

FISICA NUCLEARE (8)

Decadimenti nucleari

- Radioattività β
 - Conversione interna
 - Decadimento β
 - Regole di Sargent
 - Teoria di Fermi
 - Emissione ritardata di nucleoni
 - Utilizzi di sorgenti β

Decadimento β nucleare (*interazione debole*)

Conversione interna (non decadimento ma emissione di e^- da atomo causata dal nucleo)

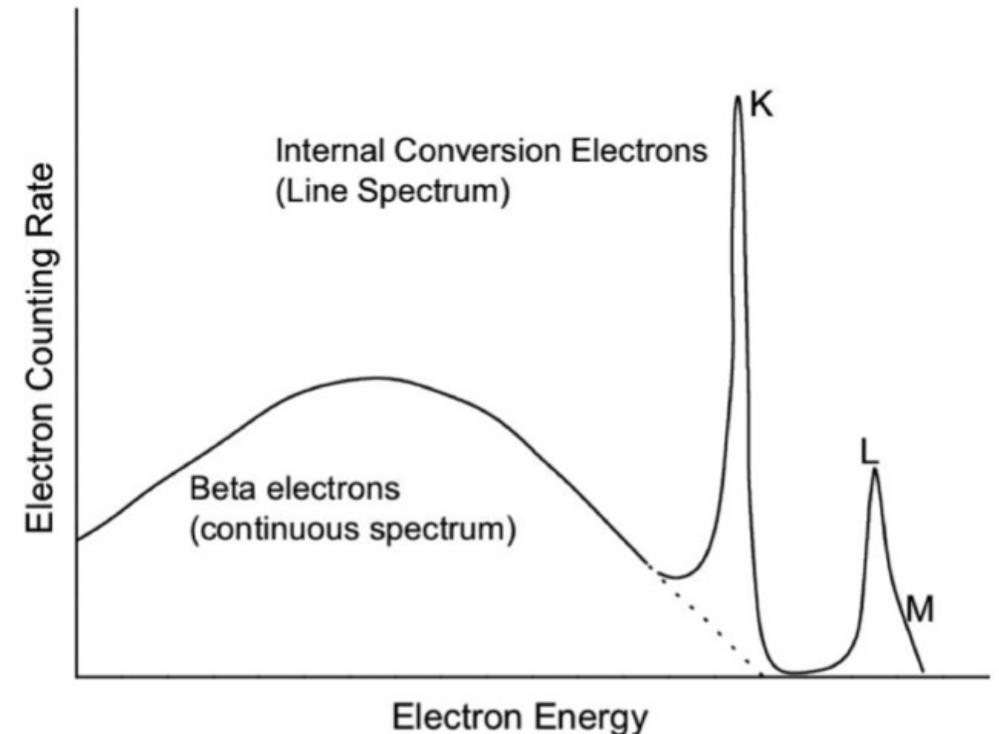
- e^- atomico di shell interne s'accoppia e.m. a stato eccitato nucleare acquisendone energia e diseccitando il nucleo senza emissione γ

e^- emesso da atomo, **non da nucleo**: $E_{k,e} = (\text{en. transiz. stato eccitato nuc. } E^*) - (\text{en. legame } e^- B_e)$

$$E_{k,e} = E^* - B_e$$

quindi **atomo ionizzato** e **Z invariato**

- Questi e^- prevalentemente da shell K
- Dopo emissione, e^- da shell meno legata **cade** sulla posizione lasciata libera, emettendo **X**
- Spettro e^-** conversione interna **discreto** e accompagnato da **emissione ritardata di X**
- Conversione interna parte da condizioni per decad. γ



Decadimento β

$$\begin{aligned} {}^A_Z X &\longrightarrow {}^A_{Z+1} X + e^- + \bar{\nu} \\ {}^A_Z X &\longrightarrow {}^A_{Z-1} X + e^+ + \nu \end{aligned}$$

