

FISICA NUCLEARE (5)

Proprietà dei nuclei

- Momenti elettrici e magnetici dei nuclei

Isospin

Instabilità dei nuclei

- Decadimento radioattivo di una sola sostanza

Momenti elettrici e magnetici dei nuclei

Sondare nuclei con interazioni e.m., più deboli delle nucleari, perturba poco

Mom. multipolo (**osservabili**) associati a distrib. spaziali di cariche e correnti:

- Cariche:**
- $\propto 1/r^2$ carica sorgente \Rightarrow monopolo elettrico (mom. ord. 0)
 - $\propto 1/r^3$ \Rightarrow dipolo elettrico (mom. ord. 1)
 - $\propto 1/r^4$ \Rightarrow quadrupolo elettrico (mom. ord. 2)
 -

- Correnti:**
- Monopolo magnetico **non c'è**
 - $\propto 1/r^3$ \Rightarrow dipolo magnetico
 - (trascurabili ...)

- Nucleoni si aggregano in struttura che se non eccitata, tende a forma più possibile simmetriche, \sim **sferica** \Rightarrow **spesso** basta misurare multipoli d'ordine più basso

➤ **Si associano proprietà multipolari d'ord. superiore a nucleoni spaiati nel nucleo**

- Momenti multipolo associati a proprietà di simmetria e parità degli stati:
parità mom. elettrici $(-1)^\ell$, parità mom. magnetici $(-1)^{\ell+1}$, con ℓ ordine di multipolo

- Val. aspettazione operatore **mom. multipolo** O : $\int \psi^*(\mathbf{r}) O \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$
- Se forze conservano parità e ψ non degenera \Rightarrow sua parità ininfluente e $\psi^*\psi = |\psi|^2$ è pari
Se O dispari, tutto l'integrando dispari \Rightarrow integrale si annulla
- **Multipoli statici a parità dispari nulli nei nuclei**: dip. elettrico, quad. magnetico, ...
Evidenza sperim. no dipoli elettrici nei nuclei \Rightarrow **forze nucleari conservano la parità**

- Nei nuclei:
- **Monopolo elettrico** \rightarrow carica Ze
 - Successivo mom. $\neq 0$ è **dipolo magnetico** con ℓ num. quant. mom. ang. orbitale

$$\mu = \frac{e\hbar}{2M} \ell$$

$e\hbar/2M \rightarrow$ **magnetone elementare**; atomo $M = m_e \Rightarrow$ magnetone di Bohr μ_B
nucleo $M = m_p \Rightarrow$ magnetone nucleare μ_N

$\mu_N / \mu_B \ll 1 \Rightarrow$ preponderanza effetti magnetici atomici

- Si pone $\mu = g_\ell \ell \mu_N$ con $g_\ell = 1$ per p e 0 per n
- Spin associa mom. magnetico $\mu = g_s s \mu_N$ con $s = 1/2$, g_s (**fattore di spin**) = 2 per partic. puntiformi prive di struttura interna (e^\pm) (Eq. Dirac)

Per nucleoni:

$$g_s = + 5.5857 \rightarrow p$$
$$g_s = - 3.8261 \rightarrow n$$

indizio **p e n non elementari**, hanno **struttura** e non sono puntiformi

- Nel nucleo, nucleoni accoppiati non contribuiscono a mom. magnetico \sim tutto dovuto a **nucleoni di valenza**

In tabella valori mom. di dip. magnetico di nuclei nello stato fondamentale

Nuclide	μ (μ_N)
n	-1.9130418
p	+2.7928456
${}^2\text{H}$ (D)	+0.8574376
${}^{17}\text{O}$	-1.89379
${}^{57}\text{Fe}$	+0.09062293
${}^{57}\text{Co}$	+4.733
${}^{93}\text{Nb}$	+6.1705

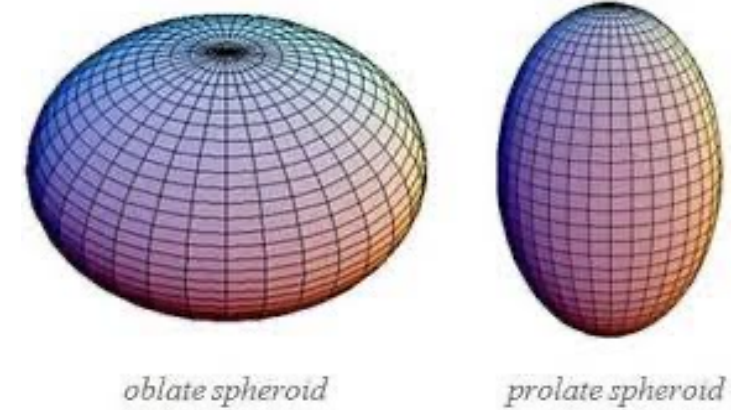
- Successivo mom. multipolo $\neq 0$ è **quadrupolo elettrico**

$$eQ = e \int \psi^*(\mathbf{r}) (3z^2 - r^2) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

nulla se nucleone spaiato è **n** , se $|\psi|^2$ ha simm. sferica $\Rightarrow |\mathbf{J}| = 0$, e se $|\mathbf{J}| = 1/2$ (solo quantistico)

