ENERGIA

Le azioni a favore della transizione energetica

Un vero e proprio cambio di paradigma. Da una parte la sostituzione delle fonti fossili con quelle rinnovabili. Dall'altra lo sviluppo di nuove tecnologie come lo storage e l'idrogeno, l'elettrificazione di alcuni settori e la digitalizzazione.

(Enel)

INFORMAZIONI SULLA RILEVAZIONE

INDAGINE SUI CONSUMI ENERGETICI DELLE FAMIGLIE

Che cosa è

Lo scopo di questa indagine è di acquisire informazioni e produrre dati statistici sulle dotazioni energetiche delle famiglie, cioè relative agli impianti e alle apparecchiature che consumano energia nelle abitazioni e sulle modalità con cui vengono utilizzate nella vita quotidiana.
I risultati dell'indagine forniranno un quadro completo dei consumi di energia e delle caratteristiche energetiche del settore residenziale, utili alla collettività e alle istituzioni per predisporre interventi mirati a tutelare la qualità dell'ambiente e a rispettare gli Obiettivi nazionali ed europei di mitigazione dei cambiamenti climatici.

(Istat)

- Energia: definizione operativa
- Conservazione dell'energia
- Lavoro: def. operativa

Efficienza energetica

In ingegneria energetica il termine efficienza energetica indica la capacità di un sistema fisico di ottenere un dato risultato utilizzando meno energia rispetto ad altri sistemi detti a minor efficienza, aumentandone generalmente il rendimento e consentendo dunque un risparmio energetico ed una riduzione dei costi di esercizio.

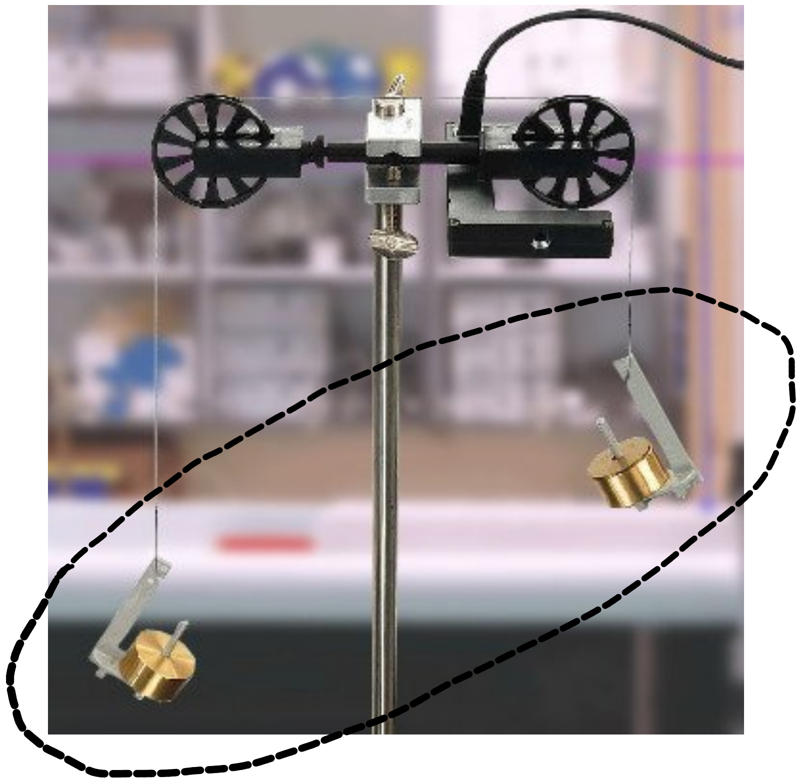
W More at Wikipedia (IT)

(Wikipedia)

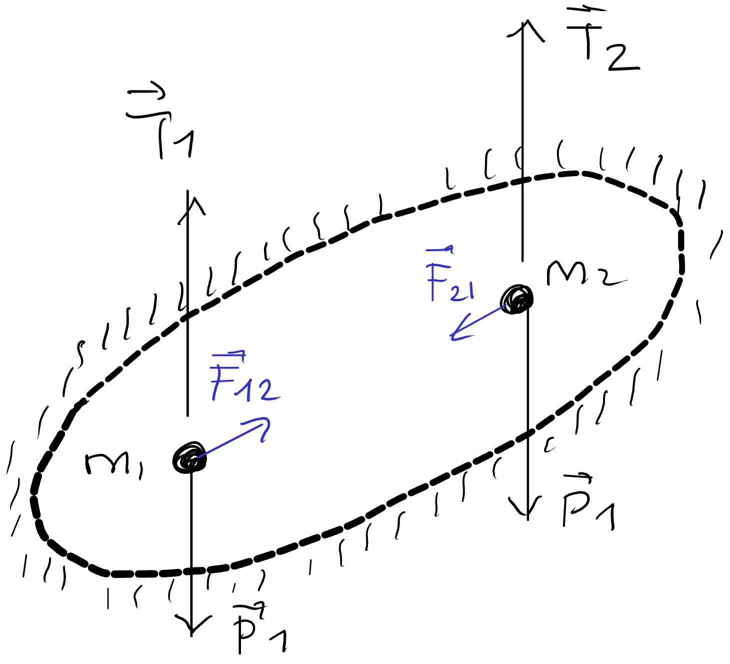
Sistema e ambiente

Sistema : insieme di corpi delimitato da una superficie (immaginaria)

