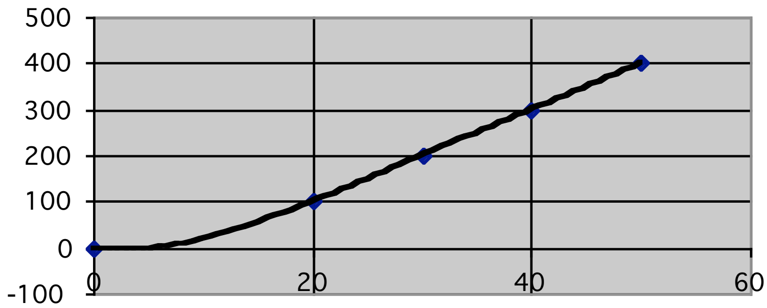
ESEMPIO

Osservatore	Posizione x (m)	Tempo passaggio (s)
O	0	0
P	+100	20
Q	+200	30
R	+300	40
S	+400	50

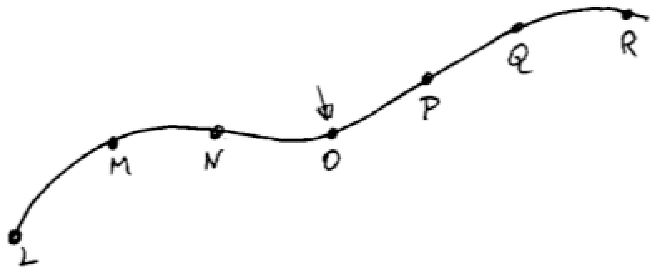
Coordinale del punto dipendono dal sistema di riferimento
Esempio: se origine fosse in P l'osservatore in O sarebbe a –100 m da P

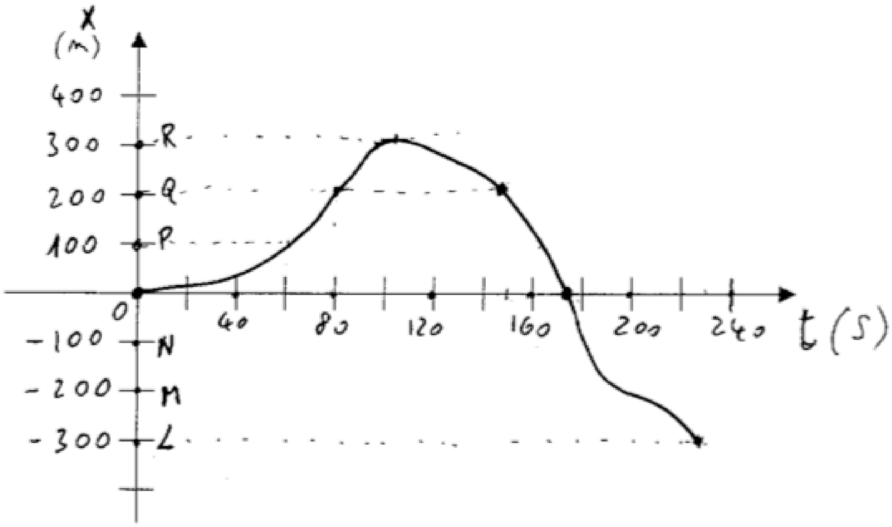
Ma lo SPOSTAMENTO fra due punto non cambia se cambia origine
Esempio: spostamento fra Q e P e'$(x_2 - x_1) = +200 - (+100) = +100$



Queste e' curva di un mobile dove spostamento rispetto all'origine aumenta sempre nel tempo.
Interpolazione e' plausibile, ma non esatta. Estrapolazione e' poco plausibile

ESEMPIO





Partenza da origine O.
Inversione di marcia in R.
Ripassa davanti a Q e P e supera origine O .
Si ferma in L

Ci sono due valori di tempo per lo stesso x
Ma non e' possibile due valori di x per lo stesso t

Non confondere lo SPOSTAMENTO, (posizione finale-posizione iniziale) che puo' essere anche zero, con lo spazio percorso

VELOCITA' MEDIA

Rapporto fra lo spostamento in un certo intervallo di tempo e la durata dell'intervallo.

$$v_m \equiv \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Nell'esempio precedente:

Osservatore	Posizione x (m)	Tempo passaggio (s)
O	0	0
P	+100	20
Q	+200	30
R	+300	40
S	+400	50

velocita' media fra P e O:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{100 - 0}{20 - 0} = 5ms^{-1}$$

Velocita' media fra S e O e': $\frac{x_4 - x_0}{t_4 - t_0} = \frac{400 - 0}{50 - 0} = 8ms^{-1}$