$|\psi|^2$ concentrata nel piano $(x; y) \Rightarrow Q \sim -\langle r^2 \rangle$, deformazione **oblata**

$|\psi|^2$ concentrata lungo asse z , $\Rightarrow Q \sim +2\langle r^2 \rangle$, deformazione **prolata**



- Modello singolo nucleone spaiato \sim giustifica **piccoli mom. quadrupolo, non grandi**
- **Core** sferico di **nucleoni appaiati**, più eventuale **nucleone spaiato**, per molti nuclei; ma anche **core** può avere **simmetria non sferica**

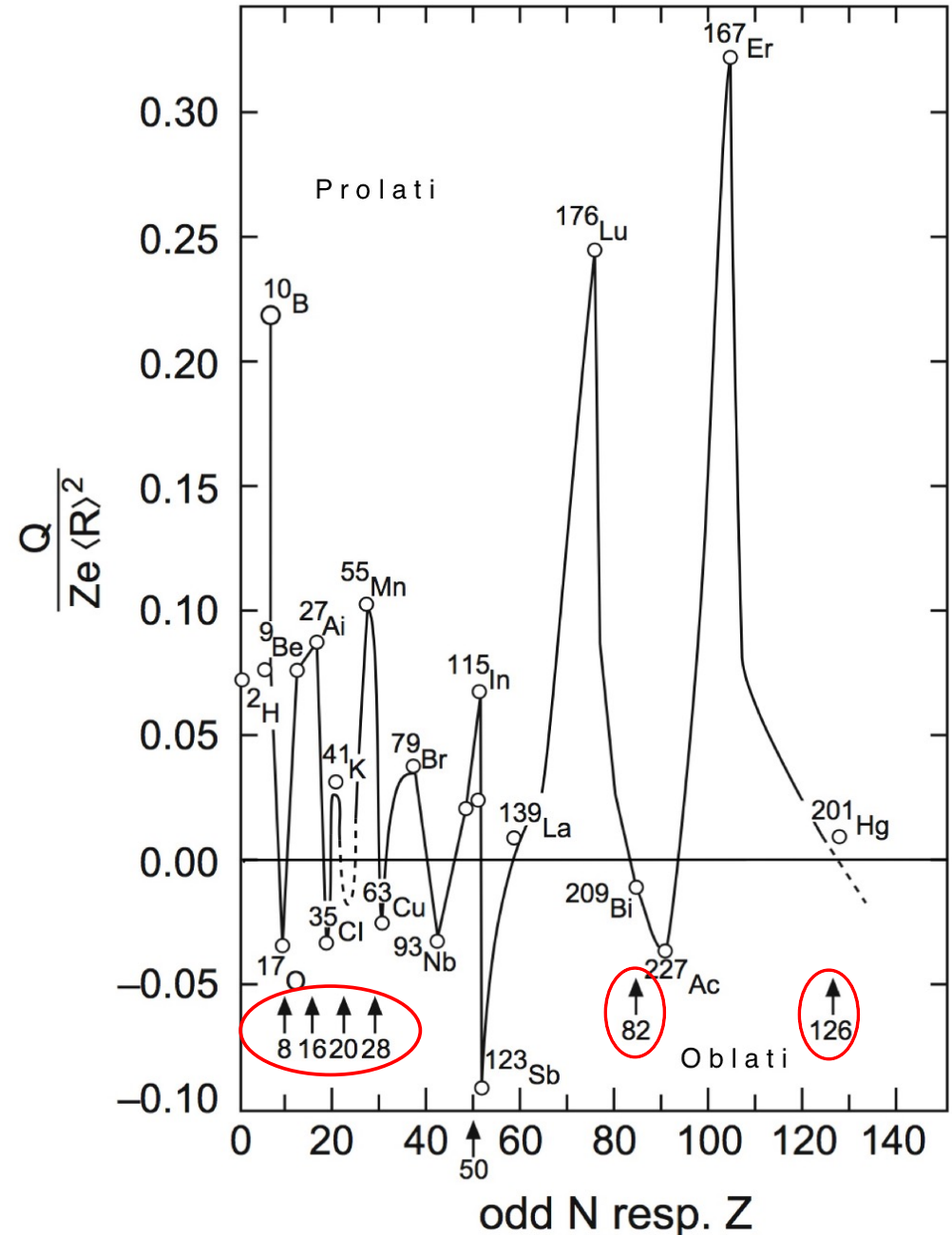
Misure momenti elettrici e magnetici

- Se campi el. e magn. esterni non ne perturbano distrib. cariche e correnti \Rightarrow energia nucleo dipende anche da interaz. fra suoi momenti e questi campi
- Campi esterni possono essere quelli di e^- dell'atomo cui nucleo appartiene, o prodotti ad hoc
- Energie interazione con mom. elettrici e magnetici nucleari, perturbano livelli di atomi o molecole, generando **struttura iperfine** di spettri atomici o molecolari, da cui la misura dei momenti nucleari

