UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2021/2022 Sessione Straordinaria – I Prova Scritta – ~~18.01~~.2023 24.02.

Tempo a disposizione: 2 h e 30’

Cognome .... **Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una massa $m = 0.20$ kg viene agganciata ad una molla di lunghezza a riposo $x_0 = 5.0$ cm e di massa trascurabile.

In un primo momento, l’estremità libera della molla viene fissata al soffitto, cossicchè il sistema molla-massa risulta appeso in verticale, e si osserva che la molla si allunga raggiungendo all’equilibrio la lunghezza $x_1 = 6.0$ cm.

Successivamente, il sistema molla-massa viene posto su una superficie orizzontale priva di attrito, e l’estremità libera della molla viene fissata ad una parete laterale. In questa nuova configurazione, la massa viene trascinata sul piano, allungando la molla fino a raggiungere la lunghezza $x_2 = 10.0$ cm, ed infine rilasciata, per cui comincia un moto oscillatorio. Calcolare:

a) la costante elastica k della molla:

i) $k = \frac{mg}{(x_1 - x_0)}$ ii) $k =$ 196 N/m

b) la velocità massima v_{max} che la massa raggiunge durante il suo moto oscillatorio:

i) $v_{max} = \sqrt{\frac{(x_2 - x_0)^2}{(x_1 - x_0)} g}$ ii) $v_{max} =$ 1,57 m/s

2) In un pezzo di legno (densità $\rho_L = 0,5$ g/cm^3) di massa $m_L = 800$ g si ricava una cavità di volume V_P. Quindi, la cavità viene completamente riempita di piombo (densità $\rho_P = 11$ g/cm^3). Calcolare il valore *minimo* del volume $V_{P,\,MIN}$ che fa affondare il pezzo di legno in acqua dolce .

i) $V_{P,\,MIN} = \frac{m_L}{\rho_P - \rho_L}$ ii) $V_{P,\,MIN} =$ 76,2 cm^3

3) Un ambiente termicamente isolato e di volume costante V contiene $V = 5.0$ m^3 di ossigeno molecolare (O_2, che può essere considerato un gas ideale biatomico) a pressione atmosferica e una massa m di metallo. All’istante iniziale la temperatura del gas è $T_g = 10$ °C e quella del metallo è $T_m = 120$ °C. Il sistema raggiunge una temperatura finale di equilibrio $T_e = 40$ °C. Considerando che il calore specifico del metallo è pari a $c_m = 0.91$ kJ/(kg K), calcolare:

a) La massa m del metallo:

i) $m = \frac{5}{2} \cdot \frac{pV}{T_g} \cdot \frac{1}{c_m} \cdot \frac{\Delta T_g}{\Delta T_m}$ ii) $m =$ 1,84 kg

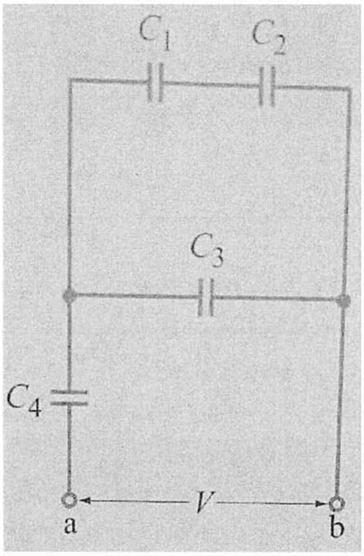
b) La variazione di energia interna ΔE_{int} del gas

i) $\Delta E_{int} = Q = \frac{5}{2} pV \frac{\Delta T_g}{T_g}$ ii) $\Delta E_{int} =$ 134 kJ

c) La variazione di entropia ΔS del gas

i) $\Delta S = \frac{5}{2} \frac{pV}{T_g} \cdot \ln \frac{T_e}{T_g}$ ii) $\Delta S =$ 902 J/K

4) Nello schema rappresentato in figura, la differenza di potenziale tra i punti a e b è pari a $V = 15$ V, mentre le capacità dei 4 condensatori sono tutte uguali e valgono $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 3\ \mu F$.



