meccanica delle vibrazioni

laurea magistrale
ingegneria meccanica

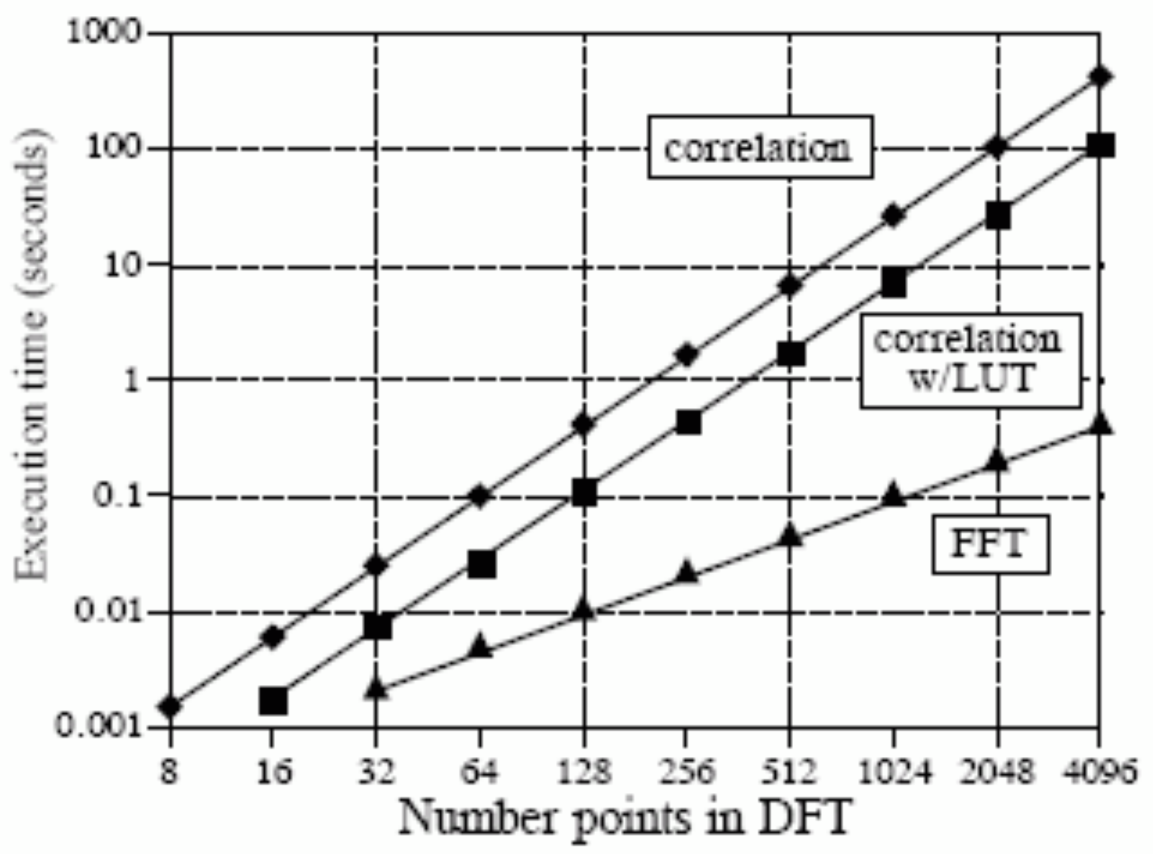
parte 4.3

Strumenti e metodi sperimentali

Luigi BREGANT
bregant@units.it

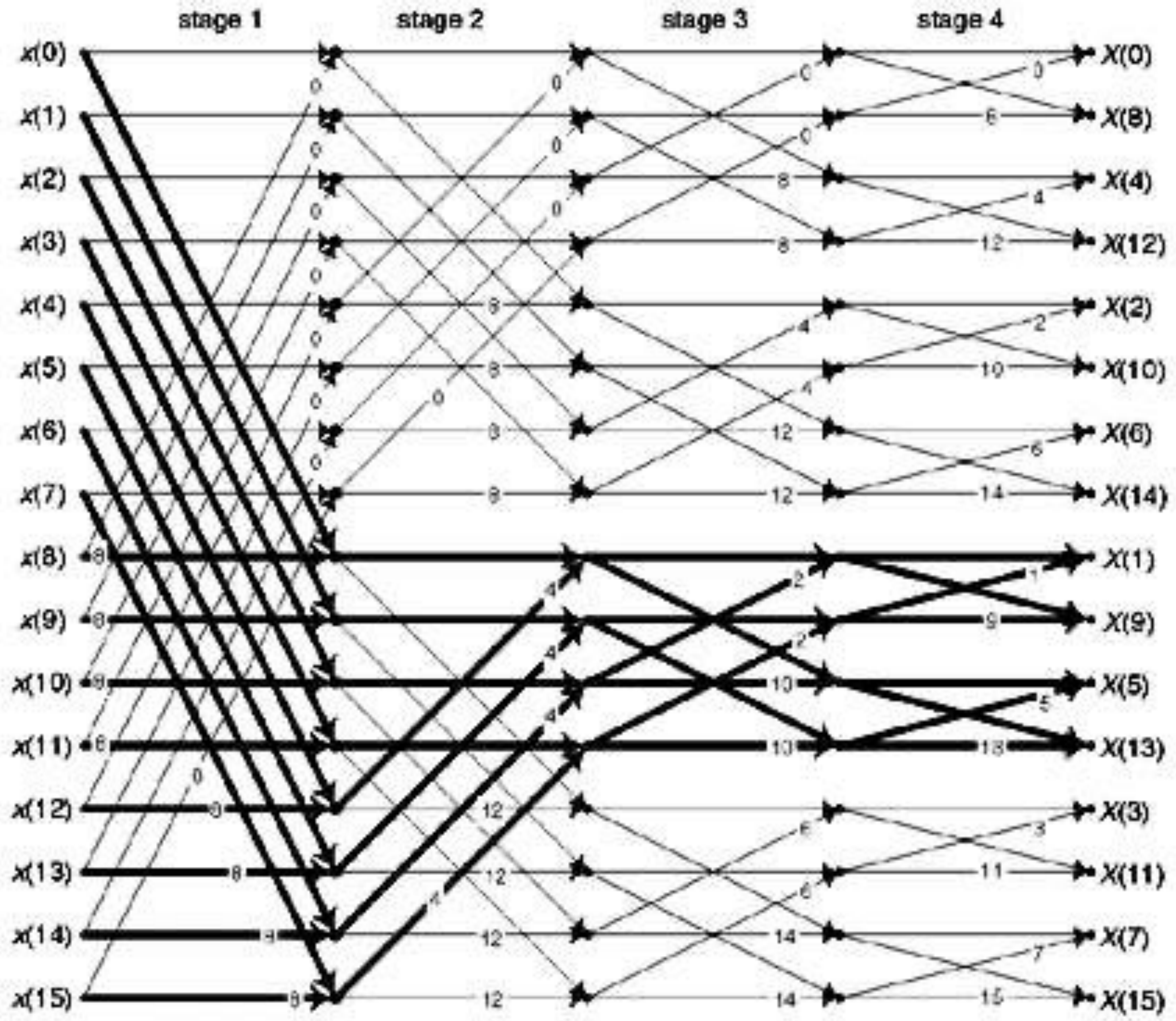
Esistono diversi algoritmi per il calcolo della DFT
il più comune ed economico è quello della FFT (Fast Fourier Transform)
sviluppato da Cooley e Tuckey (1965)
(ma ipotizzata da Gauss circa due secoli prima!)

Carl Friederich Gauss
1777-1865



James William Cooley
1926-2016

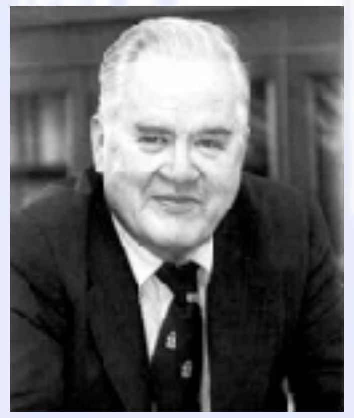
N=16
nel tempo



N/2
Reale

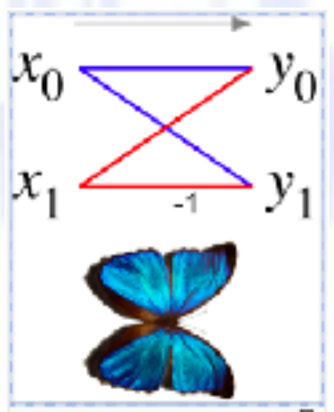
N=16
nella frequenza

N/2
Immaginario



John Tuckey
1915-2000

frequenza



$$y_0 = x_0 + x_1$$
$$y_1 = x_0 - x_1$$

tempo

2 trasf
N=8

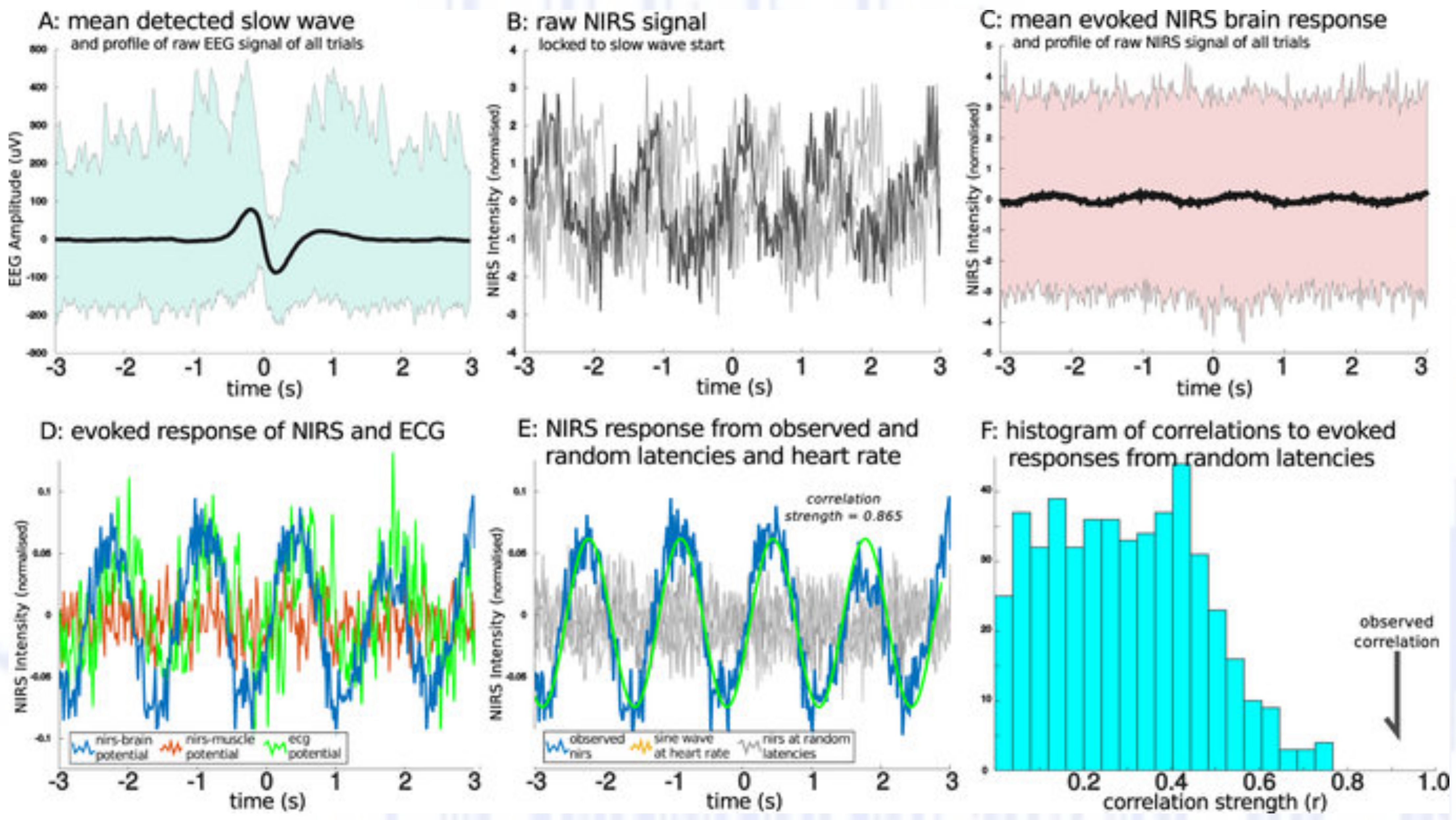
4 trasf
N=4

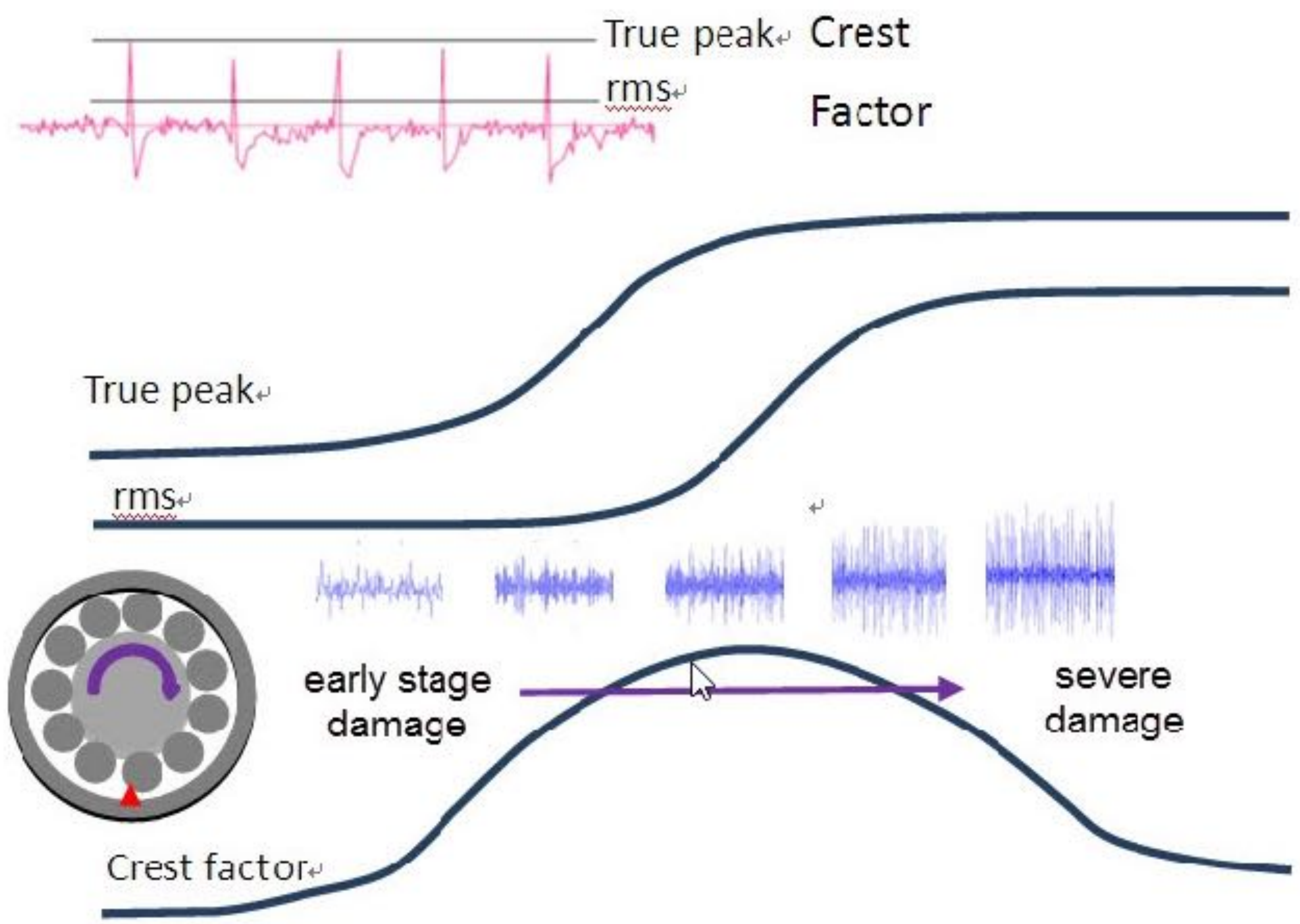
8 trasf
N=2

L’analisi del segnale dipende grandemente dallo studio di “funzioni” derivate dai segnali acquisiti..

Se ne possono costruire un’infinità con informazioni di tipo energetico, statistico, frequenziale..

Nella meccanica delle vibrazioni, il contenuto in frequenza di un segnale è fondamentale perché permette di valutare le condizioni di funzionamento e lo stato di salute di un singolo rogano di macchina (ne parleremo di più nei moduli manutenzione e diagnosi)





Una volta capito il passaggio nel dominio della frequenza
si possono sfruttare i vantaggi derivanti dal concetto stesso di trasformata
e costruire facilmente le funzioni di analisi del segnale (dei sistemi) che ci servono!!

Trasformata.. > passaggio di dominio per effettuare delle operazioni in maniera più facile

es. divisione di numeri reali con tante cifre (48781912/66328=?)

passaggio dai numeri reali ai logaritmi (**trasformata**)
sottrazione dei due logaritmi (più facile fare una sottrazione che una divisione)
passaggio dai logaritmi ai numeri reali (**anti-trasformata**)

Nel caso dell'analisi del segnale tra le proprietà della trasformazioni più sfruttate
ci sono la moltiplicazione / convoluzione e derivata / integrale

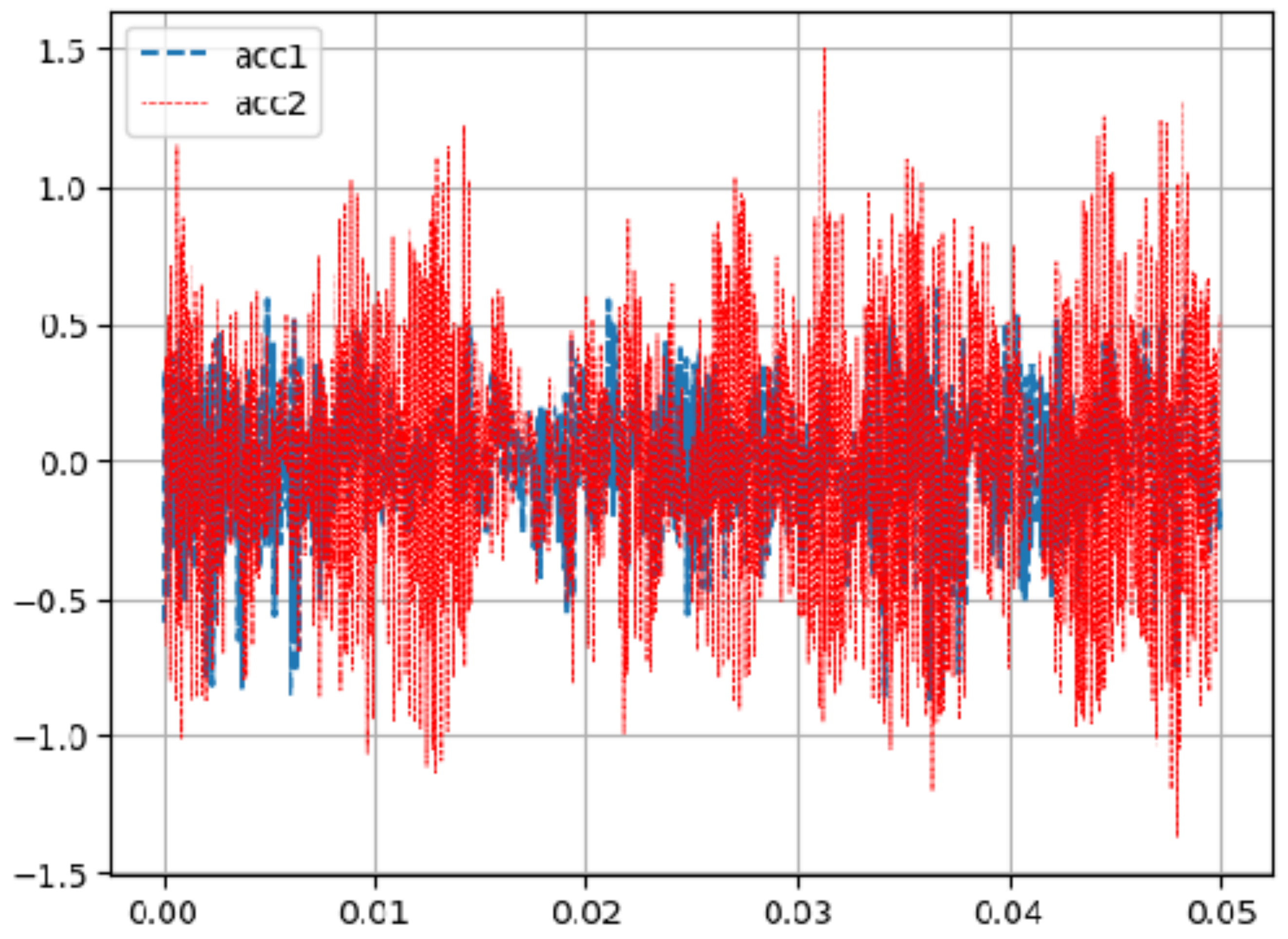
una convoluazione nel tempo <>un prodotto nella frequenza
un prodotto nel tempo <> una convoluzione nella frequenza

una derivata nel tempo <> una moltiplicazione per jω nella frequenza
un integrale nel tempo <> una divisione per jω nella frequenza

Nel dominio del tempo

Supponiamo di avere due tracce temporali:

x(t) e y(t), vogliamo sapere:



se ci sono fenomeni che si ripetono nel segnale..
> Auto Correlazione

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t-\tau)dt$$

se ci sono similarità tra due segnali..
> Cross Correlazione

$$C_x y(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t-\tau)dt$$

come sono legati eccitazione e risposta del sistema
>Funzione di Risposta all'impulso h(t)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)dt$$

NB tutte funzioni integrali

Nel dominio della frequenza..

