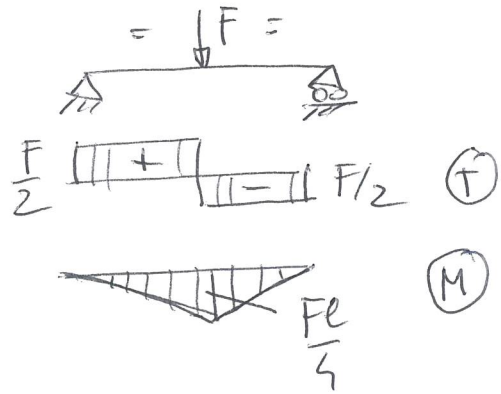
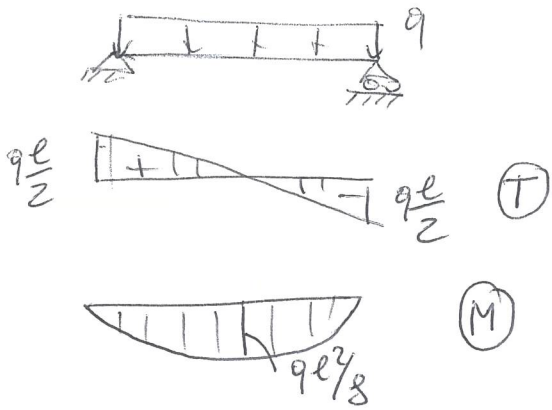


SCHEMI DA CONOSCERE A MEMORIA (LUCI TRAVI =  $l$ )



Le reazioni vincolari di tale struttura sono già state calcolate nell'esercizio 2 del paragrafo 1.5 e valgono:

$$(a) \quad V_A = \frac{pR}{4}, \quad V_B = \frac{3pR}{4}, \quad H = \frac{pR}{4}.$$

Assunta a qualificare la posizione della generica sezione del semiarco  $AC$  l'ascissa angolare  $\omega$  ed operando con le forze a sinistra (fig. 55) si ha:

$$(b) \quad \begin{aligned} N(\omega) &= -H \sin \omega - V_A \cos \omega = -\frac{pR}{4}(\sin \omega + \cos \omega) \\ T(\omega) &= -H \cos \omega + V_A \sin \omega = \frac{pR}{4}(\sin \omega - \cos \omega) \\ M(\omega) &= -HR \sin \omega + V_A R(1 - \cos \omega) \\ &= \frac{pR^2}{4}(1 - \sin \omega - \cos \omega). \end{aligned}$$

Le (b) sono valide in tutto l'intervallo:

$$(c) \quad 0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}.$$

Per determinare le caratteristiche nell'intervallo:

$$(d) \quad \frac{\pi}{2} \leq \omega \leq \pi$$

conviene operare con le forze a destra (fig. 56) assumendo la variabile ausiliaria:

$$(e) \quad \vartheta = \pi - \omega.$$

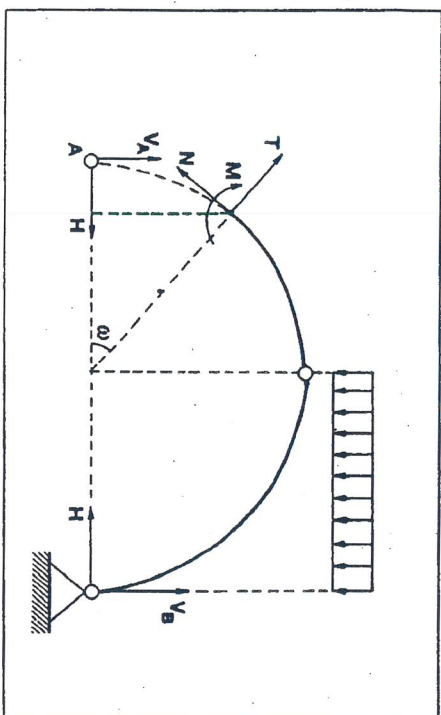


fig. 55

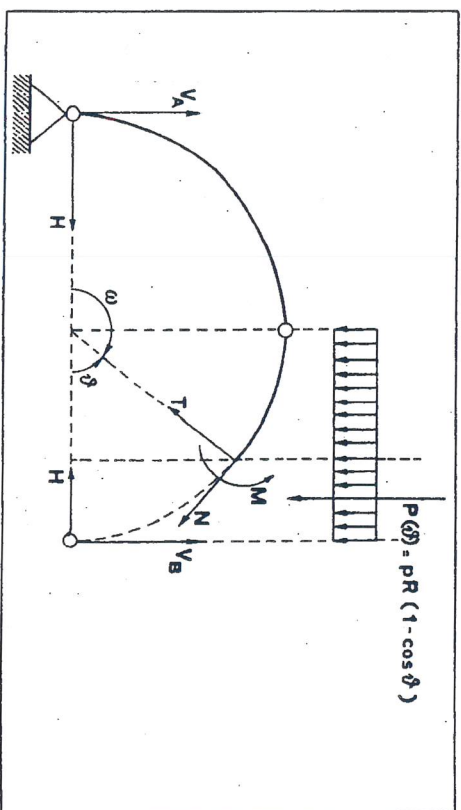


fig. 56

In questo caso fra le forze agenti lungo l'arco sotteso dall'angolo  $\vartheta$  bisognerà annoverare, oltre alle reazioni vincolari della cerniera  $B$ , il carico:

$$(f) \quad P(\vartheta) = pR(1 - \cos \vartheta)$$

che compete al segmento di arco anzidetto.

Si ha così:

$$N(\vartheta) = -H \sin \vartheta - V \cos \vartheta + P(\vartheta) \cos \vartheta = \\ = -\frac{pR}{4} (\sin \vartheta - \cos \vartheta + 4 \cos^2 \vartheta)$$

$$(g) \quad T(\vartheta) = H \cos \vartheta - V \sin \vartheta + P(\vartheta) \sin \vartheta = \\ = \frac{pR}{4} (\sin \vartheta + \cos \vartheta + 4 \sin \vartheta \cos \vartheta)$$

$$M(\vartheta) = -HR \sin \vartheta + VR(1 - \cos \vartheta) + \\ - P(\vartheta) \frac{R(1 - \cos \vartheta)}{2} = \\ = \frac{pR^2}{4} (1 - \sin \vartheta + \cos \vartheta - 2 \cos^2 \vartheta).$$

Riscrivendo le (g) in conformità con la (e) si ha in definitiva:

$$N(\omega) = -\frac{pR}{4} (\sin \omega + \cos \omega + 4 \cos^2 \omega)$$

$$(h) \quad T(\omega) = \frac{pR}{4} (\sin \omega - \cos \omega + 4 \sin \omega \cos \omega)$$

$$M(\omega) = \frac{pR^2}{4} (1 - \sin \omega - \cos \omega - 2 \cos^2 \omega).$$

Le (h), valide in tutto l'intervallo (d), consentono, insieme alle (b) di valutare le caratteristiche della sollecitazione in una qualunque sezione della struttura in esame.

## 1.10. IL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE NELLE TRAVATURE RETICOLARI PIANE

Un cenno a parte meritano le travature reticolari che, com'è noto, sono strutture variamente vincolate esternamente costituite da elementi rettilinei o curvilinei (*aste*) articolate alle estremità in punti detti *nod*i nei quali si ritengono applicate le forze esterne (fig. 57).