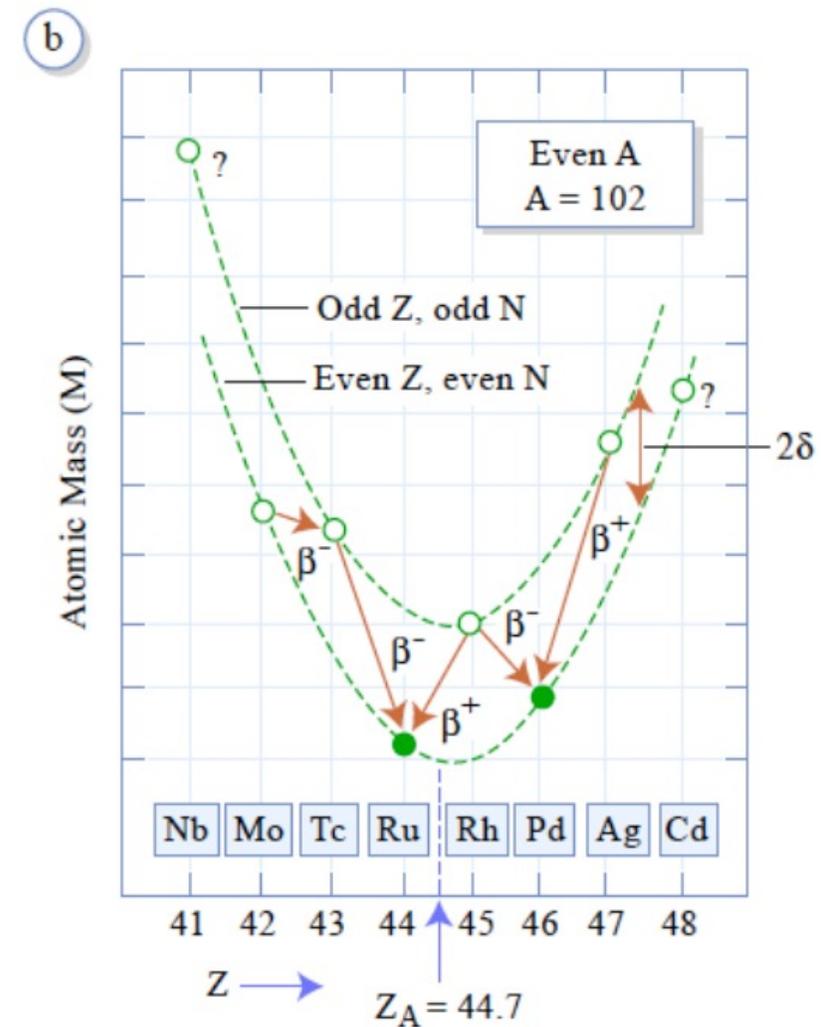
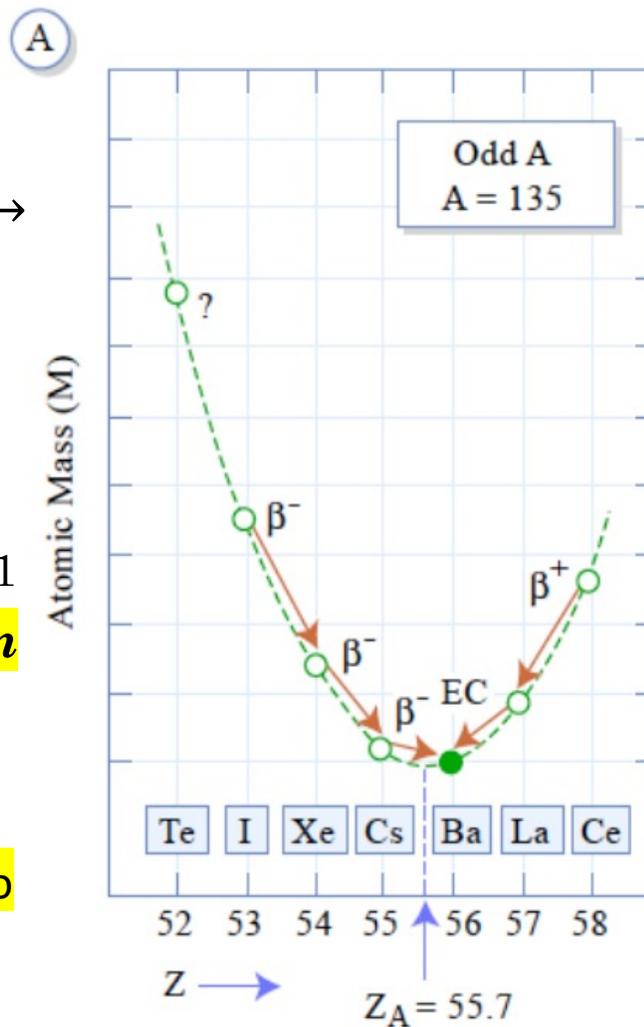
- Nucleo con eccesso (scarsità) n , si trasforma in più stabile emettendo e^- (e^+)
(sequenze isobariche a lato) \rightarrow

- Processo non cambia A
- Nel nucleo G $n \rightarrow p$ (β^-)
o $p \rightarrow n$ (β^+)