Supponiamo di avere le trasformate delle tracce temporali:
X(f) e Y(t), vogliamo sapere:

se ci sono fenomeni che si ripetono nel segnale..
> Auto Spettro (funzione reale)

$$S_{xx}(f) = X(f)X(f)^*$$

se ci sono similarità tra due segnali..
> Cross Spettro (funzione complessa)

$$S_{xy}(f) = X(f)Y(f)^* \qquad S_{yx}(f) = Y(f)X(f)^*$$

come sono legati eccitazione e risposta del sistema
>Funzione di Risposta in frequenza (funzione complessa)

$$H_{xy}(f) = \frac{X(f)}{Y(f)}$$

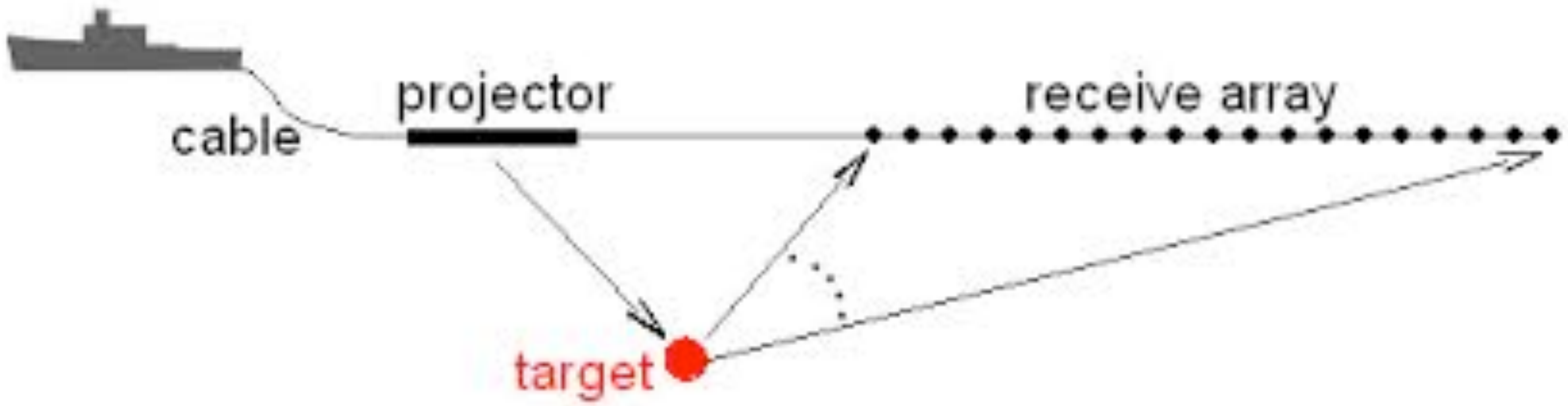
>Coerenza (funzione reale)

$$C_{xy}(f) = \frac{\left|S_{xy}(f)\right|^2}{Sxx(f)Syy(f)}$$

NB tutte funzioni algebriche

es. funzionamento di un sonar (attivo)

lo stesso segnale, arriva ai diversi sensori
con un lieve ritardo.. dall'analisi dei ritardi si identifica
la posizione del target



es. ascolto biaurale

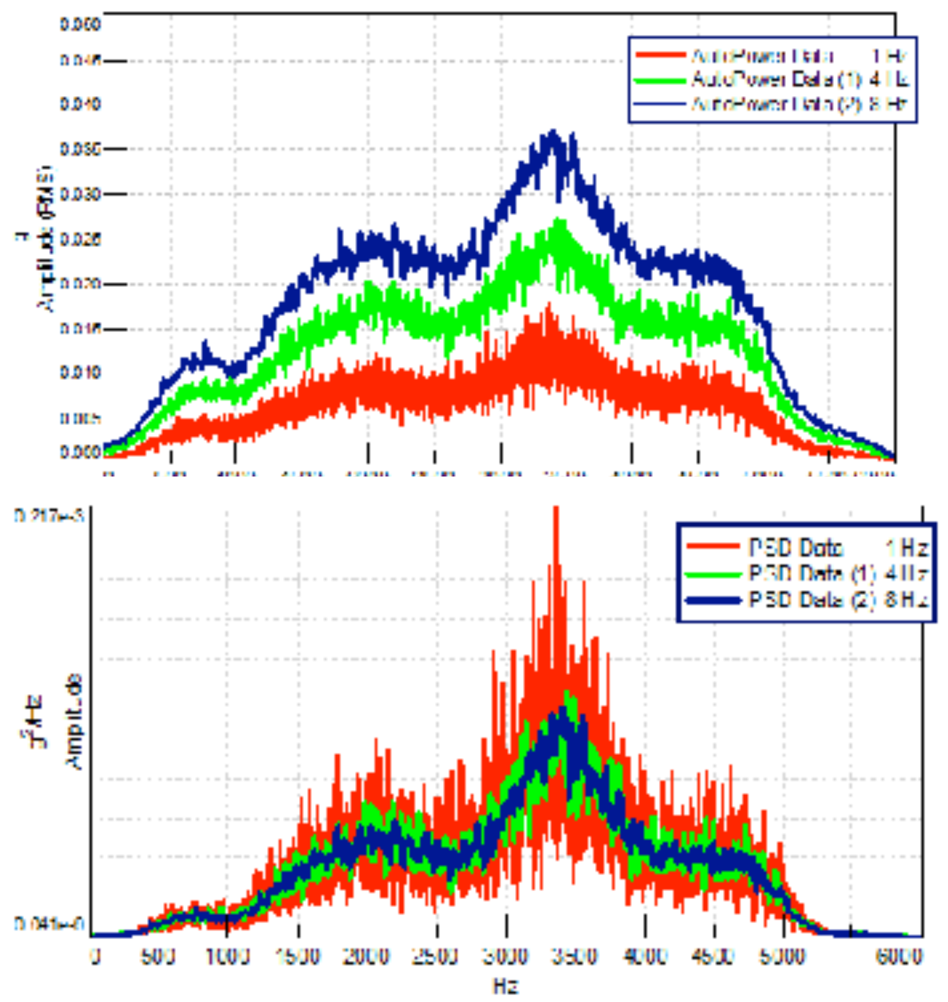
lo stesso segnale, arriva alle orecchie
con un lieve ritardo.. dall'analisi dei ritardi si
identifica la posizione della sorgente di rumore

Luigi BREGANT
bregant@units.it

es. Scalaggio dello spettro

$$S_{xx}(f) = X(f)X(f)^*$$

Lo spettro di un segnale è una funzione quadratica
quindi ogni sua componente in frequenza è proporzionale alla potenza
del segnale a quella frequenza !
Si parla allora di **Power Spectrum** se è scalato in $(EU)^2$



Quando il segnale è a banda larga e si vuole in qualche modo normalizzare
la potenza in funzione di della risoluzione spettrale utilizzata per digitalizzare il segnale,
si scala lo spettro in $(EU)^2/Hz$ e si parla di **Power Spectral Density** (PSD)

Quando il segnale è a banda larga ma è un transitorio (inizia e finisce a zero)
e si vuole in qualche modo normalizzare la potenza in funzione di della risoluzione spettrale
ed in base alla durata dell'acquisizione,
si scala lo spettro in $(EU)^2s/Hz$ e si parla di **Power Spectral Energy** (ESD)

Il legame tra eccitazione applicata al sistema e risposta dello stesso
è fondamentale per la caratterizzazione (dinamica) del sistema stesso!

Supponiamo di voler conoscere il legame tra l'eccitazione del fondo stradale
e la risposta del sedile del guidatore..
le caratteristiche di quello che c'è in mezzo (pneumatici, sospensioni, telaio, sedile, …)
governeranno la trasmissione (amplificazione, riduzione) dell'energia vibrazione

ingressi
eccitazioni
$x(t)$
$X(f)$

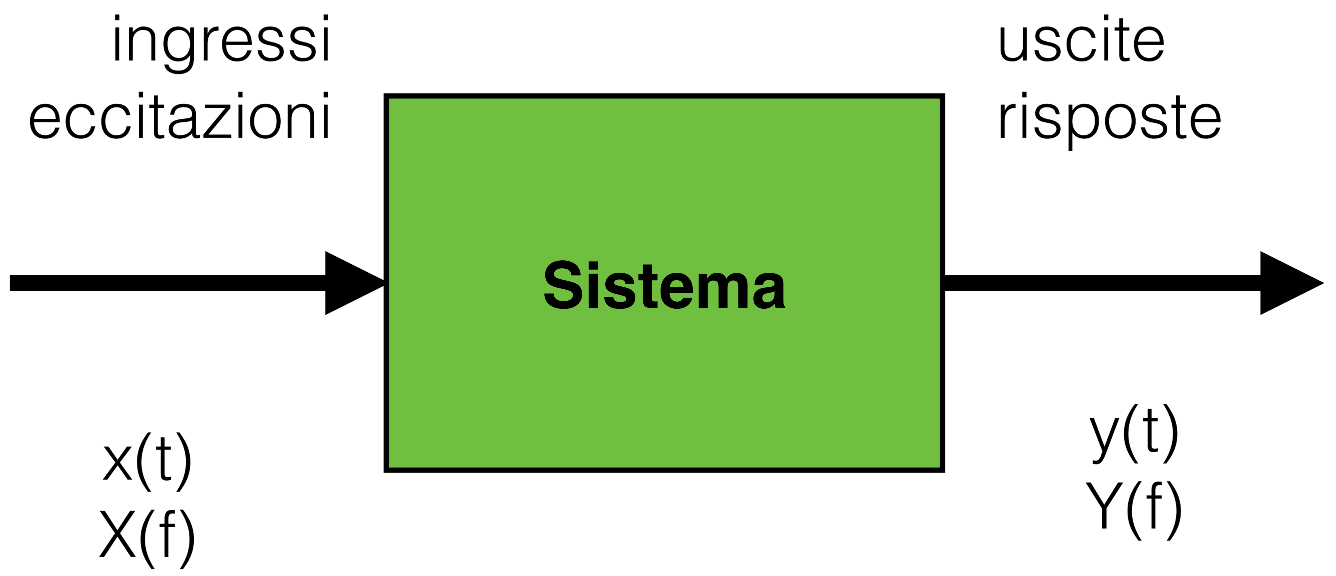
uscite
risposte
$y(t)$
$Y(f)$

es. pavé

es. rumorosità interno abitacolo,
vibrazioni volante

..conoscere tale legame ci permette di ottimizzarlo!

Bisognerà allora valutare le grandezze di interesse (nel dominio del tempo e/o della frequenza) valutando la funzione di trasferimento al variare degli errori si misura presenti.



Nel caso di un sistema LTI sappiamo che valgono le seguenti relazioni:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(t)dt$$

ove la risposta del sistema è la convoluzione tra eccitazione e risposta all'impulso..$(\in R)$

$$Y(f) = H_{xy}(f)X(f)$$

..o il prodotto tra funzione di risposta in frequenza e eccitazione del sistema ..$(\in C)$

E' possibile moltiplicare questa ultima relazione o per il complesso coniugato dell'eccitazione $X(f)^*$ o per il complesso coniugato della risposta $Y(f)^*$ ottenendo due relazioni..

$$Y(f) = H_{xy}(f)X(f)$$

coniugato eccitazione

coniugato risposta

$$X(f)^*Y(f) = H_{xy}(f)X(f)^*X(f)$$

$$Y(f)^*Y(f) = H_{xy}(f)Y(f)^*X(f)$$

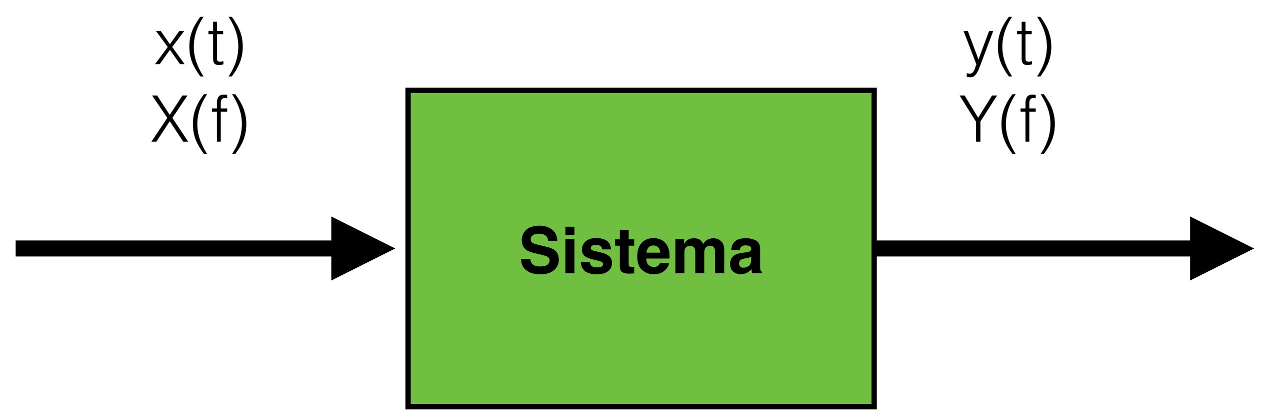
$$H_{xy}(f) = \frac{X(f)^*X(f)}{X(f)^*Y(f)} = \frac{S_{xx}}{S_{xy}} = H_1(f)$$

$$H_{xy}(f) = \frac{Y(f)^*X(f)}{Y(f)^*X(f)} = \frac{S_{yy}}{S_{yx}} = H_2(f)$$

..due stima della funzione di risposta in frequenza $H_{xy}(f)$ ottenute partendo dagli stessi dati!

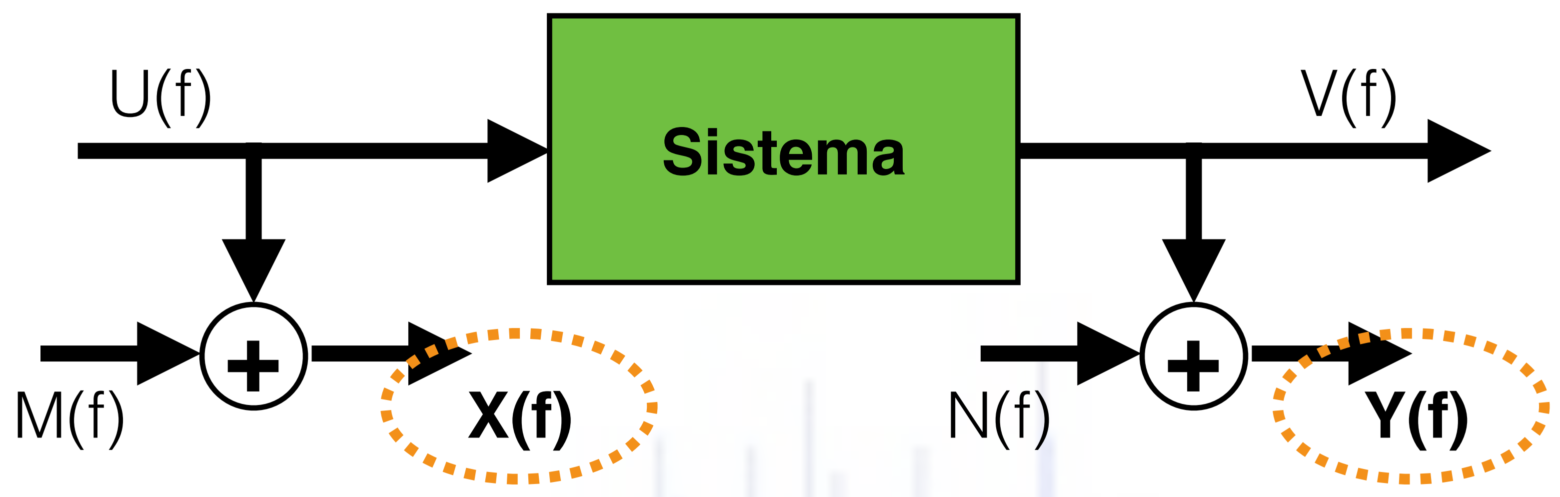
Sono uguali? differenti? quando si usa una quando l'altra?..

Nel caso ideale, senza errori di misura $H_1(f)$ e $H_2(f)$ sono identiche
nel caso generali in cui ci sia rumore sia nelle misure
in ingresso che nelle misure in uscita le cose cambiano un po'.



NB misuriamo X(f) ma non è questo quello che realmente eccita il sistema,
misuriamo Y(f) ma non è realmente la risposta del sistema !

NB2 i rumori di misura M(f) e N(f) ipotizziamo che siano
indipendenti e scorrelati tra loro e con i segnali di eccitazione e risposta



$$S_{MN}(f) = S_{MU}(f) = S_{MY}(f) = S_{NY}(f) = S_{NX}(f) = 0$$

Vale la seguente relazione:

$$Y(f) = V(f) + N(f) = H(f)(X(f) - M(f)) + N(f)$$

che moltiplichiamo per i complessi coniugati di eccitazione e risposta per ottenere le due stime di H

$$Y(f) = V(f) + N(f) = H(f)(X(f) - M(f)) + N(f)$$

saltando i passaggi che vi invito a fare autonomamente

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)} = H(f)\frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

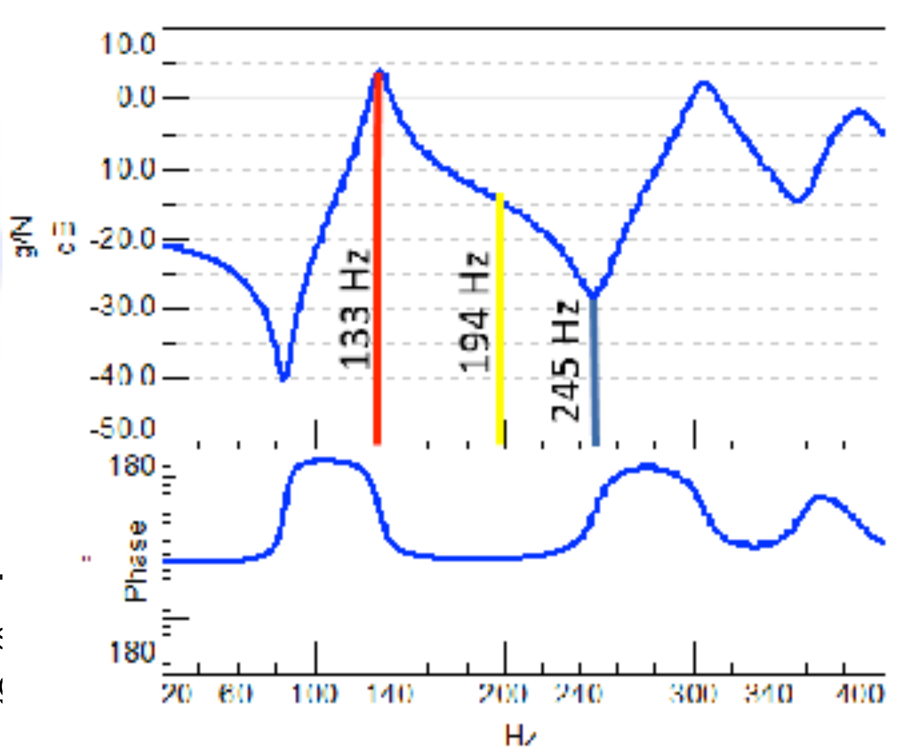
$$H_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} = H(f)(1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})$$

