

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2022/2023 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 21.02.2023 – FILA A

1. Trovare, se esistono, le soluzioni del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' + u = \sin(t) + \cos(2t) \\ u'(0) = 1, \quad u(\pi) = 0. \end{cases}$$

2. Stabilire se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin(n) \sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^2 - 5n + 1}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4 - n^3 - n^2 - n - 1}{\sqrt{n^9 + 1} + 4}.$$

3. Calcolare il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + 4z^2 \leq x \leq 1 - y^2 - 4z^2\}.$$

4. Data la 2-forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = x^2 y z dy \wedge dz - 2x y^2 z dz \wedge dx + x y z^2 dx \wedge dy,$$

trovare una 1-forma differenziale $\tilde{\omega}$ tale che $d\tilde{\omega} = \omega$. Calcolare inoltre $\int_{\sigma} \omega$, dove $\sigma : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la superficie definita da

$$\sigma(u, v) = (u, v, u^2 + v^2).$$