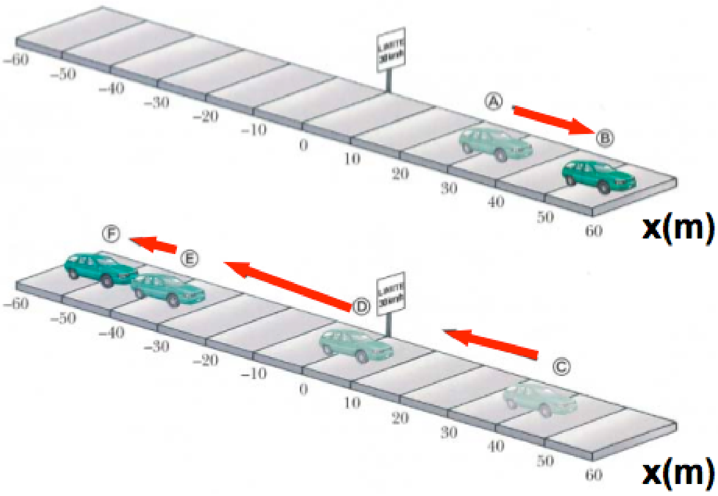
Velocita' media fra Q e P e': $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{200 - 100}{30 - 20} = 10ms^{-1}$

Se durante il moto si hanno diverse velocita' (senza una legge) → **moto vario**

Velocita' media illusta il moto complessivo, ma non da' informazioni su un preciso istante→ rappresenta lo spazio medio percorso nell'unita' di tempo.

Ci possono essere le stesse velocita' medie in due tratti, ma con velocita' diverse in ogni singolo punto.

esempio: moto di un'auto



	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	-37
F	50	-53

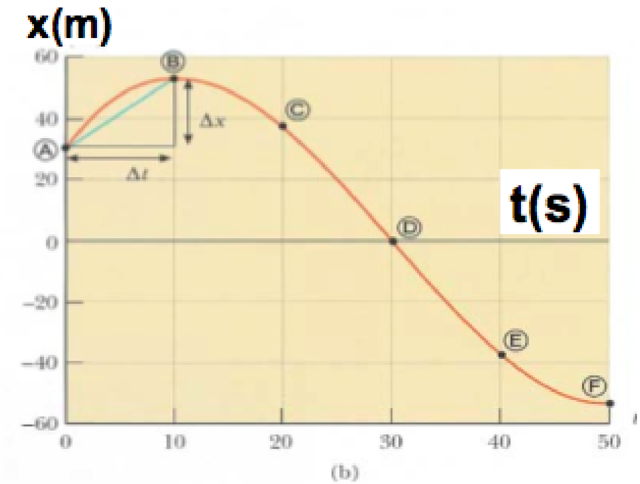


grafico
posizione -tempo

$$\bar{v}_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(52-30)m}{(10-0)s} = 2.2\,m/s$$

N.B. velocità media fra A e B
pendenza della retta
tra i punti A e B

Quanto velocemente mi muovo in un dato istante di tempo ?

esempi:

auto che si muove in città: $\bar{v} = 30\frac{km}{h} = 30\frac{10^3 m}{60 \times 60 s} = 8.3 m/s$

pedone che cammina per strada: $\bar{v} = 2 m/s$

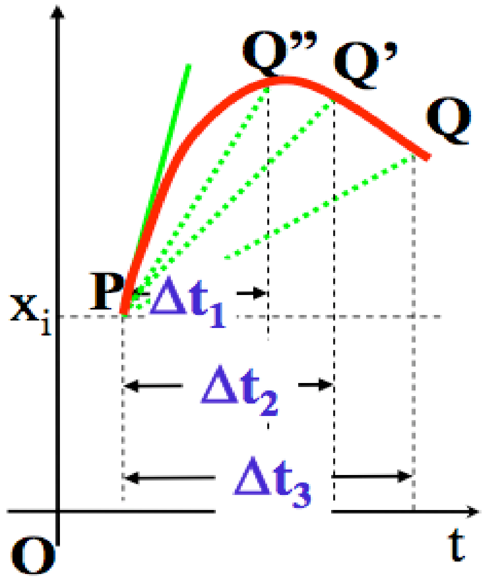
la velocità **istantanea** è diversa
[ad esempio: semafori, strisce pedonali, ingorghi …]

Per ogni istante si ha una ed una solo posizione x(t) e anche una ed una sola velocita' v(t).

La legge della velocita' e' una funzione v(t) → correlata con x(t).

Se si considera uno spostamento piccolo - in un piccolo intervallo di tempo - le informazioni sulla velocita' media sono piu' vicine allo stato della velocita' nei singoli istanti.

Velocita' istantanea: velocita' nell'istante t quando il mobile e' in x(t).



Velocita' medie : pendenza corde PQ, PQ', PQ''
Sono approssimazione di velocita' istantanea in P se Δt e' piccolo

La velocita' istantanea in una dato punto e' il limite a cui tende la velocita' media vicino a quel punto quando Δt e il corrispondente Δx sono sempre piu' piccoli

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Matematicamente v(t) e' la derivata prima al diagramma orario x(t)

Geometricamente la corda diventa la tangente nel punto considerato.

