FISICA NUCLEARE (4)

Struttura dei nuclei e modelli nucleari

- Modello a shell
  - Ipernuclei
  - Potenziale del modello a shell
  - Nucleoni di valenza

Proprietà dei Nuclei

- Spin dei nuclei
- Parità e nuclei

Modello a shell

- *Nell'**Atomo***: nucleo, con suo pot. coulombiano, **è sorgente esterna** ⇒ orbitali atomici
- *Nel* ***Nucleo***: **no sorgente esterna** ⇒ nucleoni nel loro stesso potenziale (shell)
  - Pensarli densamente impacchettati e nel contempo mobili ***su shell***, non plausibile classicamente!
  - Modelli nucleari a gas densi, molte collisioni interne, non riproducono dati

- ***Principio d'esclusione*** ⇒ se non ci sono stati quantici vicini e vuoti raggiungibili con l'energia di un'interazione, allora quell'interazione **non avverrà**, e **non esiste analogo classico**

Come evidenziare struttura a shell nucleare ? Ci vuole sonda libera di muovercisi !

Ipernuclei

Nucleo ~ gas di Fermi → occupati tutti livelli a minor energia, interazioni fra nucleoni danno solo scambi fra due di essi senza che cambi energia ⇒ *non osservabile sperimentalmente*

Per studiare spettro ⇒ ***etichettare singoli nucleoni.*** Si introduce nel nucleo sonda opportuna, ***iperone*** Λ^0, ottenendo un ***ipernucleo***

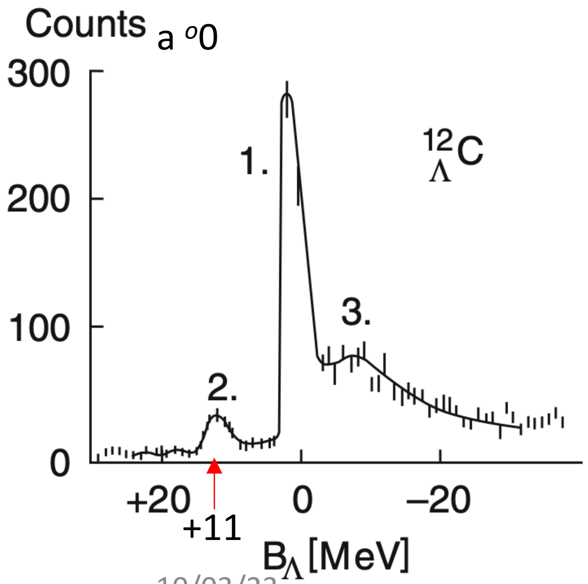
- Λ^0 **(u,d,s)** , $\mathbf{M_{\Lambda 0} = 1.115}$ GeV/c^2, $\boldsymbol{\tau_{\Lambda 0} = 2.631\times10^{-10}}$ s; ***~ n pesante*** [$p \equiv$ (u,u,d), $n \equiv$ (u,d,d)]
- ***Int. forte conserva stranezza*** $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\tau_{\Lambda 0}}$ uguale nel nucleo e fuori, sufficiente per analisi spettroscopiche e studio **iper-nucleo**
- Si ottiene iper-nucleo con reazione ***scambio di stranezza*** [$K \equiv$ (q,s)]

$$K^- + A \rightarrow {}_{\Lambda}A + \pi^-$$

$\boldsymbol{n \rightarrow \Lambda^0}$ tramite: $K^- + n \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$. Bilancio energetico per $\boldsymbol{n}$ libero dipende da masse particelle

Se $\boldsymbol{n}$ *legato e* $\boldsymbol{\Lambda^0}$ *resta nel* ***nucleo*** $\Rightarrow$ diff. energia fra $\boldsymbol{K^-}$ e $\boldsymbol{\pi^-}$ **~** diff. fra en. legame di $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{\Lambda^0}$

$$\boxed{\mathrm{B}_n - \mathrm{B}_{\Lambda 0} = E_{k,K} - E_{k,\pi} + (\mathrm{M}_K - \mathrm{M}_\pi)c^2 + (\mathrm{M}_n - \mathrm{M}_{\Lambda 0})c^2 - (en.\ rinculo)}$$



Spettro $\boldsymbol{\pi^-}$ per $K^- + {}^{12}\mathrm{C} \rightarrow \pi^- + {}^{12}\mathrm{C}$, con $|\boldsymbol{p}_{K-}|$ = **720** MeV/c