Ambiente (esterno) : tutto ciò che resta fuori dalla superficie



Macchina di Atwood



$\{1, 2\}$

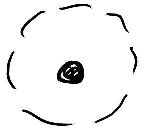
sistema

Forze interne :

$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21}$ (III Newton)

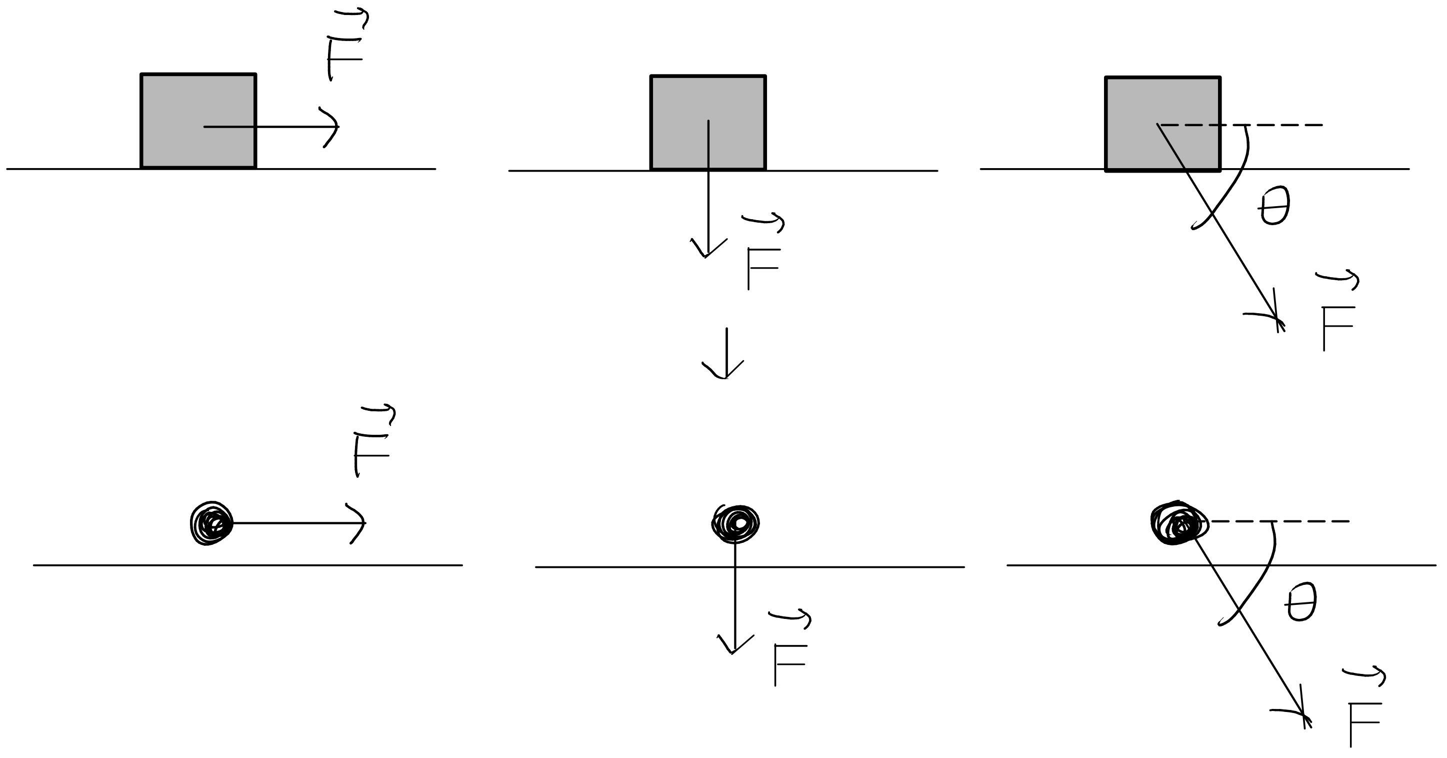
Forze esterne :

$\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{T}_1, \vec{T}_2$



OK

Lavoro → influenza dell' ambiente su un sistema



Sistemi di particelle

$\sim |\vec{F}|$

$\sim |\Delta\vec{r}|$

spostamento del corpo

dipende da direzione di $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$

Lavoro: grandezza fisica definita da

$$W = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\theta$$

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \qquad (\vec{F}\ \text{cost})$$

$$[W] = \frac{ML}{T^2}\cdot L = \frac{ML^2}{T^2}$$

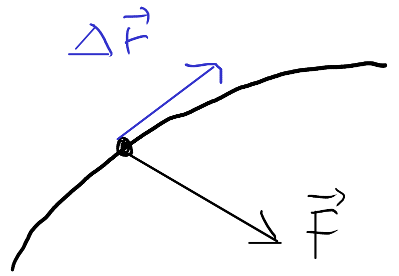
SI: $N\cdot m = J$ (Joule)