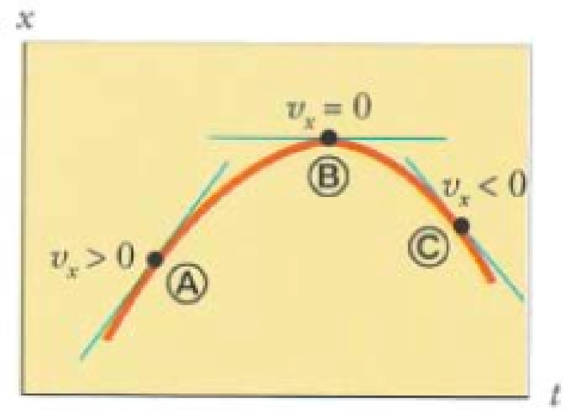
La velocita' istantanea in una istante t e' qualunque e' la pendenza della tangente al diagramma orario.

Pendenza tangente positiva → velocita' positiva → x cresce con t

Pendenza tangente negativa → velocita' negativa → x decresce con t

Tangente orizzontale → pendenza nulla → velocita' = 0

Tangente verticale non e' possibile perche' implica velocita' infinita



v_x può essere **positiva**, **negativa** o **nulla**

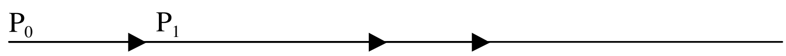
Nota la curva spazio-tempo si puo' calcolare la velocita' istantanea come la derivata in quel punto.

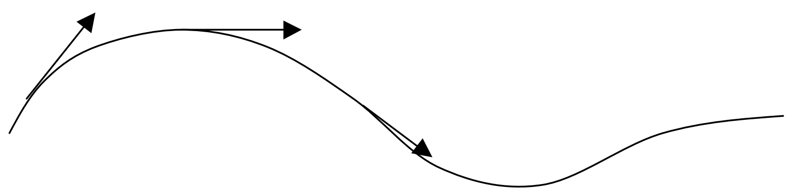
VETTORE VELOCITA'

Il calcolo della velocita' istantanea ci da' il modulo della velocita'.
Ma come e' il vettore velocita?

Il vettore $\vec{v}$ all'istante t quando il mobile transita in un punto P della traiettoria e':

vettore applicato in P
modulo v
direzione tangente alla traiettoria
(o coincidente con la traiettoria se il moto e' rettilineo)
verso e' quello del moto

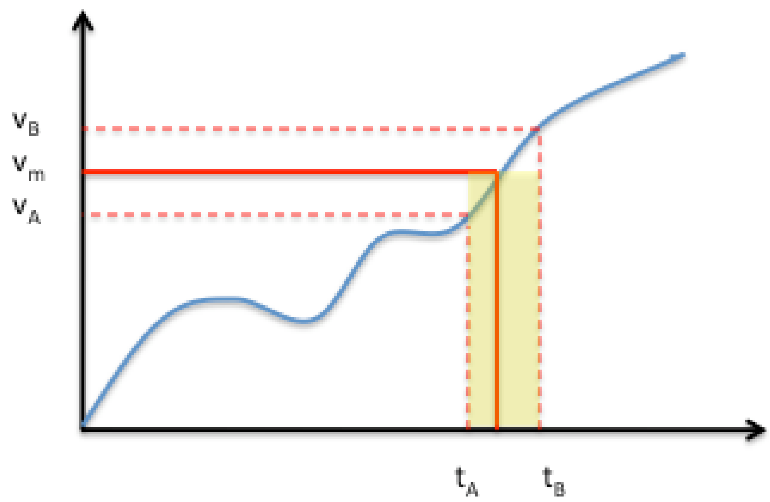




Dimensioni: $[v] = [LT^{-1}]$

PROCEDIMENTO INVERSO: VELOCITA' → SPAZIO

Dato il diagramma v(t) e' possibile trovare lo spostamento del mobile dall'inizio del moto.



Se $(t_B - t_A)$ cioe' $\Delta t \rightarrow 0$ allora: $v_B \sim v_m \sim v_A$

Se v_m e' la velocita' media in Δt → spostamento Δx e':

$$\Delta x = v_m \, \Delta t$$

Quindi :
$v_m \, \Delta t$ e' uguale area della striscia verticale elementare molto sottile.