En. trasferita $\mathrm{B}_{\Lambda}{}^0$ **~** en. legame Λ_0 nel nucleo

Picco **1** en. legame $\boldsymbol{\Lambda^0}$. Picco **2** en. trasferita da legame nucleare al $\boldsymbol{\pi}$ nella trasformazione di $\boldsymbol{n}$ in $\boldsymbol{\Lambda^0}$

P. esclusione impedisce a $\boldsymbol{p}$ o $\boldsymbol{n}$ di occupare livelli già occupati inferiori a quelli in cui sono

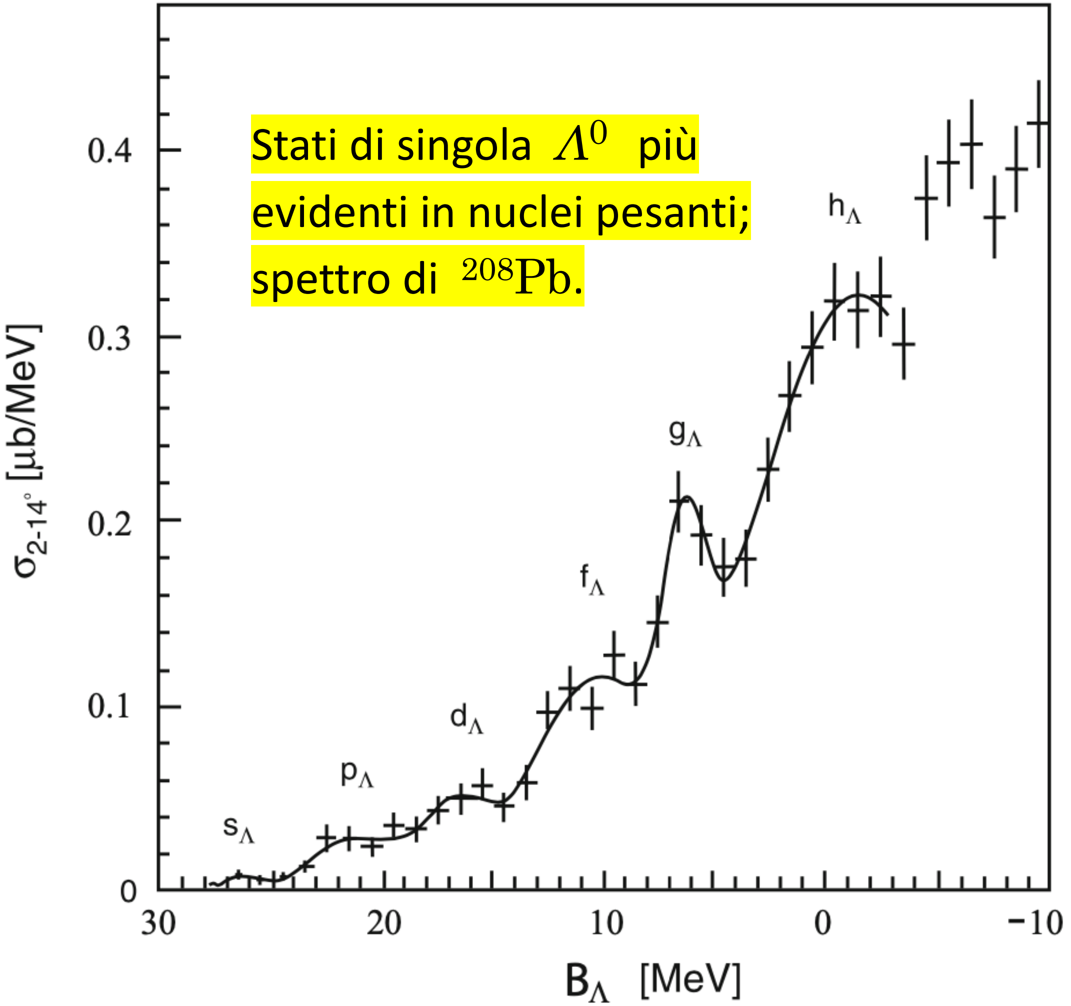
$\Rightarrow$ ***stati si riempiono da basso verso l'alto come in atomo***

Se però $\boldsymbol{\Lambda^0}$ sostituisce $\boldsymbol{n}$, può occupare qualsiasi livello:
non risente dei singoli nucleoni ma solo del potenziale medio da essi creato

