

Meccanica di un corpo puntiforme

- **Meccanica**: studia il moto di un corpo: esprime con leggi quantitative la relazione tra il moto e le cause che lo generano.
- **Dinamica** Analisi completa del moto : riguarda sia il collegamento del moto alle forze che lo producono sia la descrizione geometrica dell'evoluzione temporale del fenomeno di movimento
- **Cinematica** Descrive il moto di un corpo, indipendentemente dalle cause che lo determinano.
- Il moto di un corpo esteso dipende da (almeno) sei gradi di libertà (tre traslazioni e tre rotazioni) e può risultare notevolmente complicato: per semplicità iniziamo lo studio del moto di un
- **corpo puntiforme**  **corpo di dimensioni trascurabili rispetto a quelle dello spazio in cui può muoversi o degli altri corpi con cui può interagire.**
- Un corpo esteso solo eccezionalmente si muove come un punto materiale (si parla in tal caso di *traslazione*); esso può compiere contemporaneamente altri tipi di moto, come *rotazioni* (ad esempio una ruota) o *vibrazioni* (una goccia di liquido che cade).
- L'ipotesi di corpo puntiforme riduce il numero di **gradi di libertà** del moto a tre (traslazione nello spazio).

Cinematica del punto materiale

Studia il **moto dei corpi senza riferimento alle sue cause** e alla natura dei corpi stessi.

Il corpo è descritto come un *punto materiale* senza dimensioni proprie

La cinematica necessita di un **SISTEMA DI RIFERIMENTO**: ogni moto è relativo e va riferito ad un particolare sistema di riferimento con una origine e un sistema di assi cartesiani

□ Le grandezze fondamentali della cinematica sono:

✓ **spostamento**

✓ **velocità**

✓ **accelerazione**

□ Queste grandezze, come molte altre grandezze fisiche, in generale non sono numeri, ma **vettori**

Traiettoria

Traiettoria: linea continua luogo geometrico costituita da tutte le posizioni occupate nel tempo dal punto materiale in istanti successivi.

NON da' informazioni su come essa e' percorsa (cioe' sulla velocita' e accelerazione)

I moti possono essere rettilinei o curvilinei

Direzione del moto: tangente alla traiettoria (con verso).

Origine del moto: punto di partenza, posizione al tempo zero



Legge del moto (diagramma orario)

E' il grafico spazio-tempo

Relazione fra TEMPO e SPAZIO percorso. Il tempo e' la variabile indipendente

Con la legge oraria si puo' determinare ad ogni istante la posizione del mobile sulla traiettoria

Per esempio in un moto unidimensionale dobbiamo conoscere la funzione $x = x(t)$

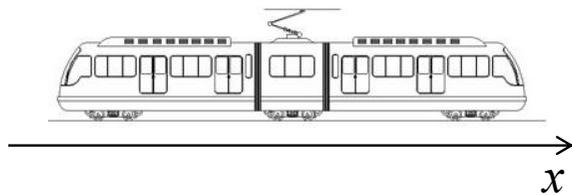
Ogni tipo di moto ha una particolare legge oraria.

La legge oraria non da' informazioni sulla traiettoria

Grandezze scalari e vettoriali

- ✓ Esempio: se vogliamo informare qualcuno su quanti siamo alti, basta dire: "sono alto 180 cm", non serve aggiungere altro, poiché *l'altezza è una grandezza scalare*. Se invece vogliamo informarlo sulla nostra posizione nello spazio un numero potrebbe non essere sufficiente, poiché la *posizione è un VETTORE*
- ✓ Di quanti numeri (o **COMPONENTI**) è composto un vettore ?
Dipende dalla dimensione dello spazio in cui si muove il punto
- ✓ Un vettore è sempre **definito rispetto ad un sistema di riferimento specifico, ovvero un sistema di assi cartesiani**