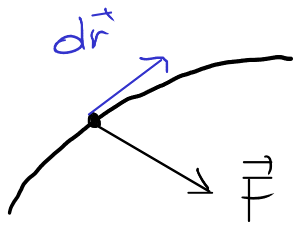
Lavoro è compiuto / fatto DA una forza SU un sistema

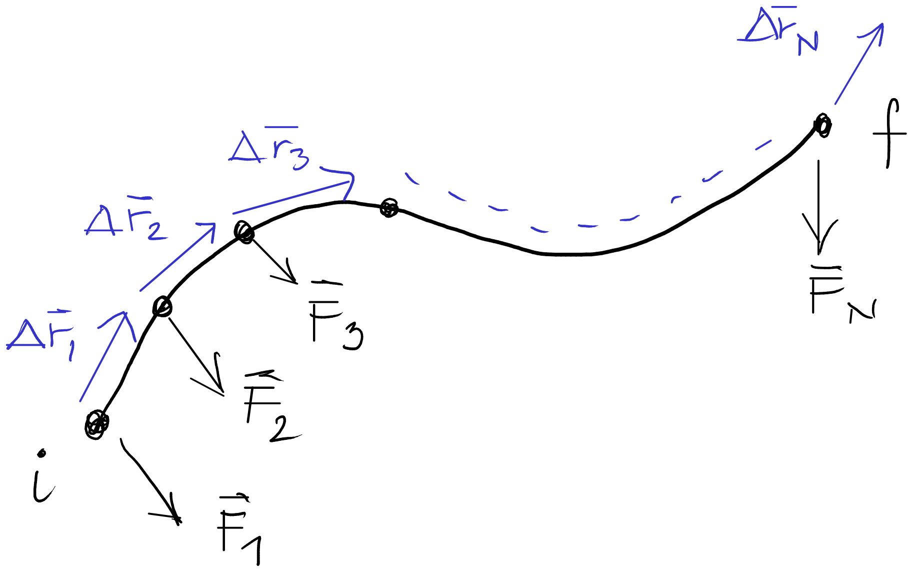
$W[\vec{F}]$, $W[\Sigma\vec{F}]$, ...

$$W[\Sigma\vec{F}] = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i\cdot\Delta\vec{r}$$

Lavoro elementare







lavoro elementare

$$\vec F \cdot d\vec r = \delta W$$

$$W \approx \sum_{i=1}^{N} \vec F_i \cdot \Delta \vec r_i$$

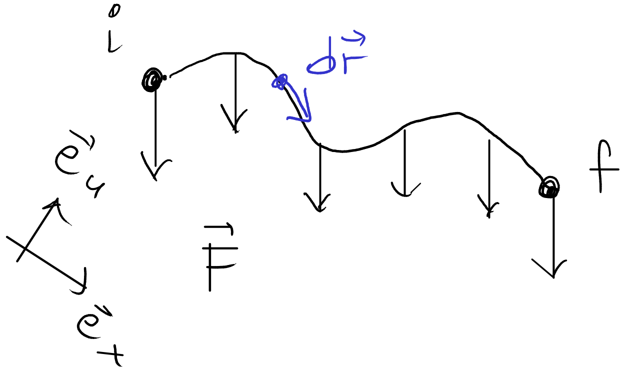
$$W = \lim_{|\Delta \vec r| \to 0} \sum_{i=1}^{N} \vec F_i \cdot \Delta \vec r_i$$

$$W = \int_i^f \boxed{\vec F \cdot d\vec r} = \int_i^f \delta W$$

integrale curvilineo

Esempi:

1) Forza costante



$\vec F = \text{cost}$

$\vec F = F_x \vec e_x + F_y \vec e_y$

$d\vec r = dx\, \vec e_x + dy\, \vec e_y$

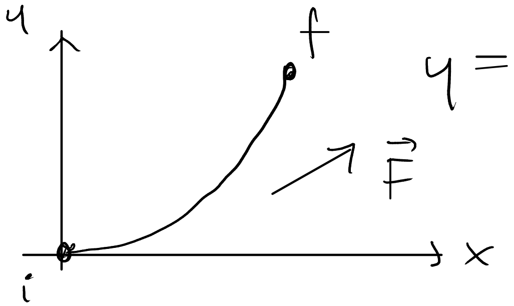
$y = y(x)$

$$W = \int_i^f \vec F \cdot d\vec r$$

$$= \int_i^f [F_x\, dx + F_y\, dy]$$

$$= F_x \int_{x_i}^{x_f} dx + F_y \int_{y_i}^{y_f} dy =$$

es. :



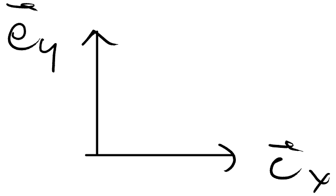
$y = x^2 \rightarrow W = ?$

$= F_x (x_f - x_i) + F_y (y_f - y_i)$

$= F_x \Delta x + F_y \Delta y = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$

non dipende dal cammino.

