PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2020/2021

14 gennaio 2022

Nome e Cognome:	
gruppo:	Gruppo A
esercizio:	Esercizio 2 - 2 domande
intervallo di tempo a disposizione:	45 minuti

Note: Scrivere le risposte su un singolo foglio bianco usando penna nera. Non scrivere con inchiostro blu o a matita. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Dichiaro che le risposte a questo esercizio sono frutto del mio e solo del mio lavoro e che non mi sono consultato con altri.

Domanda 2.1.
Si consideri il sistema rappresentato dallo schema a blocchi in figura:

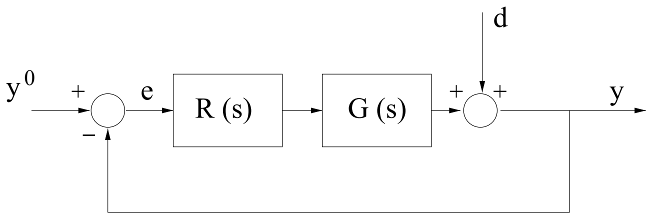


Figura 1: Progetto di un regolatore a tempo continuo.

dove

$$G(s) = \mu_G \cdot \frac{(1 + 5\,s)}{(1 + 16\,s)\,(1 + 17\,s)} \qquad \mu_G \in [0.35\;, 4.25]$$

Posto $d(t) = 0\ \forall t$ ed utilizzando i diagrammi asintotici di Bode, si progetti un regolatore $R(s)$ **fisicamente realizzabile** in modo che siano soddisfatte le seguenti specifiche di progetto:

- errore a regime **nullo** nella risposta allo scalino unitario (a ciclo chiuso)

$$y^{\circ}(t) = 1(t) \quad \Longrightarrow \quad e_{\infty} = 0$$

- margine di fase non inferiore a 50° : $\qquad \varphi_m \geq 50^{\circ}$

$\boxed{1^a \text{ richiesta}}$ $e_\infty \to 0$ per $y^o(t) = 1(t)$

$\Downarrow$

$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s}$ + 1ª richiesta

Esistono dei μ_R per cui è as. stabile anello chiuso!

$$L_1(s) = \mu_R \mu_G \frac{(1+5s)}{s(1+16s)(1+17s)}$$

$\boxed{2^a \text{ richiesta } \varphi_m \geq 50^\circ}$

per $\omega \gg \frac{1}{5}$ $\angle L_1(j\omega) \to -180^\circ$

$\leq -180^\circ$

non va bene!

Va cancellato un polo per avere R rispetto delle 2ª specifiche!