Masse: ($m_p = 938.272$; $m_n = 939.565$; $m_e = 0.511$ MeV/ c^2) $\Rightarrow \beta^-$ energeticamente permesso per n sia legati, che liberi con vita media

$$\tau_n = 879.5 \text{ s}$$

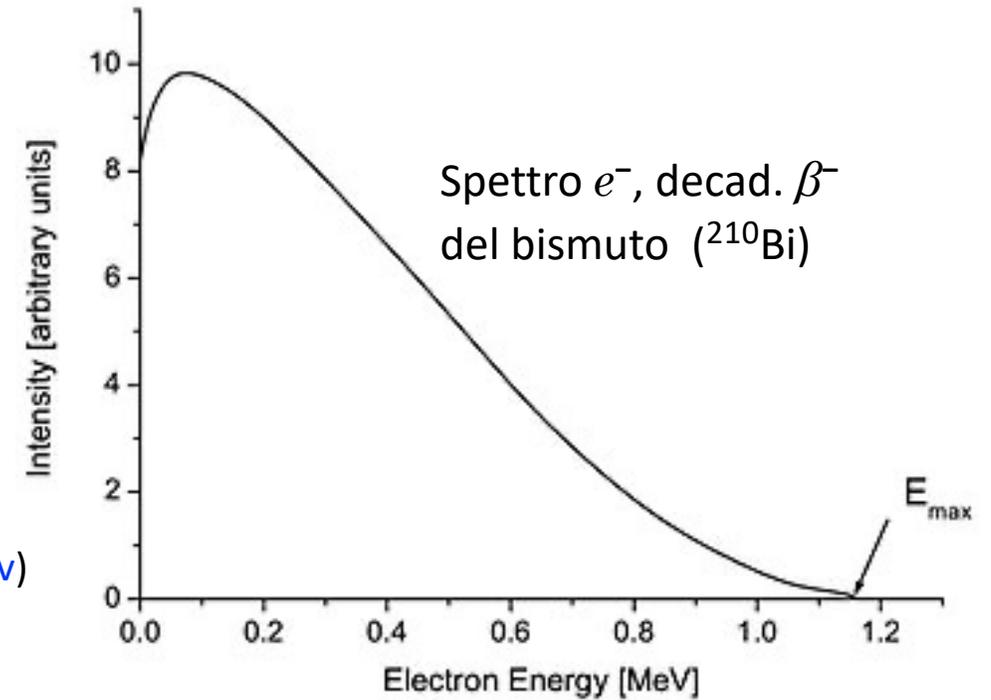
Non permesso decadimento p libero. Nel nucleo $sì$ purché sufficiente guadagno energia di legame



- Spettri **e^- continui**, da $E=0$ ad E_{max} ~ compatibile col decadimento in **2 corpi**, senza ν

Decadimento in 2 corpi \Rightarrow non conserverebbe energia e momento angolare!

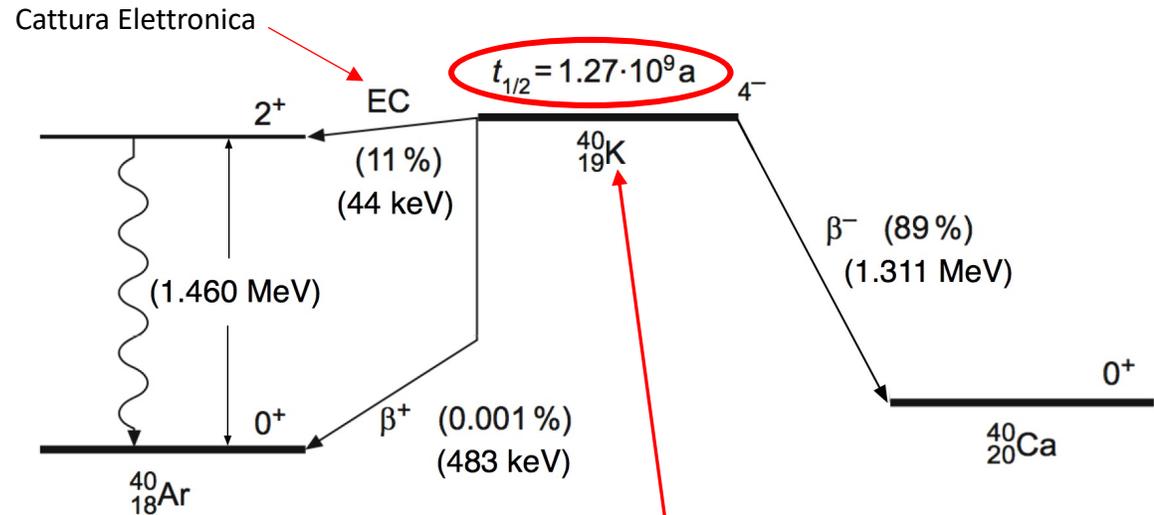
Alcuni nuclei decadono sia β^- che β^+ : **potassio** $^{40}_{19}\text{K}$, **rame** $^{64}_{29}\text{Cu}$ (17.9% β^+ , 39.0% β^- , 43.1% elec. capt.; 0.47% int. conv)



