

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI

4-5 novembre 2003
(Laurea quinquennale)

Esercizio N. 1

Si consideri il sistema descritto dalla seguente relazione tra l'uscita $y(t)$ e l'ingresso $x(t)$:

$$y(t) = x(t^2)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema

- a) è lineare;
- b) è tempo invariante;
- c) è stabile;
- d) è causale.

Soluzione

a) il sistema è lineare:

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t^2) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(t^2) \end{array} \right\} \Rightarrow ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ax_1(t^2) + bx_2(t^2) = ay_1(t) + by_2(t)$$

b) il sistema non è tempo invariante:

$$x(t) \rightarrow y(t) = x(t^2) \Rightarrow x(t - t_0) \rightarrow y_1(t) = x(t^2 - t_0) \neq y(t - t_0)$$

c) Il sistema è stabile:

$$\text{Se } |x(t)| < M, \text{ allora anche } |y(t)| = |x(t^2)| < M$$

d) Il sistema non è causale:

$$\text{Es.: } x(t) = u(t) \rightarrow y(t) = u(t^2) = 1$$

Esercizio N. 2

Un sistema lineare tempo discreto risponde all'impulso centrato in n_0 con il segnale:

$$h[n, n_0] = u[n] + u[n - n_0]$$

Disegnare con cura la risposta del sistema al segnale di figura 1.

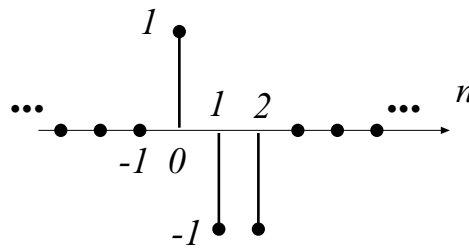


Fig. 1

Soluzione

Il segnale di ingresso è pari a $\delta[n] - \delta[n-1] - \delta[n-2]$. Pertanto la risposta risulta:

$$y[n] = \{u[n] + u[n]\} - \{u[n] + u[n-1]\} - \{u[n] + u[n-2]\} = -u[n-1] - u[n-2]$$

L'andamento è quello riportato in figura I:

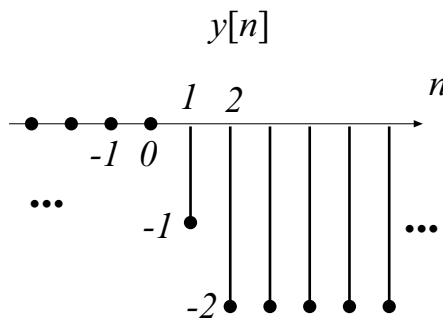


Fig. I

Esercizio N. 3

La risposta impulsiva di un sistema LTI tempo continuo è:

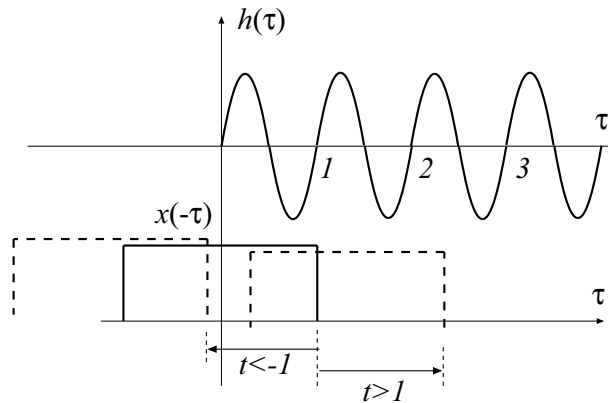
$$h(t) = \sin(2\pi t)u(t)$$

Calcolare la risposta del sistema al segnale $x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$.

Soluzione

Osservando la figura II si deduce che:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ \int_{0}^{t+1} \sin(2\pi\tau) d\tau = -\frac{1}{2\pi} [\cos(2\pi(t+1)) - 1] & -1 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$



Esercizio N. 4

Un segnale modulato in ampiezza ha la seguente espressione analitica:

$$[15 + 10 \sin(\omega_1 t) - 5 \cos(2\omega_1 t)] \cos(\omega_0 t)$$

con $\omega_1 \ll \omega_0$.

Quanto vale l'indice di modulazione?

Soluzione

Scrivendo il segnale in questione nella forma:

$$15 \left[1 + \frac{2}{3} \sin(\omega_1 t) - \frac{1}{3} \cos(2\omega_1 t) \right] \cos(\omega_0 t)$$

si evidenzia il fatto che il segnale $\frac{2}{3} \sin(\omega_1 t) - \frac{1}{3} \cos(2\omega_1 t)$ è un segnale normalizzato.

Pertanto l'indice di modulazione vale 1.

Esercizio N. 5

Un segnale $x(t)$ a banda limitata a 3 kHz viene elaborato con il sistema di figura 2. Qual è la relazione tra $y(t)$ e $x(t)$?

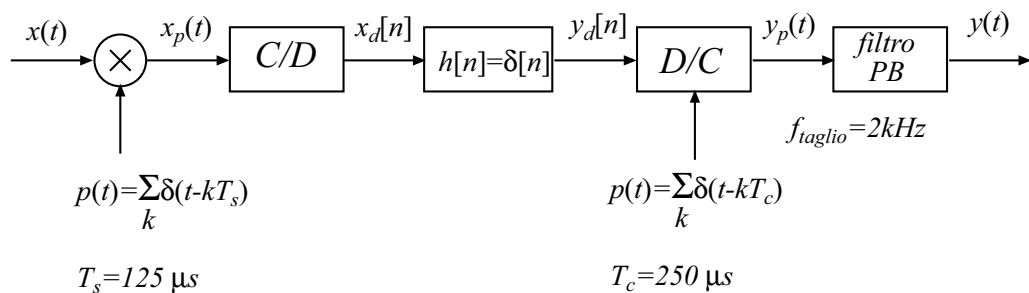


Fig. 2

Soluzione

Il sistema tempo discreto lascia inalterati i campioni della sequenza $x_d[n]$. Pertanto il segnale $y_p(t)$ è costituito da impulsi di area pari ai campioni del segnale $x(t)$ presi ogni $125 \mu s$ e riproposti ogni $250 \mu s$. Dopo filtraggio si otterrà il segnale $x\left(\frac{t}{2}\right)$, scalato in ampiezza secondo il fattore $\frac{1}{T_c}$.