- Mom. d_n dipolo elettrico del $n \Rightarrow$ **limite superiore**
 $(d_n/e) < 3 \times 10^{-28} \text{ m}$
- Momenti quadrupolo elettrico misurati compresi fra **+8 barn** del ^{176}Lu e **-1.0 barn** del ^{123}Sb
(1 barn = $10^{-28} \text{ m}^2 = 100 \text{ fm}^2$)

$$Q_{rid} = \frac{Q}{Ze \langle R \rangle^2}$$

Q_{rid} \rightarrow **Momento quadrupolo ridotto**, con $\langle R \rangle$
sorta di raggio medio della distribuzione di carica



Isospin

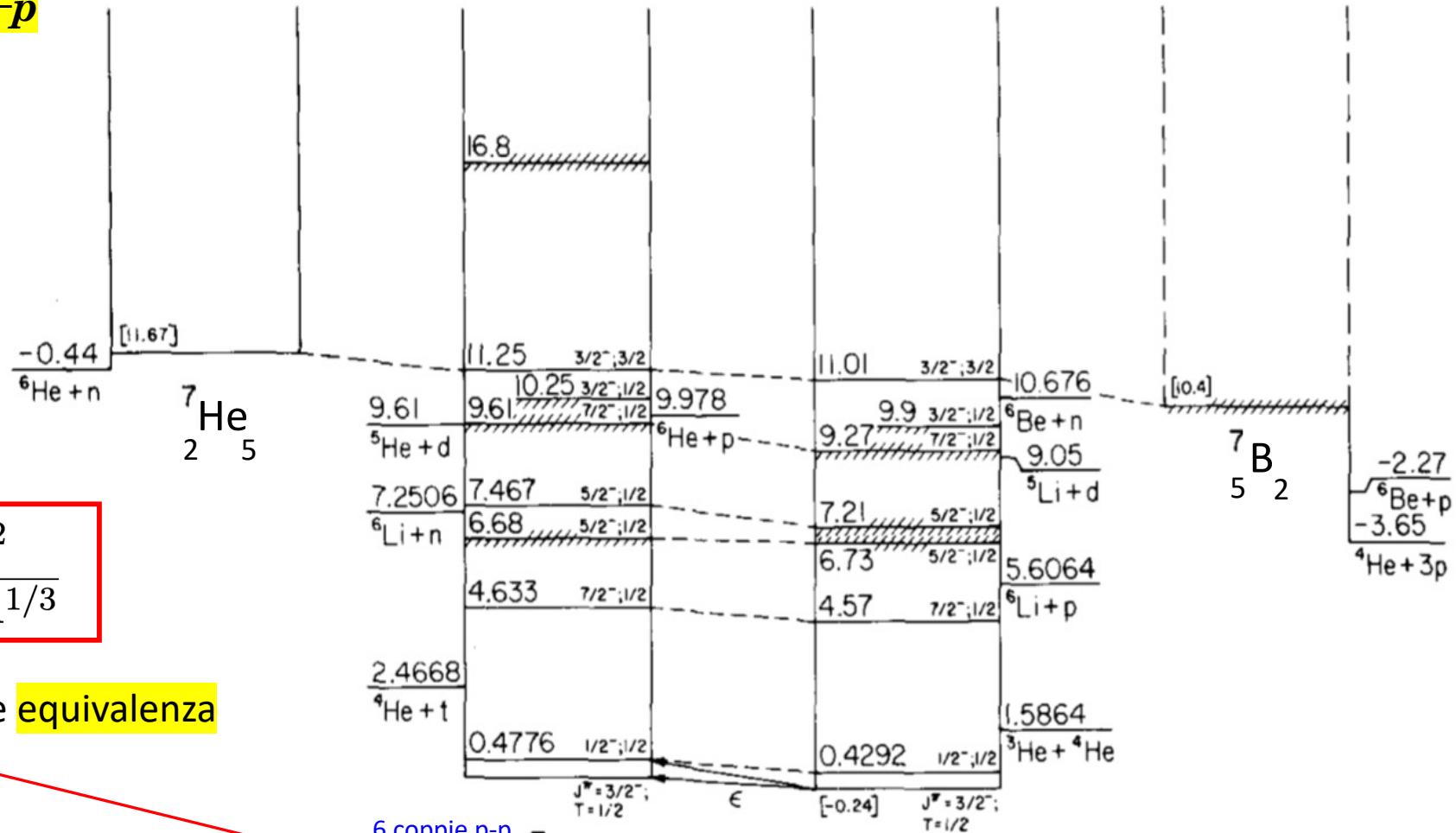
Diffusione a bassa energia e studio **nuclei speculari** (${}^3\text{H}, {}^3\text{He}; {}^7\text{Li}, {}^7\text{Be}; \dots$) hanno evidenziato stretta somiglianza fra interazioni **$n-p$** e **$p-p$**