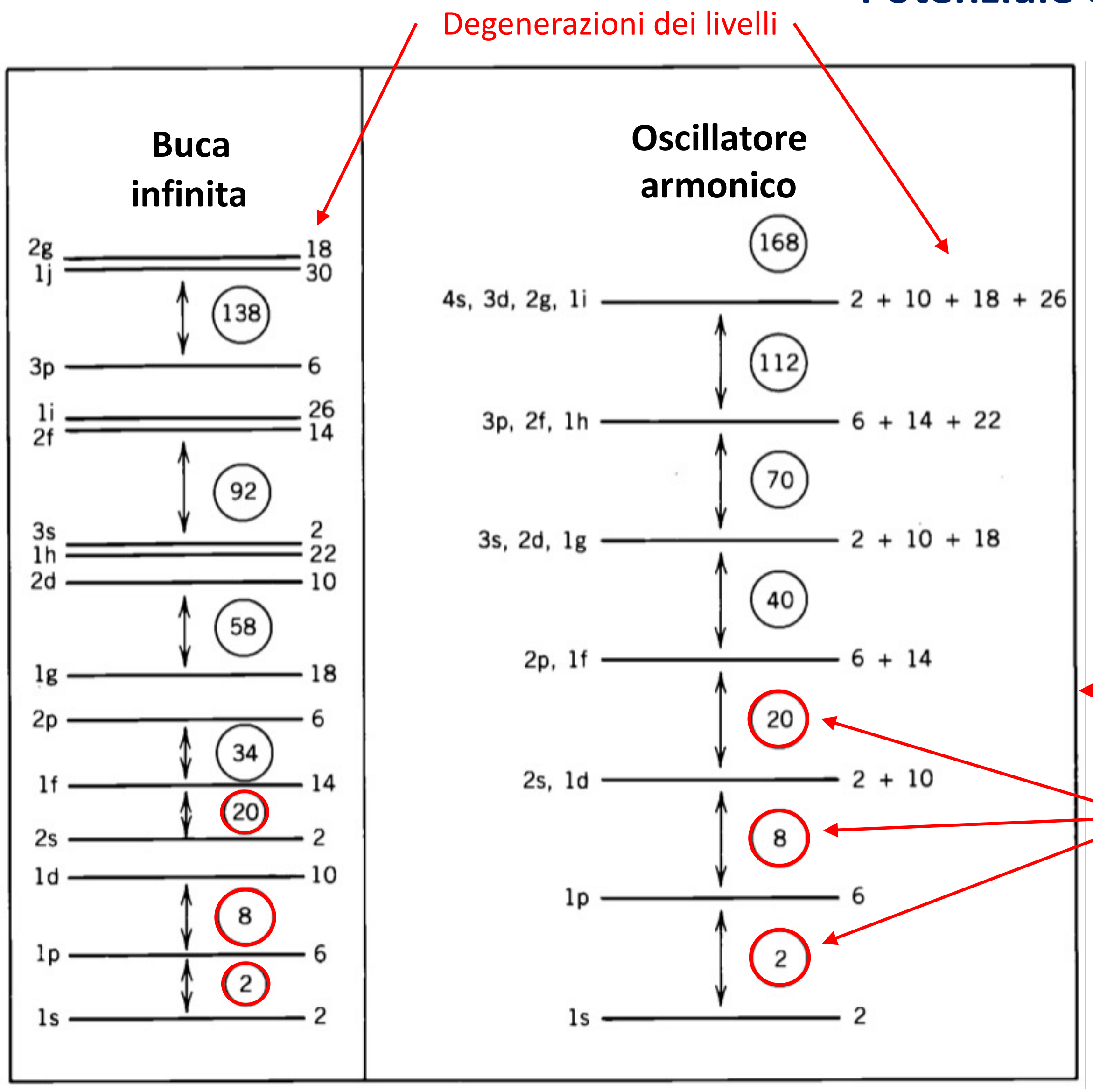
Si mettono così in evidenza livelli energetici; $^{208}\mathrm{Pb}$ a fianco

- Interaz. $\boldsymbol{\Lambda^0}$**−nucleone** più **debole** di **nucleone−nucleone**
  $\Rightarrow$ non esistono **stati legati $\boldsymbol{\Lambda^0}$−nucleone**
  (non c'è l'iperdeutone)