Cattura elettronica

- Nucleo con **meno n** del corrispondente isobaro stabile, o con **eccesso p** , può ridurre la carica anche **catturando e^-** da orbitale atomico del proprio atomo, tipicamente **orbitale K**
- **Cattura K**, come conv. interna, dovuta ad ampia sovrapp. spaziale tra funz. d'onda e^- e quella del nucleo, favorendo possibilità che p di questo ed e^- si combinino $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$
- **Prevalente in nuclei pesanti**, con raggio maggiore e minore estensione radiale orbitali atomici
 - Come conversione interna, cattura **K** ingenera emissione di **raggi X**, ma cambia **Z** del nucleo

Cattura **K** può essere **competitiva** in energia col decadimento β^+ , come visto per ^{64}Cu e qui per ^{40}K



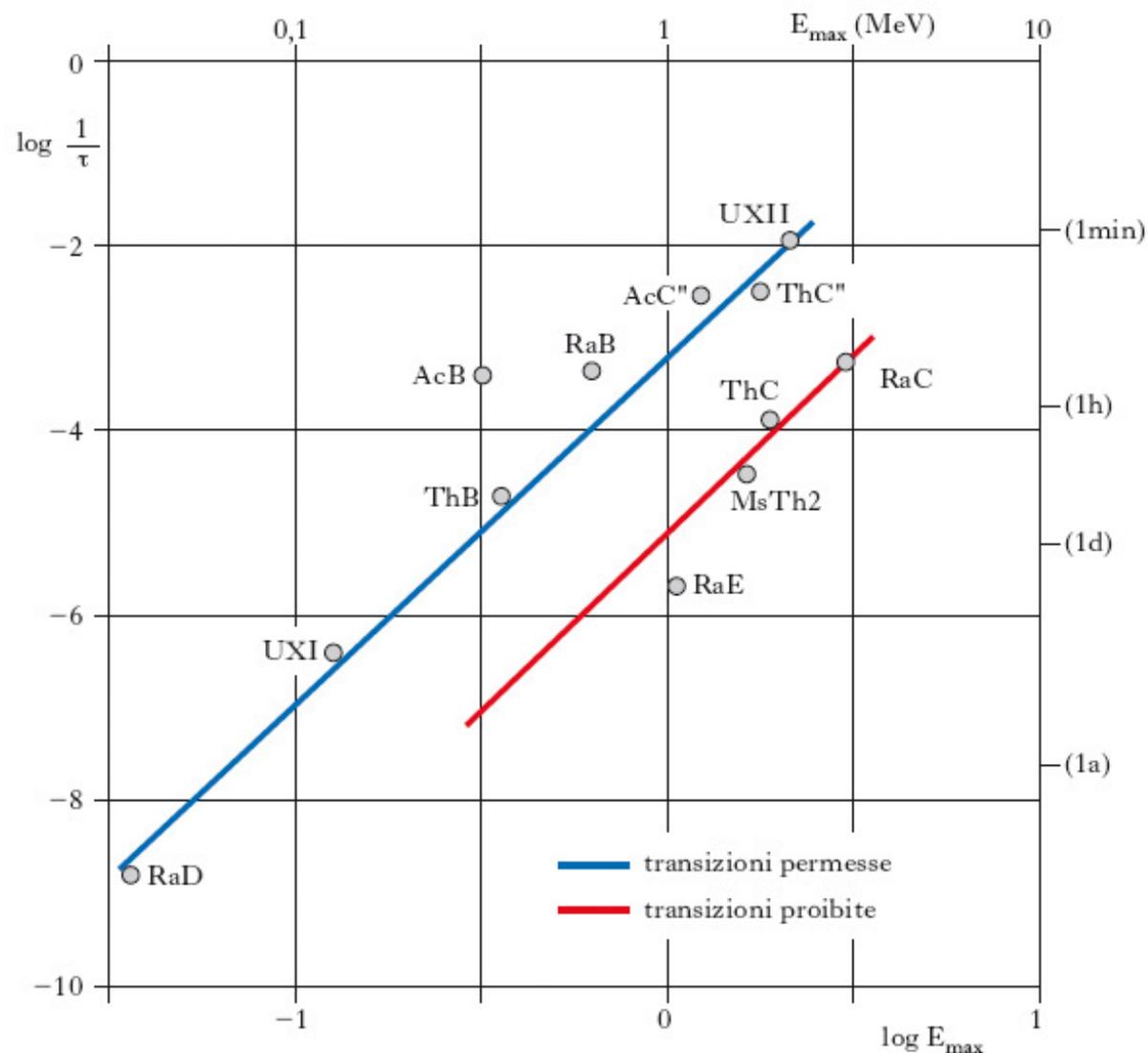
Vite medie

- Vite medie decadimenti **β nucleari**, $\tau_\beta = 1/\lambda_\beta \in [\sim 10^{-3} \text{ s}, \sim 10^{16} \text{ y}]$
- Massime energie E_β da poche frazioni di MeV fino a $\sim 7 \text{ MeV}$
- **Regola di Sargent**: $\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} \propto E^5$ dipende da caratteristiche dei nuclei **G** e **F** (Una teoria la deve dare ...)
- **NO** due isobari contigui **β -stabili**, anche se talora uno dei due ha τ_β molto lunga (es. ^{40}K)
- Nuclidi **β^+ -instabili** hanno tutti $Z \lesssim 80$

Regole di Sargent

- Graficando $\log(\lambda_\beta) \propto \log(E_{max})$ di $e^{+/-}$, gran parte dei punti vicino due curve quasi "rette"
- Diagramma (*Sargent*), regola empirica tipo Geiger-Nuttal
- Qui però λ_β cambiano lentamente con E_{max} e le due curve **non** corrispondono a diverse serie radioattive

Data E_{max} , λ_β curva superiore ~ 100 volte $>$ curva inferiore \Rightarrow **decadimento vicino curva inferiore ~ 100 volte meno probabile del corrispondente su curva superiore**
 ... transizioni **permesse** e **proibite** ...



Teoria di Fermi

Scale temporali : processi **forti** $\rightarrow 10^{-23}$ s Decadimenti β nei nuclei, ma non coinvolgono
processi **e.m.** $\rightarrow 10^{-16}$ s forza **nucleare** ne' **e.m.**, e per piccolezza $\lambda_\beta = 1/\tau_\beta$,