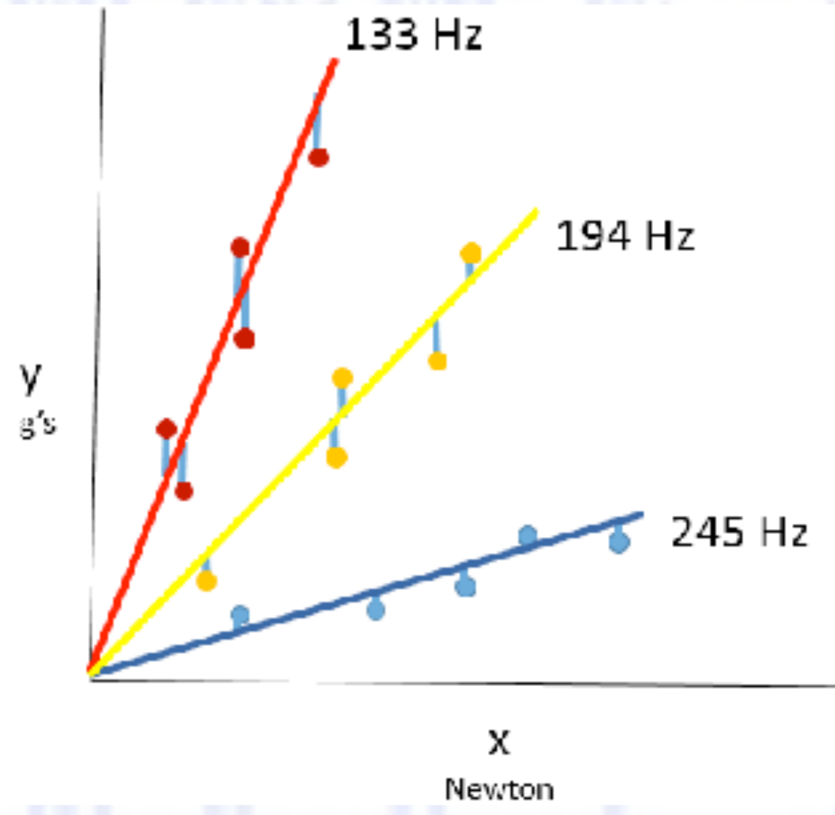
.... <1

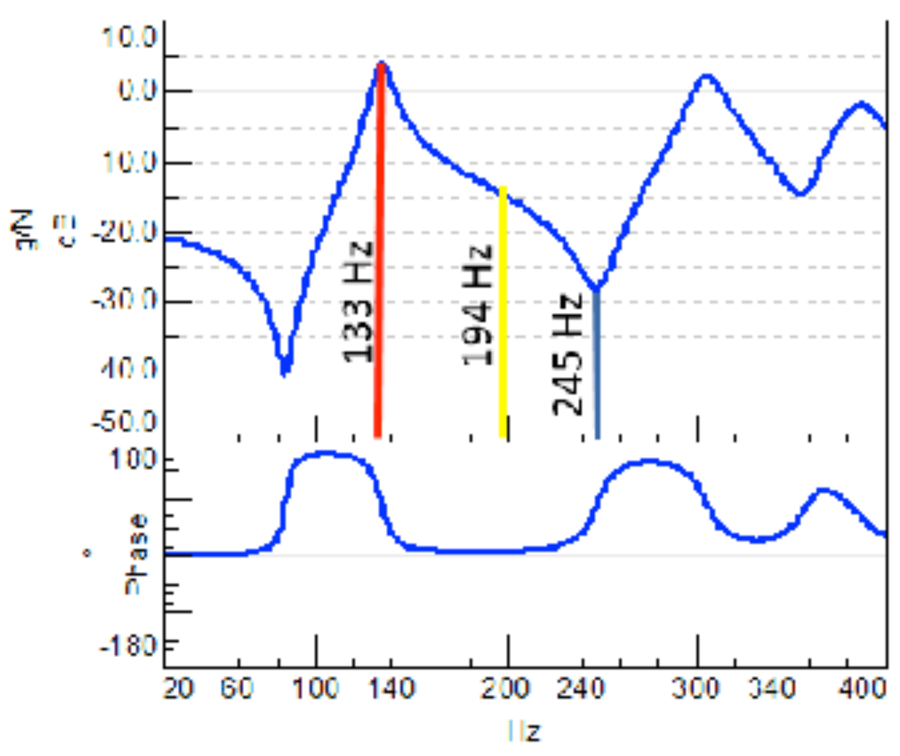
.... >1

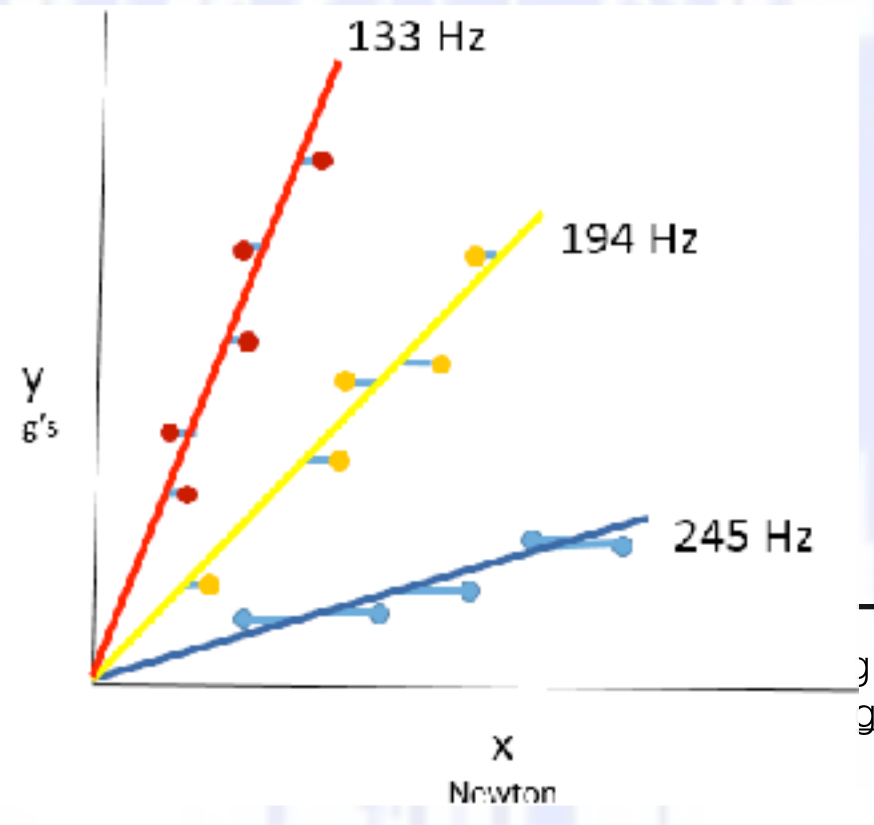
la stima $H_1(f)$ sottostimerà il valore corretto della funzione di trasferimento

la stima $H_2(f)$ sovrastimerà il valore corretto della funzione di trasferimento







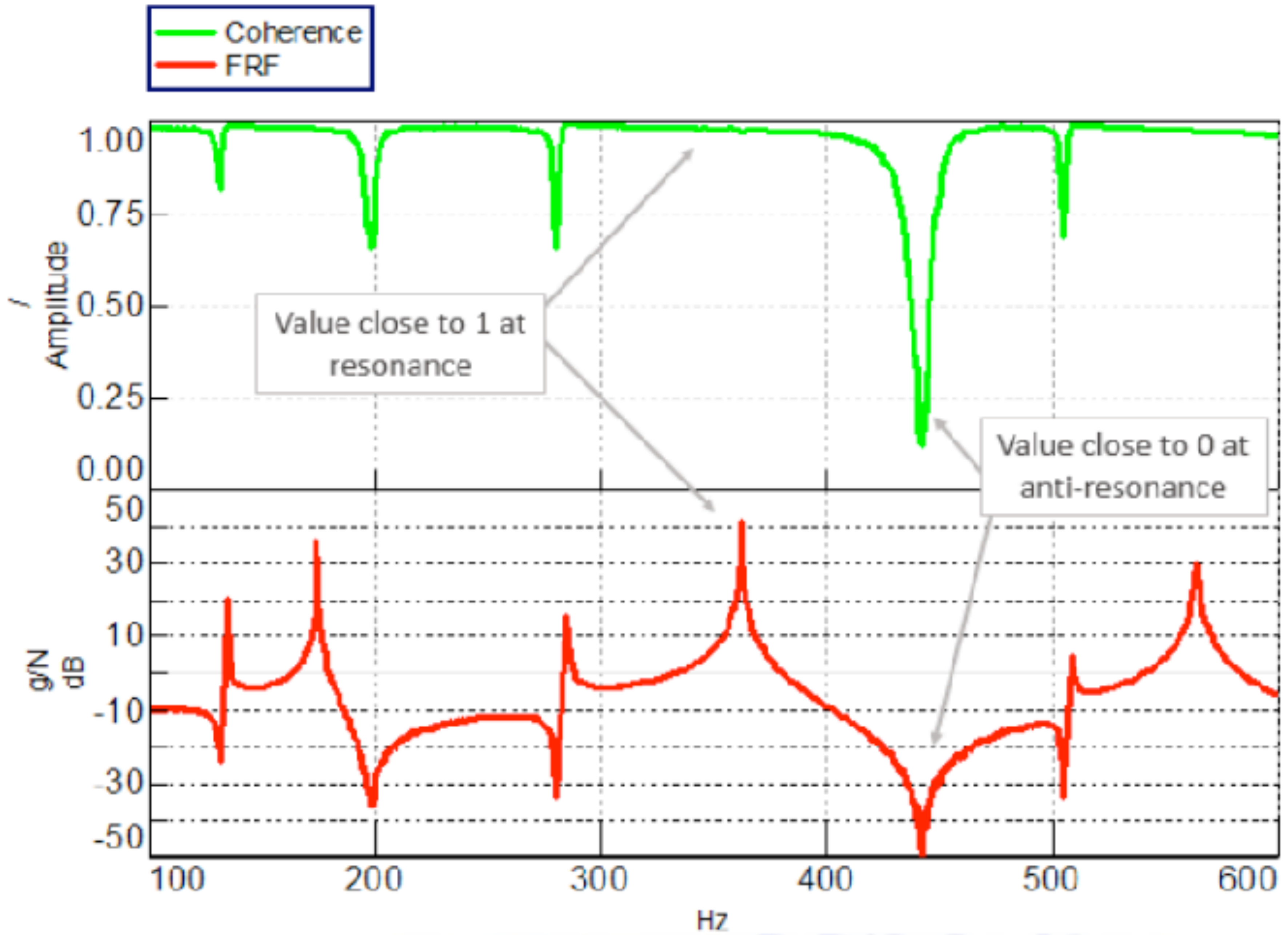


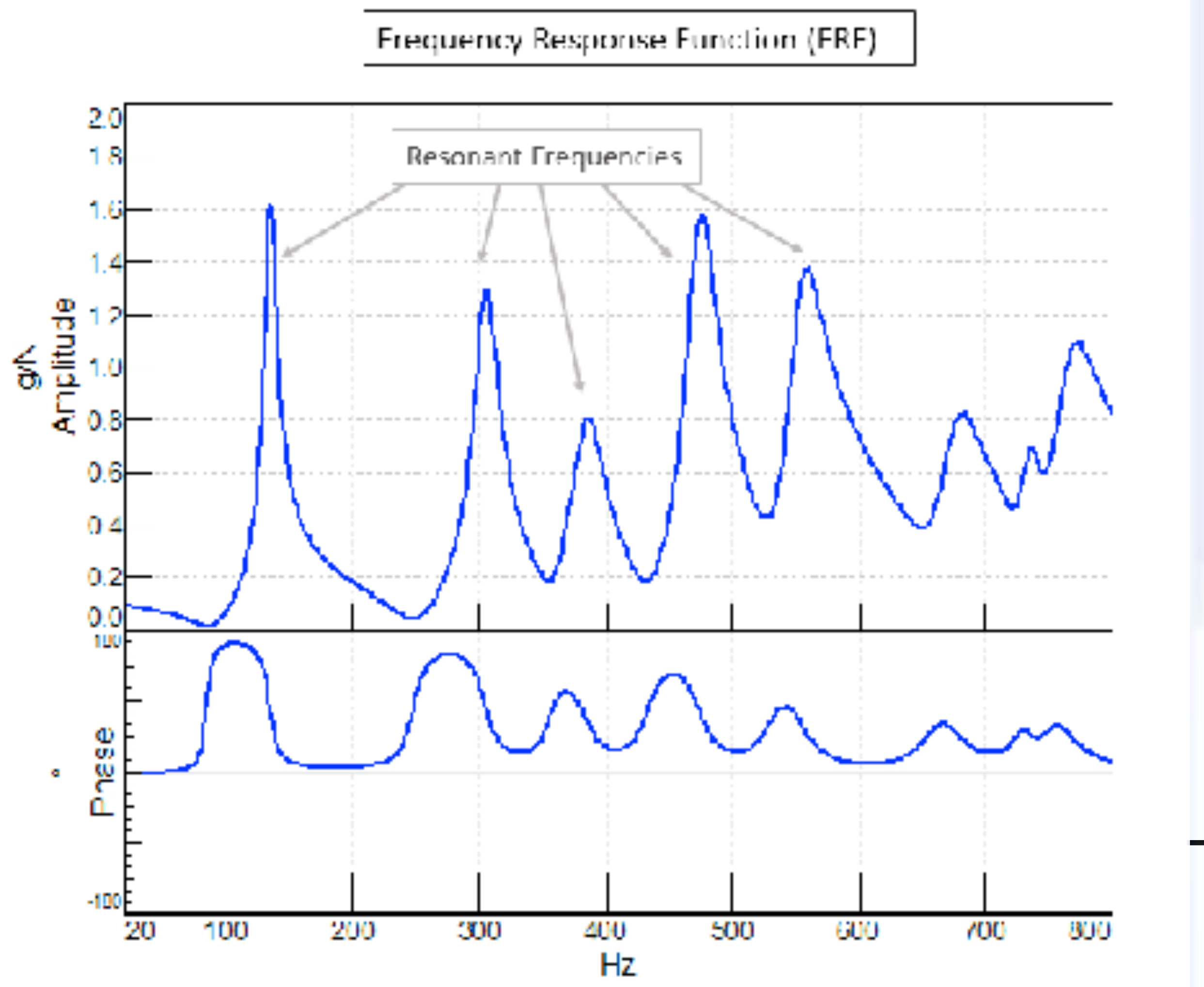
Il valore corretto del modulo sarà tra le due..

$$\left|H_1(f)\right| \leq \left|H(f)\right| \leq \left|H_2(f)\right|$$

La coerenza stimata tra le due funzioni (eccitazione / risposta) sarà sempre minore di 1

$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + (\frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)})(\frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})}$$

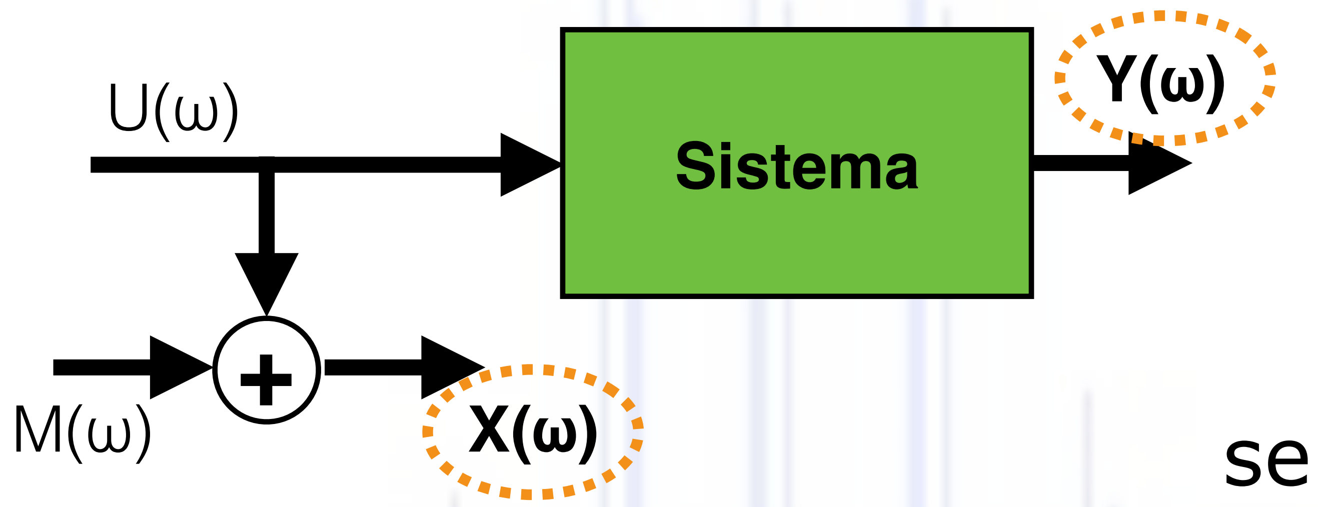




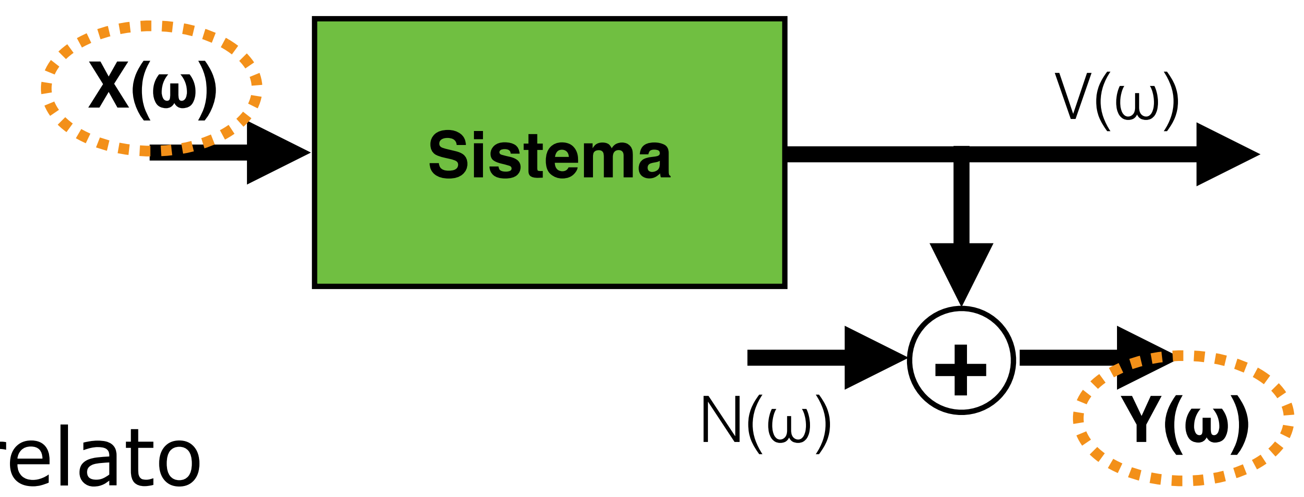
Ricordiamo che la FRF è una funzione complessa
ci sarà sempre Ampiezza e Fase (parte reale e parte immaginaria)
(come nei sistemi SDOF la fase cambia in prossimità delle risonanze)
(la fase dipende grandemente dallo smorzamento)

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'ingresso:



Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'uscita



sempre nell'ipotesi di rumore scorrelato

$$S_{MU}(f) = S_{MY}(f) = 0$$

$$S_{NV}(f) = S_{NX}(f) = 0$$

$$Y(f) = H(f)X(f) = H(f)(U(f) + M(F))$$

$$Y(f) = V(f) + N(F) = H(f)X(f) + N(F)$$

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)} = H(f)\frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

sottostima

$$H_2(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)}$$

come il caso ideale

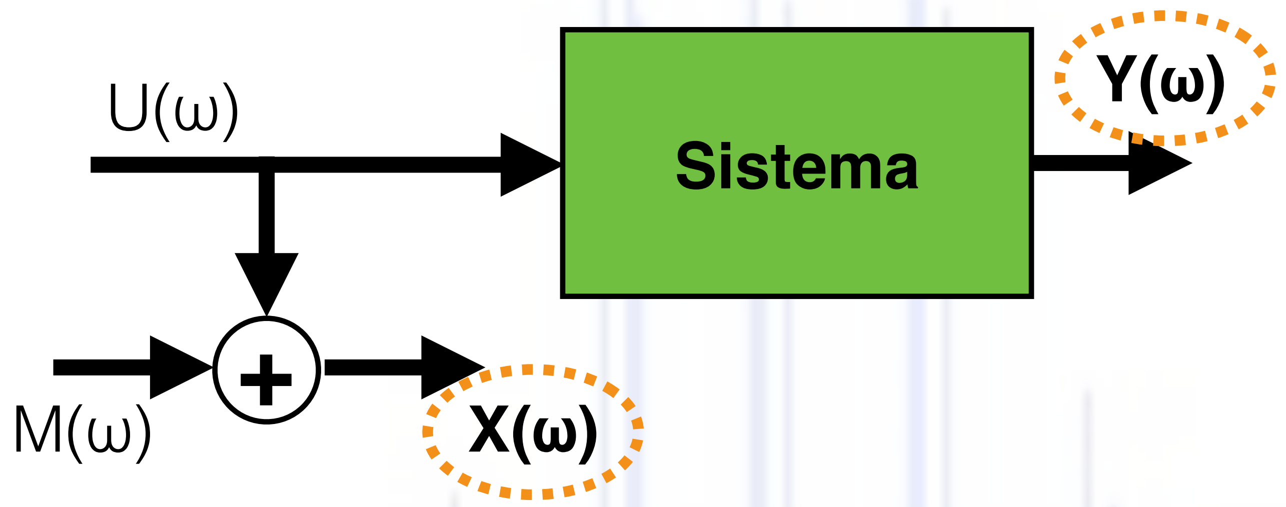
$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xy}(f)}$$

come il caso ideale

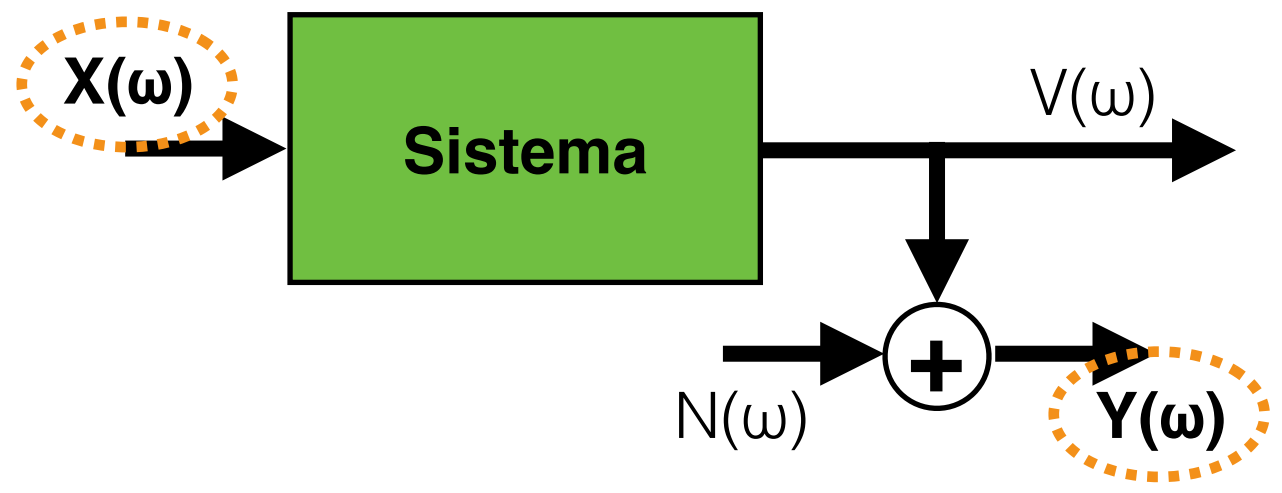
$$H_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} = H(f)(1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)})$$

sovrastima

Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'ingresso:



Nel caso in cui il rumore si concentri solo all'uscita



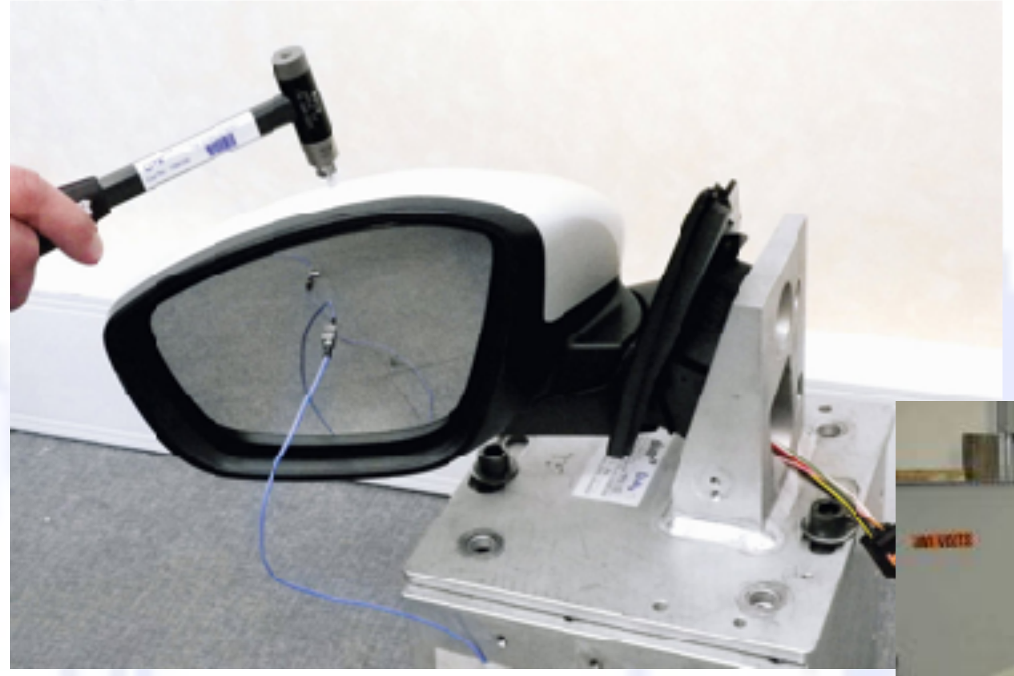
la coerenza sarà sempre minore di 1!