$\boldsymbol{\Lambda}$ si muove **~ libera** nella buca, nonostante nel nucleo materia sia densamente distribuita: è quindi ottima ***sonda esploratrice dei livelli***



Potenziale del modello a shell



Scegliere potenziale adatto: soluzioni Schrödinger per ***buca quadrata*** (pareti ∞) e ***osc. armonico*** (pareti ∞)

- Degenerazione livello corrisponde a **#** nucleoni che può ospitare, $2(2l+1)$ con $(2l+1)$ degenerazione di m_l e 2 di m_s

Come atomi, **notazione spettroscopica** dei livelli, ma ora n **non** è num. quant. principale, **conta** solo livelli associati a un determinato valore di l

(**#** occupazione livelli e **#** cumulativi da riempimento completo)

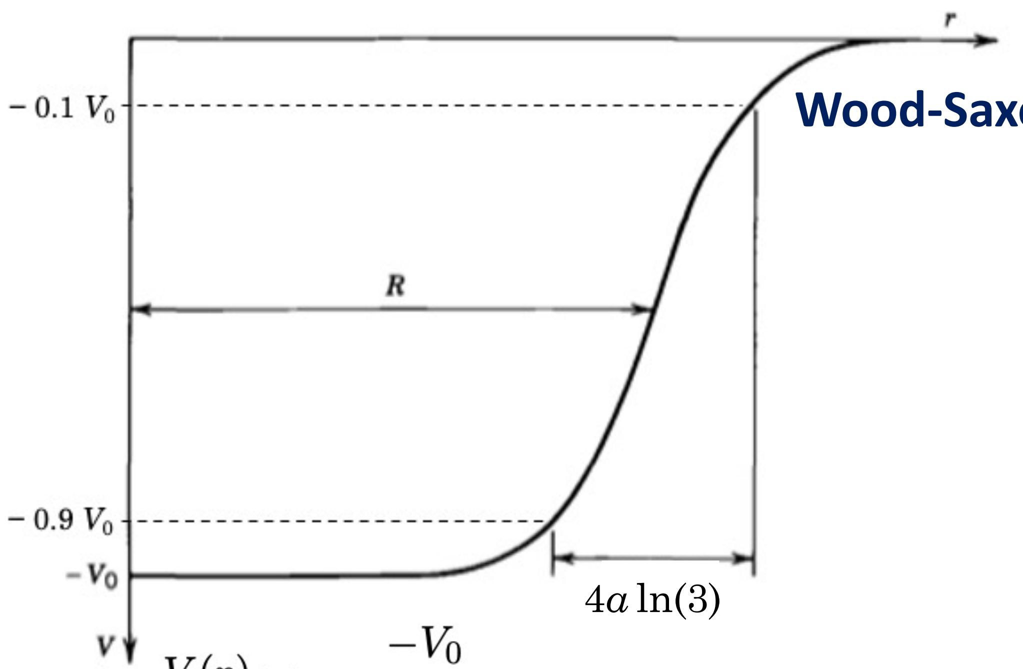
Schema ⇒ solo numeri magici $2, 8, 20$

Serve potenziale più realistico: **Wood-Saxon**

$$\boxed{V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}}}$$

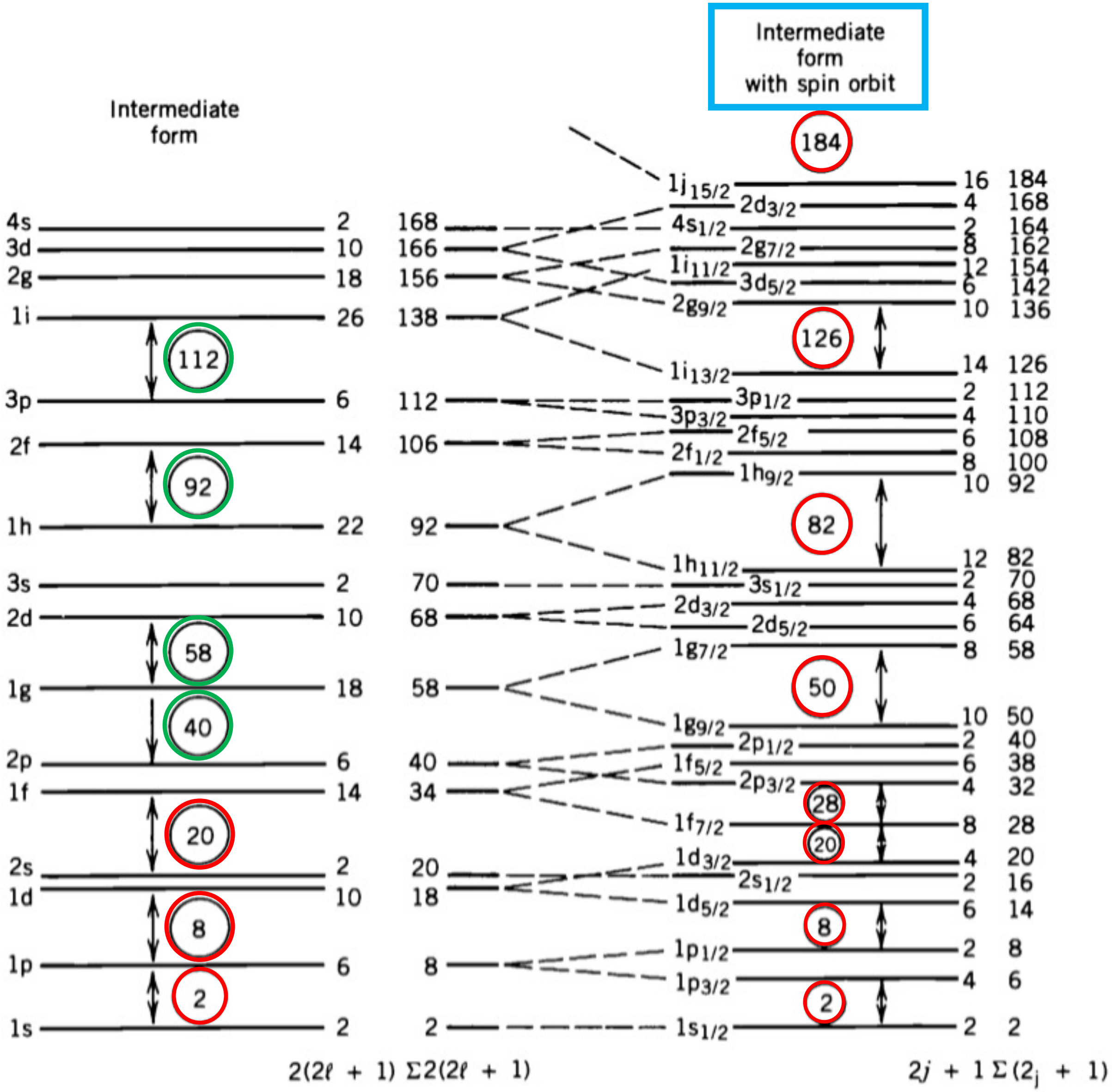
- Né **buca ∞** né **osc. armonico** spiegano come togliere nucleoni da un nucleo!

- Breve range interazione ⇒ ragionevole che potenziale ∼ andamento densità nucleoni, senza bordi netti e ⟶ zero dolcemente a distanza ∼ raggio nucleare



Wood-Saxon

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$



Livelli calcolati con potenziale di Wood-Saxon
(con termine spin-orbita numeri magici !)

$\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{a}$, ***raggio medio*** e ***spessore di pelle*** ~ densità nucleoni: $\boldsymbol{R} \simeq 1.25{\times}A^{1/3}$ fm, $\boldsymbol{a} = 0.524$ fm

$\boldsymbol{V_0} \approx \mathbf{50}$ MeV, ***per avere corrette separazioni energetiche***

- Wood-Saxon rimuove degenerazione in $\boldsymbol{l}$ dell'oscillatore armonico per le shell principali
- Salendo in energia, ***splitting*** raggiunge entità spaziature fra livelli osc. armonico
- Riempiendo ordinatamente shell con $2(2l+1)$ nucleoni ⇒ primi tre ***numeri magici*** $\mathbf{2}$, $\mathbf{8}$ e $\mathbf{20}$
- Per corretta struttura sub-shell e restanti numeri magici, serve ***spin-orbita***

