

Sistemi interconnessi a tempo discreto

Analisi di stabilità: i risultati

Tempo discreto: blocchi in serie

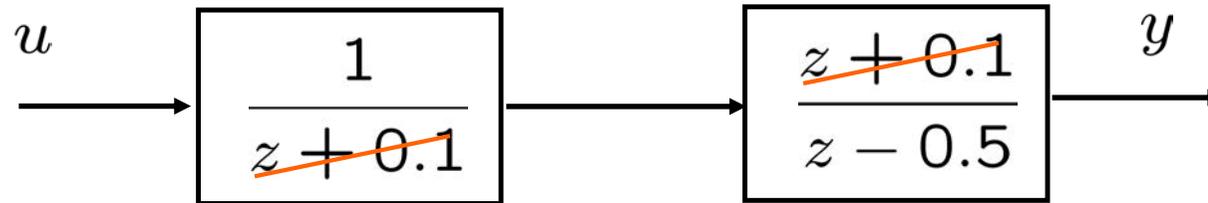
- Sistema complessivo asintoticamente stabile  Sottosistemi asintoticamente stabili
- Gli autovalori non cambiano a causa della connessione in serie

A tempo discreto sistema as. stabile significa che gli autovalori ...

Per le **cancellazioni** valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per il caso di sistemi a tempo continuo.

Esempi

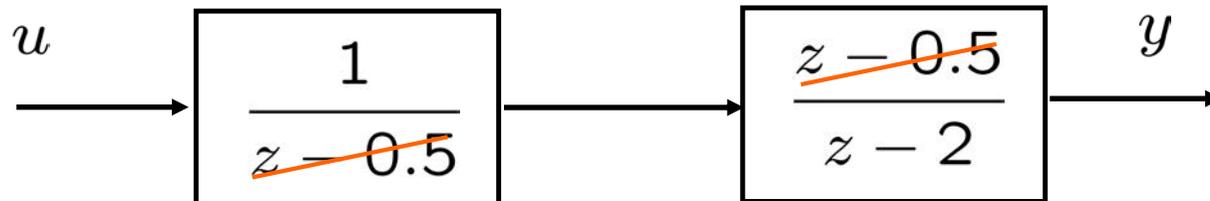
1)



$$G(z) = \frac{1}{z - 0.5}$$

Asint. stabile

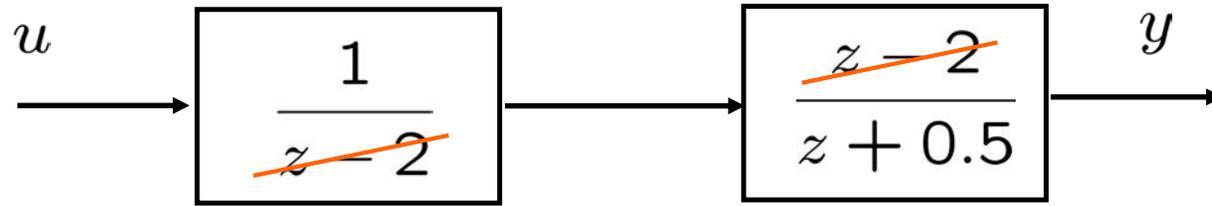
2)



$$G(z) = \frac{1}{z - 2}$$

Instabile

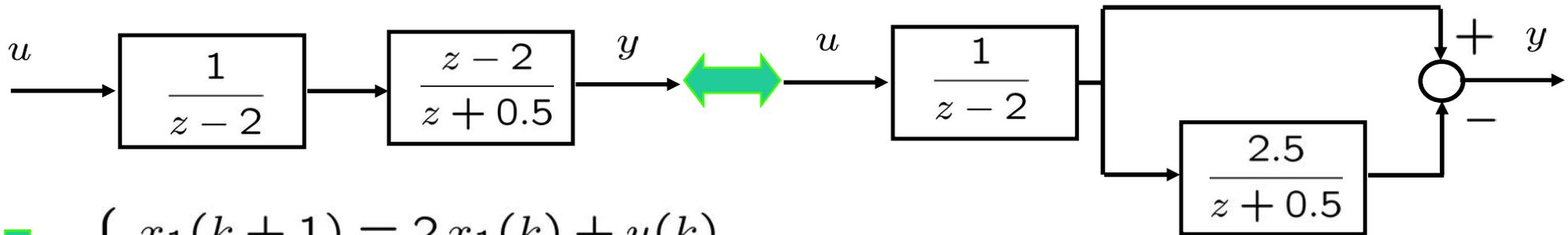
3)