processi **deboli** $\rightarrow 10^{-11}$ s **interazione** \Rightarrow **debole**

- Fermi postulò nuova **forza**, **debole**, efficace solo in ambiente “*nucleare*” e a **brevissimo raggio**
- Presa **1** intensità relativa forza **forte**, $\Rightarrow 10^{-2}$ per **e.m.**, $\Rightarrow 10^{-5}$ per **debole**, $\Rightarrow 10^{-39}$ per **gravitaz.**
- **Basso valore intensità accoppiamento** \Rightarrow **tecniche perturbative** (... facilita ...)
- Non potendoci essere **e^-** stabilmente nei nuclei \Rightarrow quelli emessi col decad. β non possono che essere stati prodotti al momento del decadimento

Calcolo **probabilità** λ_β , e della **forma dello spettro** delle particelle emesse, può quindi essere affrontato, come fatto da Fermi, con **tecniche perturbative** utilizzando la **Regola d'Oro n. 2**

Il calcolo di Fermi

Fermi, con Pauli, considera ν e li suppone formati con e al momento di decadimento ed emissione

Descritti come onde piane di impulsi \mathbf{p}_e e \mathbf{p}_ν : $\psi_e = N_e e^{i\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r} / \hbar}$, $\psi_\nu = N_\nu e^{i\mathbf{p}_\nu \cdot \mathbf{r} / \hbar}$

Buona appross. ad **alte** energie \Leftrightarrow funz. d'onda influenzata da carica Ze del nucleo

- Prob. emissione dipende da quella che ν ed e creati **contemporaneamente nello stesso punto**, il **c.m.** O del sistema prima del decadimento, quindi da $|\psi_e(O)|^2 |\psi_\nu(O)|^2$

- Dipende anche da $|\mathcal{M}|^2$ per decad. β che Fermi non conosceva ma che scegliendo la forma più semplice del processo, dove n si trasforma in p dello stesso nucleo è $\mathcal{M} = \int \psi_p^* \psi_n d\tau$

Operatore relativist. di spin

Considerando stati di **spin** $\mathcal{M}_i = \int \psi_p^* \sigma_i \psi_n d\tau \Rightarrow |\mathcal{M}|^2 = \sum_{i=1}^3 |\mathcal{M}_i|^2$

Prob. emissione include fattore cost. g^2 : intensità d'accoppiamento con ruolo di **costante universale**

Sperimentalmente $10^{-48} \text{ g m}^3 \text{ s}^{-2} \lesssim g \lesssim 10^{-49} \text{ g m}^3 \text{ s}^{-2}$