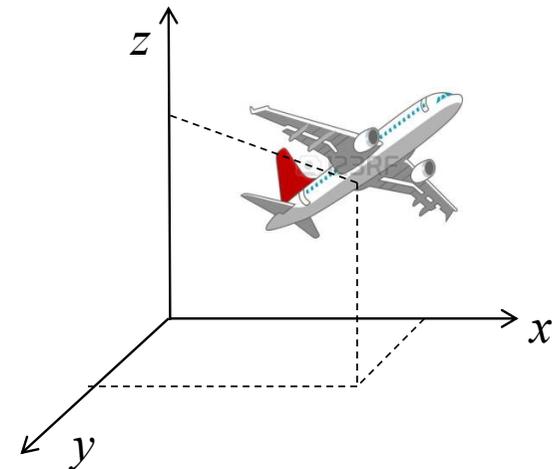
una dimensione (1D)



2 dimensioni (2D)



3 dimensioni (3D)



Grandezze scalari e vettoriali

In Fisica tutte le grandezze si suddividono in quantità **scalari** e **vettoriali** (o ancora più complesse, ovvero matrici)

✓ **grandezze scalari**: grandezze esprimibili mediante un **singolo numero**; **temperatura, massa, lunghezza** sono grandezze fisiche scalari

✓ **grandezze vettoriali**: grandezze che richiedono **più di un singolo numero** per essere completamente definite; esempi sono **la posizione nello spazio, lo spostamento, la velocità, l'accelerazione, la forza**

Come conseguenza di questa classificazione in ogni legge fisica del tipo:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}$$

A e B debbono essere sempre grandezze omogenee:

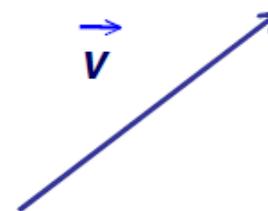
scalare = scalare oppure **vettore = vettore**

Il vettore

Graficamente un vettore si rappresenta mediante una freccia. Il vettore è definito da 3 proprietà:

- ✓ **lunghezza** o **modulo**
- ✓ **direzione** ovvero la retta su cui il vettore giace
- ✓ **verso** indicato dalla punta della freccia

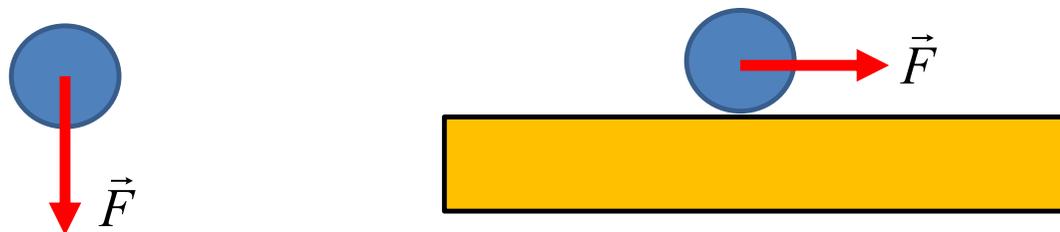
La freccetta sopra il simbolo v indica che si tratta di un vettore e non di uno scalare



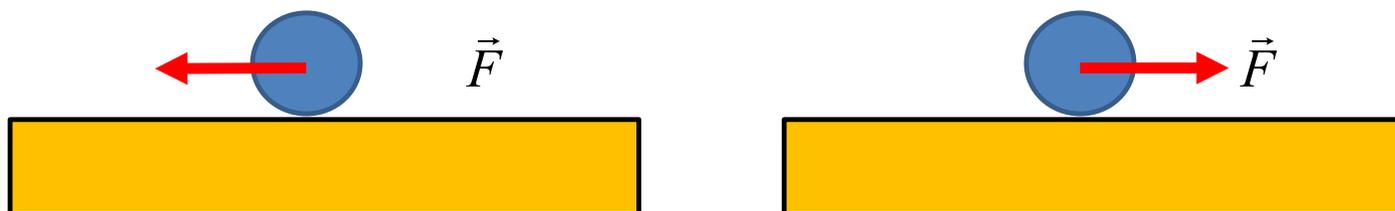
A volte nelle formule invece della freccetta si usa indicare il vettore scrivendo il simbolo in grassetto: in tal caso \mathbf{v} indica il vettore, mentre v indica il suo modulo

Per rappresentare concretamente un vettore in 2D o 3D è necessario **specificare un sistema di riferimento cartesiano**

Il vettore



Esempio #1: le forze (freccie rosse) che agiscono sulla sfera blu hanno stesso modulo (ovvero stessa lunghezza) ma diversa direzione, una verticale e l'altra orizzontale; dunque sono vettori diversi