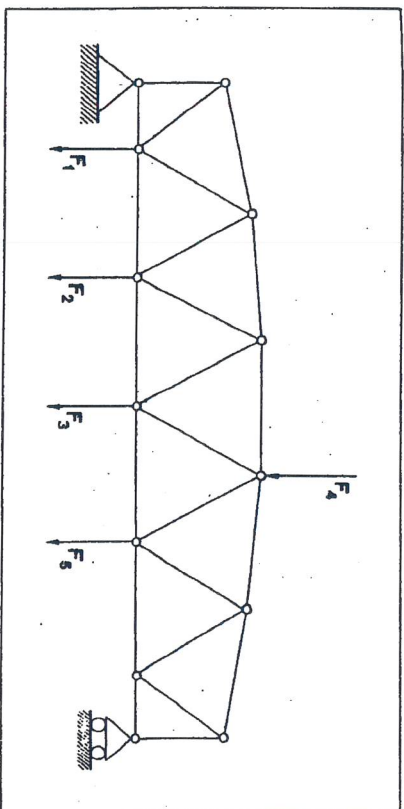


fig. 57

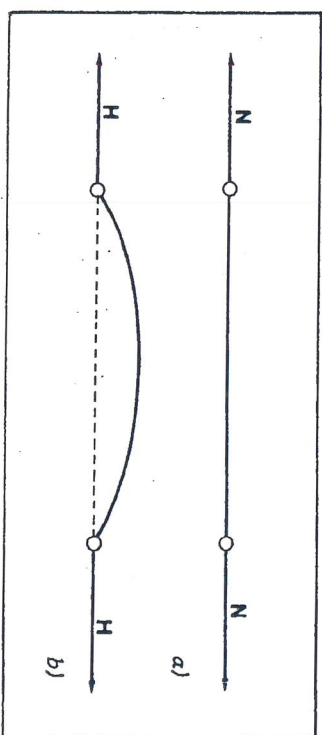