Calcolare:

a) La capacità C_{eq} equivalente all'intero sistema di condensatori

i) $C_{eq} = \left\{\left[\left(\frac{1}{C}+\frac{1}{C}\right)^{-1} + C\right]^{-1} + \frac{1}{C}\right\}^{-1} = \frac{3}{5} C$ ii) $C_{eq} =$ 1,8 μF

b) La carica Q_i che si deposita su ciascuno dei condesatori

i) $Q_1 = \frac{1}{5} CV$ ii) $Q_1 =$ 9 μC

i) $Q_2 = \frac{1}{5} CV$ ii) $Q_2 =$ 9 μC

i) $Q_3 = \frac{2}{5} CV$ ii) $Q_3 =$ 18 μC

i) $Q_4 = \frac{3}{5} CV$ ii) $Q_4 =$ 27 μC

c) La differenza di potenziale V_i che si crea ai capi diciascuno dei condesatori

i) $V_1 = \frac{1}{5} V$ ii) $V_1 =$ 3 V

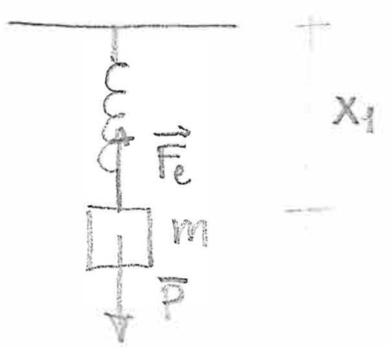
i) $V_2 = \frac{1}{5} V$ ii) $V_2 =$ 3 V

i) $V_3 = \frac{2}{5} V$ ii) $V_3 =$ 6 V

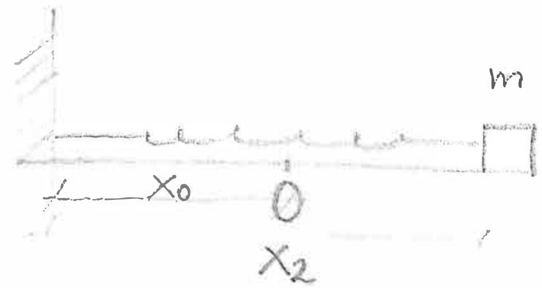
i) $V_4 = \frac{3}{5} V$ ii) $V_4 =$ 9 V

(1)

a)



b)



$x_0 = 5{,}0$ cm
$x_1 = 6{,}0$ cm $\qquad m = 0{,}20$ Kg
$x_2 = 10{,}0$ cm

a) La forza elastica $\vec{F_e}$ compensa esattamente $\vec{P}$:

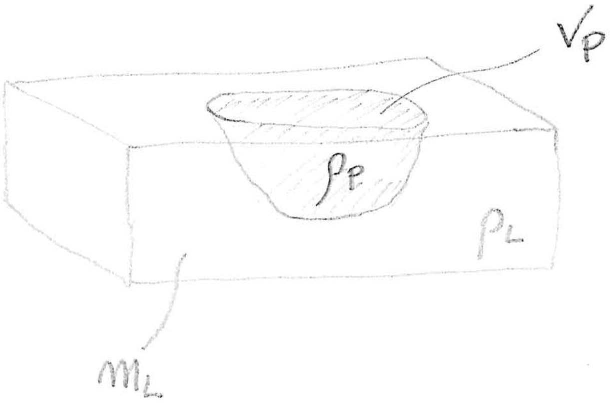
$$\vec{F_e} + \vec{P} = 0$$
$$F_e = P$$
$$K(x_1 - x_0) = mg$$
$$K = \frac{mg}{(x_1 - x_0)} = \frac{0.2\ \text{Kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 196\ \frac{N}{m}$$

b) La molla risulta allungata di $x_2 - x_0 = 5{,}0$ cm.
Prima di essere rilasciata, la massa ha solo energia potenziale elastica, che poi* viene interamente convertita in energia cinetica

*quando la massa passa per O, posizione in cui la molla è a riposo

$$K = U$$
$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} k (x_2 - x_0)^2$$
$$\cancel{m} v_{max}^2 = \frac{\cancel{m} g}{(x_1 - x_0)} (x_2 - x_0)^2$$
$$v_{max} = \sqrt{g \frac{(x_2 - x_0)^2}{(x_1 - x_0)}} = \sqrt{9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-2}\ m)^2}{10^{-2}\ m}}$$
$$= \sqrt{2{,}45\ \frac{m^2}{s^2}} = 1{,}57\ \frac{m}{s}$$

(2)



$m_L = 800\ g$

$\rho_L = 0{,}5\ g/cm^3$

$\rho_P = 11\ g/cm^3$

Un corpo affonda in acqua dolce quando la sua densità, espressa in g/cm^3 è maggiore di 1 (densità di H_2O) ρ_{H_2O}
Il pezzo di legno ha volume

$$V_L = \frac{m_L}{\rho_L} = \frac{800\,g}{0{,}5\ g/cm^3} = 1600\ cm^3$$

e tale volume non cambia nella configurazione finale, in cui la cavità è stata riempita di piombo.
La massa del corpo in tale configurazione è

$$m = \rho_L (V_L - V_P) + \rho_P V_P$$

Quindi la sua densità è

$$\rho = \frac{m}{V_L} = \frac{\rho_L (V_L - V_P) + \rho_P V_P}{m_L} \cdot \rho_L$$