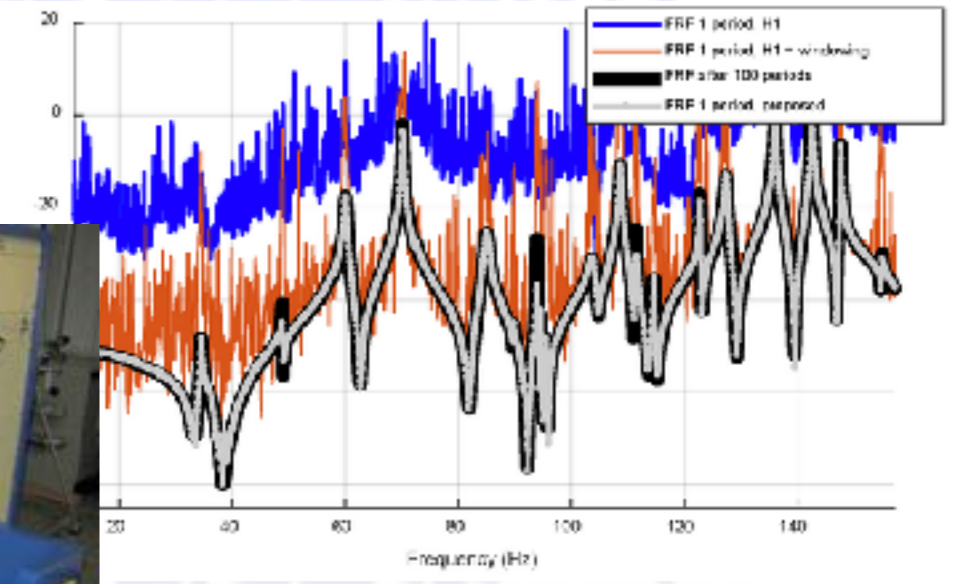
$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + \frac{S_{MM}(f)}{S_{UU}(f)}}$$

$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{1}{1 + \frac{S_{NN}(f)}{S_{VV}(f)}}$$

Bisogna cercare sempre di utilizzare la stima più corretta!

Ingegneristicamente parlando meglio sovra- o sotto- stimare la funzione di risposta?





Eccitazione di una struttura per la misura della funzione di risposta in frequenza

Possiamo distinguere:

eccitazioni transitorie

eccitazione stazionarie

eccitazioni operative

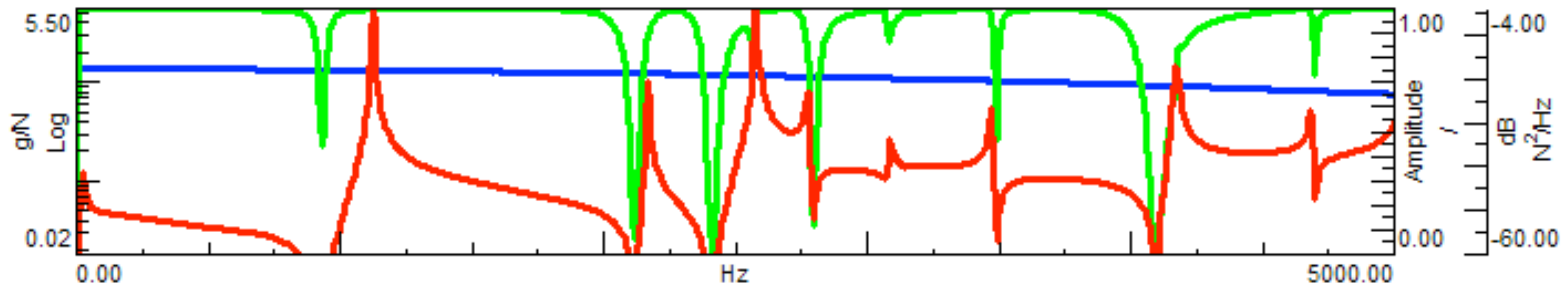
Iniziano e finiscono a zero, sono poco controllabili
martelli strumentati,
cavi con bulloni esplosivi, microrazzi,

Sono continue nel tempo e controllate in ampiezza e distribuzione di frequenza
shaker (elettrdinamici, piezo, pneumatici..)
vibrodine

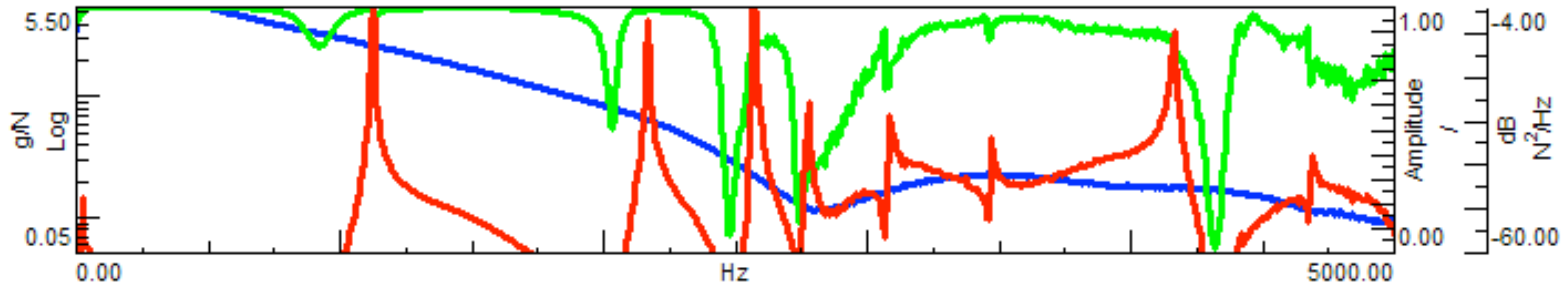
dipendono dal funzionamento del macchinario (cicli di produzione)
e dalle condizioni ambientali
(vento, onde..)

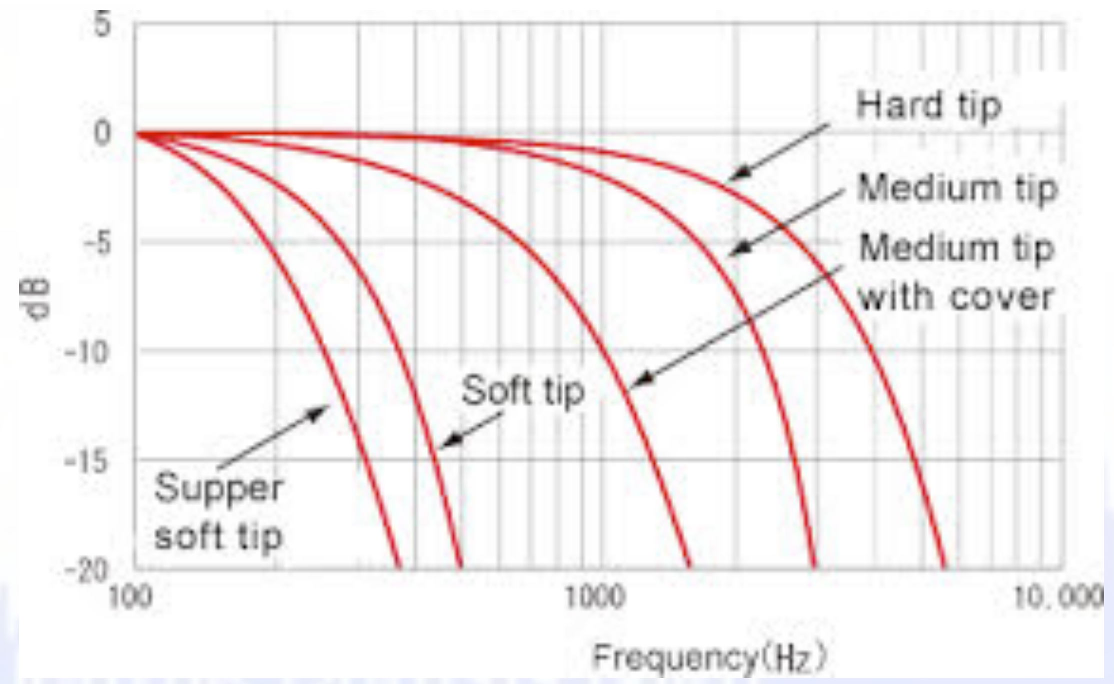
Eccitazioni transitorie

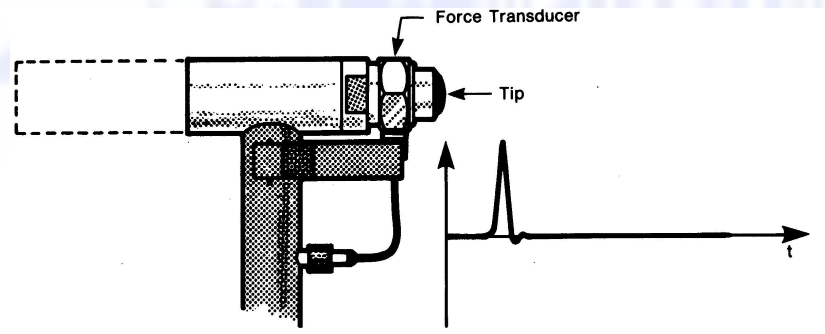
Martelli strumentati..si da una martellata, si misura la forza con una cella di carico, struttura vibra…
Visto che l'eccitazione approssima un impulso (t)
nel dominio della frequenza avremmo uno spettro piatto



in realtà.. lo spettro non è mai piatto (dipende dalla massa, dalla durezza della punta..)
e l'eccitazione non p costante in frequenza!







$$F_{real} = F_{meas} \frac{M + m_{tip}}{M}$$

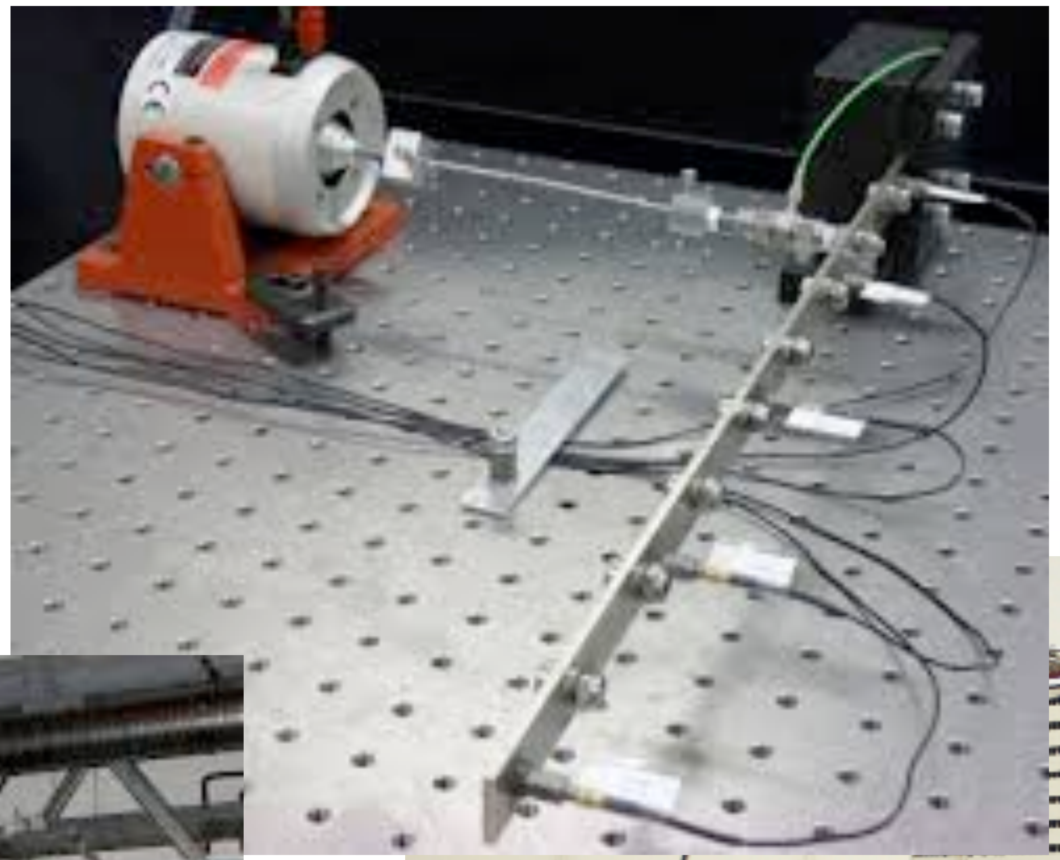
Alto fattore di cresta
>non va bene per misurare strutture non lineari

Segnale transitorio
>no leakage!

Eccitazioni stazionarie

Gli shaker sono dispositivi in grado di generare forze
delle quali si può controllare l’intensità ed il contenuto in frequenza.

Possono essere comandati dai sistemai di acquisizione
dati (closed loops control) per prove di strutture per le quali
l’energia immessa con una martellata non è in grado
di far vibrare tutta la struttura..
per prove di durata (environmental testing)
per lo studio di fenomeni specifici (es. non linearità, zoom analisi)
..



Lo shaker viene connesso alla struttura
tramite stinger / cella di carico
> si modifica la dinamica dell’oggetto!!

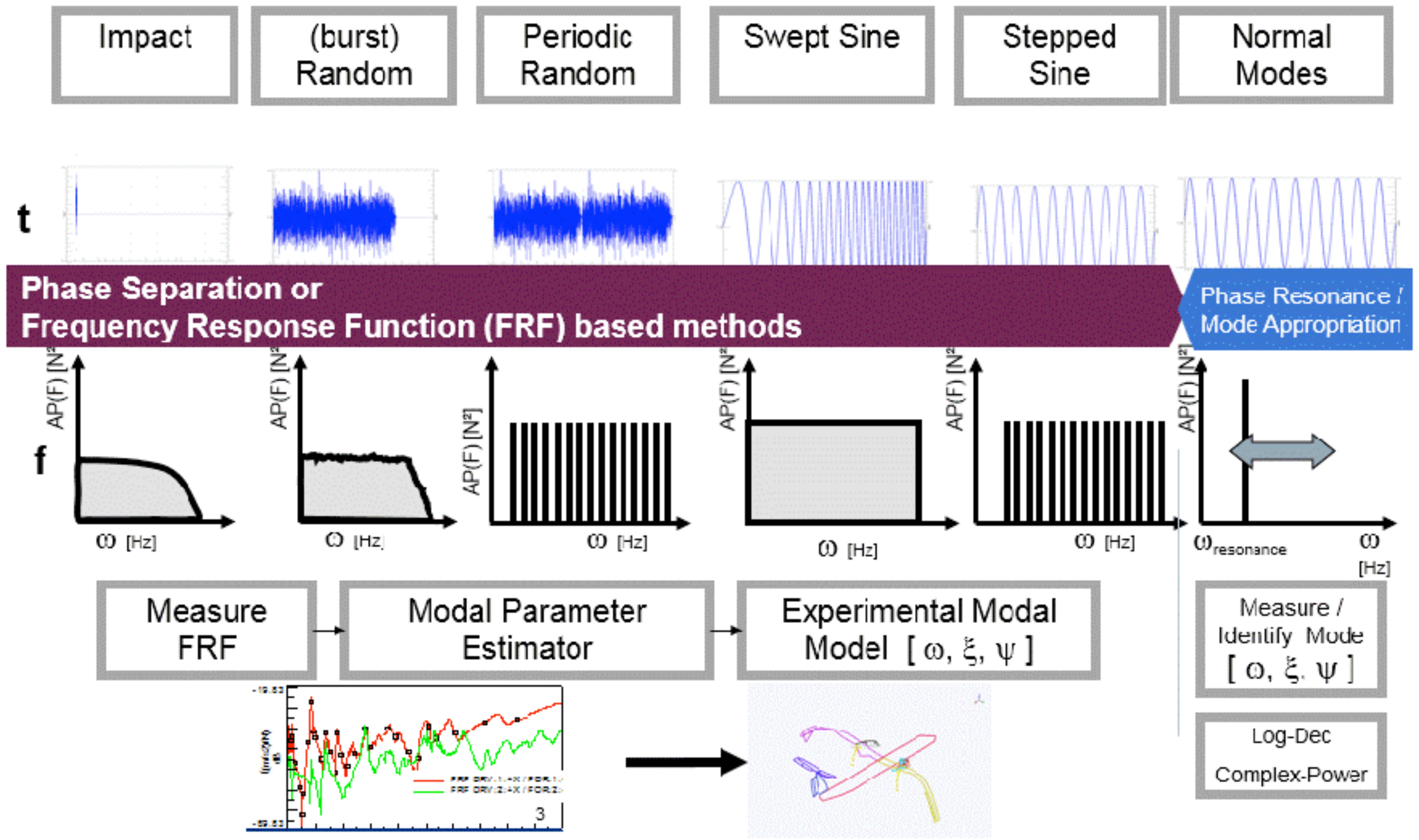
Eccitazioni stazionarie

Per controllare il contenuto in frequenza della forzante si utilizzano diverse tipologie di segnali

random, pseudo-random, periodic random, sinusoidali fissi, sinusoidali variabili,…
ciascuno con proprietà e capacità differenti

es:periodic random
è un segnale ottenuto ripetendo
periodicamente un segmento random

segnale periodico > spettro discreto
segnale periodico > no leakage
..