Peso : $\vec{P} = m\vec{g}$ (cost)



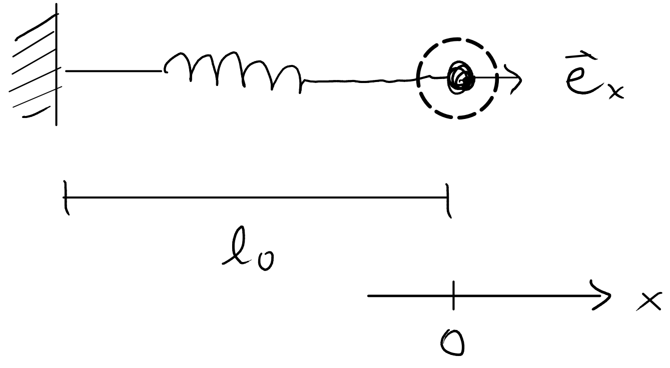
$\downarrow \vec{g}$

$W = m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} = -mg\Delta y$

$$\begin{cases} \vec{g} = -g\vec{e}_y \\ \Delta \vec{r} = \Delta x\, \vec{e}_x + \Delta y\, \vec{e}_y \end{cases}$$

2) Forza elastica

Molla ideale, costante elastica K, lunghezza a riposo l_0



$$\vec{F}_l = -K\Delta l\,\vec{e}_x = -Kx\,\vec{e}_x \qquad d\vec{r} = dx\,\vec{e}_x$$

Lavoro della forza elastica sulla particella

$$W = \int_i^f \vec{F}_l \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} (-Kx)\,dx$$

$$= -K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f} = \underline{-\frac{1}{2}K\left(x_f^2 - x_i^2\right)}$$

Es: $x_i = 0$, $x_f < 0$ o $x_f > 0$

$$W = -\frac{1}{2}Kx_f^2 < 0$$

Nota: W dipende dalla velocità della particella?

$$\int_{x_i}^{x_f} f(x)\, dx \;\overset{\uparrow}{=}\; \int_{t_i}^{t_f} f(x(t))\, \frac{dx}{dt}\, dt$$

$x = x(t)$ $\quad dx = \frac{dx}{dt}\, dt$

$x_i = x(t_i)$ $\quad x_f = x(t_f)$

$$W \overset{\uparrow}{=} \int_{x_i}^{x_f} F\, dx \overset{\uparrow}{=} \int_{t_i}^{t_f} F(t)\, \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v}\, dt$$

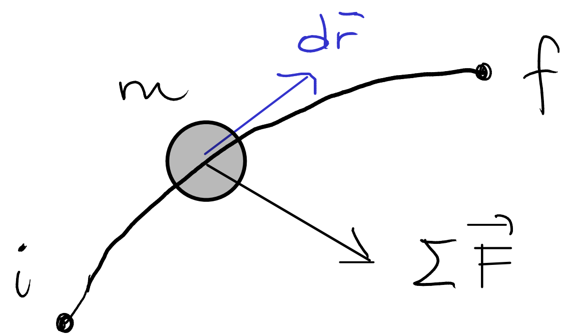
$F = F(x)$ $\quad x = x(t)$

$\Rightarrow$ W non dipende dalla velocità se $F = F(x)$

$F = F(v)$ ⚠

Teorema dell'energia cinetica

Effetto del lavoro su un sistema? Particella massa m, $\Sigma\vec{F}$



$$W[\Sigma\vec{F}] = \int_i^f (\Sigma\vec{F})\cdot d\vec{r} \underset{\text{II Newton}}{\overset{\uparrow}{=}} \int_i^f m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r} = m\int_i^f \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r}$$

$$\int_{x_i}^{x_f} \frac{dv_x}{dt}\,dx \underset{x=x(t)}{\overset{\uparrow}{=}} \int_{t_i}^{t_f} \frac{dv_x}{dt}\frac{dx}{dt}\,dt = \int_{t_i}^{t_f} v_x \underbrace{\frac{dv_x}{dt}\,dt} \underset{t=t(v_x)}{\overset{\uparrow}{=}} \int_{v_{xi}}^{v_{xf}} v_x\,dv_x = \frac{1}{2}\left(v_{xf}^2 - v_{xi}^2\right)$$

$$\int_{y_i}^{y_f} \frac{dv_y}{dt}\,dy = \dots = \frac{1}{2}\left(v_{yf}^2 - v_{yi}^2\right)$$

$$W[\Sigma\vec{F}] = \frac{1}{2}m\left(\underbrace{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} - \underbrace{v_{xi}^2 - v_{yi}^2}\right) = \frac{1}{2}m\left(|\vec{v}_f|^2 - |\vec{v}_i|^2\right) = \frac{1}{2}m|\vec{v}_f|^2 - \frac{1}{2}m|\vec{v}_i|^2$$

Energia cinetica:

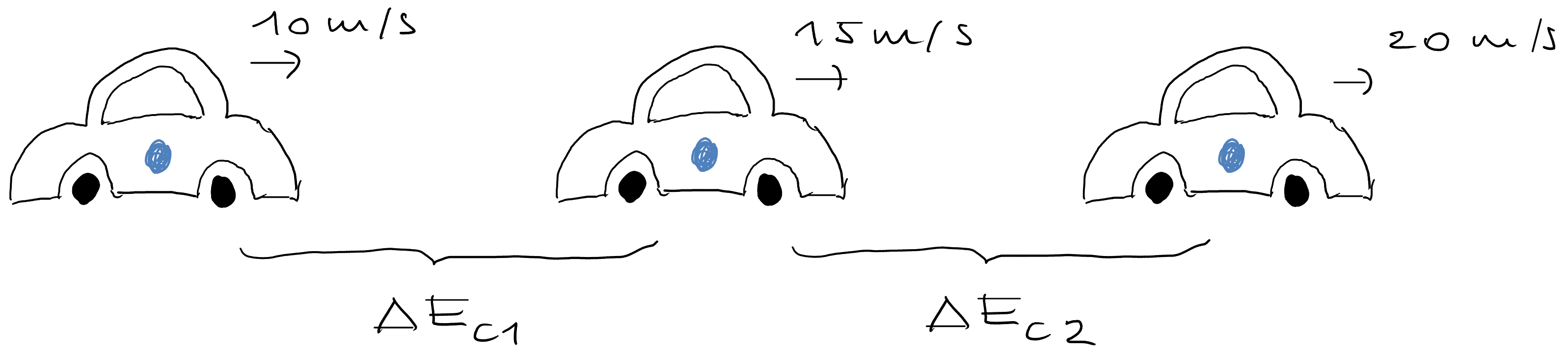
$$E_c = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2$$

SI: J

Teorema dell'energia cinetica:

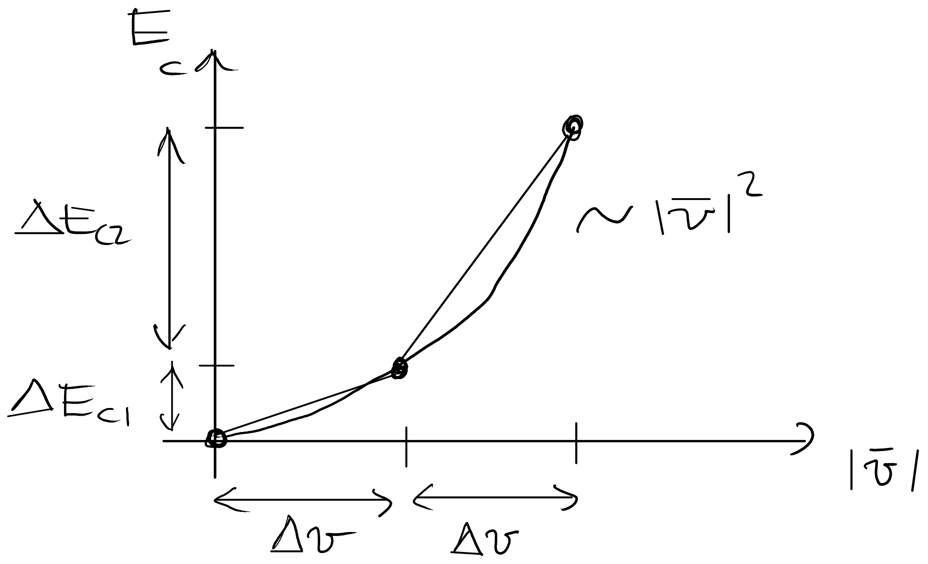
$$\boxed{W(\Sigma \vec{F}) = \Delta E_c}$$

Quiz: un'auto accelera in un primo tratto da 10 m/s a 15 m/s poi da 15 m/s a 20 m/s. Variazione di energia cinetica ΔE_c?