Il corpo affonda se $\rho \geq \rho_{H_2O}$. $V_{P,MIN}$ è il valore di V_P per cui:

$$\rho = \rho_{H_2O}$$

$$\frac{\rho_L (V_L - V_{P,MIN}) + \rho_P V_{P,MIN}}{m_L} \cdot \rho_L = \rho_{H_2O}$$

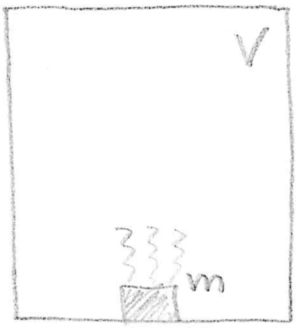
$$\frac{\overset{m_L}{\rho_L V_L} - \rho_L V_{P,MIN} + \rho_P V_{P,MIN}}{m_L} = \overset{2}{\frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L}}$$

$$1 + V_{P,MIN} \frac{(\rho_P - \rho_L)}{m_L} = 2$$

$$V_{P,MIN} \frac{(\rho_P - \rho_L)}{m_L} = 1$$

$$V_{P,MIN} = \frac{m_L}{\rho_P - \rho_L} = \frac{800\ \cancel{g}}{(11 - 0{,}5)\frac{\cancel{g}}{cm^3}} = \frac{800}{10{,}5}\ cm^3 = 76{,}2\ cm^3$$

(3)



$V = 5{,}0\ m^3,\ p = 1\,atm;\quad n = \frac{pV}{RT_g}$

m

$T_g = 10°C = 283\ K$

$T_m = 120°C = 393\ K$

$T_e = 40°C = 313\ K$

$c_m = 0{,}91\ kJ/(kg\cdot K)$

a) L'O_2 si riscalda di $\Delta T_g = T_e - T_g = 30\ K$.
Pertanto ha acquisito il calore Q

$$Q = n c_v \Delta T_g$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{pV}{\cancel{R}T_g} \cdot \frac{5}{2}\cancel{R} \cdot \Delta T_g$$

Lo stesso calore è stato ceduto dal metallo, che si è raffreddato di $\Delta T_m = T_m - T_e = 80\ K$.

$$Q = m \cdot c_m\ \Delta T_m$$

Pertanto: $$m = \frac{Q}{c_m \Delta T_m} = \frac{\frac{5}{2}\frac{pV}{T_g}\cdot \Delta T_g}{c_m\ \ \Delta T_m}$$
$$= \frac{5}{2}\ \frac{101300\ Pa \cdot 5\ m^3}{283\ \cancel{K}} \cdot \frac{1}{0{,}91\ \frac{kJ}{kg\cdot \cancel{K}}} \cdot \frac{3}{8}$$
$$= \frac{75}{16} \cdot \frac{101{,}3\ kJ}{0{,}91\ kJ} \cdot \frac{1}{283}\ kg$$
$$= 1{,}84\ kg$$

b) Indipendentemente dalla trasformazione, vale:

$$\Delta E_{int} = n c_v \Delta T_g$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{pV}{\cancel{R}T_g} \cdot \frac{5}{2}\cancel{R}\ \Delta T_g = Q = \frac{5}{2}\ pV\ \frac{\Delta T_g}{T_g}$$
$$= \frac{5}{2} \cdot 101{,}3\ kPa \cdot 5\ m^3 \cdot \frac{30\ K}{283\ K} = 134\ kJ$$

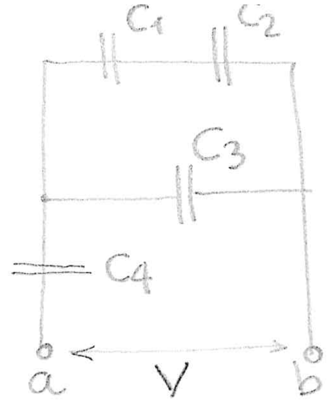
c) La variazione di entropia ΔS deve essere calcolata considerando che il gas cambia la sua temperatura da T_g a T_e. Quindi:

$$\Delta S = \int_{T_g}^{T_e} \frac{dQ}{T} = \int_{T_g}^{T_e} \frac{n c_v \cdot dT}{T} = n c_v \ln \frac{T_e}{T_g}$$