$$G(z) = \frac{1}{z + 0.5}$$

Il sistema è instabile anche se $G(z)$ non lo mostra

Infatti:



$$\begin{cases} x_1(k+1) = 2x_1(k) + u(k) \\ x_2(k+1) = 2.5x_1(k) - 0.5x_2(k) \\ y(k) = x_1(k) + x_2(k) \end{cases}$$

|Autovalore| > 1

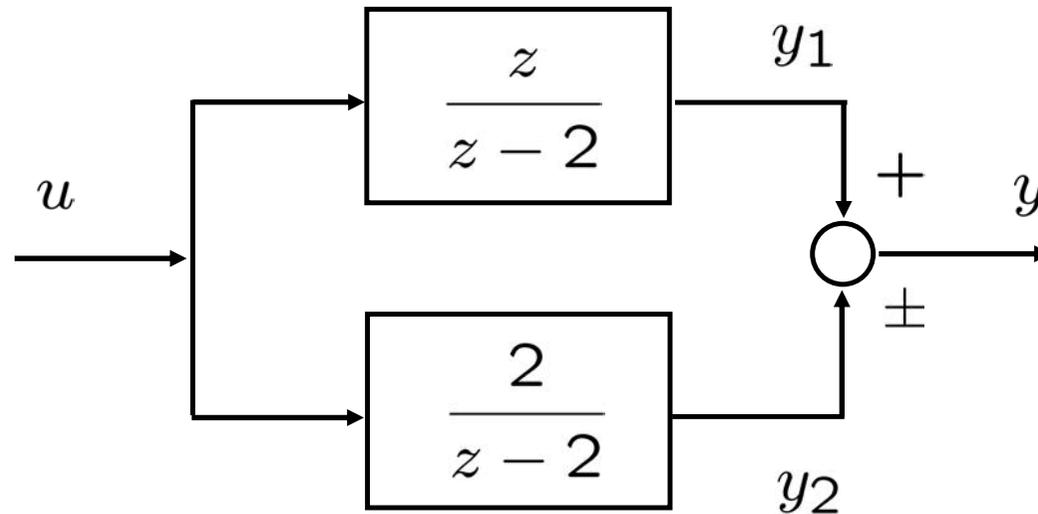
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = [1 \ 1] x(k) \end{cases}$$

Tempo discreto: blocchi in parallelo

- Sistema complessivo asintoticamente stabile  Sottosistemi asintoticamente stabili
- Gli autovalori non cambiano a causa della connessione in parallelo

Per le **cancellazioni** valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per il caso di sistemi a tempo continuo.