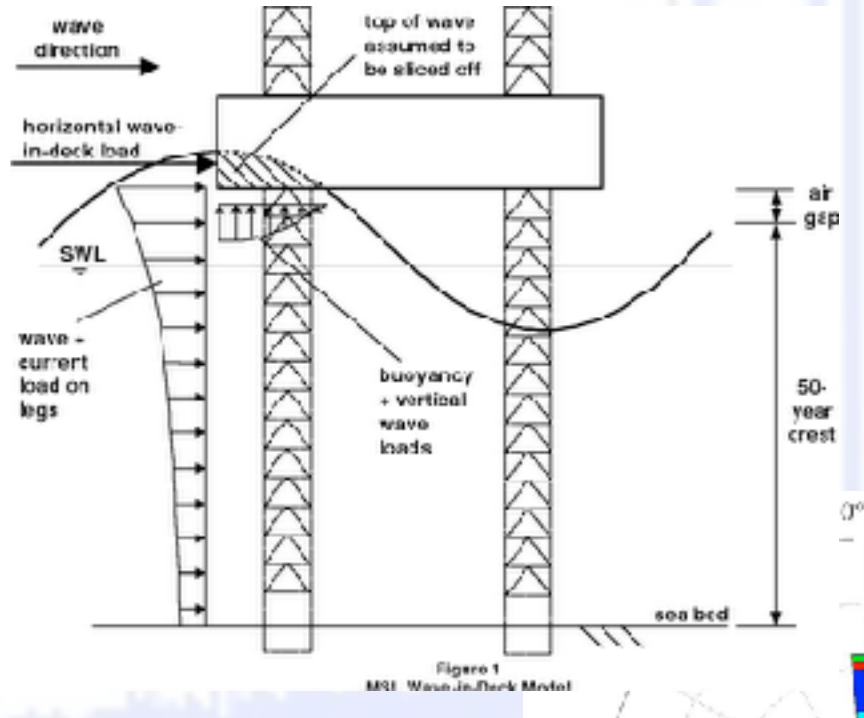


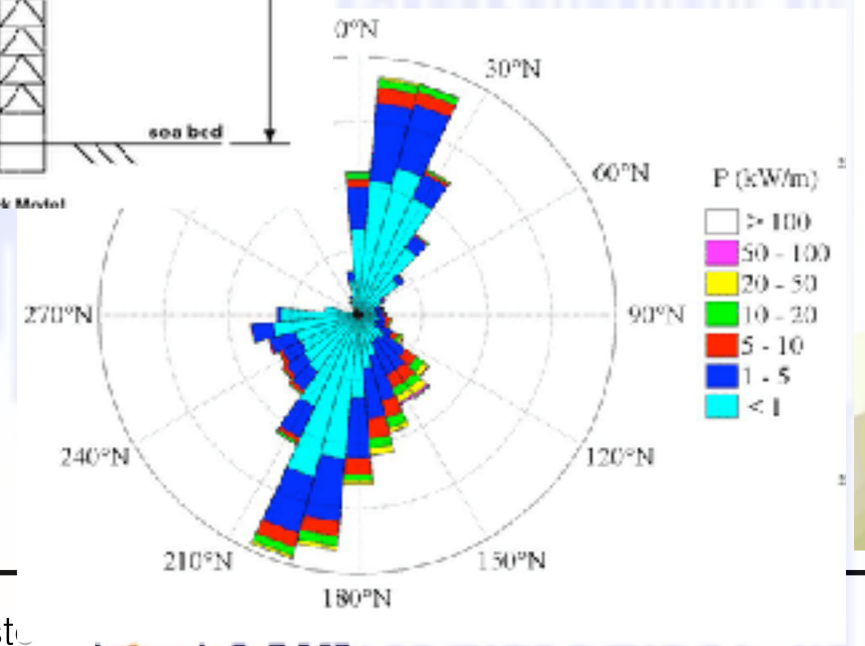
https://community.sw.siemens.com/s/article/ground-vibration-testing-and-flutter-analysis

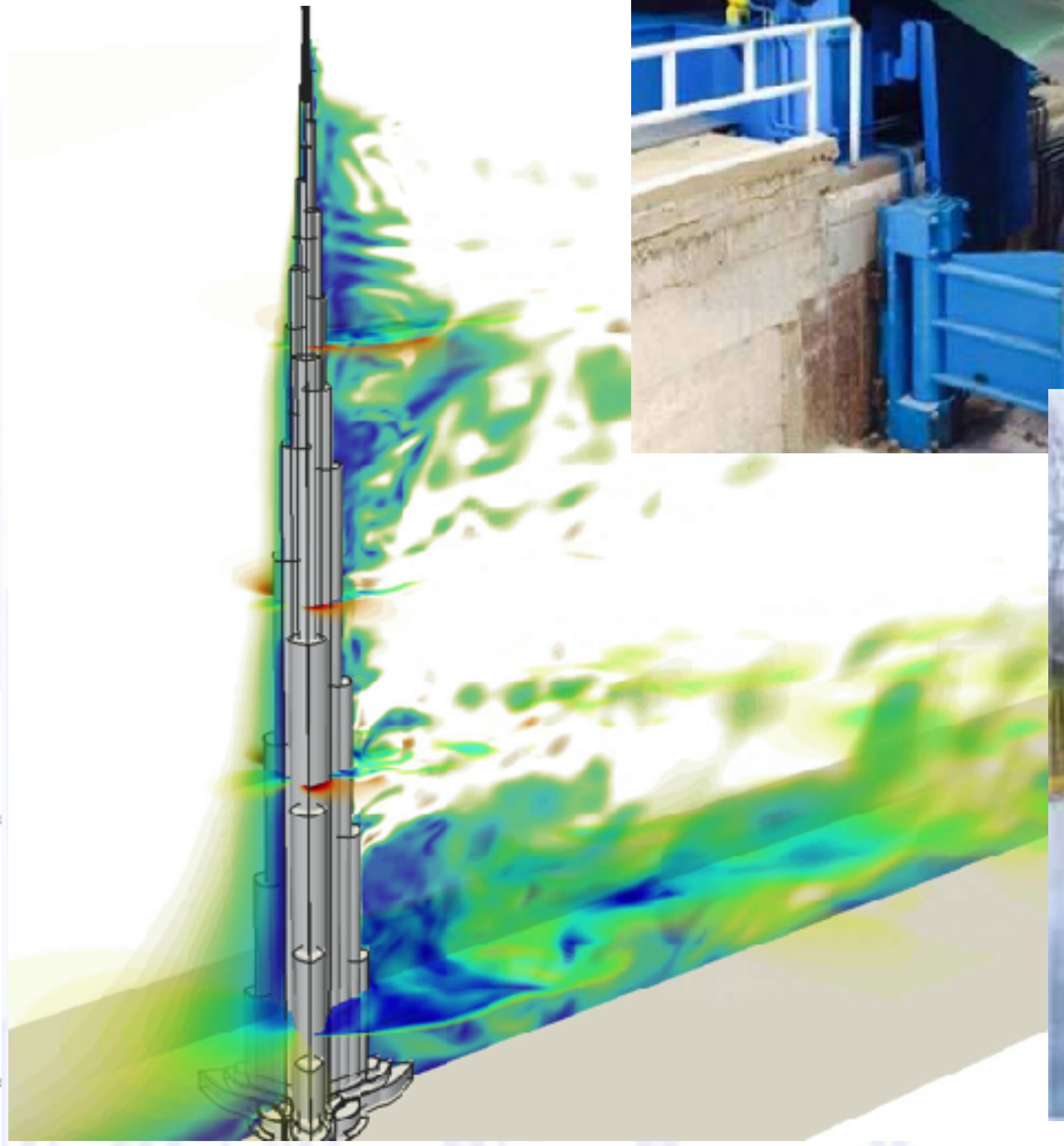
Eccitazioni operative

Sono tutti i carichi ai quali una struttura è sottoposta durante i normale funzionamento!
non tutte le forzanti possono essere misurate.. si utilizza un sensore di risposta come riferimento per il calcolo delle funzioni di risposta in frequenza (OMA Operative Modal Analysis)

I carichi sono spesso espressi in forma statistica..







Misure su macchinario rotante

Il macchinario rotante (vedi anche moduli rotodinamica) funziona solitamente in due modalità
regime stazionario (velocità di rotazione costante)
regime transitorio (velocità di rotazione variabile)

pompaggio
acquedotto

generazione
corrente

motore
CombustioneInterna

laminazione
a caldo

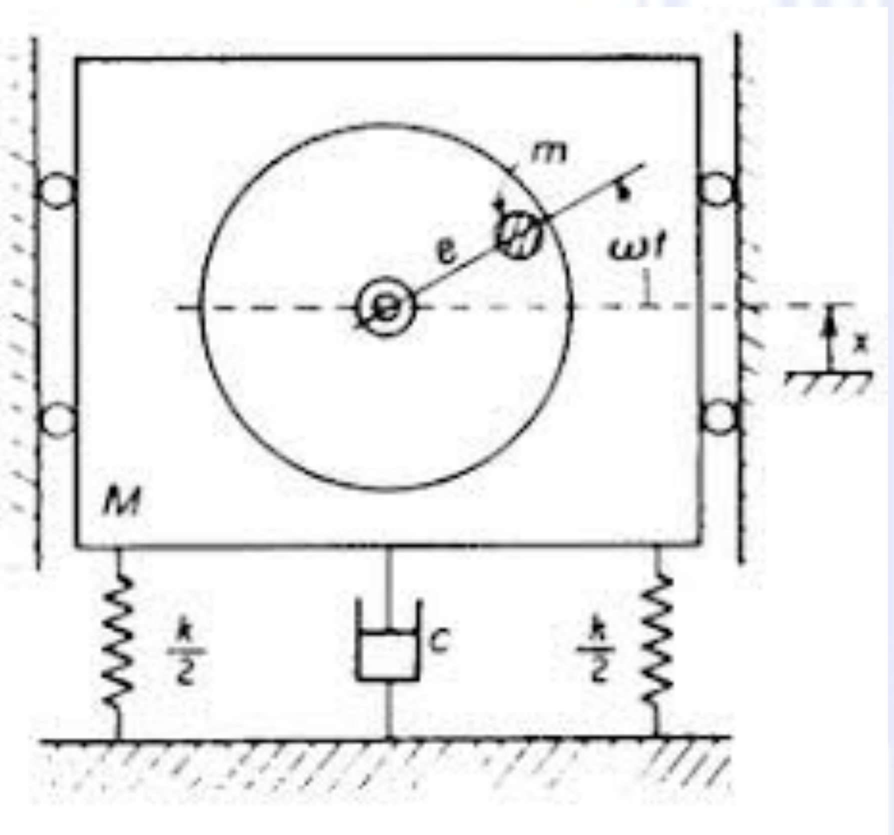
In entrambi i casi sarà possibile valutare gli scalari caratteristici (es. ValoreRMS) come giù visto.

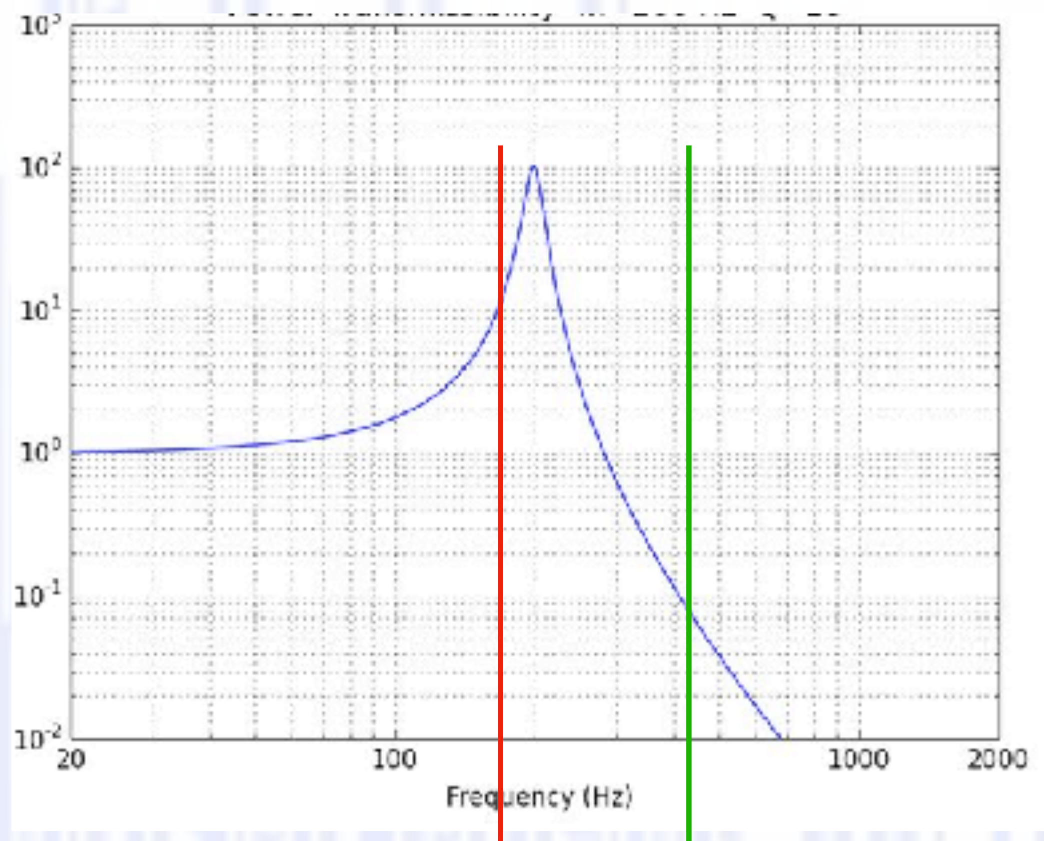
Nel secondo caso sarà fondamentale fare riferimento alla velocità alla quale si misura la vibrazione oppure utilizzare tecniche di analisi dedicate come l’analisi agli ordini!

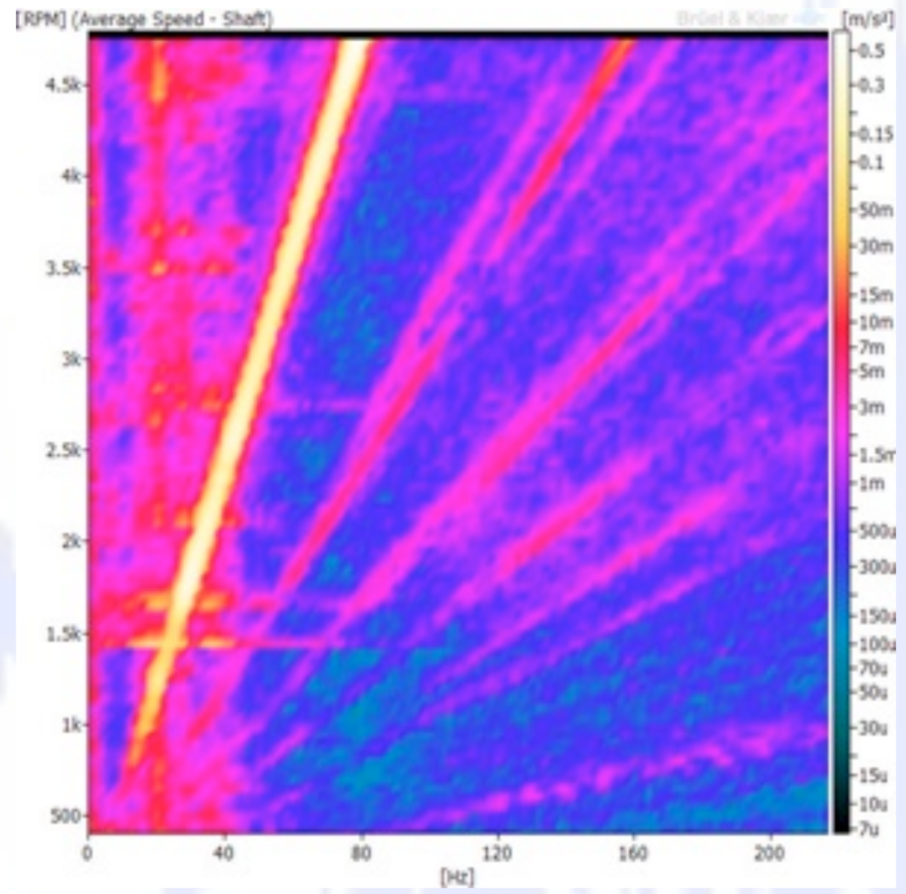
ad es.
le forze squilibranti dipendono dal quadrato della velocità di rotazione

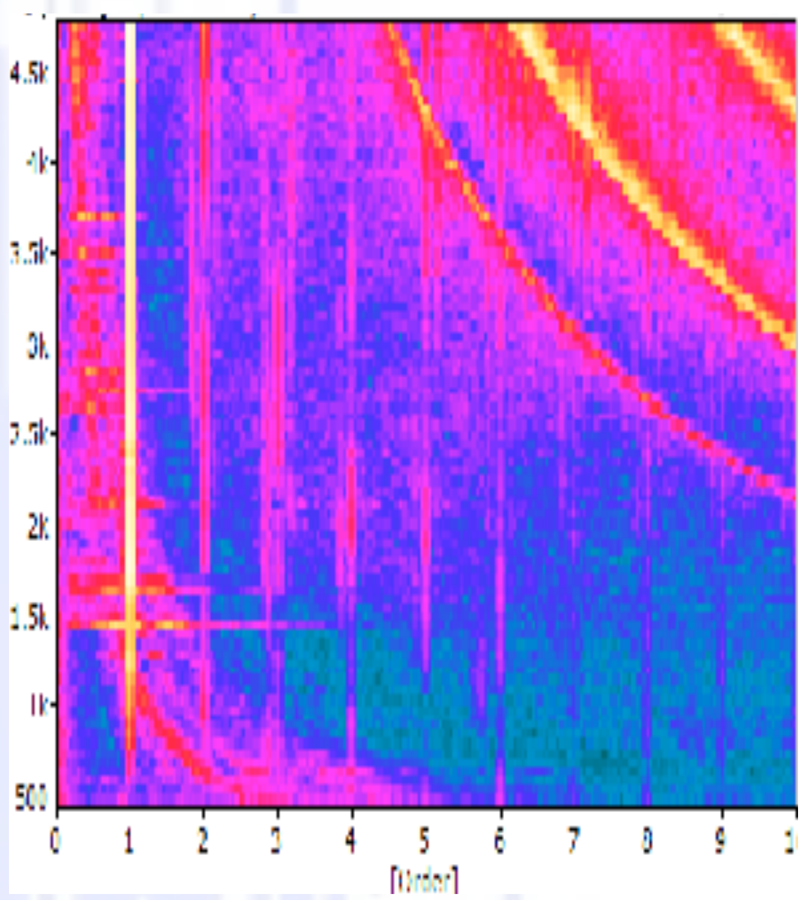
$$F = m\omega^2 r$$

le vibrazioni dipenderanno
- dalle forze squilibranti (funzione di ω)
- dalla prossimità dell’eccitazione alle risonanza del sistema (funzione di m,c,k)



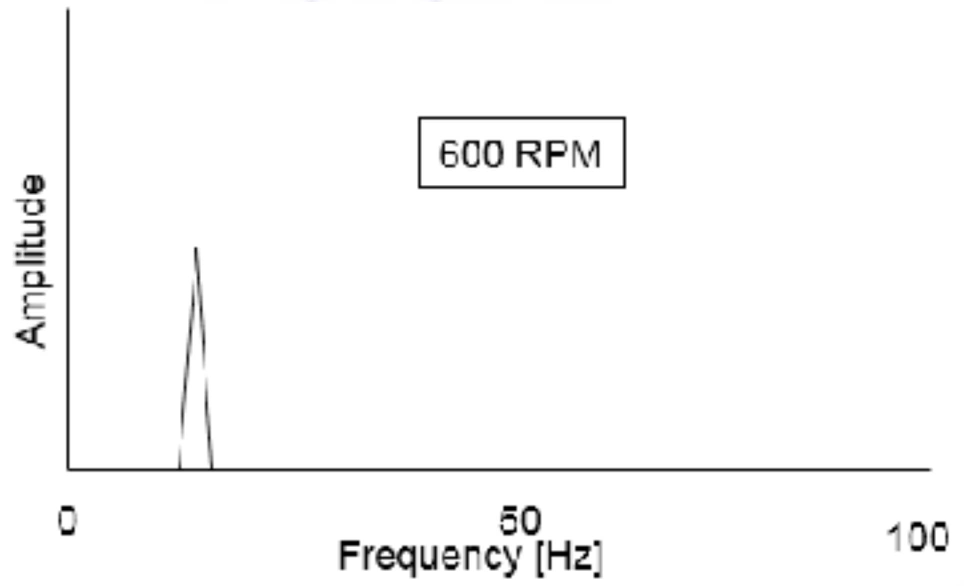




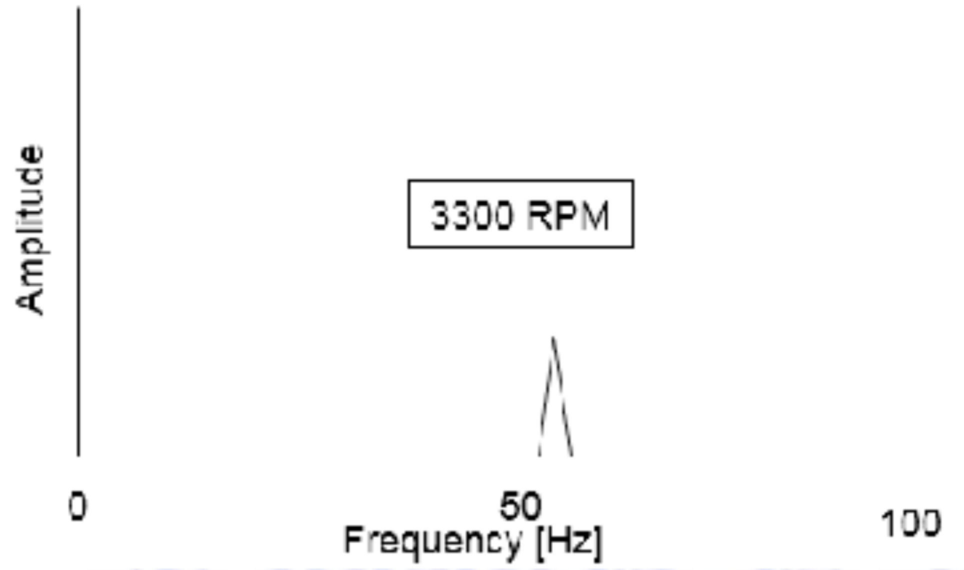


Immaginiamo di prendere un rotore squilibrato,
a vari regimi di rotazione, avremmo spettri diversi..