– **Livelli di nuclei speculari con A dispari ($N = Z \pm 1$), molto simili**

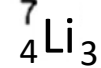
– **Masse molto simili, a meno del contributo coulombiano (Weizsäcker ...)**

$$c^2 \Delta M = \frac{3}{5} \frac{(2Z + 1)}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_0 A^{1/3}}$$

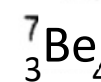
• Suggesta **simmetria di carica**, cioè **equivalenza** tra forze **$n-n$** e **$p-p$**



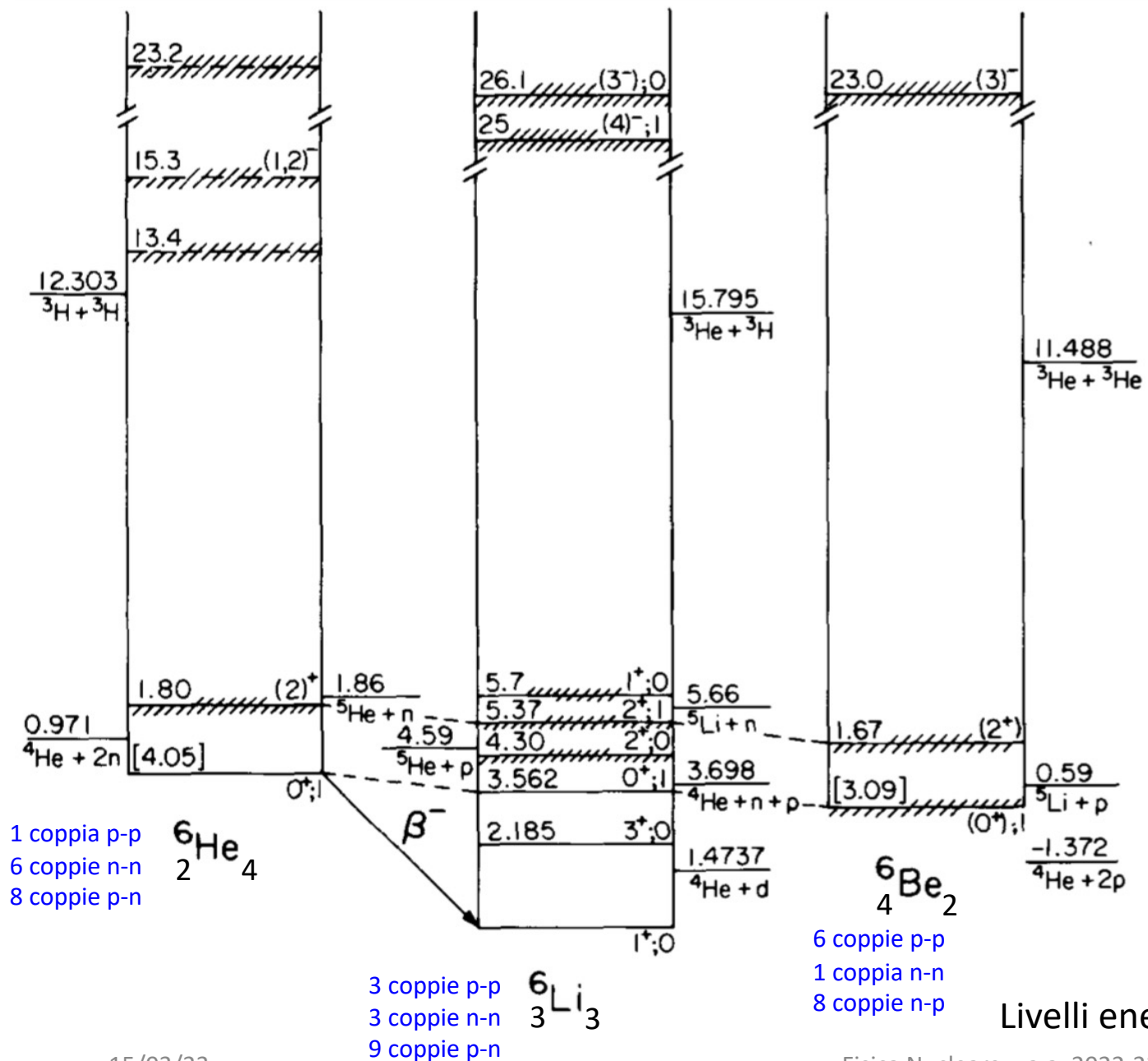
6 coppie p-p
3 coppie n-n
12 coppie p-n



Con soli 7 nucleoni tutti interagiscono con tutti



3 coppie p-p
6 coppie n-n
12 coppie p-n



Equivalenza più forte da similitudine fra livelli di nuclei speculari con **A pari** (${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{Be}$; ${}^8\text{Li}$, ${}^8\text{Be}$, ${}^8\text{B}$, ...)