$$= \frac{pV}{\cancel{R} T_g} \cdot \frac{5}{2} \cancel{R} \cdot \ln \frac{T_e}{T_g} = \frac{5}{2} \frac{101{,}3\ kPa \cdot 5 m^3}{283\ K} \cdot \ln \frac{313\ \cancel{K}}{283\ \cancel{K}} \quad 0{,}1$$

$$= 450\ \frac{J}{K}$$

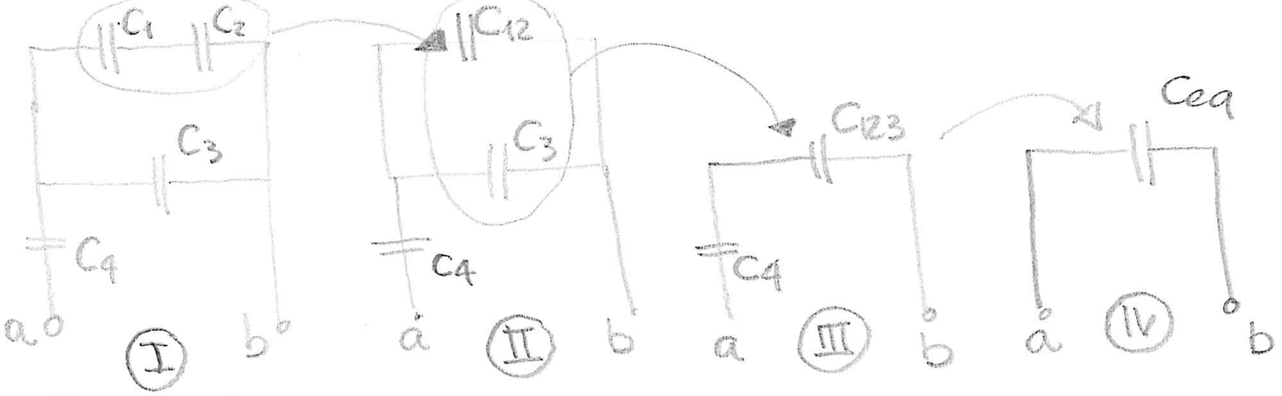
④



$V = 15\ V$

$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 3\mu F = C$

a) Per il calcolo della C_{eq} si deve progressivamente semplificare il sistema notando che:



I → II: C_1 e C_2 sono in serie:

$$C_{12} = \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \frac{C}{2}$$

II → III: C_{12} e C_3 sono in parallelo:

$$C_{123} = C_{12} + C_3 = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2}C$$

III → IV: C_4 e C_{123} sono in serie

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{3C}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{3C}\right)^{-1} = \frac{3}{5}C = \frac{9}{5}\mu F = 1{,}8\ \mu F$$

b) In IV ai capi di C_{eq} troviamo V. Pertanto: $Q_{eq} = C_{eq} \cdot V$
Poiché C_{eq} è equivalente alla serie di C_4 e C_{123}, la stessa carica si trova su C_4 e C_{123}. In particolare:

$$Q_4 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = \frac{3}{5} C \cdot V = \frac{3}{\cancel{5}} \cdot 3\mu F \cdot \cancel{15}^{3} V = 27\ \mu C$$

La carica Q_4 presente su C_{123} si trova in parte su C_{12} ed in parte su C_3 (vedi passaggio da II a III), in misura proporzionale a C_{12} e C_3. Essendo C_{12} la metà di C_3 si ha:

$$Q_{12} = \frac{1}{5} C \cdot V = 9\ \mu C$$

$$Q_3 = \frac{2}{5} C \cdot V = 18\ \mu C$$

Infine (passaggio da I a II), poichè C_1 e C_2 sono in serie, su ciascuno di essi si ritrova la carica Q_{12}:

$$Q_1 = Q_{12} = \frac{1}{5} CV = 9 \mu C$$

$$Q_2 = Q_{12} = \frac{1}{5} CV = 9 \mu C$$

c) Noti Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 ottenuti nel punto precedente,

$$Q_1 = \frac{1}{5} CV$$

$$Q_2 = \frac{1}{5} CV$$

$$Q_3 = \frac{2}{5} CV$$

$$Q_4 = \frac{3}{5} CV$$

e ricordando che le capacità sono tutte uguali a C, si ottiene immediatamente:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C} = \frac{1}{5} V = 3 V$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{C} = \frac{1}{5} V = 3 V$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C} = \frac{2}{5} V = 6 V$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C} = \frac{3}{5} V = 9 V$$