Esempio



$$(+)\quad G(z) = \frac{z+2}{z-2}$$

Instabile

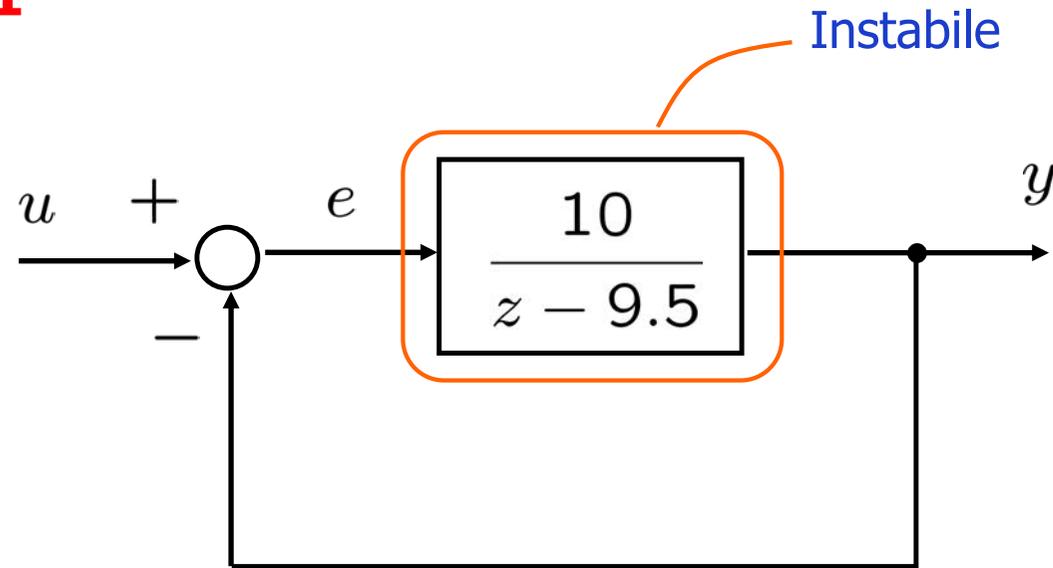
$$(-)\quad G(z) = 1$$

Il sistema è instabile anche se $G(z)$ non lo mostra

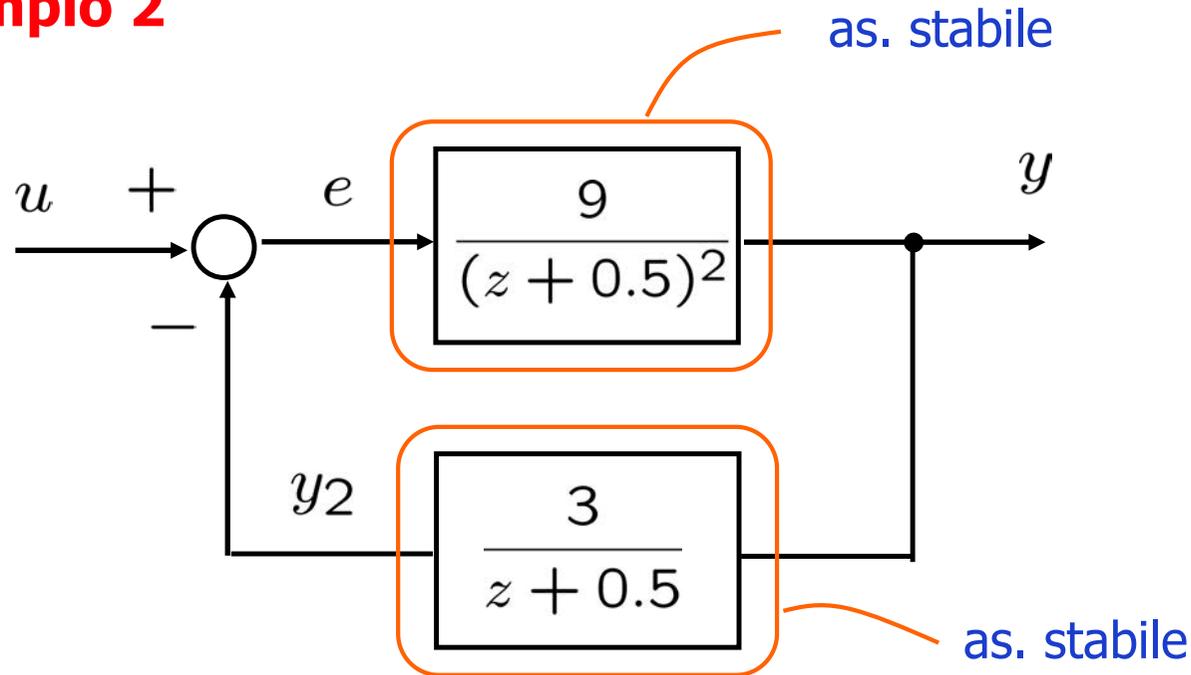
Tempo discreto: blocchi in retroazione

- Sistema complessivo asintoticamente stabile  Sottosistemi asintoticamente stabili
- Gli autovalori cambiano a causa della connessione in retroazione!

Per le **cancellazioni** valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per il caso di sistemi a tempo continuo.

- Esempio 1

$$G(z) = \frac{\frac{10}{z - 9.5}}{1 + \frac{10}{z - 9.5}} = \frac{\frac{10}{z - 9.5}}{\frac{z - 9.5 + 10}{z - 9.5}} = \frac{10}{z + 0.5} \quad \text{Asint. stabile}$$

- Esempio 2



$$G(z) = \frac{\frac{9}{(z + 0.5)^2}}{1 + \frac{3}{(z + 0.5)^3}} = \frac{9(z + 0.5)}{(z + 0.5)^3 + 27}$$

$$\varphi(z) = (z + 0.5)^3 + 27 = z^3 + 1.500z^2 + 0.750z + 27.125$$



Per i criteri di as. stabilità, questo polinomio caratteristico è instabile!

Infatti

$$z_1 = -3.5000$$

$$z_2 = 1.0000 + 2.5981 j$$

$$z_3 = 1.0000 - 2.5981 j$$

Trasformazione bilineare

$$z = \frac{w + 1}{w - 1}$$



$$q(w) = 30.375 w^3 - 77.625 w^2 + 82.125 w - 26.875$$

Criterio di Routh

3	30.375	82.125
2	-77.625	-26.875
1	71.6087	
0	-26.875	



3 variazioni di segno: instabile! Tutte le radici di $\varphi(z)$ hanno modulo maggiore dell'unità.