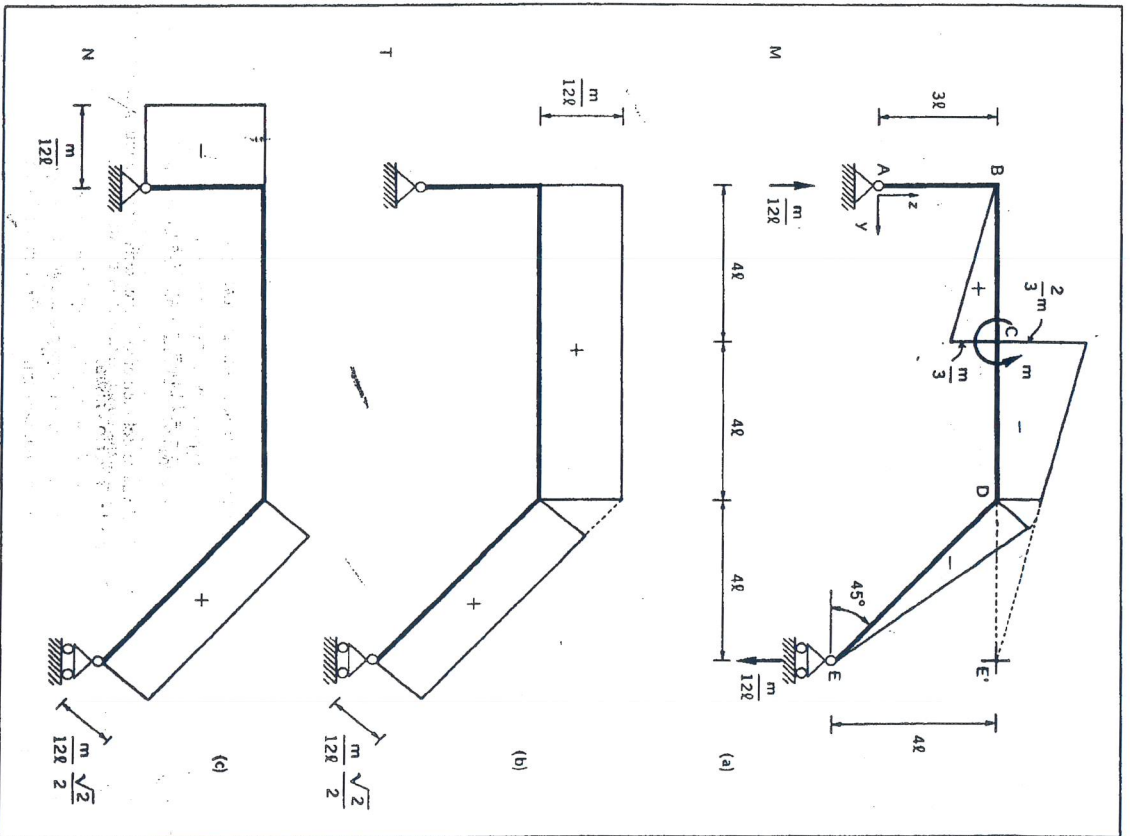
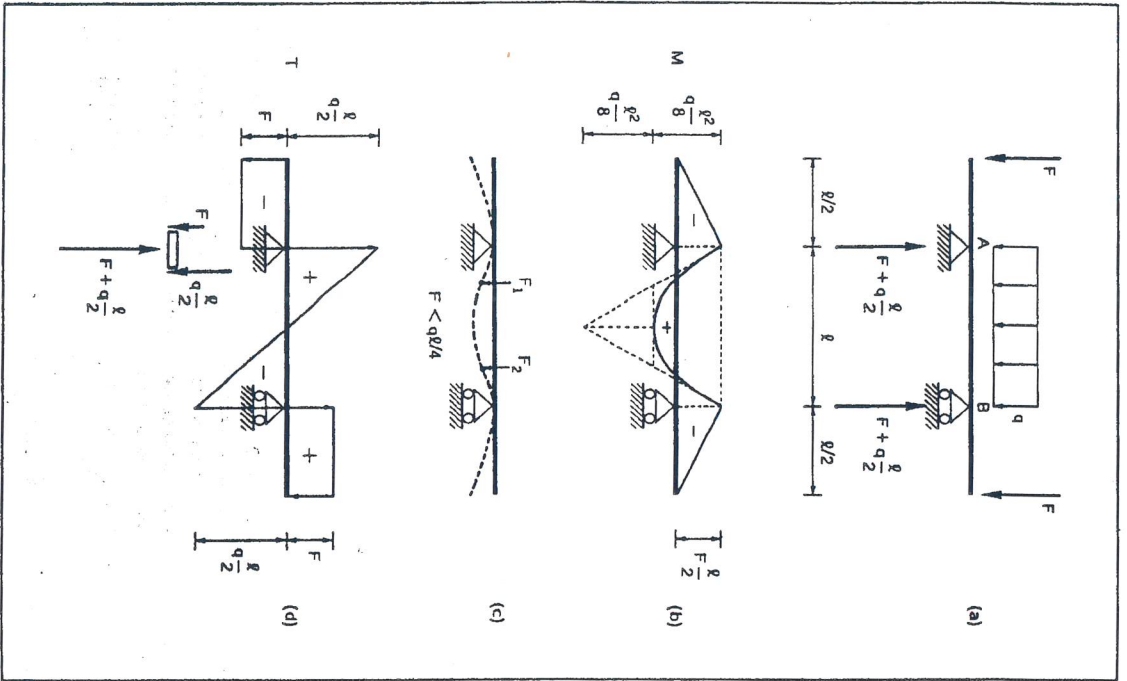