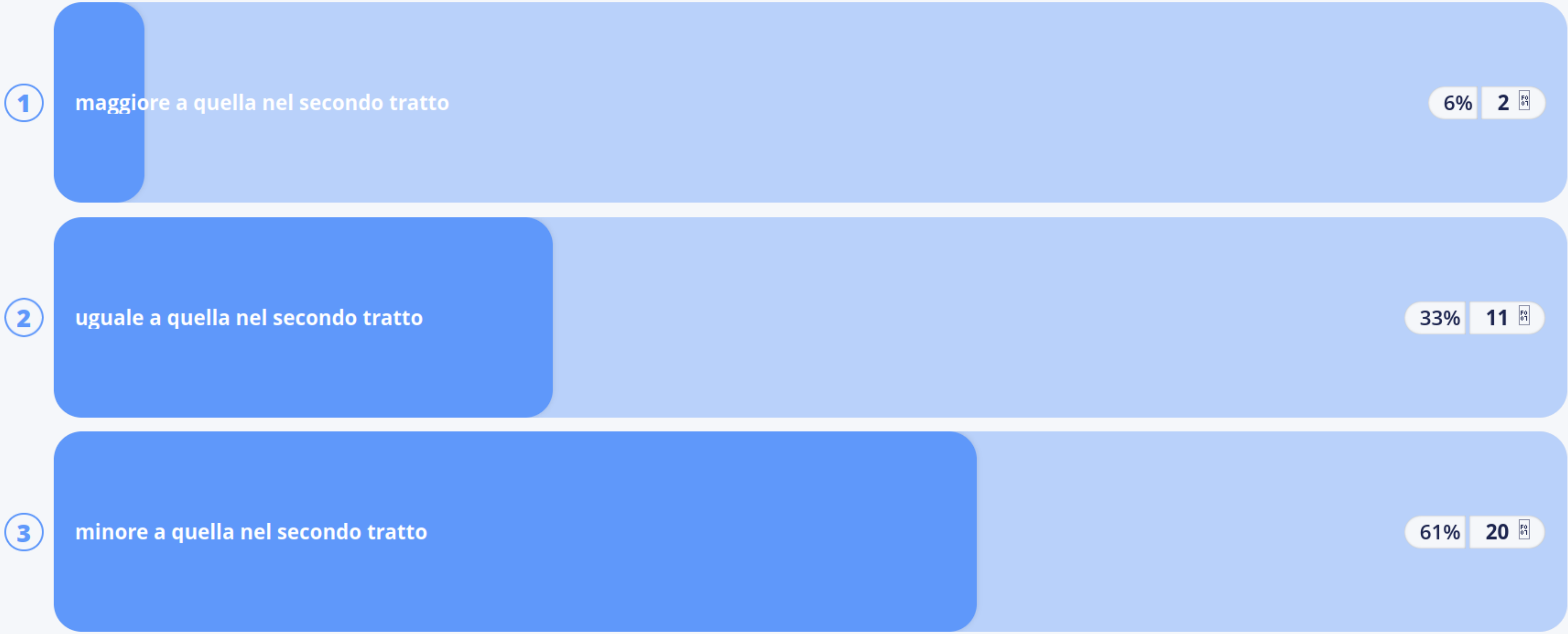
a) $\Delta E_{c1} > \Delta E_{c2}$ b) $\Delta E_{c1} = \Delta E_{c2}$ c) $\Delta E_{c1} < \Delta E_{c2}$ ✓

$$15^2 - 10^2 < 20^2 - 15^2$$



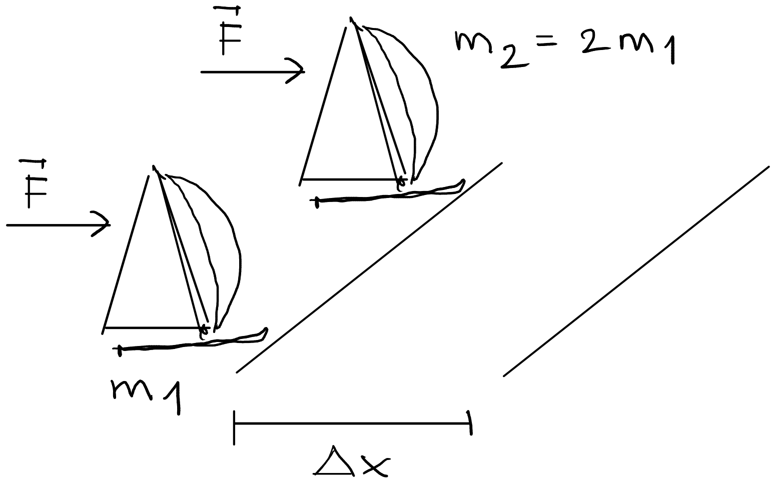
Go to **wooclap.com** and use the code **HRHESJ**

Un'auto accelera in un primo tratto da 10 m/s a 15 m/s, poi da 15 m/s a 20 m/s. La variazione di energia cinetica nel primo tratto è



wooclap Questions 1 / 1 Messages 100 % Exit 33 / 62

Esempio : barche sul ghiaccio



Quale barca ha maggiore energia cinetica all'arrivo ?

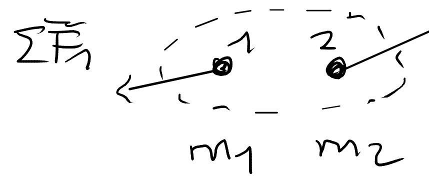
$$\Delta E_c = W[\vec{F}]$$

$$E_{c1f} = E_{c2f} \quad !!$$

Teor. dell'energia cinetica:

$$\boxed{W[\Sigma \vec{F}] = \Delta E_c}$$

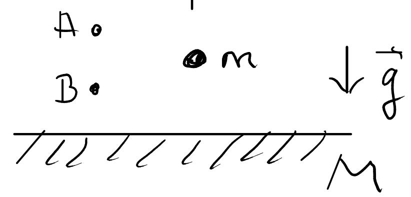
Il lavoro della risultante delle forze su una particella è uguale alla variazione di energia cinetica della particella stessa.