Dal punto di vista del calcolo infinitesimale:

$$dx = v \, dt$$

dove dx e' spostamento infinitesimo nell'intervallino dt

Spostamento totale del mobile dall'origine O ad un punto P qualunque corrispondente a t_P come alle **somma di tante strisce verticali** molto sottili

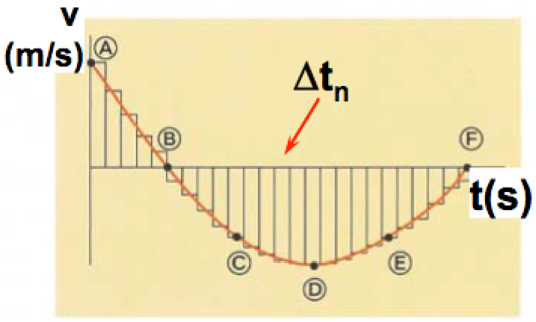


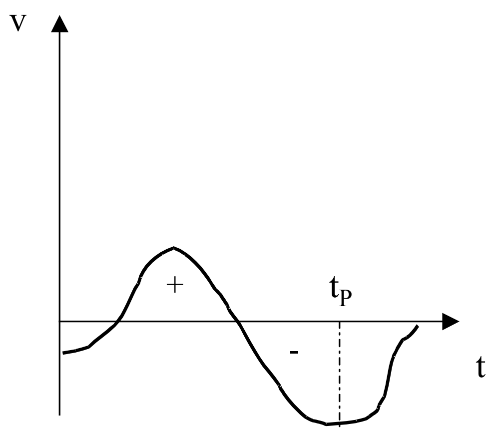
grafico **velocità -tempo**

$$\Delta x = \sum_n \Delta x_n = \sum_n v_n \Delta t_n$$

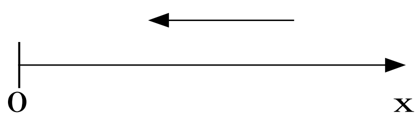
$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n \Delta x_n = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_n \Delta t_n$$

N.B. spostamento totale Δx: **area** sotto la curva [interpretazione geometrica]

Somma delle strisce verticali infinitesime e' somma di tante piccole aree → Spostamento dell'oggetto da 0 a t e' l'area sotto la curva v(t) da 0 a t (processo di integrazione).

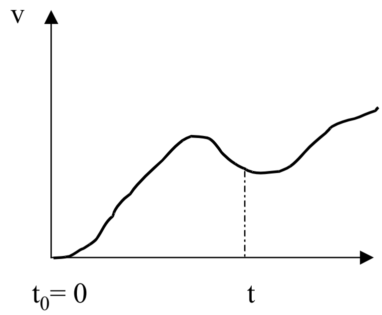


Se area fra t e $(t+\Delta t)$ e' negativa → spostamento e' negativo $(x(t+\Delta t) < x(t))$ → oggetto si muove in direzione contraria alla direzione scelta come positiva



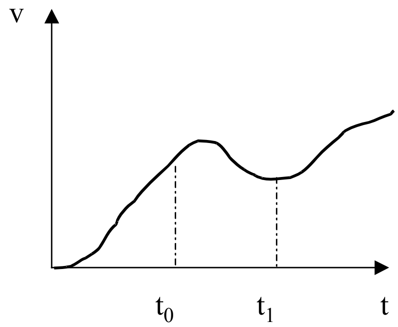
Spostamento totale: somma algebrica delle aree
Spazio percorso: somma aree considerate come positive.

Processo differenziazione: x(t) → v(t)
Processo integrazione: v(t) → x(t)



Area sotto la curva da origine t_0 ad un punto generico t sull'ascissa e': integrale indefinito (e' una funzione di t)

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$



Spostamento fra due istanti di tempo t_1 e t_2 e' l'area sotto la curva fra t_1 e t_2 ed e' detto integrale definito (e' un numero).

$$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt = \int_{t_0}^{t_2} v(t)dt - \int_{t_0}^{t_1} v(t)dt$$

Alcuni integrali:

$$\int Cdx = C\int dx = Cx$$

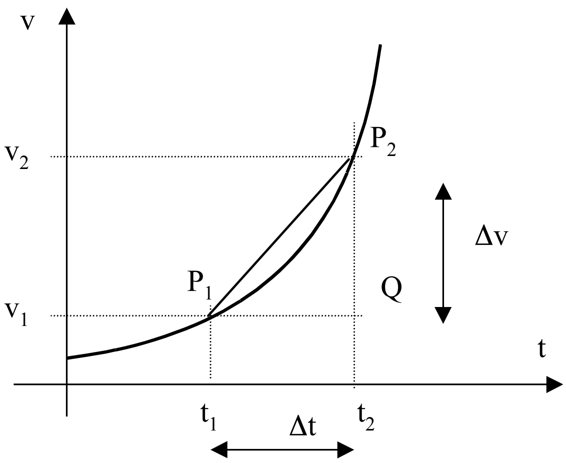
$$\int Cxdx = C\int xdx = C\frac{x^2}{2}$$

$$\int Cx^n dx = C\int x^n dx = C\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

ACCELERAZIONE

quando la velocità varia nel tempo
si dice che il corpo è accelerato

Mentre la velocita' rappresenta la variazione dello spazio nel tempo, **l'accelerazione rappresenta la variazione della velocita' nel tempo**.
Il ragionamento che applichiamo e' del tutto analogo a quello fatto per la velocita' partendo da x(t), ma ora si parte al diagramma v(t).