$$\boxed{V_{so}(r)\ell\cdot\mathbf{s}}$$

Il termine $\boldsymbol{l\cdot s}$ riordina i livelli

Sviluppando $j^2 = (l+s)^2$ ⇒

per valori d'aspettazione

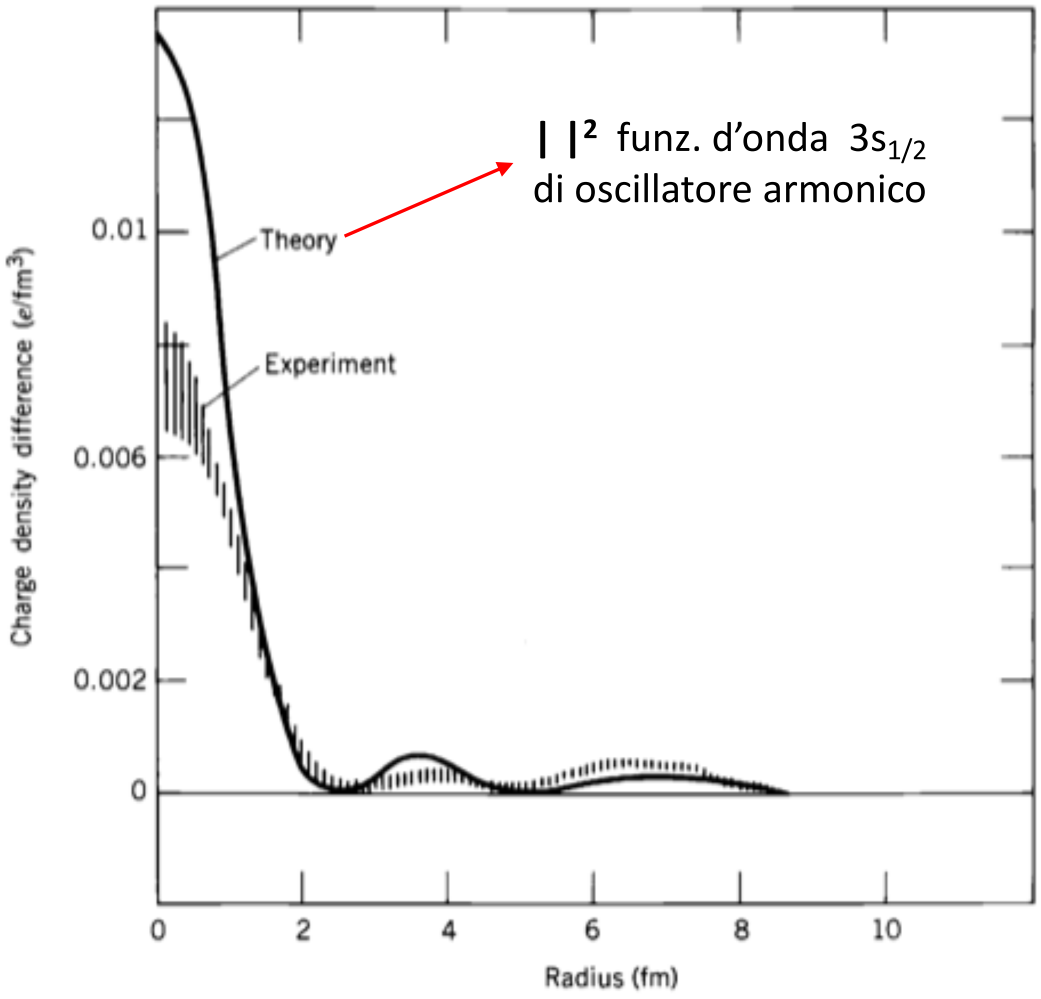
$$\boxed{\frac{\langle\ell\cdot\mathbf{s}\rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1)-\ell(\ell+1)-s(s+1)}{2} = \begin{cases} \dfrac{\ell}{2} & \text{per } j=\ell+\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{-(\ell+1)}{2} & \text{per } j=\ell-\dfrac{1}{2} \end{cases}}$$

⇒ separazione energetica ΔE_{ls} cresce linearmente con l :

$$\boxed{\Delta E_{\ell s} = \frac{2\ell+1}{2}\langle V_{so}(r)\rangle}$$

Accoppiamento $\boldsymbol{ls}$ in atomo genera ***struttura fine***; nel nucleo è responsabile di **ampie separazioni** fra livelli, confrontabili con quelle fra shell $\boldsymbol{n_l}$