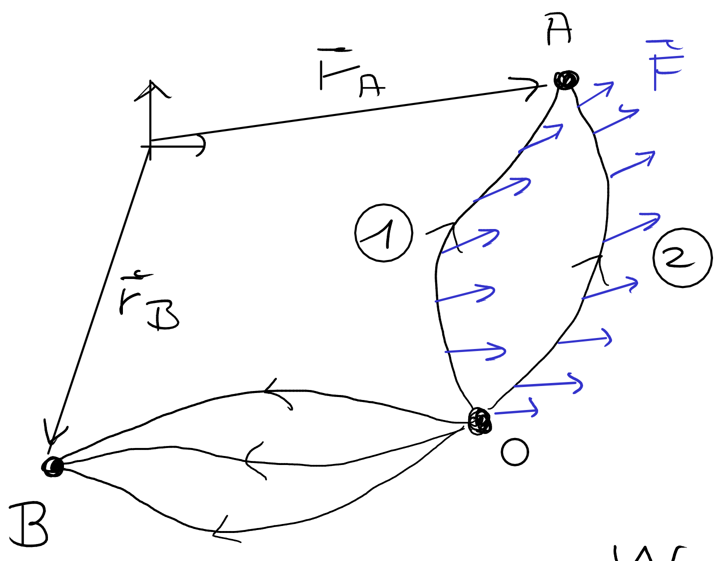
$\{1,2\}$

$$W[\Sigma \vec{F}_1] = \Delta E_{c1}$$
$$W[\Sigma \vec{F}_2] = \Delta E_{c2}$$
$$\downarrow$$
$$W[\Sigma \vec{F}_1] + W[\Sigma \vec{F}_2] = \Delta E_{c\{1,2\}}$$
$$W_1[\Sigma \vec{F}] + W_2[\Sigma \vec{F}_2] = \Delta E_{c\{1,2\}}$$

ES.: peso $\quad \vec{P} = m\vec{g}$



$$W[\vec{P}] = \int_A^B \vec{P}\cdot d\vec{r} = -mg(z_B - z_A) \rightarrow \text{lavoro non dipende dal percorso tra A e B}$$



campo di forze non dipende dal tempo

$$W_{OA} = \int_O^A \vec{F}\cdot d\vec{r} \quad \text{non dipende dal percorso}$$
$$\Downarrow$$

forza conservativa

$$\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} -W_{OA} &= E_p(\vec{r}_A) \\ -W_{OB} &= E_p(\vec{r}_B) \end{aligned}\right\} \text{energia potenziale}$$

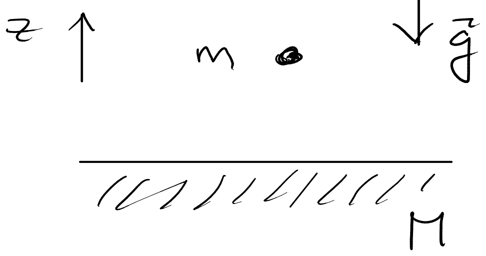
$E_p(\vec{r})$

SI: J

$$W_{AB} = W_{AO} + W_{OB} = -W_{OA} + W_{OB} = E_p(\vec{r}_A) - E_p(\vec{r}_B) = -\Delta E_p$$

Esempi di energie potenziali

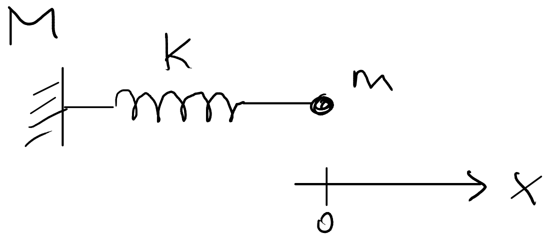
1) **Peso**



$$\begin{cases} \Delta E_p = -W_{AB} = -\int_A^B \vec{P}\cdot d\vec{r} = mgz_B - mgz_A \\ \Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_p = mgz + \text{cost}}$$

$$\{m, M\} \uparrow$$

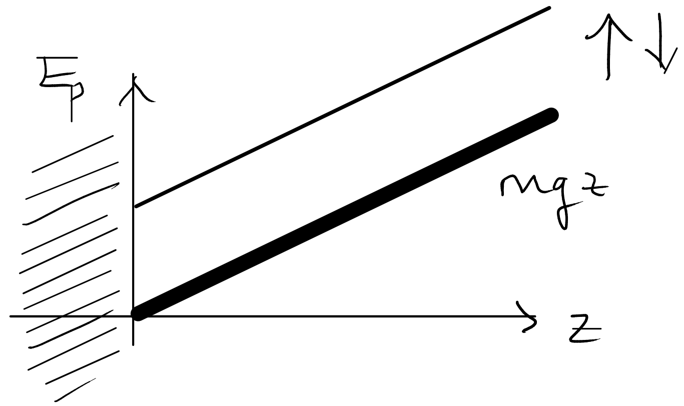
2) **Forza elastica** molla ideale



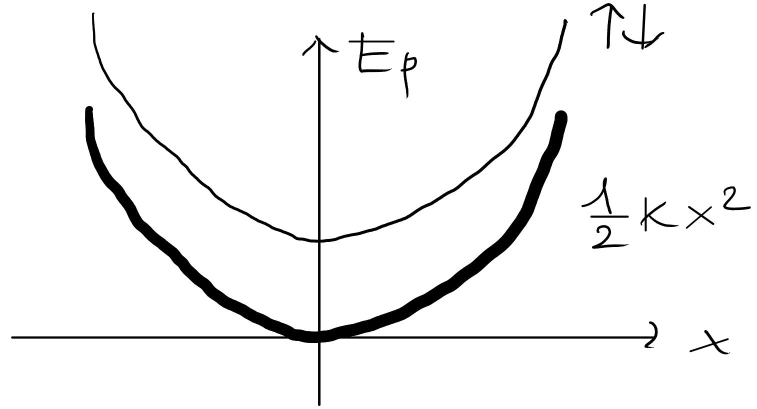
$$\begin{cases} \Delta E_p = -W_{AB} = +\int_{x_A}^{x_B} Kx\,dx = \frac{1}{2}Kx_B^2 - \frac{1}{2}Kx_A^2 \\ \Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_p = \frac{1}{2}Kx^2 + \text{cost}}$$