L'accelerazione media fra punti P1 e P2 e' la pendenza della corda P_1P_2.

$$a_m \equiv \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Accelerazione istantanea → si procede come per la velocita' istantanea → calcolo accelerazione media in intervalli di tempo sempre piu' piccoli finche' $\Delta t \rightarrow 0$.

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

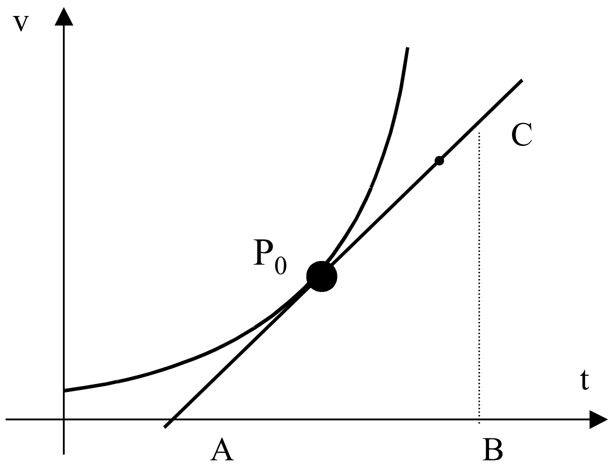
L'accelerazione istantanea e' la derivata della velocita' rispetto al tempo.

Dimensioni: [a] = [LT^{-1}] / [T] = [LT^{-2}]

E' quindi anche la derivata seconda dello spazio rispetto al tempo.

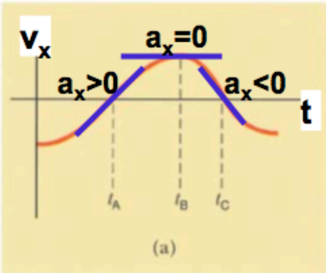
$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

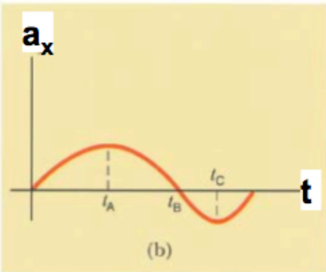
Geometricamente l'accelerazione e' la pendenza della tangente alla curva velocita'- tempo.



Pendenza retta tangente e' BC/AB

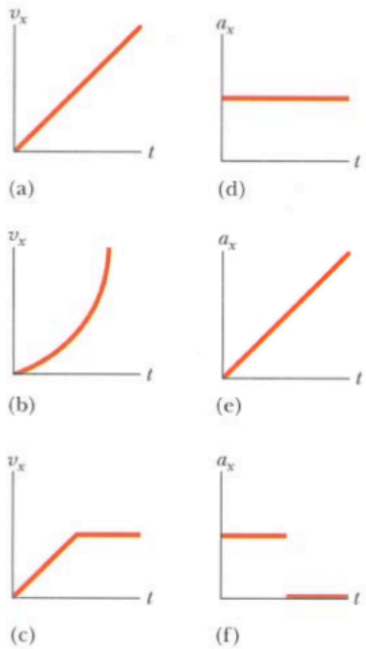
derivazione a istantanea
a partire da v(t)





accelerazione istantanea:
pendenza della tangente
alla curva velocità-tempo
[ad ogni istante]

esempi



Dove la pendenza della tangente e' positiva → accelerazione positiva cioe' velocita' cresce.
Dove la pendenza della tangente e' negativa → accelerazione negativa cioe' velocita' decresce.
Dove velocita' non cresce piu' ed inizia a decrescere l'accelerazione = 0

N.B. il **corpo umano** reagisce alle accelerazioni (**accelerometro**)
non alle velocità (non è un tachimetro)

esempio: macchina 90 km/h
aereo 900 km/h non sento la velocità costante
ma le accelerazioni e decelerazioni