Nucleoni di valenza



- Mod. Shell predice ***livelli energetici***, ***spin*** e ***parità*** di quasi tutti stati fondamentali per $\boldsymbol{A}$ ***dispari***; meno bene per mom. dip. magnetico e quadrup. elettrico
- ***Forma estrema*** → modello ***particella indipendente***: tutti nucleoni appaiati, tranne event. dispari residuo, solo responsabile proprietà osservate

Ipotesi che richiede studio interno dei nuclei pesanti e verifica completezza di shell

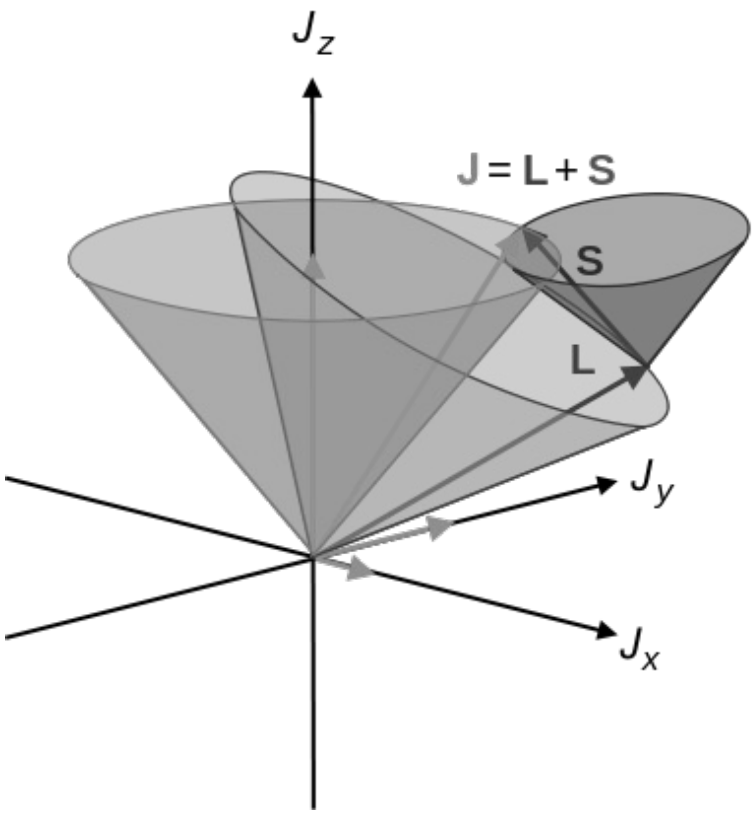
Sperim.: diff. e^- alta energia che sondano densità carica di singoli nucleoni sulle loro shell ⇒ ~ studiare $|\psi|^2$

In fig. diff. fra distr. carica in $^{205}\mathbf{Tl}_{124}$ e $^{206}\mathbf{Pb}_{124}$

Previsione teorica è | |^2 della funz. d'onda $3s_{1/2}$ dell'osc. armonico

Esperimento conferma che shell mantengono caratteristiche anche nelle parti più interne d'un nucleo ⇒ ***modello a nucleone di valenza ~ realistico per molti nuclei***

Spin dei nuclei



- Mom. ang. tot. $\boldsymbol{J}$ d'un nucleo (… **spin del nucleo**)

$$\boxed{\boldsymbol{J} = \sum_{i=1}^{A} \boldsymbol{\ell}_i + \sum_{i=1}^{A} \boldsymbol{s}_i = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}}$$

$\boldsymbol{J}$ ha multipli **interi** di $\hbar$ per $\boldsymbol{A}$ pari e multipli **semi-interi** per $\boldsymbol{A}$ dispari

$\Rightarrow$ sistema più stabile se componenti dello stesso tipo s'accoppiano con spin ⇅

Ogni livello ha mom. ang. totale $\boldsymbol{J}$ che si conserva per isotropia spazio

$\Rightarrow$ ***operatore associato commuta con Hamilt. e suo valore sempre determinabile assieme a energia del livello***

$\boldsymbol{\ell}$: conoscibili contemporaneamente $|\boldsymbol{\ell}|^2 = \ell(\ell+1)\,\hbar^2$ e max. valore proiezione ℓ_z lungo $\boldsymbol{z}$, $\ell_z = \ell\hbar$, con ℓ intero ≥ 0. ℓ_z può assumere solo $(2\ell+1)$ valori, scalati di $\hbar$: $-\ell\hbar \leq \ell_z \leq +\ell\hbar$