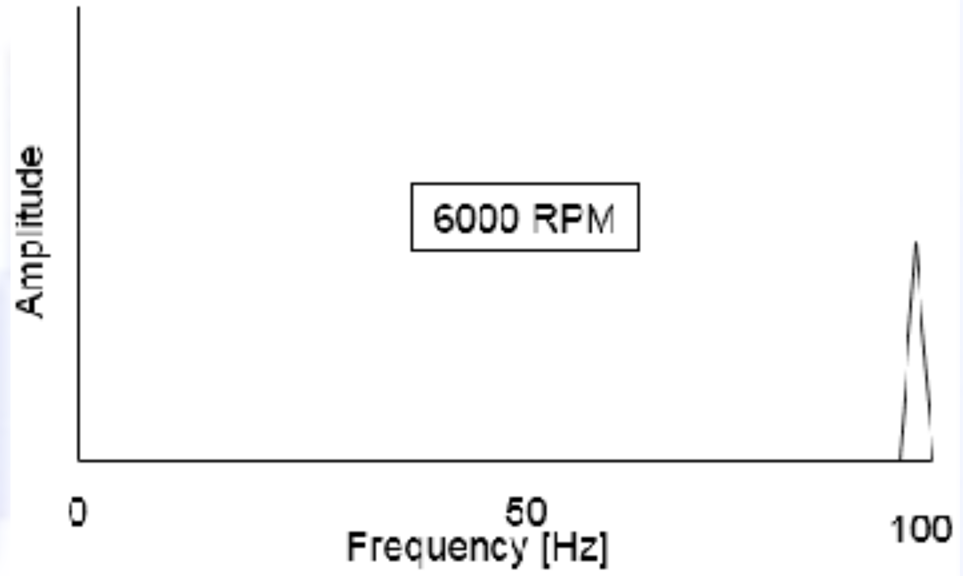
@600 rpm



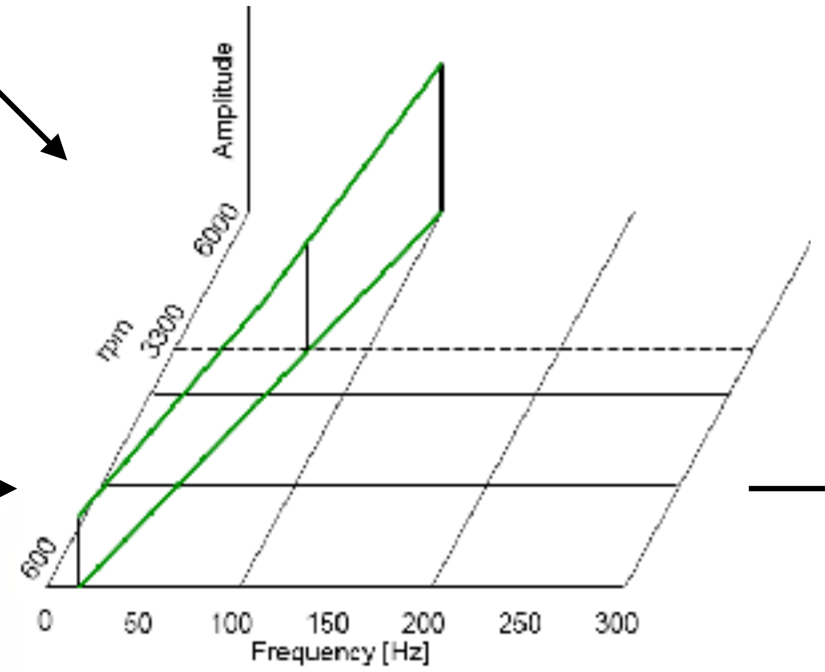
@3300 rpm

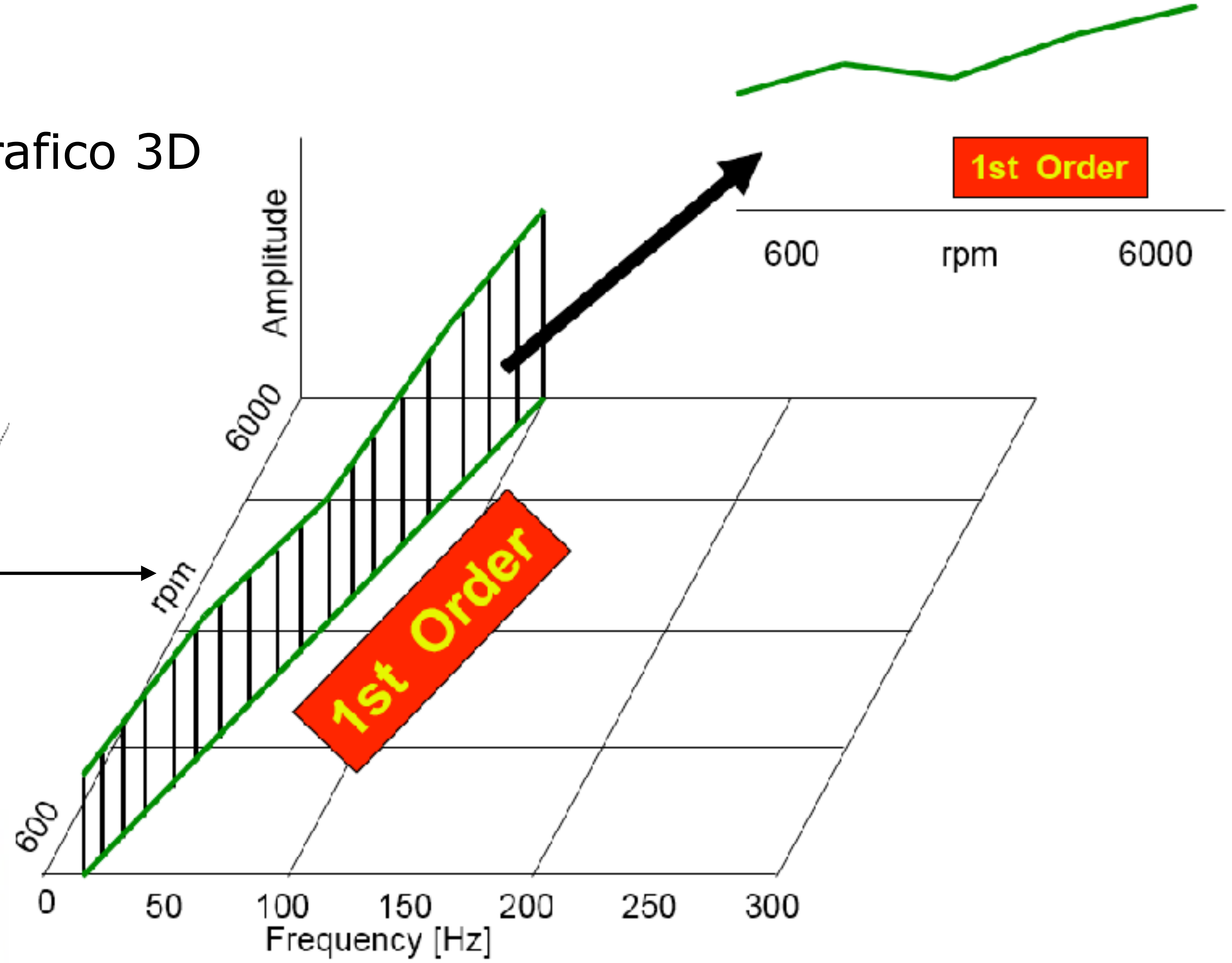


@6000 rpm



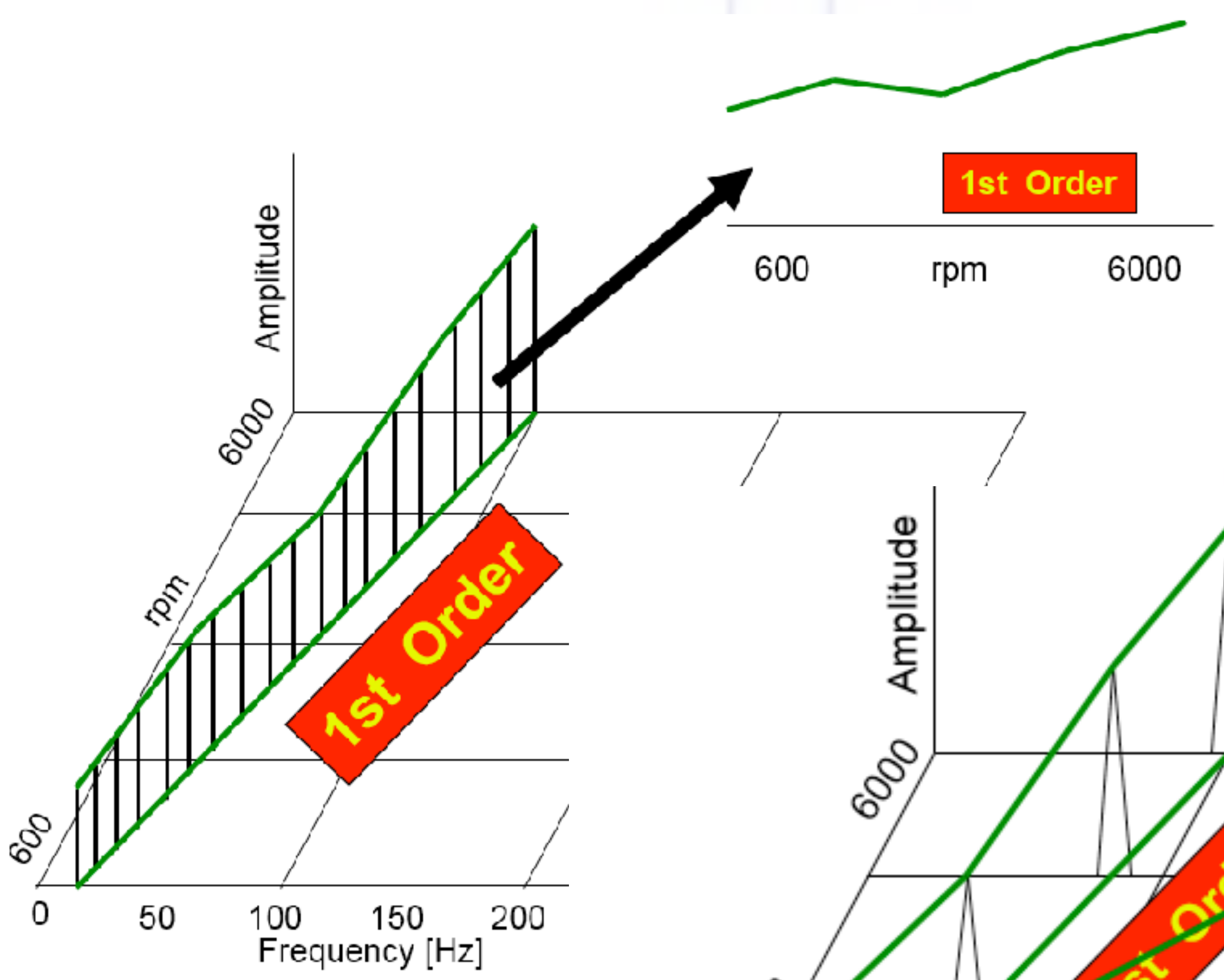
.combinandoli in un grafico 3D

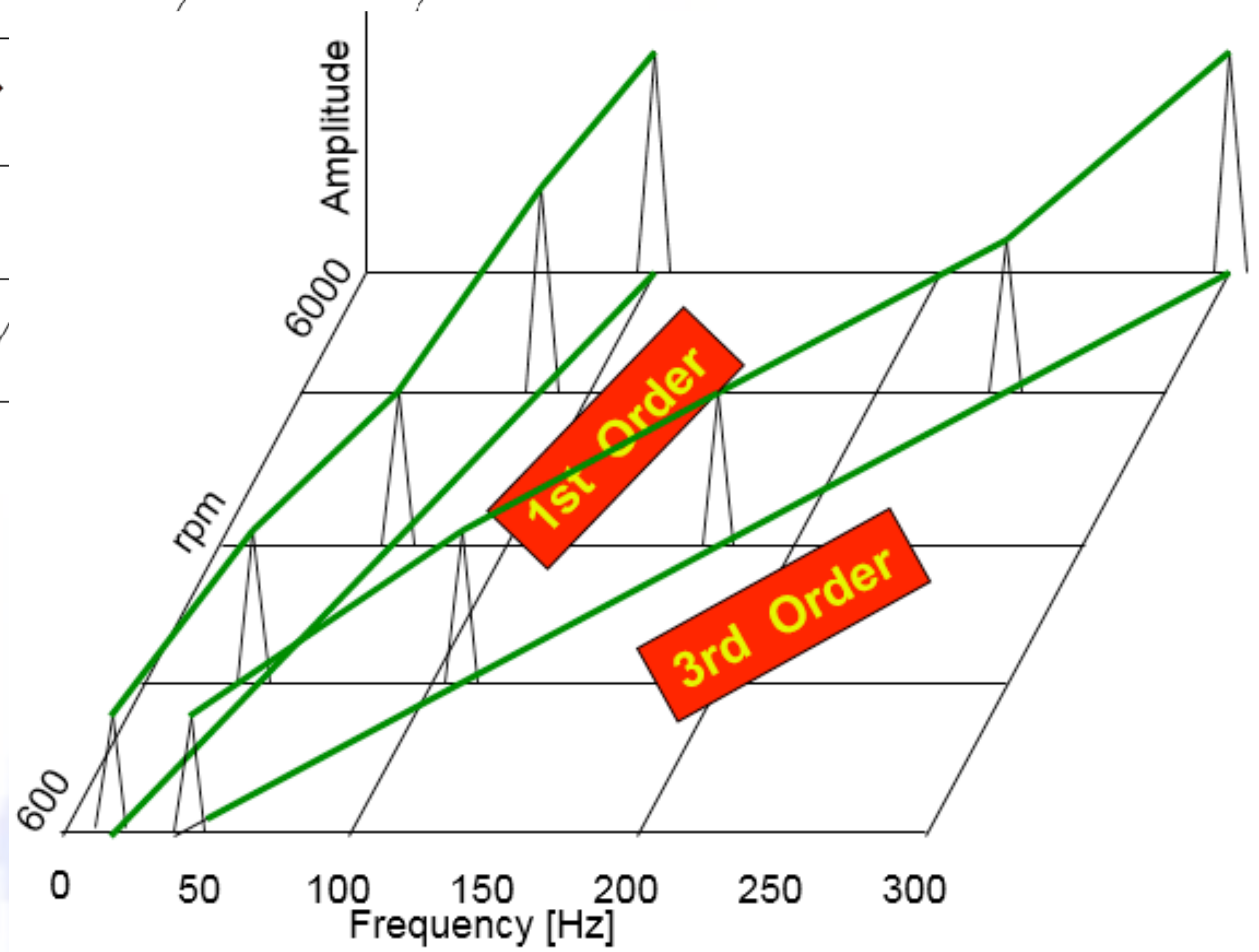


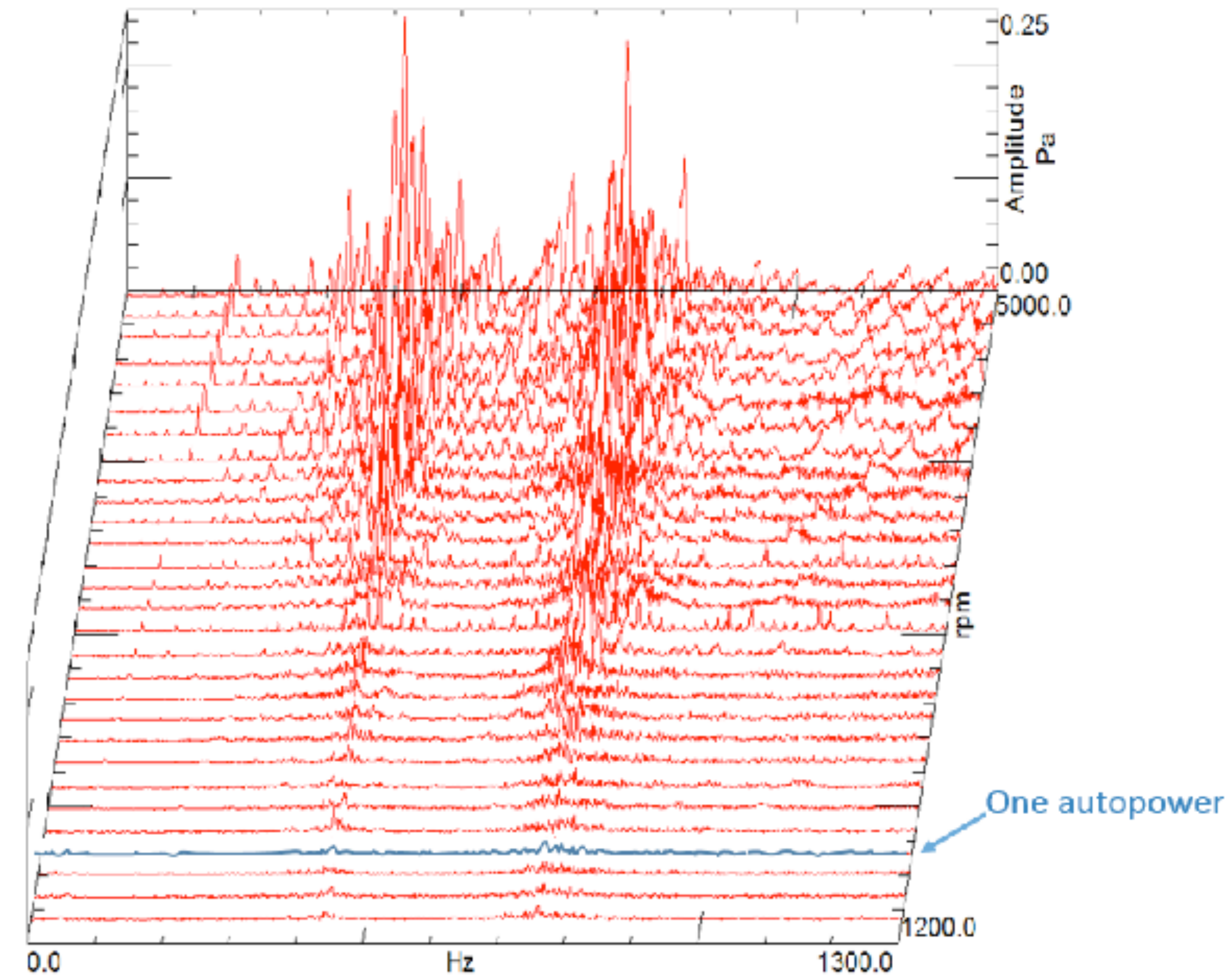


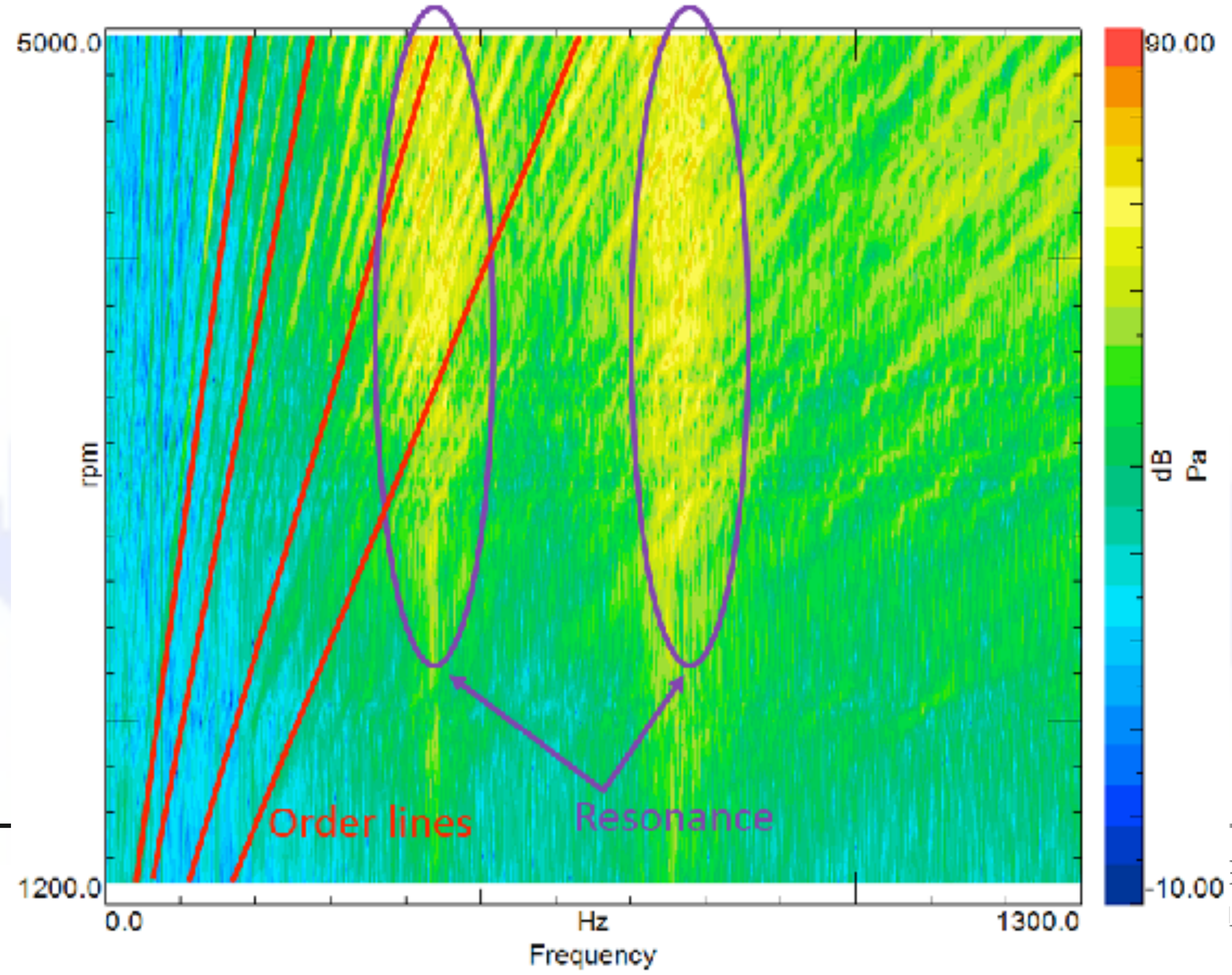
..variando gli rpm in maniera continua

Se a questo albero fosse connesso un
altro albero con un rapporto di trasmissione 1:3
lo spettro contrerebbe anche le informazioni del secondo albero ..