sulle montagne russe del Luna Park sento i veloci
cambiamenti di velocità

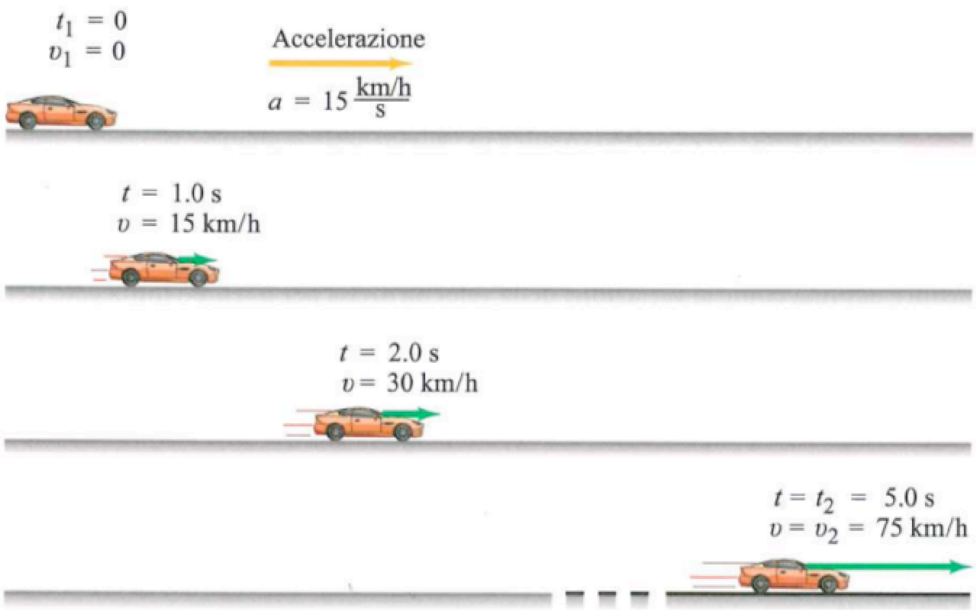
ESEMPIO 2-4 **Accelerazione media.** Un'auto accelera su una strada diritta, partendo da ferma, fino a 75 km/h in 5.0 s (fig. 2-10). Qual è il valore della sua accelerazione media?

APPROCCIO L'accelerazione media è il cambiamento di velocità diviso per il tempo trascorso, 5.0 s. L'auto parte da ferma e quindi $v_1 = 0$. La velocità finale è $v_2 = 75$ km/h.

SOLUZIONE Dall'equazione 2-4 l'accelerazione media è

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{75\ \text{km/h} - 0\ \text{km/h}}{5.0\ \text{s}} = 15\ \frac{\text{km/h}}{\text{s}}.$$

Questo si legge "quindici chilometri all'ora per secondo" e significa che, mediamente, la velocità è cambiata di 15 km/h ogni secondo. Cioè, assumendo che l'accelerazione fosse costante, durante il primo secondo l'accelerazione è passata da zero a 15 km/h; durante il successivo secondo la velocità è cresciuta di ulteriori 15 km/h, raggiungendo così una velocità di 30 km/h a $t = 2.0$ s, e così via (fig. 2-10).



Il nostro risultato nell'esempio 2-4 contiene due differenti unità di tempo: ore e secondi. Di solito è preferibile usare solo i secondi. Per questo, possiamo trasformare i km/h in m/s (*vedi* par. 1-6 ed es. 1-5):

$$75 \text{ km/h} = \left(75 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}}\right) = 21 \text{ m/s}.$$

Allora

$$\bar{a} = \frac{21 \text{ m/s} - 0.0 \text{ m/s}}{5.0 \text{ s}} = 4.2 \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 4.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Scriveremo quasi sempre le unità di misura dell'accelerazione nella forma m/s^2 (metri al secondo quadrato), invece che m/s/s. Questo è possibile perché

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Notiamo che l'*accelerazione ci dice con quale rapidità cambia la velocità*, mentre la *velocità ci dice con quale rapidità cambia la posizione*.

ESEMPIO CONCETTUALE 2-5 **Velocità e accelerazione.** (*a*) Se la velocità di un oggetto è zero, significa che la sua accelerazione è zero? (*b*) Se l'accelerazione è zero, significa che la velocità è zero? Pensate a qualche esempio.

RISPOSTA Una velocità zero non significa necessariamente che l'accelerazione sia zero. (*a*) Per esempio, se schiacci il pedale dell'acceleratore su un'automobile ferma, la velocità parte da zero, ma l'accelerazione non è zero, dal momento che la velocità dell'auto cambia. (Come potrebbe cominciare a muoversi la tua auto se la velocità non cambiasse – cioè se non accelerasse?) (*b*) Se stai andando su un'autostrada diritta alla velocità costante di 100 km/h, la tua accelerazione è zero: $a = 0$, ma $v \neq 0$.

ESEMPIO 2-6 **Automobile che rallenta.** Un'automobile si sta muovendo verso destra (direzione che scegliamo come asse x positivo) lungo un'autostrada rettilinea (fig. 2-11). A un certo istante il conducente pigia sul freno. Se la velocità iniziale (quando il guidatore inizia ad azionare i freni) è $v_1 = 15.0$ m/s, e ci mette 5.0 s a rallentare fino a $v_2 = 5.0$ m/s, qual è stata l'accelerazione media dell'auto?

APPROCCIO Nell'equazione 2-4 per l'accelerazione media, inseriamo i valori dati per le velocità iniziale e finale, e il tempo impiegato.

SOLUZIONE Usiamo l'equazione 2-4 ponendo $t_1 = 0$ e $t_2 = 5.0$ s. Quindi

$$\bar{a} = \frac{5.0\ \text{m/s} - 15.0\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} = -2.0\ \text{m/s}^2.$$

Il segno negativo appare perché la velocità finale è inferiore a quella iniziale. In questo caso la direzione dell'accelerazione è verso sinistra (nella direzione negativa della x) – anche se la velocità punta sempre verso destra. Diciamo che l'accelerazione è 2.0 m/s^2 verso sinistra, ed è mostrata in figura 2-11 con una freccia arancione.

