Teoria dei segnali

Prova scritta 9 luglio 2013

1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione $z^4 + \frac{1+j}{1-j} = 0$.

2) Si consideri il sistema descritto dalla relazione:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) \mathrm{d}\tau .$$

Tale sistema è lineare?

Tale sistema è tempo-invariante?

3) Calcolare la trasformata di Fourier dei seguenti segnali (conviene calcolare quella del secondo a partire da quella del primo, usando le proprietà, dato che $x_1(t)= x_0(t)+x_0(-t)$).

$$x_0(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}, \qquad x_1(t) = \begin{cases} e^{-|t|} & -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

4) Sia $H(z) = \frac{z+2}{z-2}$ la trasformata della risposta impulsiva di un sistema tempo discreto. Sapendo che il sistema è stabile, determinare $h[n]$. Il sistema è causale?

5) Si consideri la funzione di densità di probabilità congiunta di due variabili aleatorie:

$$f_{xy} = \begin{cases} x+y & 0 \le x \le 1;\ 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

a) Verificare che si tratti effettivamente di una densità di probabilità.

b) Determinare le marginali, $f_x(x)$, $f_y(y)$. Le variabili sono indipendenti?

6) Si consideri il processo aleatorio tempo discreto descritto dalla $x^{(k)}[n] = A_k \cos\left(\frac{3\pi}{4} n\right)$, dove A_k è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra 0 e 1. Si determini il valor medio d'insieme, verificando quali delle seguenti affermazioni (relative al solo valor medio) è corretta.

(a) Il processo è stazionario,

(b) Il processo è ciclo-stazionario (in questo caso determinare il periodo),

(c) Il processo non è né stazionario né ciclo-stazionario.