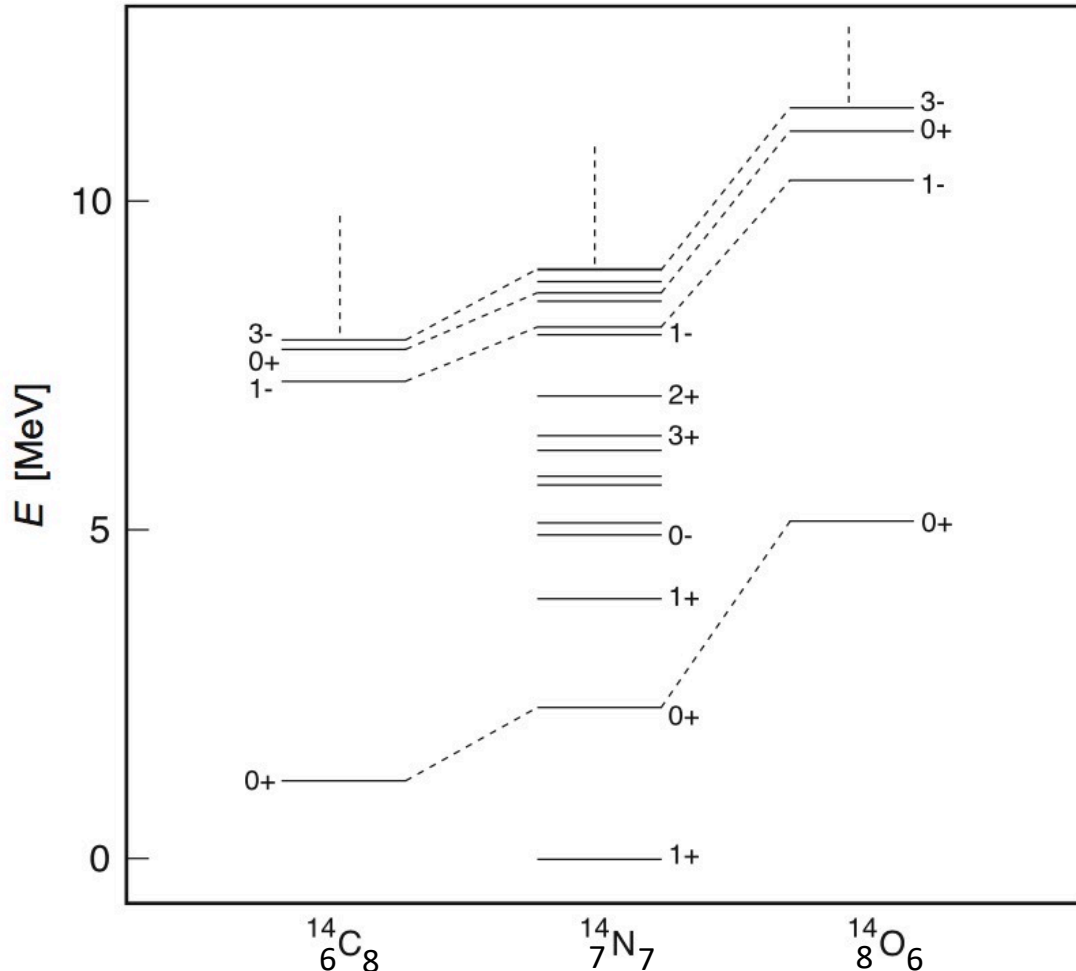
Differenze residue tra livelli più bassi dovute a effetti coulombiani

Ciò suggerì indipendenza interazioni nucleari da carica elettrica

n-p, p-p, n-n ⇒ uguali

è ipotesi più forte della simmetria di carica ma non dice nulla su natura forze **n-p**

- Formalismo **spin isotopico**: ogni nucleone ha grado di libertà di **isospin I** che può assumere **solo due valori** \Rightarrow c'è modello variabili dicotomiche (**spin ordinario**) \Rightarrow se ne mutua struttura algebrica