Probabilità di emissione \Rightarrow **Regola d'Oro n. 2**: $\frac{2\pi}{\hbar} (|\psi_e(O)| |\psi_\nu(O)| |\mathcal{M}| g)^2 \frac{dn}{dE}$ (densità stati finali)

- Funz. d'onda normalizzate su $V \Rightarrow N_e = N_\nu = 1/\sqrt{V}$
- Nucleo in $r=0 \Leftrightarrow \psi$ cambia poco nel nucleo \Rightarrow si approssimano funz. d'onda col loro valore in O

$$\psi_e(O) = \frac{1}{\sqrt{V}} \quad , \quad \psi_\nu(O) = \frac{1}{\sqrt{V}}$$

Densità stati finali :

$$dn = \frac{p_e^2 dp_e}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{p_\nu^2 dp_\nu}{2\pi^2 \hbar^3} V^2 = \frac{p_e^2 p_\nu^2}{4\pi^4 \hbar^6} V^2 dp_e dp_\nu = \frac{p_e^2 p_\nu^2}{4\pi^4 \hbar^6 c} V^2 dp_e dE$$

Quindi **regola d'Oro** \Rightarrow prob. emissione per unità di tempo $P(p_\nu, p_e) dp_e$ (p_e misurato, con $m_\nu=0$)

$$P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} (E_{tot} - E_e)^2 p_e^2 dp_e$$

$E_\nu = p_\nu c = E_{tot} - E_e$, da cui: $p_\nu = (E_{tot} - E_e) / c$, con E_{tot} en. stato finale \simeq estremo sup. $E_{e,max}$ dello spettro degli e

In funzione di p_e :

$$P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 dp_e$$

Rateo λ_β di decadimento: da distribuzione spazio fasi nel decadimento a **3** corpi con massa nucleo residuo $\gg m_e$

ed $m_e \gg m_\nu \Rightarrow$

$$\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} = \frac{g^2 |\mathcal{M}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{e,max}} \left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 dp_e$$

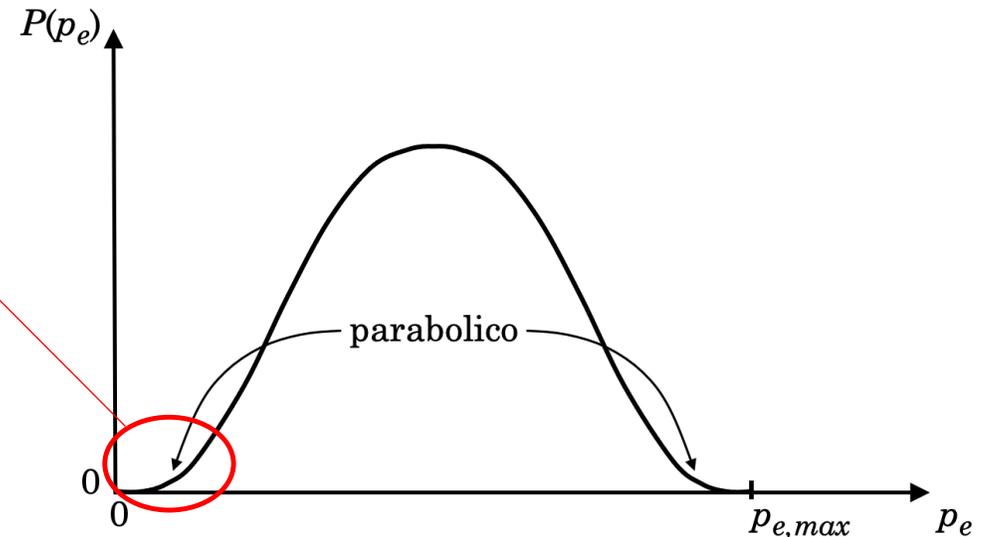
Ridefinendo impulsi in unità mc , si risolve l'integrale e si ritrova, se $e \sim$ relativistici ($p_e \simeq E_e$)

$$\lambda_\beta = \frac{1}{\tau_\beta} \propto E^5 \quad \text{ovvero la **regola di Sargent**}$$