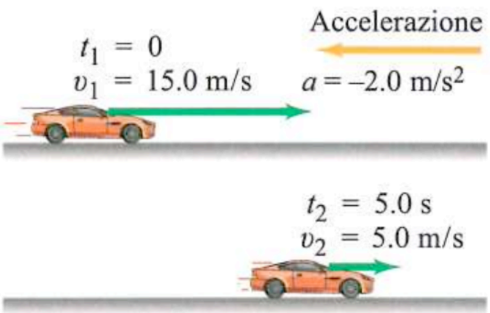


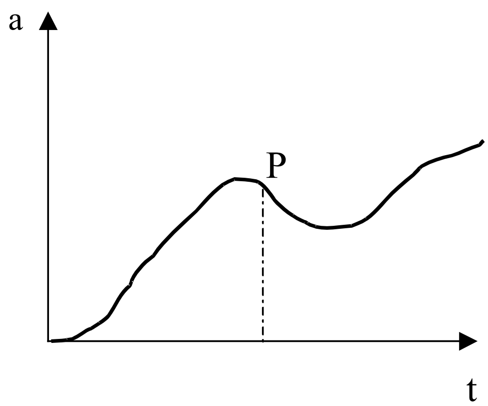
FIGURA 2-11 Esempio 2-6. È indicata la posizione dell'automobile ai tempi t_1 e t_2, così come la sua velocità, rappresentata dalle frecce verdi. Il vettore accelerazione (arancione) punta verso sinistra poiché l'auto rallenta mentre si muove verso destra.

La velocita' e' l'integrale dell'accelerazione.

Il ragionamento e' lo stesso dello spazio e cioe', noto il grafico dell'accelerazione, la velocita' raggiunta da un istante iniziale t_0 fino ad un tempo generico t e' data da:

$$v(t) = \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

v(t) e' un'area sotto la curva di a(t)

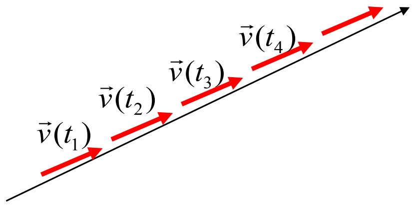


Riassumendo:

Processo differenziazione: x(t) → v(t) → a(t)

Processo integrazione: a(t) → v(t) → x(t)

Tipologie generali di moto



1) MOTO RETTILINEO UNIFORME: ad ogni istante di tempo la velocità è uniforme, per cui la variazione della velocità è sempre nulla

$$\Delta\vec{v} = 0 \qquad \vec{a} = 0$$

2) MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO: ad ogni istante l'accelerazione è uniforme, ovvero costante in modulo, direzione e verso

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \text{costante}$$

Se ***a*** è costante si ha che: $\Delta\vec{v} = \vec{a}\,\Delta t$

3) MOTO ACCELERATO con accelerazione variabile: velocità e accelerazione variano liberamente nel tempo, e si calcolano nel limite di spostamento infinitesimo in un determinato istante di tempo

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Moto uniforme:
velocità di <u>intensità</u> costante

rettilineo

La velocità è **costante** come **vettore** (infatti la direzione non cambia essendo quella della retta su cui avviene il moto)

curvilineo

La velocità **NON è costante** come **vettore** in quanto la sua direzione cambia in ogni punto della traiettoria

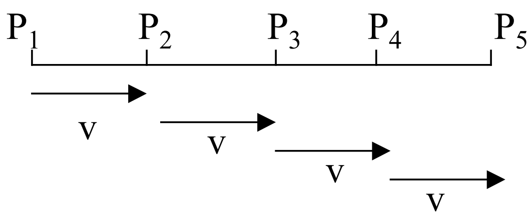
MOTO RETTILINEO UNIFORME

Il mobile percorre spazi uguali in tempi uguali su una traiettoria rettilinea

Legge del moto:

$$\mathbf{x = v\,t + x_0}$$

v e' lo spazio percorso nell'unita' di tempo.
La velocita' e' costante. L'accelerazione e' zero.
Lo spazio e' direttamente proporzionale al tempo impiegato.