Analogia formale con multipletti da accoppiamenti di spin

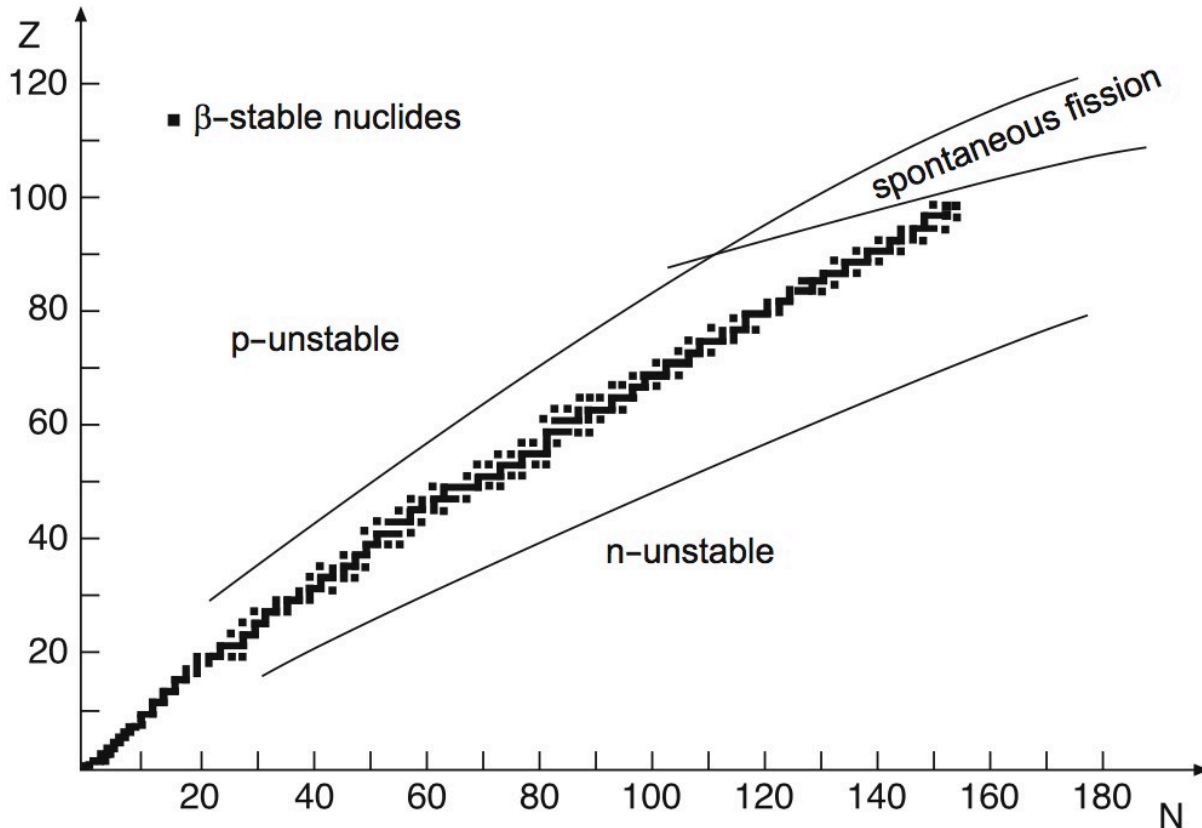
Fig.: somiglianze livelli di $^{14}_6\text{C}_8$ e $^{14}_8\text{O}_6$, sia J^P che spaziature livelli

- Piccole differenze e traslazione \sim rigida livelli $^{14}_8\text{O}_6$ spiegabili con i diversi contributi coulombiani
 - Livelli equivalenti anche nell'isobaro $^{14}_7\text{N}_7$, **che ha però livelli in più**. Si distinguono stati di **tripletto** e **singoletto**
 - Nucleone $\Rightarrow p$ e n** formano **doppietto di isospin** ($I = 1/2$), con terze componenti I_3

{	protone:	$I_3 = +1/2$
	neutrone:	$I_3 = -1/2$
- p ed n sono quindi autostati di I^2 e I_3**

- Indipendenza dalla carica si traduce in legge di conservazione (proprietà di simmetria):
 - **isospin si conserva nelle interazioni nucleari (forti)**, buon numero quantico per descriverne processi dinamici
 - **hamiltoniana commuta con operatore isospin ed invariante per trasf. generate da I** (rotazioni nello spazio d'isospin)
 - Carica elettrica q_N di un nucleone: $q_N = 1/2 + I_3$ da cui: **conservaz. carica \Rightarrow conservaz. I_3**
 - Influenza energia coulombiana cresce con Z , perturbando sempre più le caratteristiche di simmetria di isospin, che quindi **sfumano al crescere di A**