$$R_2(s) = \mu_R \frac{1+17s}{s}$$

$$L_2(s) = \mu_R \mu_G \frac{1+5s}{s(1+16s)}$$

Diagrammi di Bode

$$L_2(s) = \mu_R \mu_G \frac{1+5s}{s(1+16s)}$$

progetti fig

$\mu_G = 1$

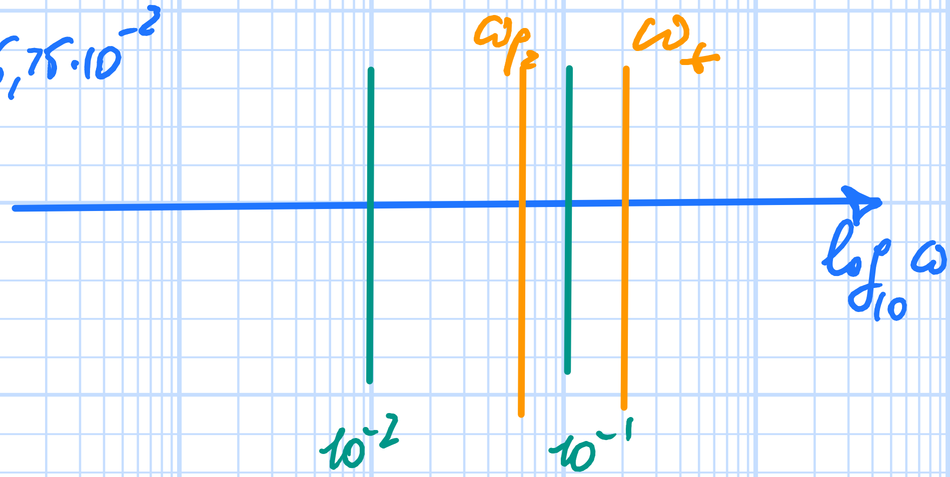
$\mu_R = 1$

poli $p_1 = 0$

$p_2 = -\frac{1}{16}$ $\quad \omega_{p_2} = 6{,}25 \cdot 10^{-2}$

zeri $z_1 = -\frac{1}{5} = -0{,}2$

$\omega_z = 0{,}2$

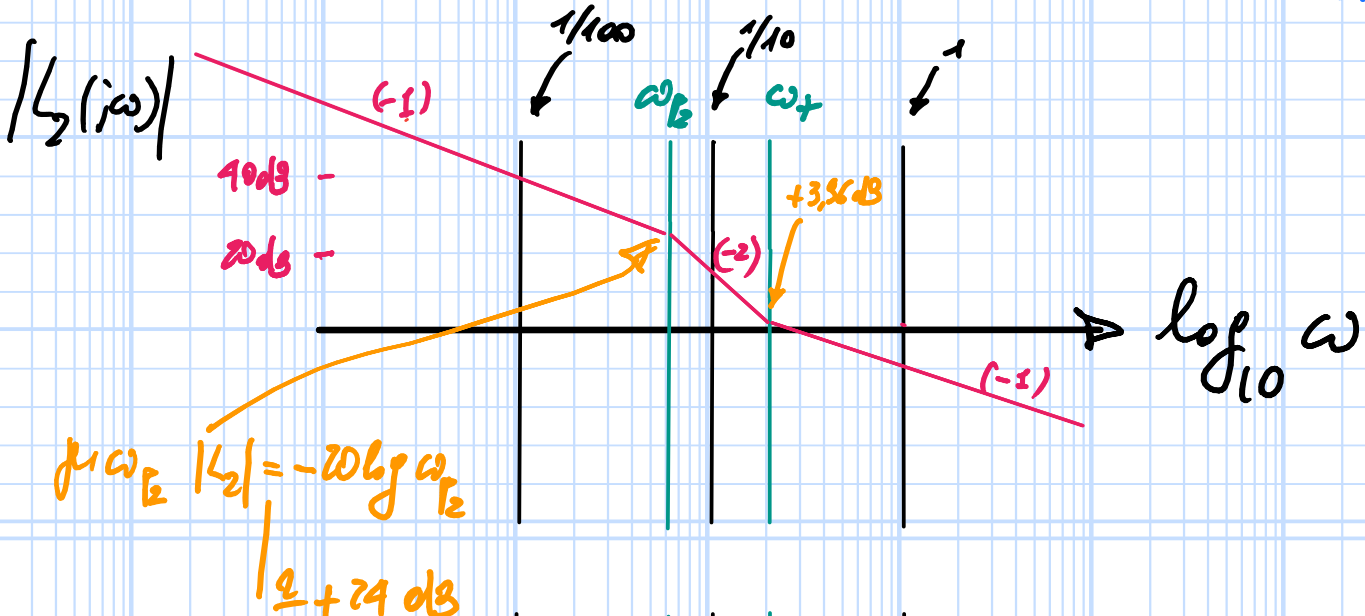


intervalli: $0 \leq \omega < \omega_{p_2}$ (a)

$\omega_{p_2} \leq \omega < \omega_z$ (b)

$\omega_z \leq \omega$ (c)

(a) $\rightarrow L_2 \simeq \frac{1}{s}$ $\qquad$ (b) $L_2 \simeq \frac{1}{16s^2}$ $\qquad$ (c) $L_2 \simeq \frac{5\cancel{s}}{16s^{\cancel{2}}}$



(b) $|L_2| = \dfrac{1}{16\omega^2}$ $\quad |L_2|_{dB} = -40\log_{10}\omega + $

$-20\log_{10}16$

$= -40\log_{10}\omega - 24$

per $\omega = \omega_z$ $\quad |L_2(j\omega_z)| = -24 - 40\log_{10}\omega_z$

$\approx +3{,}56\ dB$

(c) $L_2(j\omega) \simeq \dfrac{5}{16 j\omega}$ $\quad |L_2|_{dB} = 20\log_{10}5 +$