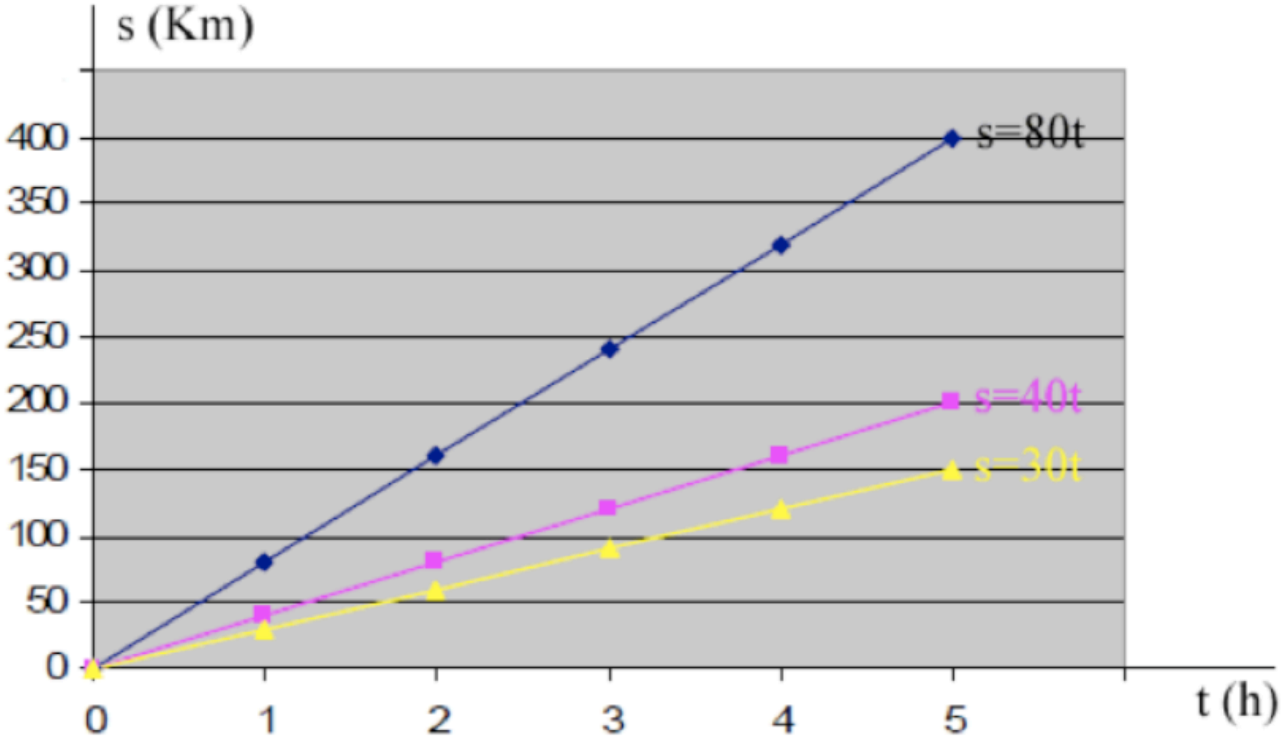
La legge vale non solo per spazi dall'origine , ma anche per spazi intermedi

$x_1 = v\,t_1$

$x_2 = v\,t_2$

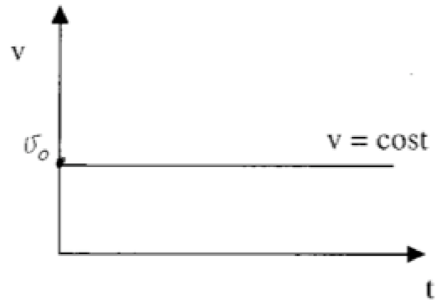
Spazio intermedio durante tempo $(t_2 - t_1)$ e':

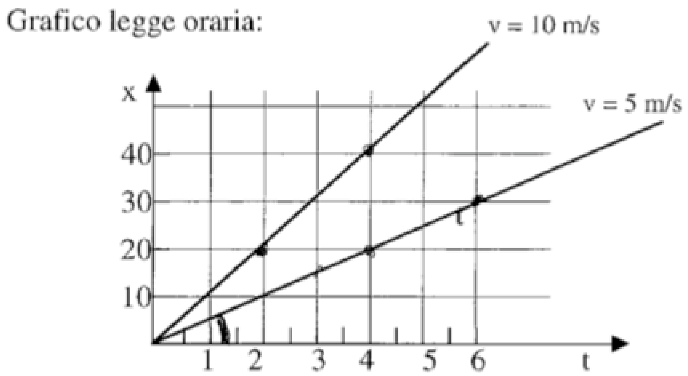
$x_2 - x_1 = v\,(t_2 - t_1)$



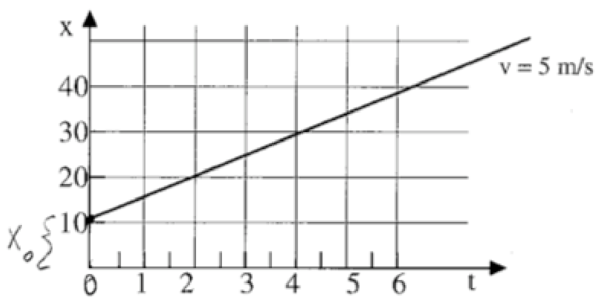
Rappresentazione di tre moti rettilinei uniformi con velocità rispettivamente di 80 Km/h , 40 Km/h e 30 Km/h .

Legge della velocita':





$x = v\,t$ retta che passa per origine se $x_0 = 0$



$x = v\,t + x_0$ retta che non passa per origine