Instabilità dei nuclei



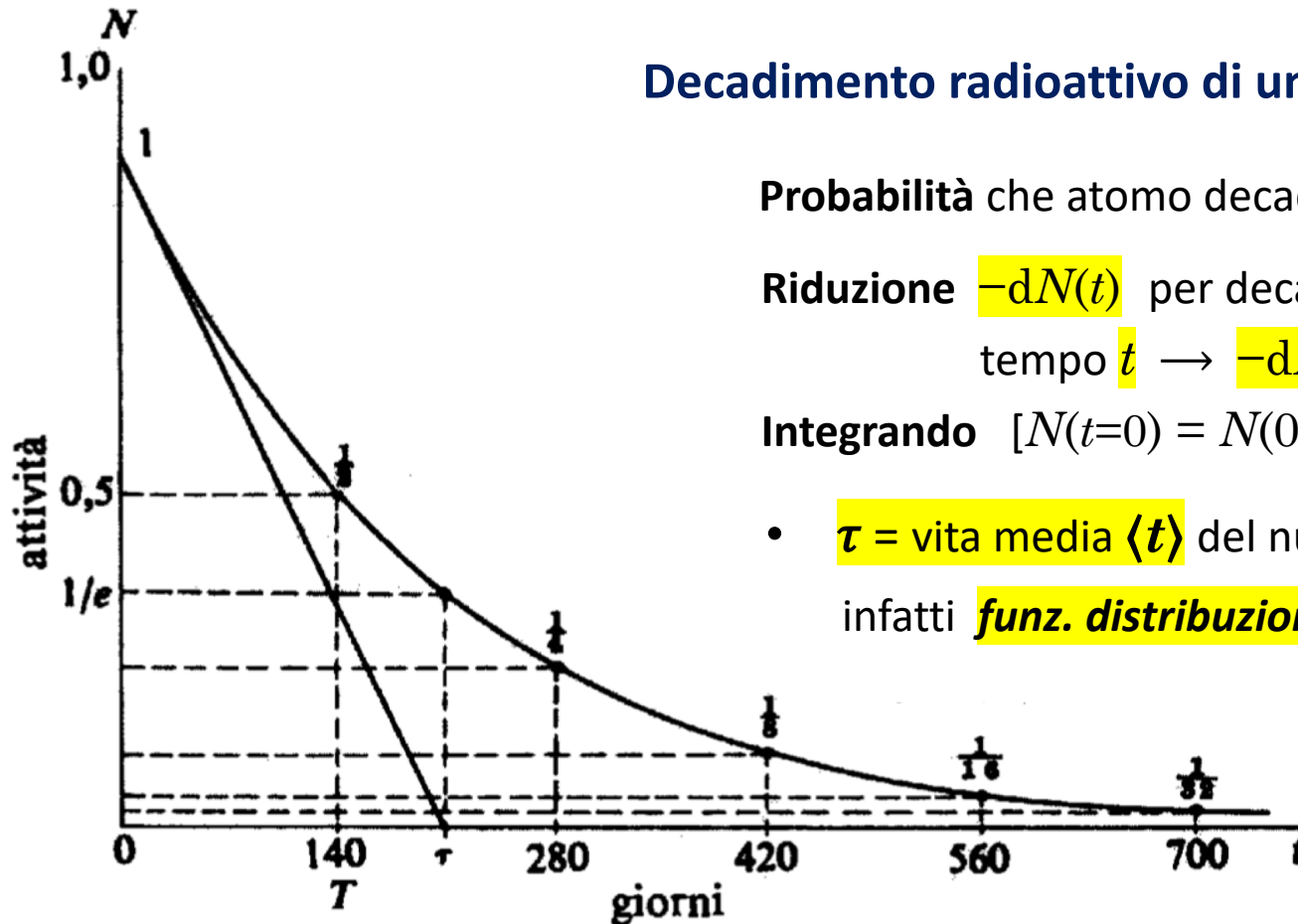
Noti \sim **3300** nuclidi

- **254 naturali stabili**
- **85 naturali instabili (32 primordiali)**
- restanti, radionuclidi **artificiali**. Con $Z > 92$ tutti artificiali (**transuranici**)
- Elementi transuranici e parte dei **suburanici**, **naturalmente instabili** per emissione α , e^-/e^+ , γ
Fissione spontanea dell'isotopo ^{238}U
- **Sperimentalmente** \Rightarrow **rateo decadimento sostanza pura decresce esponenzialmente con t**

- **Radioattività coinvolge ogni atomo indipendentemente e non campione nella sua interezza**
- Decadimento processo **intrinsecamente statistico** \Rightarrow atomi di una sostanza **non invecchiano!**
Impossibile predire istante decadimento \Rightarrow **legge esp. decrescente col tempo**

- Processi coinvolgono molti atomi: variabili \sim continue \rightarrow noto sistema a istante t_0 legge decadimento dà numero medio di suoi atomi a qualsiasi istante successivo
- A nucleo instabile associata prob. λ di decadere in qualsiasi istante con *vita media* $\tau = 1/\lambda$

Decadimento radioattivo di una sostanza



Probabilità che atomo decada nel tempo $dt \rightarrow \lambda dt$

Riduzione $-dN(t)$ per decadimento, del numero $N(t)$ di atomi presenti al tempo $t \rightarrow -dN(t) = \lambda N(t)dt$

Integrando $[N(t=0) = N(0)] \rightarrow N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$

- $\tau =$ vita media $\langle t \rangle$ del nucleo, infatti *funz. distribuzione* è

$$\frac{\lambda N(t)}{N(0)} = \frac{\lambda N(0)e^{-\lambda t}}{N(0)} = \lambda e^{-\lambda t}$$

da cui: $\langle t \rangle = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} = \tau$

- **Tempo di dimezzamento** $T_{1/2}$: $N(T_{1/2}) = N(0)e^{-T_{1/2}/\tau} = \frac{N(0)}{2}$ da cui: $T_{1/2} = \tau \ln 2$

- **Rateo di decadimenti** nell'unità di tempo o **attività** $A(t)$:

$$\mathcal{A}(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N(0)e^{-\lambda t} = \mathcal{A}(0)e^{-\lambda t}$$

- Attività: **Bequerel** (1Bq = disintegrazione/secondo), o **Curie** (Ci) (1 Ci = 3.7×10^{10} Bq)