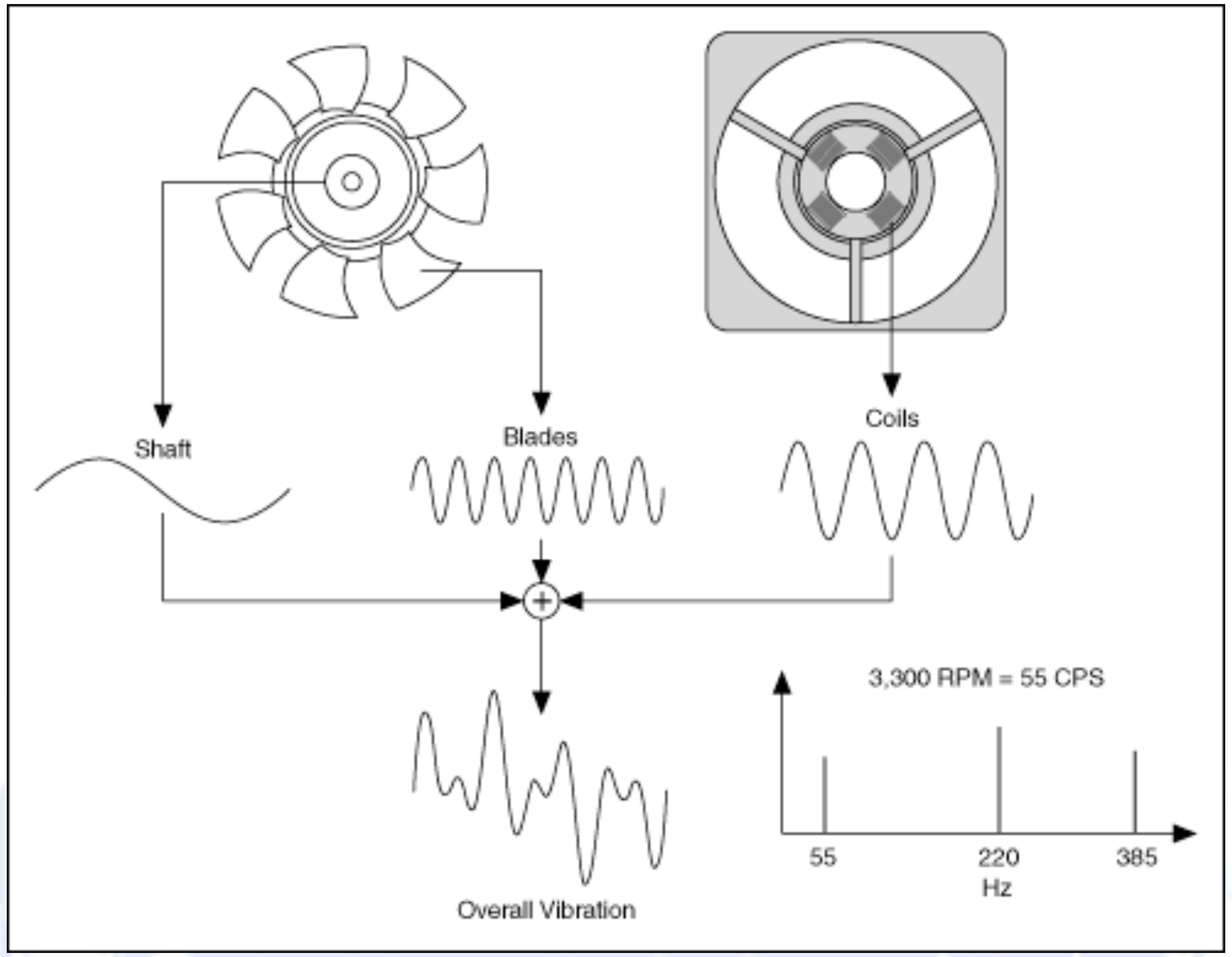


In generale, l'analisi agli ordini è una tecnica particolare che permetter di valutare i fenomeni ciclici che si ripetono un numero finito di volte all'interno di un giro completo del rotore

Valutando le vibrazioni di una ventilatola di raffreddamento di un computer:

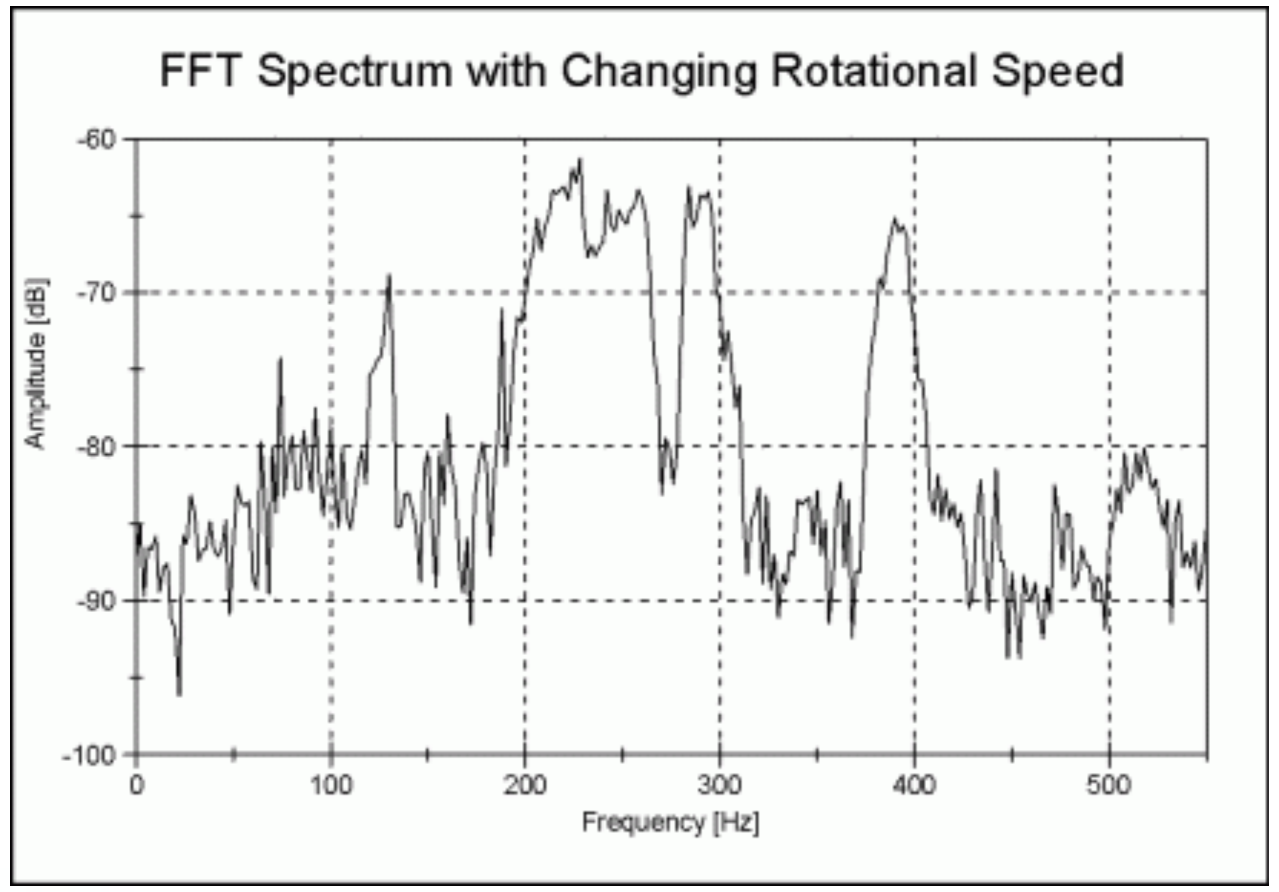
L'eccitazione causata dello squilibrio avverrà 1x al giro,
quella delle palette 7x al giro,
quella dei magneti del motore 4x al giro,

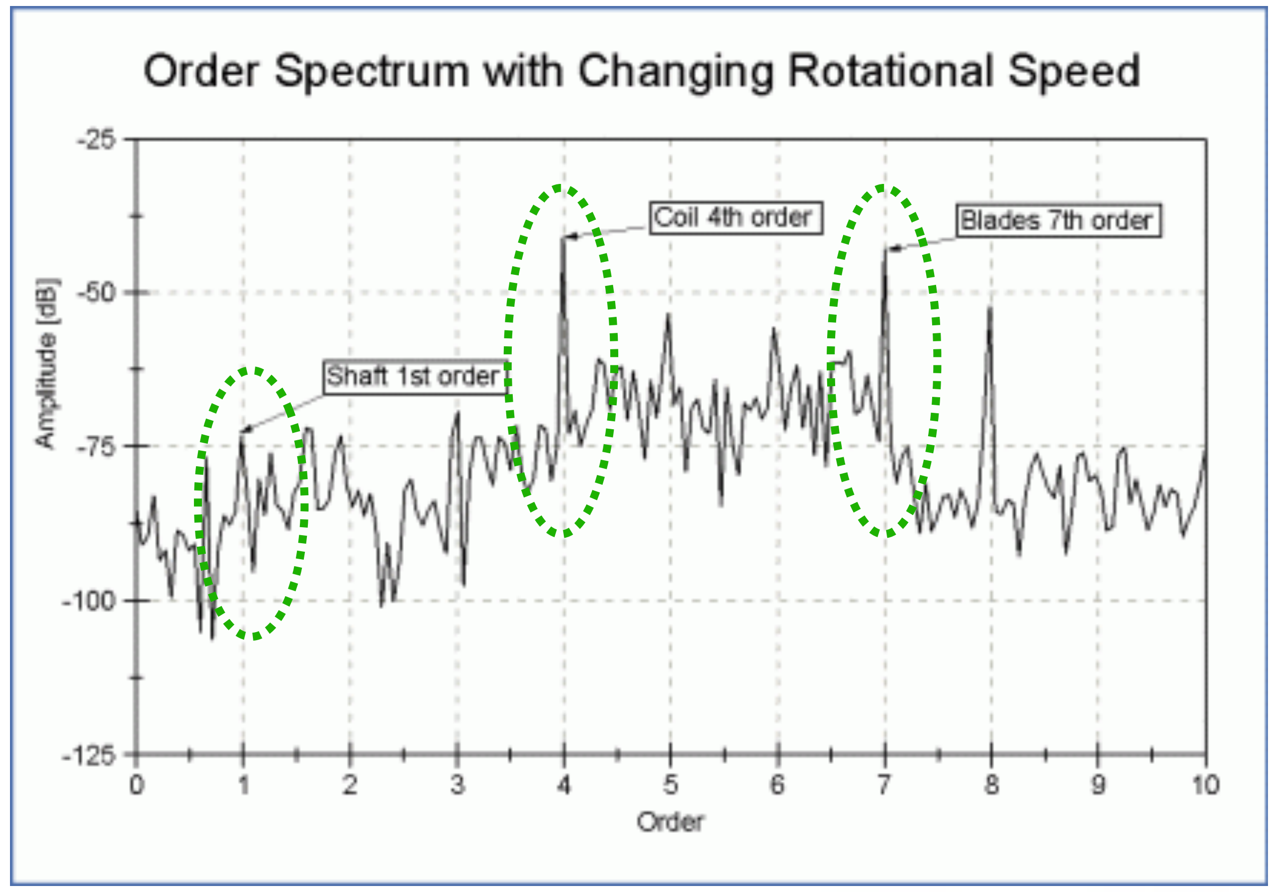
indipendentemente dalla velocità di rotazione della ventola!!
e dalle risonanze del sistema!!



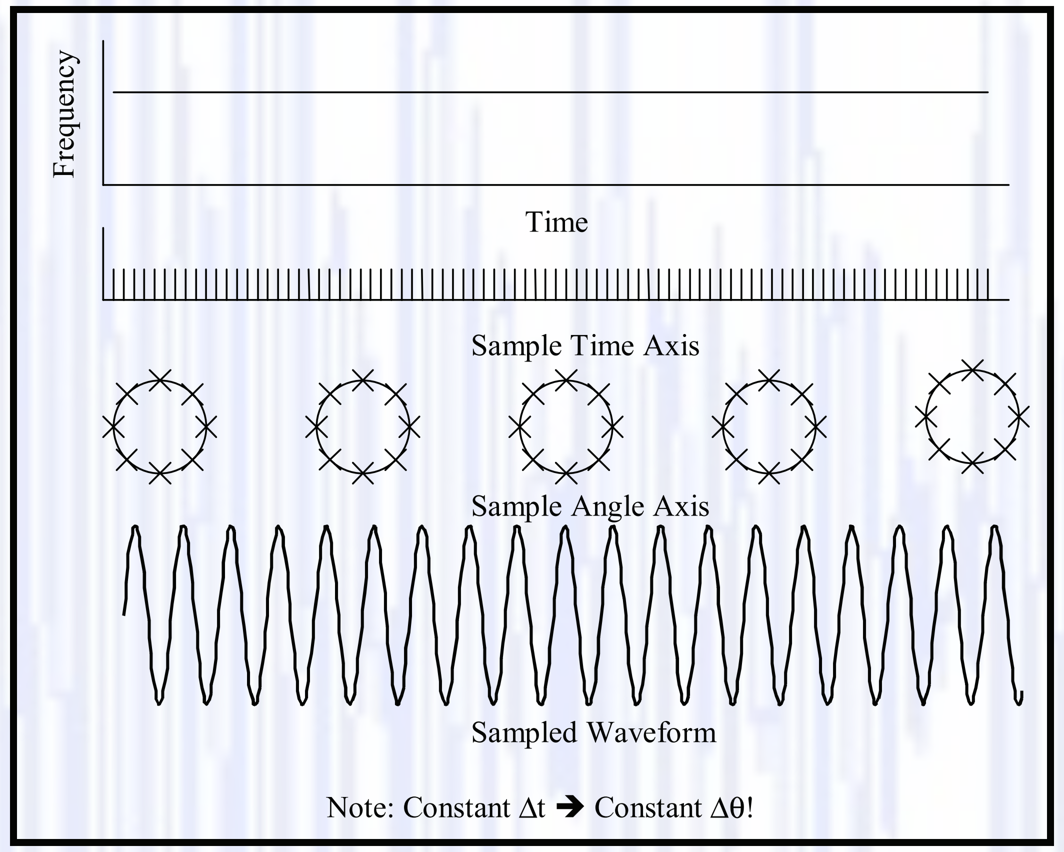
Gli ordini non necessariamente sono numeri interi se abbiamo un ingranaggio con un certo rapporto di trasmissione, vedremo nei nostri segnali l'ingranamento ad ordine fisso!

Misurando la vibrazione a velocità variabile gli spettro in frequenza calcolabili fornirebbero risultati poco chiari, con l’analisi agli ordini invece l’effetto di squilibrio, pale e magneti risulterebbero molto più chiari!

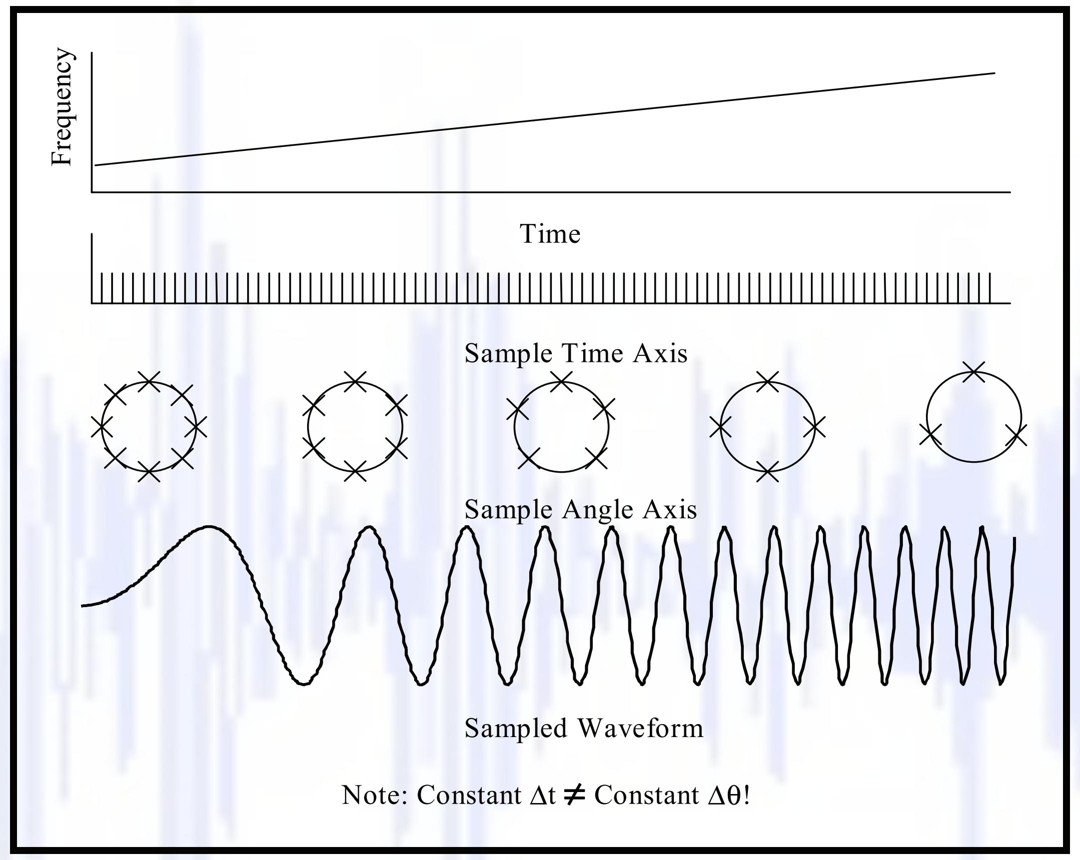




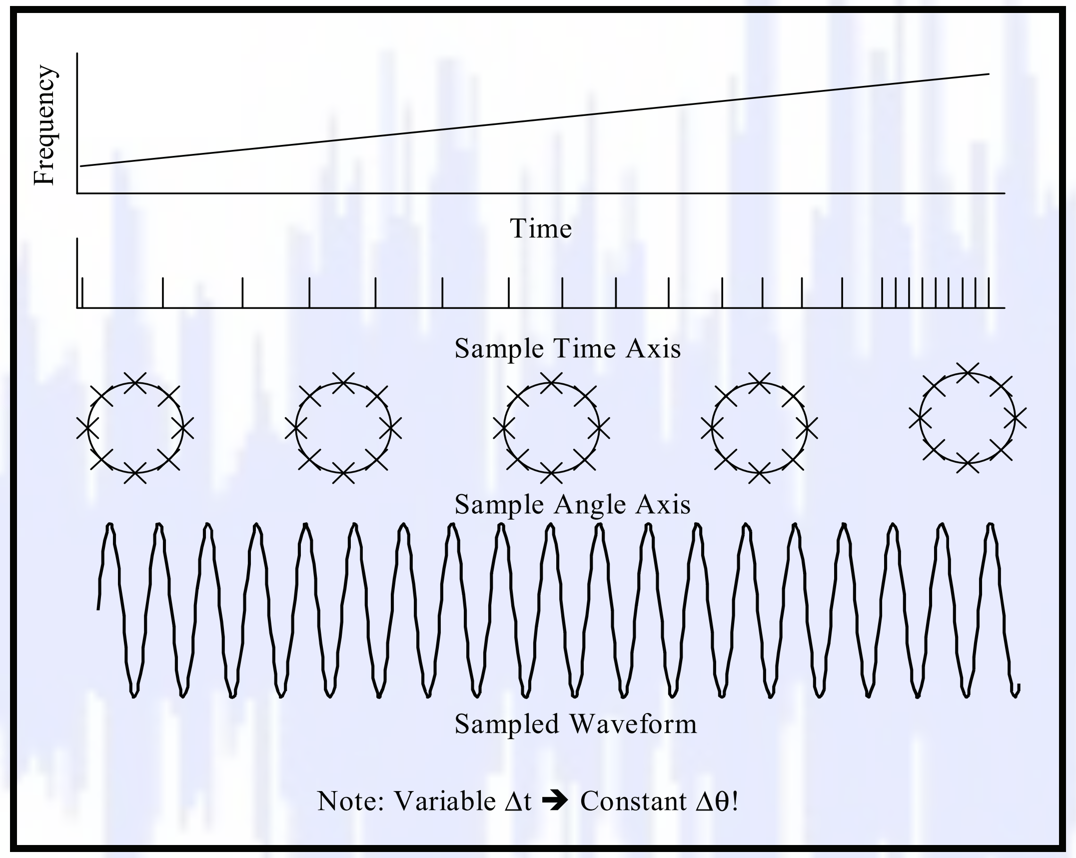
regime costante



regime variabile



regime variabile



Δt costante

Δθ costante

campionamento t

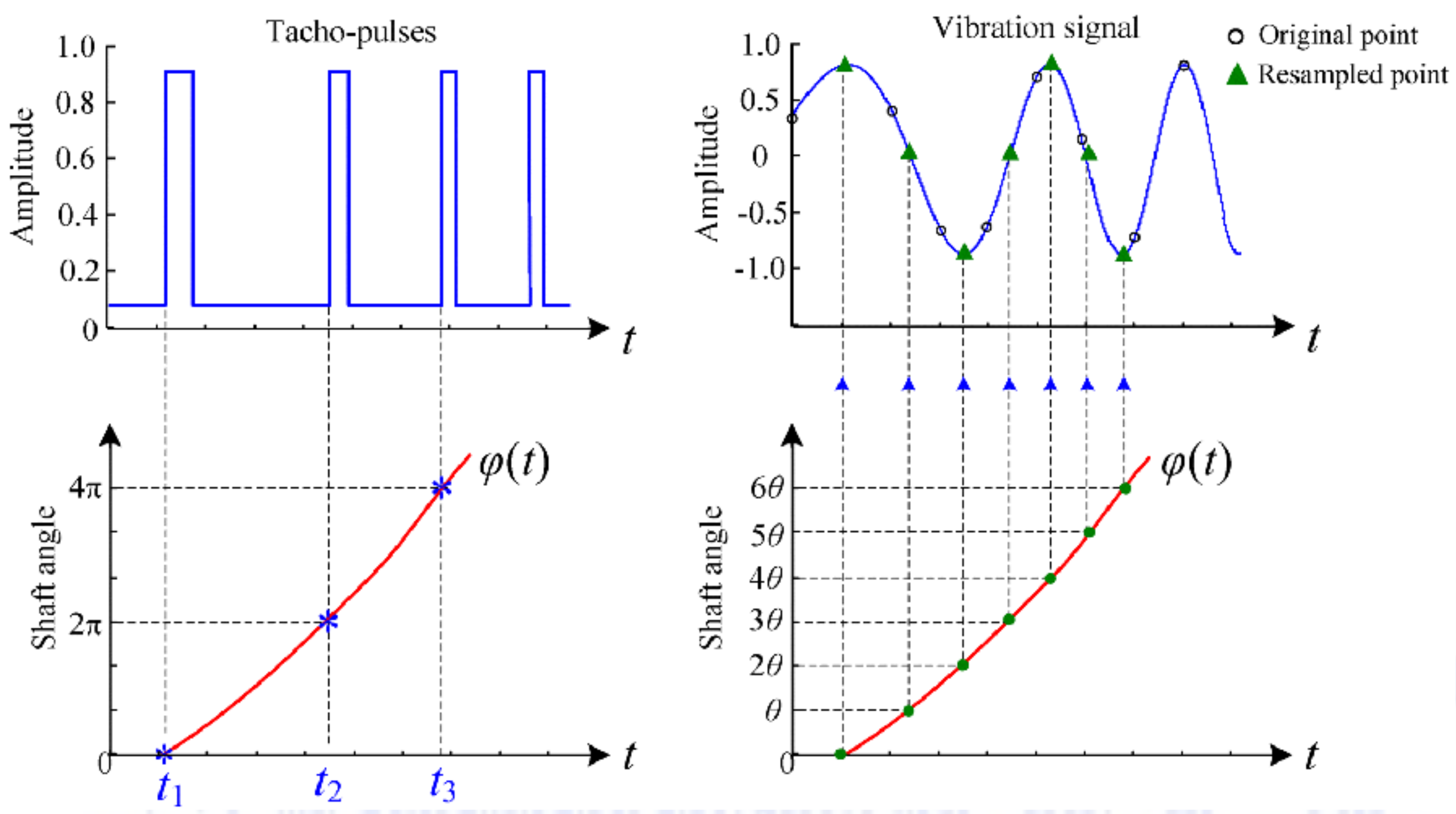
campionamento t

campionamento θ

Come si identificano questi fenomeni sul giro?