Esempio #2: adesso le due sono uguali in modulo e anche in direzione, ma hanno verso opposto; dunque sono ancora diverse tra loro

Rappresentazione del vettore in componenti cartesiane

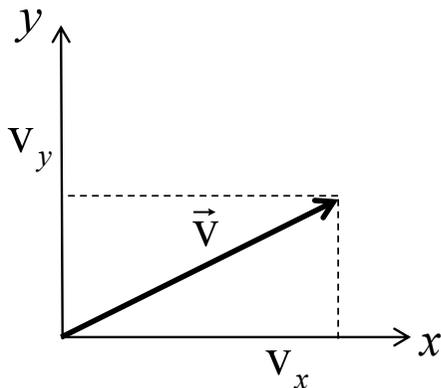
Un vettore può essere decomposto in *componenti* usando un *sistema di riferimento*, detto anche riferimento *Cartesiano* (dal grande matematico francese René Descartés)



La Haye en Touraine 1569

- ✓ In **2D** un sistema di riferimento è rappresentato da due assi x e y ortogonali (ovvero perpendicolari) che si incrociano in un punto detto origine
- ✓ il vettore si indica mediante le sue componenti (o coordinate cartesiane) v_x, v_y , ovvero le proiezioni del vettore lungo gli assi, nel modo seguente:

$$\vec{V} = (v_x, v_y)$$



Dalla punta del vettore, tracciamo due rette parallele agli assi: l'intersezione di queste rette con i due assi cartesiani ci dà il valore delle componenti v_x, v_y , ovvero le proiezioni del vettore lungo gli assi

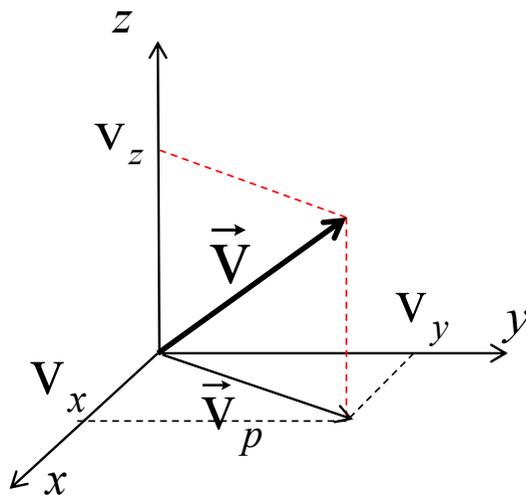
Rappresentazione del vettore in componenti cartesiane

In **3 dimensioni (3D)** un sistema di riferimento è rappresentato da tre assi ortogonali x, y, z



La Haye en Touraine 1569

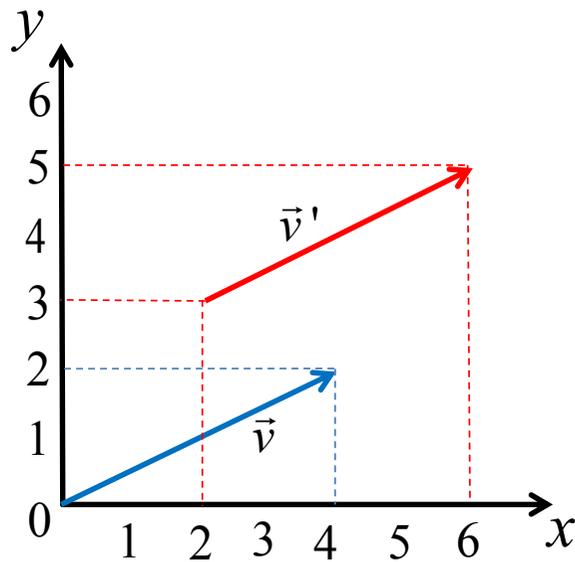
$$\vec{V} = (v_x, v_y, v_z)$$



- ✓ dalla punta del vettore, tracciamo due rette (in rosso), una retta parallela al piano (x,y) ed una ortogonale al piano (x,y) ; la prima interseca l'asse z e dà la proiezione v_z , la seconda interseca il piano x,y e dà la componente planare del vettore \mathbf{v}_p
- ✓ la componente planare \mathbf{v}_p ovvero è semplicemente un vettore 2D nel piano (x,y) , dunque possiamo procedere come in precedenza per scomporre \mathbf{v}_p nelle sue componenti v_x, v_y