$\boldsymbol{p}$ e $\boldsymbol{n}$ fermioni e loro spin può assumere i soli due stati ⇈ o ⇅ a $\boldsymbol{z}$, con $s_z = \pm\,\hbar/2$

- Spin di stato eccitato nucleo può $\neq$ multiplo intero di $\hbar$ da stato fondamentale

- J si orienta solo su $(2J+1)$ diverse direzioni rispetto z, dove sua componente vale $m\hbar$;
  m *num. quantico magnetico*, intero o semi-intero $\in (-J,-J+1,\ldots,+J-1,+J)$

- ***Effetti osservabili di spin ~ legati a mom. magnetico del nucleo***. Energie associate a $(2J+1)$ possibili orientazioni ***→ struttura iperfina*** spettri atomici, ***spettri rotazionali*** molecole biatomiche di atomi uguali (spettroscopia delle microonde)

- Ogni nuclei con Z ed N pari ha $J = 0$, non così nuclei con A pari ma Z e N dispari

- Solo quattro nuclei stabili dispari-dispari: ^{2}H, ^{6}Li, ^{10}B e ^{14}N. Altri quattro ^{40}K, ^{50}V, ^{138}La e ^{176}Lu, con vita media molto lunga, ($\approx 10^6$ y); **^{176}Lu utilizzato per datazione meteoriti ed ha maggior spin**: $J = 7$

- Gran parte nuclei ha spin piccoli, fra $J = 1$ e $J = 7$ per dispari-dispari, semi-interi fra $J = 1/2$ e $J = 9/2$ per A dispari

- Nucleoni si *posizionano* nel nucleo ***riducendo spin totale*** $\Rightarrow$ strutture più legate, come e^- in orbitali atomici

Parità e nuclei

- Pot. centrale è funzione pari $\Rightarrow$ funz. d'onda stati associati a parità definita $\mathbf{P = (-1)^{\ell}}$
  Misurabili contemporaneamente energia E e parità $P\,(+1\,,-1)$ di uno stato

- Parità si conserva nel tempo se tutte le interazioni sono pari

- Densità probabilità di uno stato puro, a parità definita, sempre pari

- **Quantità dispari**: vettore, impulso, momento di dipolo elettrico, …
  Quantità pari: pseudovett., en. cinetica, mom. angolare, mom. dip. magnetico, … *e operatori associati*
  Quindi se di stato a energia nota si misura mom. ang., se ne può *contemporaneamente* misurare anche parità (relativi operatori commutano) ma non l'impulso

- Stato nucleare caratterizzato da: energia, mom. angolare e parità $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{J^P})$

- Sperimentalmente $\Rightarrow$ **forze nucleari conservano parità** $\Rightarrow$ livello nucleare ha parità definita.
  Spin J può corrispondere a diversi valori di L, associati a parità **+** per L pari, e **–** per L dispari
  $\Rightarrow$ mescolanze fra mom. ang. orbitali **o** con L pari, **o** con L dispari

Esempio

Deutone $^{2}\mathrm{H}$: $\boldsymbol{p}$-$\boldsymbol{n}$ legati; stato fondamentale $\simeq 2.225$ MeV; spin $J = 1$, due nucleoni in stato di **tripletto** $\mathrm{S} = 1$

$\Rightarrow$ mom. ang. orb. $L = 0$ (onda S), come da misura mom. dip. magnetico, pari a $0.857\ \mu_{\mathrm{N}}$

$\sim$ equivalente somma di quelli di $\boldsymbol{p}$ e $\boldsymbol{n}$

Ma sperimentalmente $^{2}\mathrm{H}$ ha anche mom. quadrupolo elettrico $\boldsymbol{(e \cdot 2.82 \times 10^{-31}\ \mathrm{m}^{2} \cdot e) \neq 0}$

$\Rightarrow$ stato fondamentale non pura onda S, che sarebbe sfericamente simmetrico quindi compatibile con mom. el. di quadrupolo nullo, ma deve essere mescolanza con altri mom. ang. orbitali.

Questi devono soddisfare

$$\boxed{\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S} \quad , \text{ con } \quad \boldsymbol{S} = 1 \quad \text{e} \quad \boldsymbol{J} = 1}$$

che è possibile per $L = 0$, $L = 1$ (onda P), ed $L = 2$ (onda D)

Ma onda P ha parità opposta a S e D, la mescolanza può quindi sussistere solo fra onda S e D