E' indispensabile avere un segnale tachimetro dedicato (vedi prima) che ci definisce la durata di un giro completo!

Nel giro (noto 360°) si effettua in interpolazione con un numero finito di campioni (ricampionamento nel dominio dell'angolo)



Si può decidere quanti campioni mettere in ogni giro
(o frazione di giro se ho una tachimetri con più impulsi giro)
e stabilire la risoluzione in ordine che si desidera!

Regime Stazionario

Regime NON Stazionario

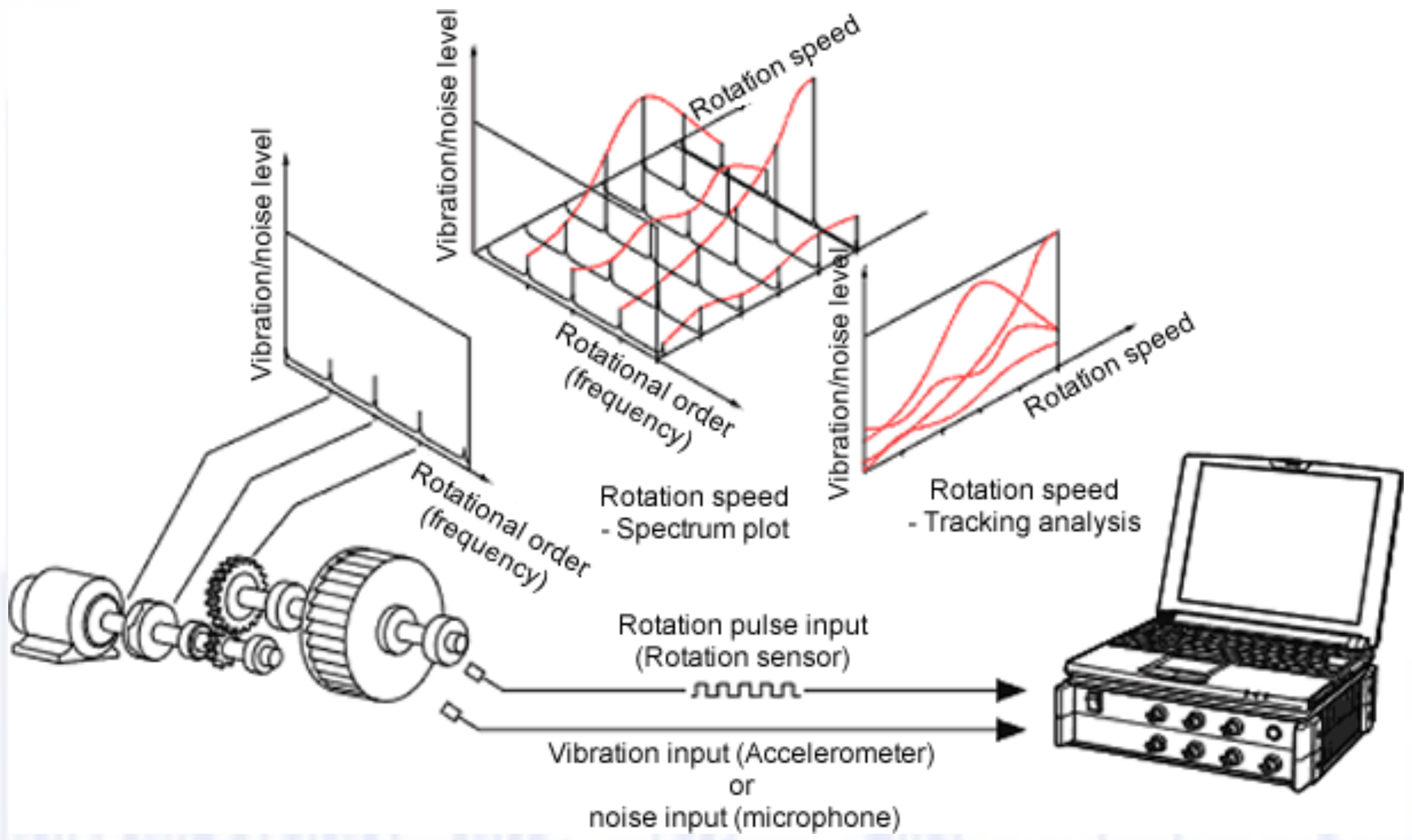
Acquisizione nel tempo (equispaziata in t) → Aggiunta della Tachimetrica (equispaziata in t) → Ricampionamento nell'angolo (equispaziata in θ)

Regime Stazionario:

Acquisizione nel tempo (equispaziata in t)
↓
Trasformata di Fourier
↓
Spettro in frequenza
↓
Waterfall tempo-frequenza

Regime NON Stazionario:

Ricampionamento nell'angolo (equispaziata in θ)
↓
Trasformata di Fourier
↓
Spettro in ordine
↓
Waterfall tempo-ordine



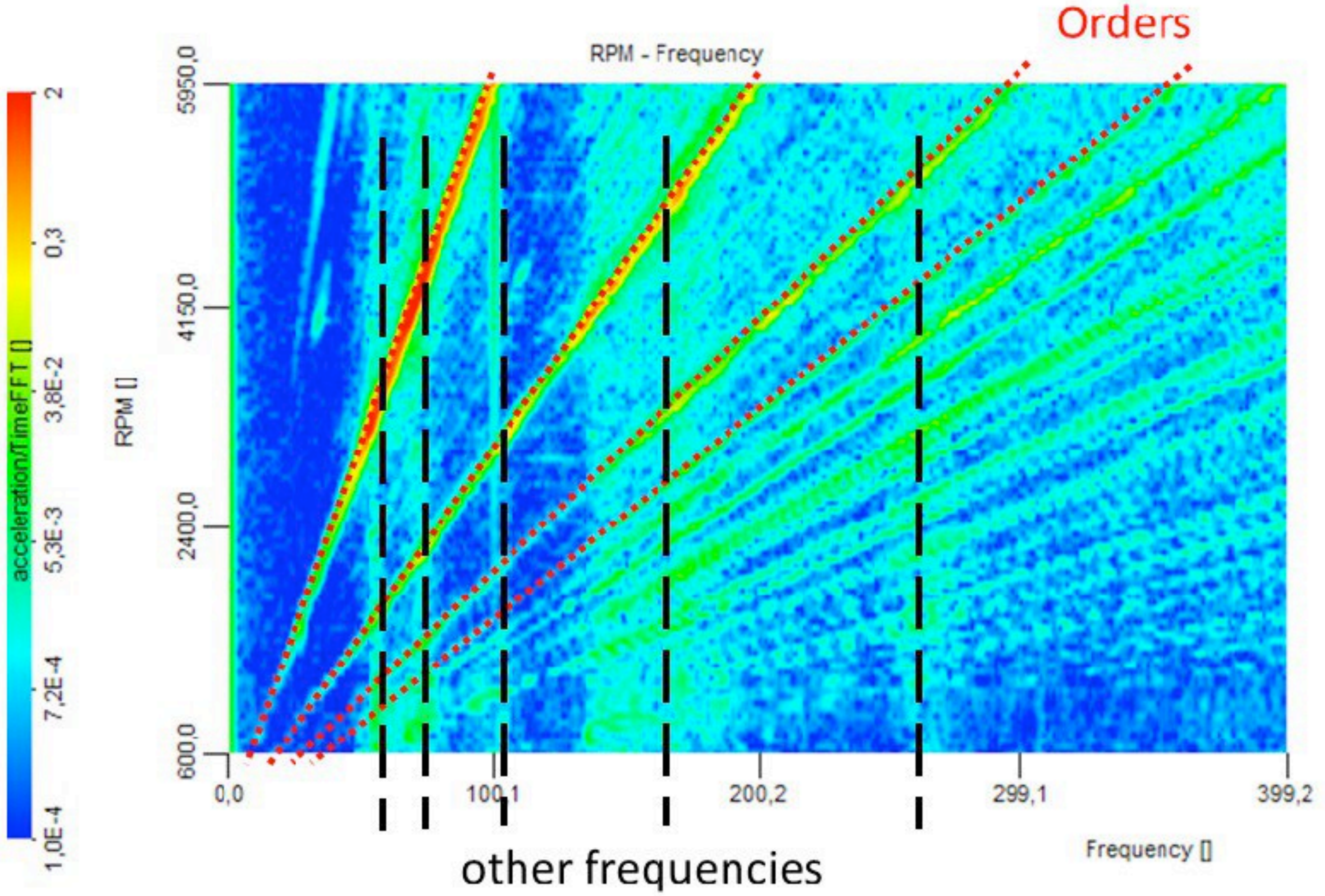
Range di frequenza
> dipende dalla frequenza di campionamento
Risoluzione in frequenza
> dipende dal numero di campioni acquisiti

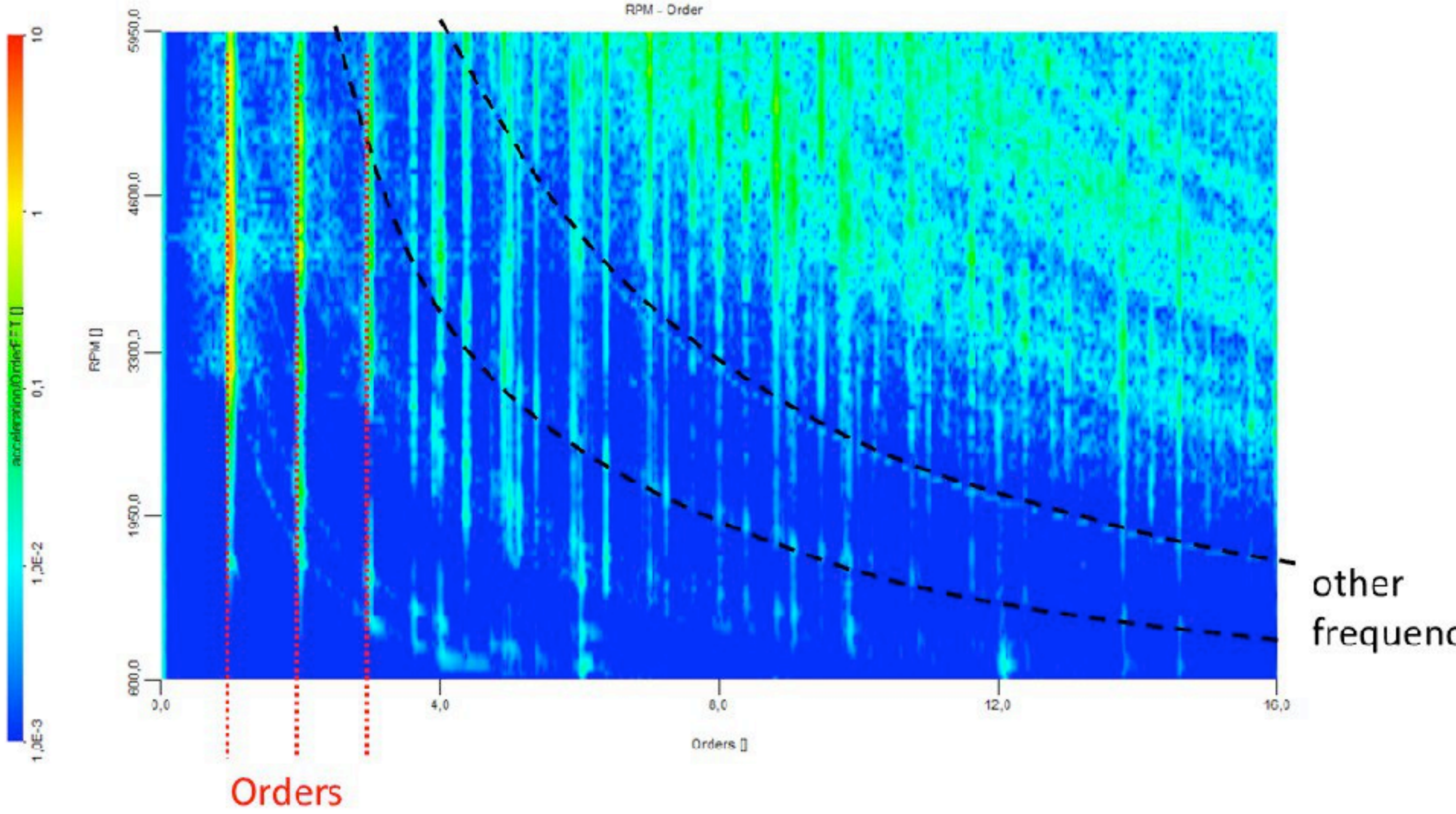
Range in ordini
> dipende dal numero di campioni in un giro
Risoluzione in ordini
> dipende dal numero di giri di rotazione acquisiti

Luigi BREGANT
bregant@units.it

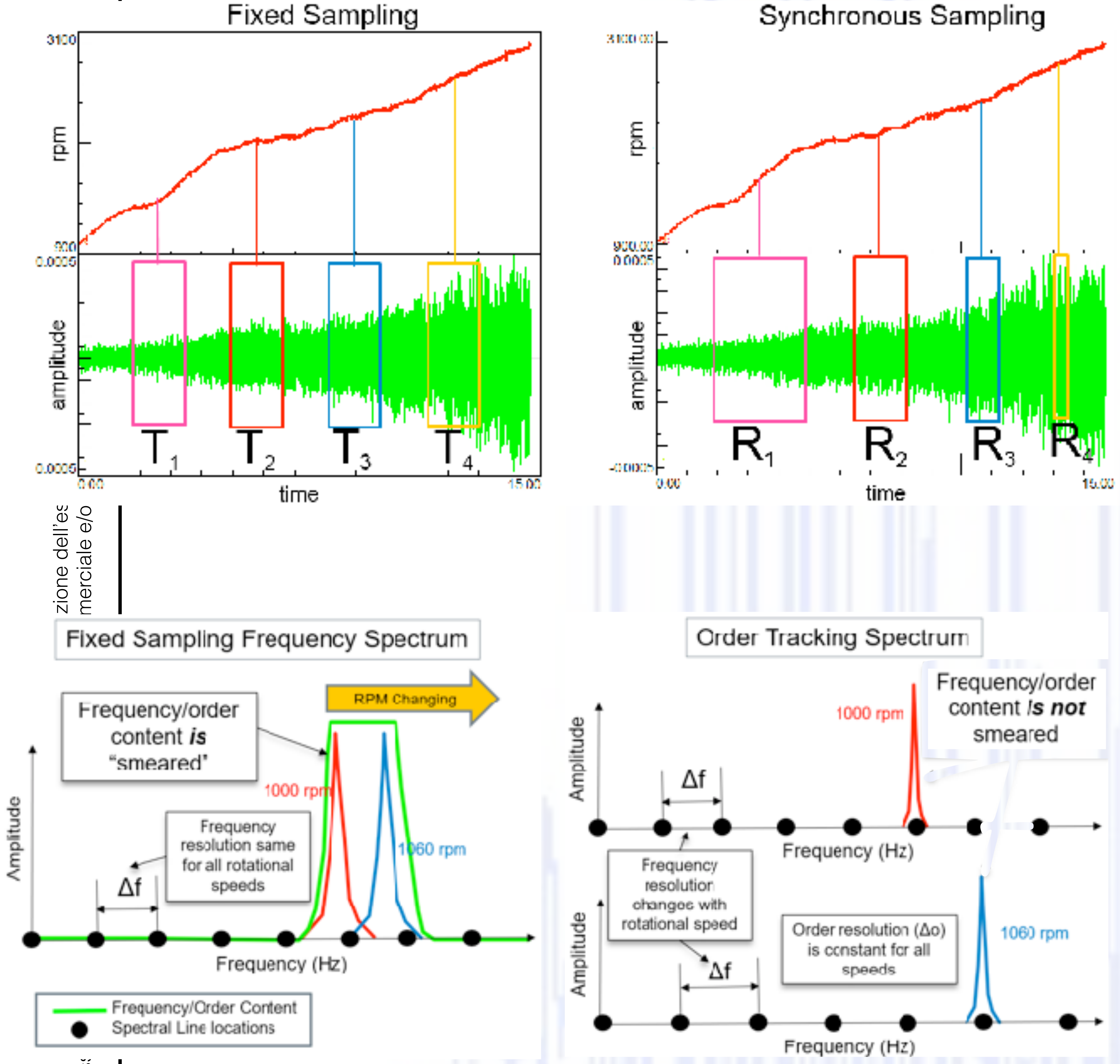
Waterfall tempo-frequenza

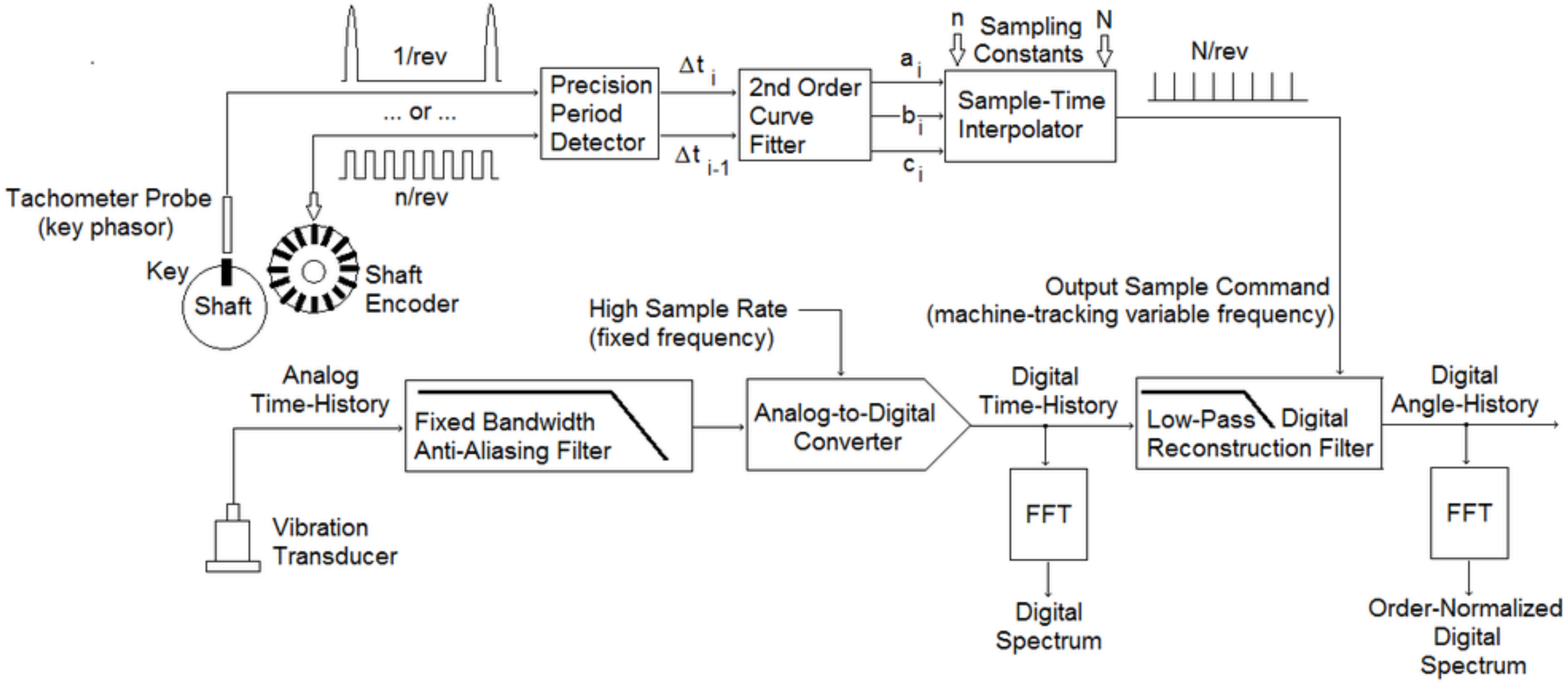
Waterfall tempo-ordine





Lo schema completo di un sistema di acquisizione dati per l’anali agli ordini..





Luigi BREGANT
bregant@units.it