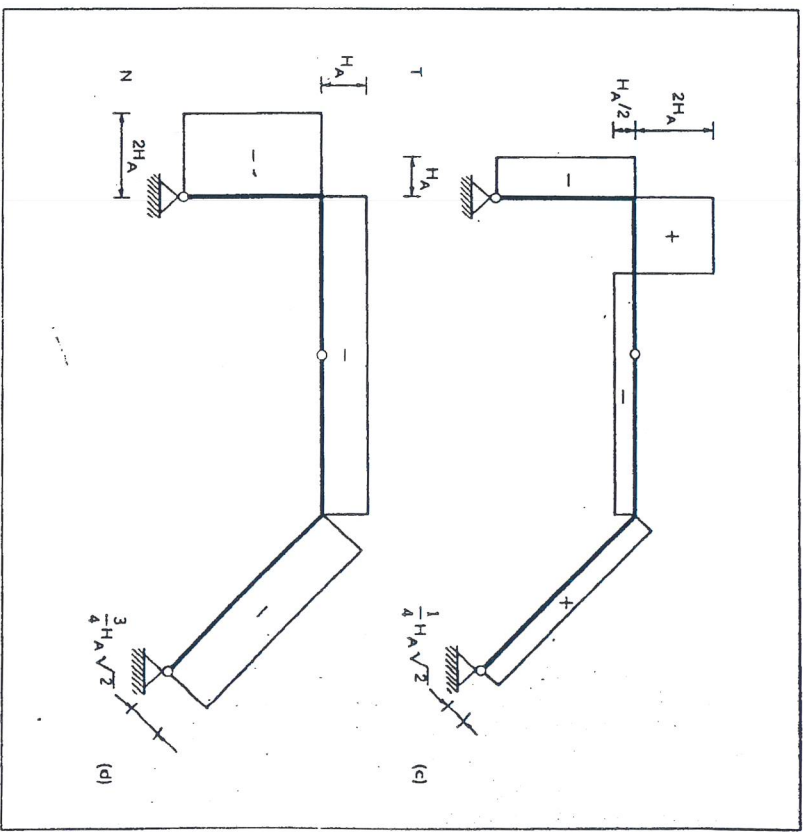
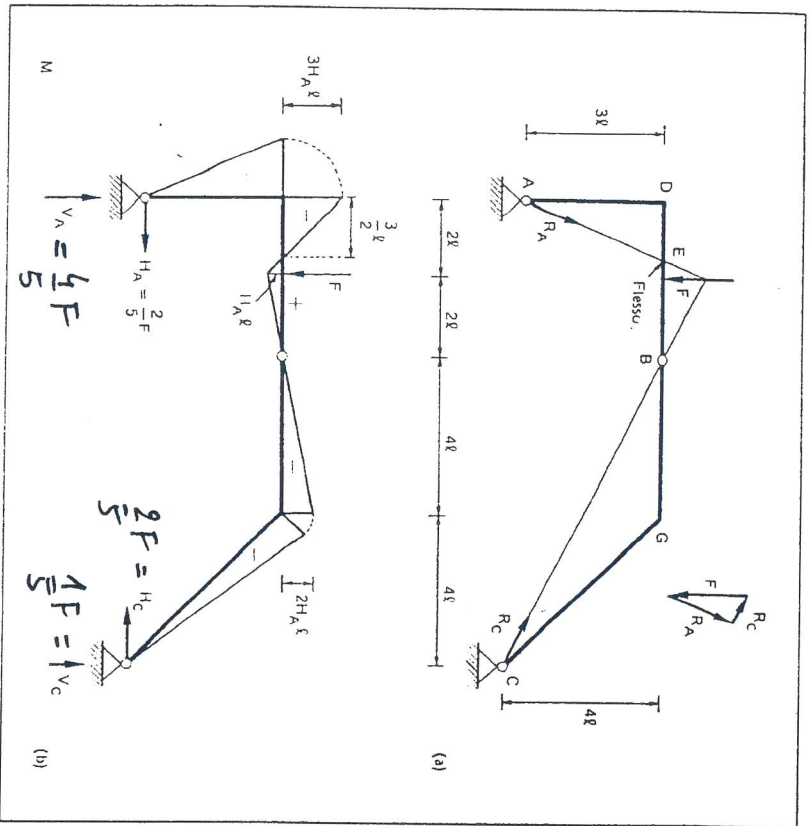