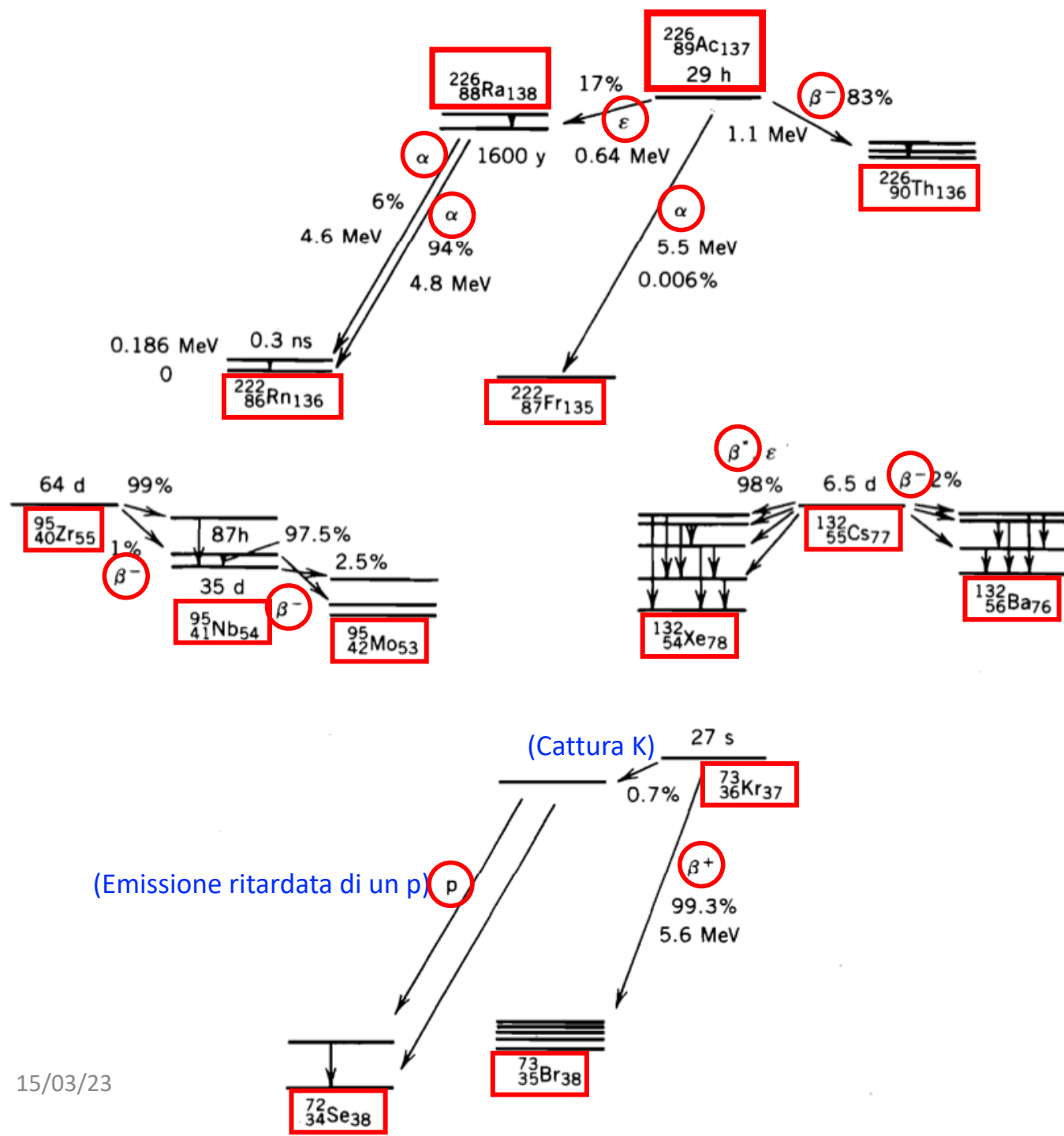
- Sostanza **genitore** può avere **meccanismi indipendenti** di decadimento (**canali di decadimento**), ognuno caratterizzato da costante λ_i , originando diverse sostanze **figlie**

★ Probabilità eventi indipendenti **additive** \Rightarrow prob. tot. di decadere con più canali

$$\lambda_{tot} = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{\tau_{tot}}$$

Ogni canale \rightarrow **diramazione**. Rapporto fra prodotti **i** e **j** di decadimento di due diversi canali, in un certo intervallo di tempo \rightarrow **rapporto di diramazione (branching ratio) relativo**: coincide col rapporto fra rispettive costanti di decadimento, λ_i/λ_j

$$\frac{dN_i(t)}{dN_j(t)} = \frac{\lambda_i N_0(t) dt}{\lambda_j N_0(t) dt} = \frac{\lambda_i}{\lambda_j}$$



$$\frac{dN_i(t)}{dN_j(t)} = \frac{\lambda_i N_0(t) dt}{\lambda_j N_0(t) dt} = \frac{\lambda_i}{\lambda_j}$$