$-20\log_{10}16 +$

$-20\log_{10}\omega$

$|L_2|_{dB} = -10{,}10 - 20\log_{10}\omega$

per es per $\omega = 1$ $\quad |L_2| \simeq -10\ dB$

Scelta di μ_R tenendo conto di $\mu_G \in [0{,}35,\ 4{,}5]$

Per garantire φ_M elevato $\forall \mu_G$ bisogna garantire che $\omega_c \gg \omega_z$ $\forall \mu_G$

Il caso peggiore è quello per $\mu_G = 0,35$

(per μ_G crescente a parità di μ_R la ω_c si sposta verso dx)

Scelgo $\omega_c \geq 5$ Verifico che $\varphi_m \geq 50°$

$$\angle L_2(j5) = \angle(1+j75) - 90° - \angle(1+j80)$$

$$= \operatorname{arctg} 75 - 90° - \operatorname{arctg} 80 \simeq -92°$$

quindi $\varphi_m \geq 88°$

$\mu_G = 0,35 \rightarrow$ cerco μ_R : $|L_2(j5)| = 1$

$$\mu_R \cdot 0,35 \frac{|1+j75|}{5\,|1+j80|} = 1$$

$$\mu_R = \frac{\cancel{5}^{\,1} \cdot 100}{\cancel{35}\ 7} \cdot \frac{\sqrt{6400+1}}{\sqrt{675+1}}$$

$$\simeq \frac{\cancel{100}^{\,4}}{7} \frac{80}{\cancel{75}\ 1} = \frac{320}{7} \simeq 45,714$$

PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA – A.A. 2020/2021
14 gennaio 2022

Nome e Cognome:
gruppo: Gruppo A
esercizio: Esercizio 2 – 2 domande
intervallo di tempo a disposizione: 45 minuti

Domanda 2.2.
Facendo sempre riferimento allo schema a blocchi di figura 1, assumendo ancora $d(t) = 0\ \forall t \geq 0$ e con

$$G(s) = 4 \cdot \frac{(1 + 5\,s)}{(1 + 16\,s)\,(1 + 17\,s)}$$

si consideri come regolatore $\bar{R}(s)$ la funzione di trasferimento

$$\bar{R}(s) = 2.5 \cdot \frac{1 + s}{1 + 0.1\,s}$$

NB: NON è il regolatore soluzione della domanda precedente!

utilizzando il regolatore appena descritto si ottengono le prestazioni seguenti:

- margine di fase: $\varphi_m = 90°$
- pulsazione di modulo unitario ad anello aperto: $\omega_c = 0.234$ rad/s

Si discretizzi il regolatore $\bar{R}(s)$ a tempo continuo, utilizzando la tecnica approssimata di "**Tustin**" , scegliendo opportunamente il periodo di campionamento, in modo da garantire il rispetto del teorema fondamentale del campionamento e da stimare per la diminuzione del margine di fase il valore massimo di

$$|\delta_\varphi| \leq 2°$$

Motivare le scelte fatte.

NB: non è necessario aver risposto alla domanda precedente per poter rispondere alla domanda corrente.

Utilizzo la formula per $\delta\varphi_{TU}$:

$$\delta\varphi_{TU} = -\frac{\omega_c T_s}{2}\,\frac{180}{\pi}$$

Impongo $|\delta\varphi| \leq 2$

$$\frac{\omega_c T_s}{2}\,\frac{180}{\pi} \leq 2$$

$$\omega_c = 0{,}234$$

$$T_s \leq 4\,\frac{\pi}{180}\cdot\frac{1}{\omega_c} \cong 0{,}2983$$

per es. $T_s = 0{,}1$ ok ✓

TU

$$s = \frac{2}{T_s}\,\frac{z-1}{z+1} = 20\,\frac{z-1}{z+1}$$

$$R_{TU}(z) = 2.5\cdot\frac{1 + 20\,\frac{z-1}{z+1}}{1 + \frac{1}{\cancel{10}\,1}\cdot\frac{\cancel{20}}{2}\,\frac{z-1}{z+1}}$$

$$= 2.5\,\frac{z+1+20(z-1)}{z+1+2(z-1)} = ?$$

$$R_{TU} = 2.5\,\frac{21z - 19}{3z - 1} =$$

$$= 2.5 \cdot \frac{\cancel{21}^{\,7}}{\cancel{3}_{\,1}}\;\frac{z - 19/21}{z - 1/3}$$

$$= 17.5\;\frac{z - 19/21}{z - 1/3}$$

$$\frac{19}{21} = 0{,}9048$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$$