fig. 58





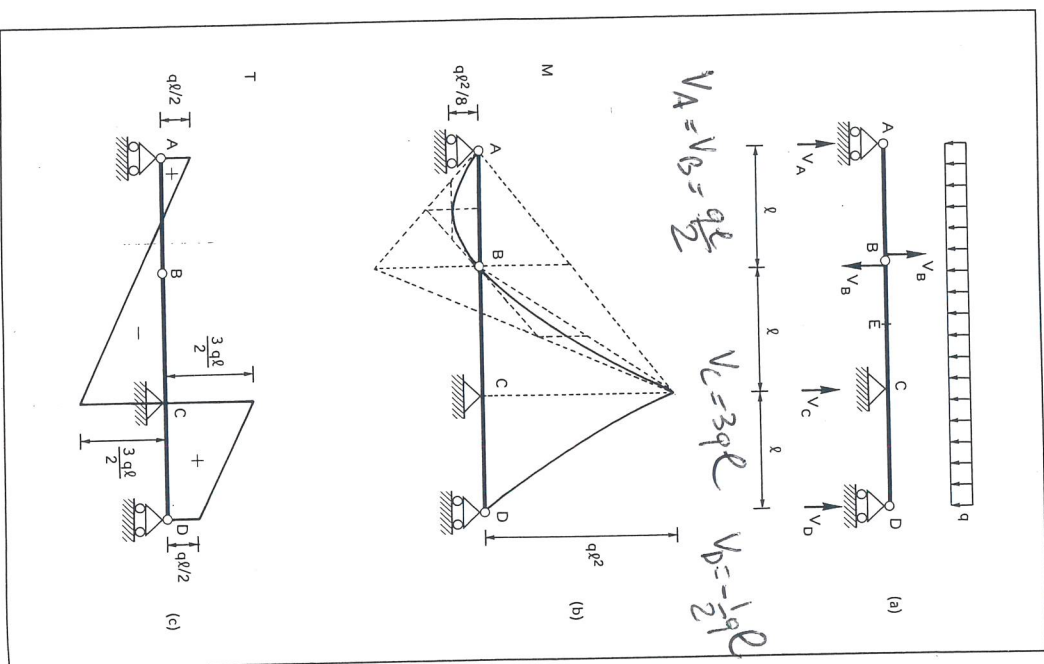


Figura 6.2

$$(6.3) \quad V_A + V_B = q\ell,$$

da cui si ha  $V_B = \frac{1}{2} q\ell$ .

Applicando il metodo diretto è possibile individuare le funzioni analitiche  $M(z)$  e  $T(z)$ . Per quanto riguarda il momento flettente si ha infatti:

$$(6.4.a) \quad M(z) = \frac{1}{2} q\ell z - \frac{1}{2} qz^2, \quad \text{per } 0 \leq z \leq 2\ell,$$

$$(6.4.b) \quad M(z) = \frac{1}{2} q\ell z - \frac{1}{2} qz^2 + 3q\ell(z - 2\ell) = \\ = -\frac{1}{2} qz^2 + \frac{7}{2} q\ell z - 6q\ell^2, \quad \text{per } 2\ell \leq z \leq 3\ell.$$

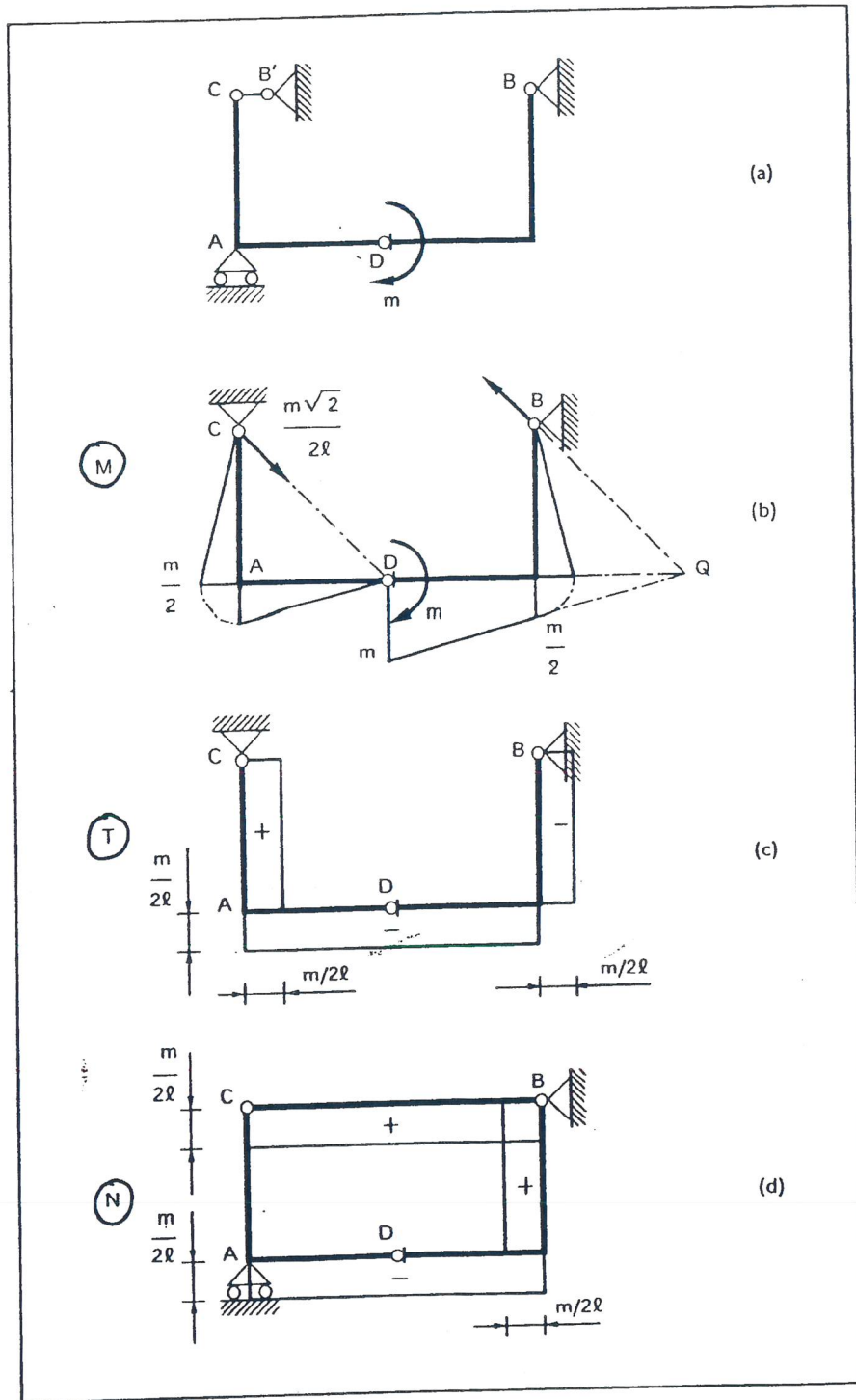
La funzione taglio si può poi ottenere dalla precedente per derivazione, oppure, come si è fatto per il momento, sommando via via i contributi che si presentano percorrendo la trave:

$$(6.5.a) \quad T(z) = \frac{1}{2} q\ell - qz, \quad \text{per } 0 \leq z \leq 2\ell,$$

$$(6.5.b) \quad T(z) = \frac{1}{2} q\ell - qz, \quad \text{per } 2\ell \leq z \leq 3\ell.$$

Il diagramma del momento è tracciato in fig. 6.2.b. Esso è formato da due archi di parabola ad asse verticale. Il tratto relativo alla campata  $AB$  è il diagramma, già calcolato nel capitolo precedente, relativo ad una trave semplicemente appoggiata e caricata uniformemente (fig. 5.20.b). Poiché sulla cerniera  $B$  non agiscono forze concentrate, il taglio ivi non subirà discontinuità e quindi il momento non presenterà punti angolosi. Il terzo punto per individuare univocamente l'arco di parabola tra  $A$  e  $C$  è quello rappresentativo del momento sull'appoggio  $C$ :  $M(2\ell) = -q\ell^2$ . Si noti che tale momento in valore assoluto vale ben otto volte quello che sollecita la mezzera della prima campata. Per la costruzione grafica di questo primo arco di parabola si può procedere considerando separatamente le campate  $AB$  e  $BC$  e quindi i relativi tratti dell'arco, oppure si può procedere considerando tutto il tratto  $AC$  ad un tempo. Le suddette costruzioni grafiche sono riportate dettagliatamente in fig. 6.2.b. Il diagramma parabolico relativo alla campata  $CD$  si traccia poi immediatamente, se si osserva che le forze agenti sul tratto  $BD$  sono simmetriche rispetto alla retta verticale passante per  $C$ . Tale arco di parabola risulterà quindi specularmente simmetrico rispetto a quello relativo alla campata  $BC$ . Si rileva quindi l'inutilità di uno studio analitico delle funzioni (6.4.a, b). È assai più conveniente procedere in termini grafici e sintetici, come si è tentato di suggerire in precedenza.

Il diagramma del taglio è riportato in fig. 6.2.c. Esso è formato da due segmenti rettilinei di uguale inclinazione, poiché il carico distribuito ha valore costante su tutta la trave. La funzione  $T(z)$  si annulla ove il momento  $M(z)$  presenta un punto stazionario, mentre subisce un salto positivo pari alla reazione  $V_C = 3q\ell$ , in corrispondenza



IL TESTO DELL'ESERCIZIO È