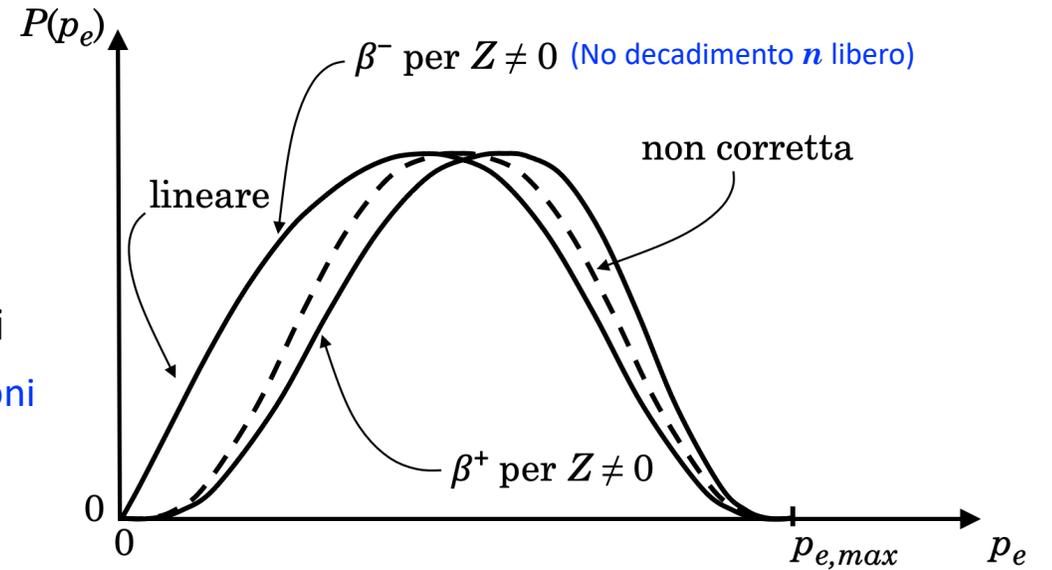
Forma degli spettri: probabilità emissione e nell'intervallo d'impulso dp_e dipende da p_e come

$$\left[\left(\sqrt{m^2 c^4 + p_{e,max}^2 c^2} - \sqrt{m^2 c^4 + p_e^2 c^2} \right)^2 p_e^2 \right]$$

che ha forma in figura, poiché $(\sqrt{\quad} - \sqrt{\quad})^2 \simeq \text{cost.}$ per piccolissimi valori di p_e . Andamento attorno a $p_{e,max}$ sviluppando Taylor attorno a $p_{e,max}$ e prendendo **lim** per $p_e \rightarrow p_{e,max}$



Perturbazioni da carica nucleo su funzioni d'onda di e^- o e^+ accrescono la prima e riducono la seconda rispetto assenza di carica (intuitivamente nucleo carico positivamente "rallenta" elettroni emessi e "accelera" positroni emessi, determinando popolamento asimmetrico delle due distribuzioni di impulso)



Massa del neutrino: Fermi ipotizzò $m_\nu = 0$ \Rightarrow distribuzione per i valori massimi di p_e con avvicinamento parabolico dolce al valore nullo

Se viceversa $m_\nu \neq 0$ si trova (H. Bethe) che tale avvicinamento è con derivata decrescente tendente a $-\infty$, tanto più marcato quanto maggiore fosse la massa di ν . ***I dati sperimentali non riescono a discriminare fra le due possibilità***

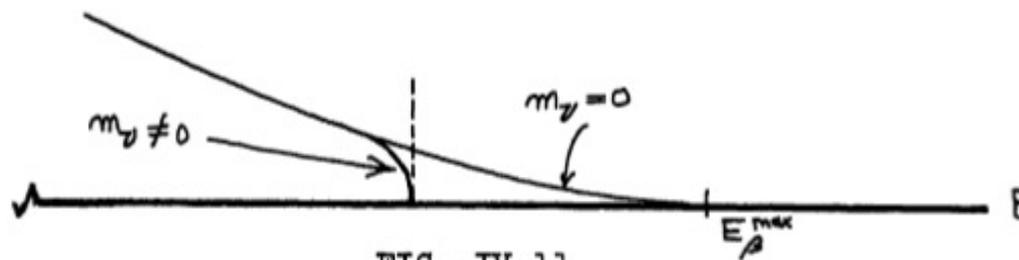


FIG. IV.11

Emissione ritardata di nucleoni

Stati eccitati popolati in seguito a decadimento β non si diseccitano emettendo solo γ