Indipendenza dei vettori dall'origine del riferimento cartesiano

Un vettore NON dipende dall'origine del sistema di riferimento: può essere traslato nello spazio, rimanendo del tutto uguale a sé stesso
esempio: consideriamo un vettore nello spazio 2D: $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$



Supponiamo che inizialmente la coda del vettore sia sull'origine del riferimento (vettore blu); le coordinate del vettore sono:

$$\mathbf{v} = (4, 2)$$

Trasliamo (ovvero spostiamo rigidamente) il vettore nello spazio; sia \mathbf{v}' (in rosso) il vettore traslato; calcolando le proiezioni di \mathbf{v}' lungo gli assi, si vede facilmente che:

$$\mathbf{v}' = (4, 2)$$

Il vettore è lo stesso, prima e dopo la traslazione; \mathbf{v} e \mathbf{v}' sono del tutto identici, poiché uguali in modulo, direzione e verso

Somma dei vettori

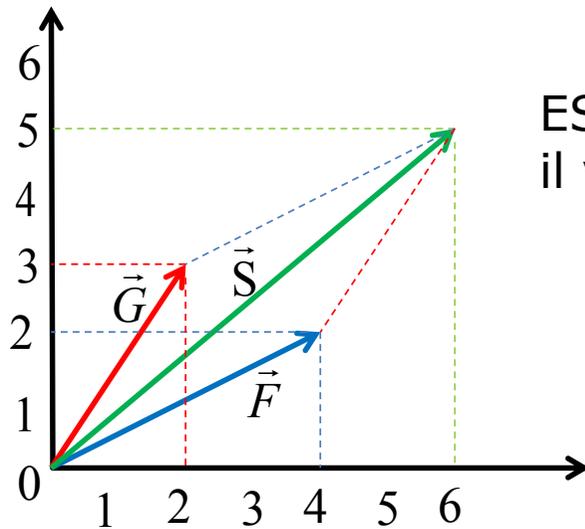
Siano dati 2 vettori $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$ e $\mathbf{G} = (G_x, G_y)$. Calcoliamo il vettore somma dei due vettori; chiamiamolo $\mathbf{S} = (S_x, S_y)$

$$\vec{S} = \vec{F} + \vec{G} = (F_x + G_x, F_y + G_y)$$

La somma di \mathbf{F} e \mathbf{G} è un vettore \mathbf{S} le cui componenti sono la somma delle componenti corrispondenti di \mathbf{F} e \mathbf{G}

$$S_x = F_x + G_x$$

$$S_y = F_y + G_y$$



ESERCIZIO in 2D: dati \mathbf{F} e \mathbf{G} , calcolare il vettore somma $\mathbf{S} = \mathbf{F} + \mathbf{G}$

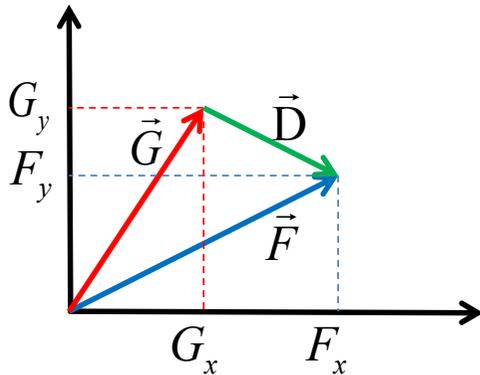
$$\mathbf{F} = (4, 2)$$

$$\mathbf{G} = (2, 3)$$

$$\mathbf{S} = (6, 5)$$

Differenza di vettori

La differenza di \mathbf{F} e \mathbf{G} è un vettore \mathbf{D} le cui componenti sono la differenza delle componenti corrispondenti di \mathbf{F} e \mathbf{G} :



$$\vec{D} = \vec{F} - \vec{G}$$

$$\vec{F} = (F_x, F_y)$$

$$\vec{G} = (G_x, G_y)$$

$$\vec{D} = (D_x, D_y) = (F_x - G_x, F_y - G_y)$$

Esempio numerico:

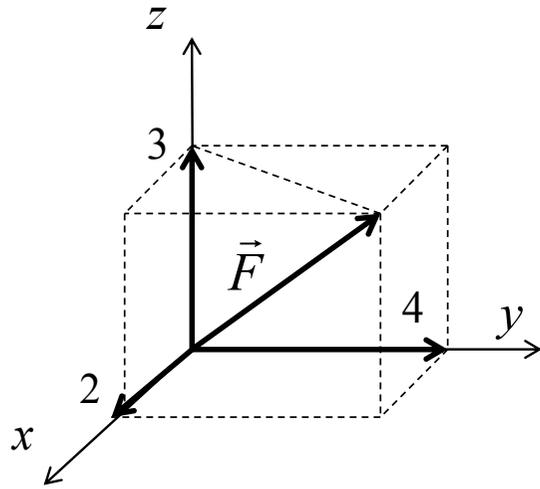
$$\mathbf{F} = (4, 2)$$

$$\mathbf{G} = (2, 3)$$

$$\mathbf{D} = (2, -1)$$

Notiamo che la componente D_y è negativa: infatti, il vettore \mathbf{D} punta verso le coordinate negative dell'asse y

Modulo del vettore

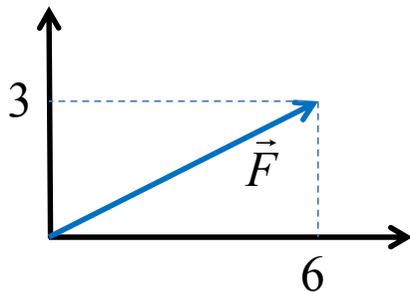


Il modulo di un vettore è uguale alla radice quadrata della somma dei quadrati delle componenti lungo gli assi.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Ad esempio, nel caso in figura si ha $F_x = 2$, $F_y = 4$, $F_z = 3$; il modulo è dato da:

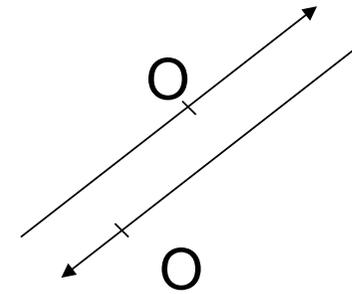
$$F = \sqrt{2^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 16 + 9} = \sqrt{29} = 5.38$$



Nel caso bidimensionale a fianco $\mathbf{F} = (6,3)$

$$F = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 6.7$$

Moto rettilineo

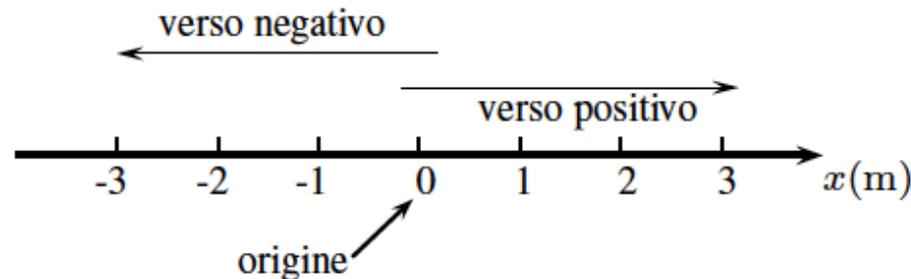


- Si svolge lungo una retta su cui si definisce la coordinata x , la cui origine ($x=0$) e il cui verso sono arbitrari
- Anche l'origine dei tempi ($t=0$) e' arbitraria
- Il moto del corpo e' descrivibile con una sola funzione $x(t)$
- La funzione puo' essere rappresentata sul cosiddetto diagramma orario, sul cui asse delle ascisse poniamo t e su quello delle ordinate x



Moto rettilineo

Consideriamo una retta e definiamo l'origine e l'unità di misura (la identificheremo con l'asse x). L'ascissa della posizione di una particella (o di un punto materiale) lungo tale retta si identifica con la posizione della stessa.



Per un corpo esteso, la posizione x si identificherà con la posizione di un suo punto.

Definiamo **spostamento** Δx tra le posizioni iniziale x_1 e finale x_2 la quantità

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Si noti che lo spostamento è positivo o negativo a seconda che la particella si sia spostata nei versi positivo o negativo definiti sulla retta.

Essendo (in modulo) pari ad una distanza, **lo spostamento si misura in m!**