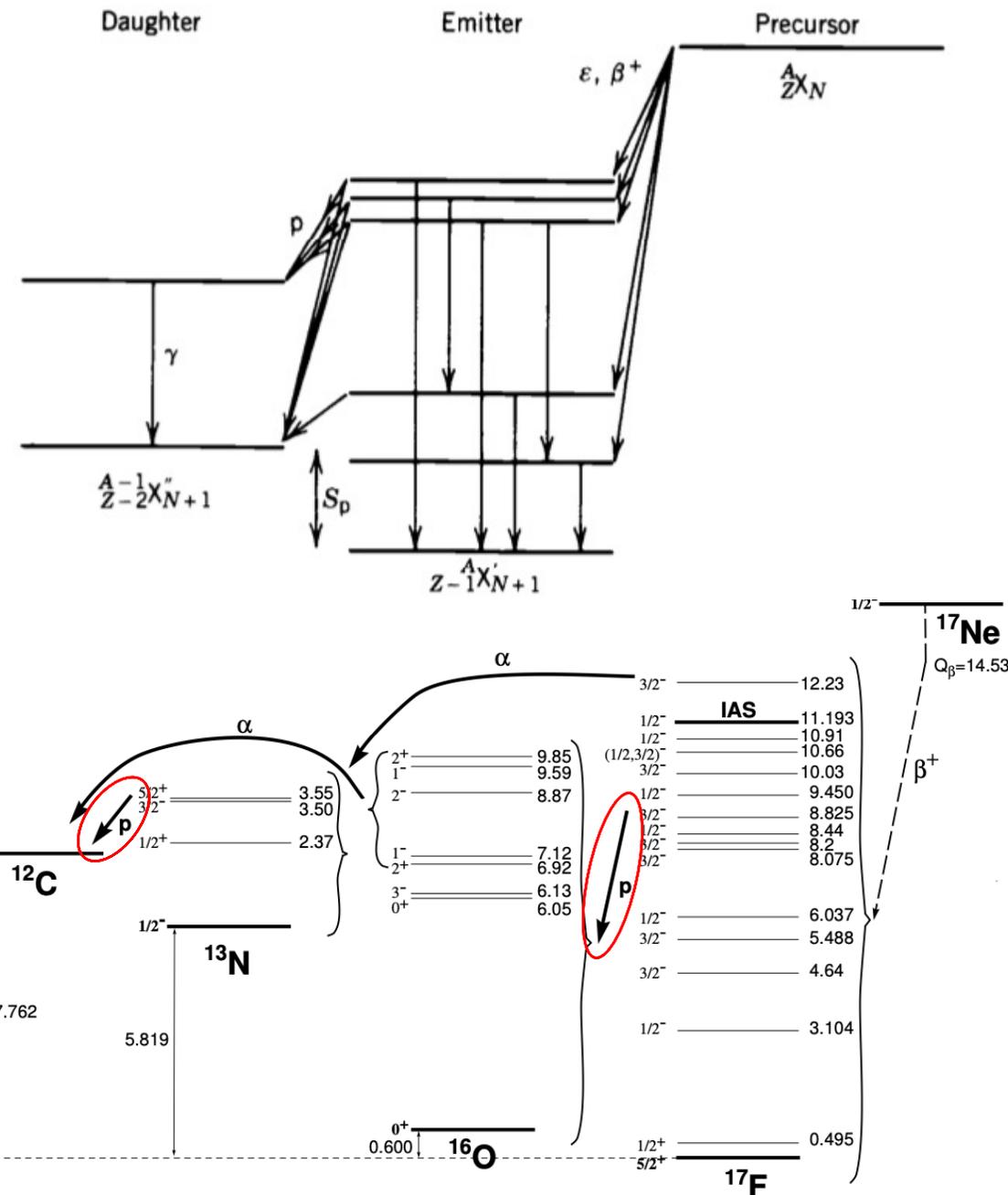
- occasionalmente emettono uno o più nucleoni

Processo rapidissimo, competitivo con emissione γ ; tempi simili a decadimento β

Energie nel decadimento di nuclidi una o due posizioni oltre isobaro più stabile, sono piccole (1÷2 MeV) \Rightarrow **emissione nucleoni singoli energeticamente proibita**

Ma lontano da valle stabilità, energie associate a decadimenti possono essere abbastanza grandi da popolare stati eccitati che decadono poi con emissione di nucleoni ...

Nucleo **G** che decade β è detto precursore



Utilizzi di sorgenti β -emittenti

- Radioisotopi che decadono β sono ampiamente utilizzati in ambito scientifico e medico
- L'imaging PET, di cui diremo oltre, è basata sul decadimento β^+ con emissione di positroni, ed è molto importante per la diagnostica, in particolare del cancro, e nella pianificazione della radioterapia
- Radiofarmaci a emissione β hanno applicazioni dirette nella terapia di trattamento del cancro
Radioisotopi β -emittenti sono utilizzati con successo nella brachi-terapia
- Sorgenti di radiazione β sono poi alla base del funzionamento di misuratori di spessori sottili e controlli della qualità di materiali sottili come ad es. carta
- Il **tritio** è utilizzato per alcuni illuminatori a fosforescenza, tipicamente luci di emergenza che non richiedono alimentazione elettrica (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$)
- Molti radioisotopi che decadono beta producono figli eccitati, che poi decadono gamma