$$\{m, \text{molla}, M\} \uparrow$$

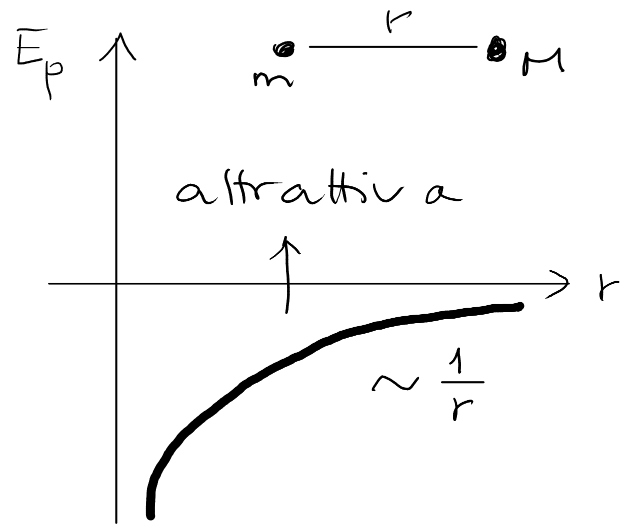
1)



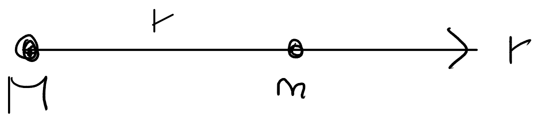
2)



3) Gravitazione universale

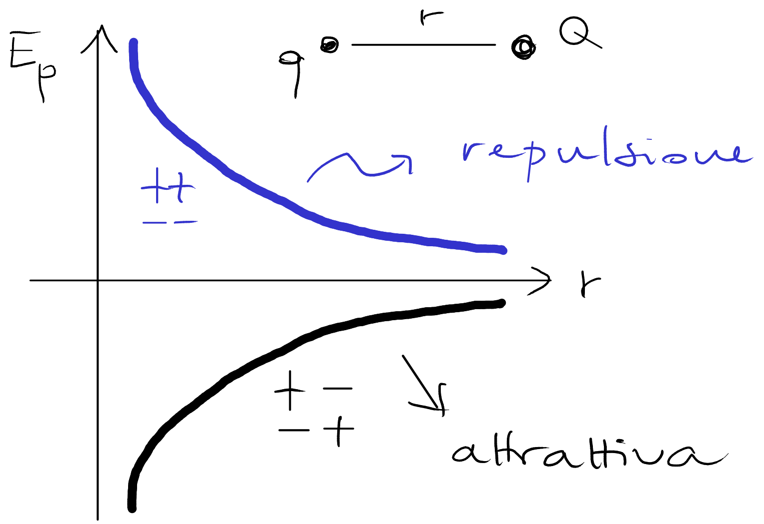


(es.) $$E_p = -G\,\frac{mM}{r}$$



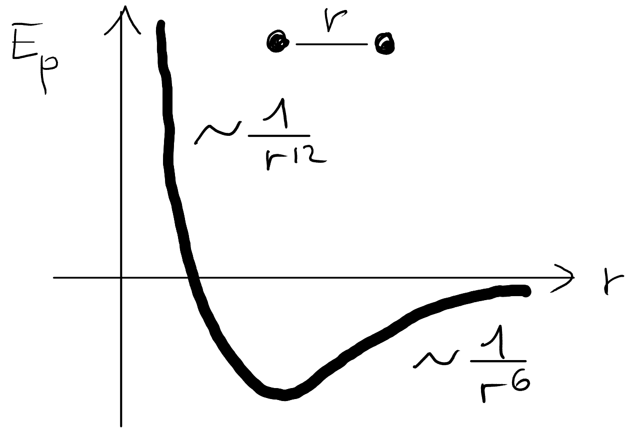
$E_p(\infty) = 0$

4) Elettrostatica



$$E_p = k\,\frac{qQ}{r}$$

5) Interazioni interatomiche



gas rari: Xe, Ne, Ar

↗ repulsione a corto raggio

↘ attrazione a "lungo raggio" di tipo van der Waals

$$\sim \frac{1}{r^6}$$

Energia potenziale di Lennard-Jones:

$$E_p = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$$

Relazione tra energia potenziale e forza

$$\Delta E_p = -\int_O^A \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \xrightarrow[1d]{} \quad E_p(x) - E_p(x_0) = -\int_{x_0}^{x} F_x(x')\,dx'$$

$\vec{F}$ A

$E_p(x)$ è meno la primitiva di F_x !

$$\frac{dE_p}{dx} = -F_x$$

$$\begin{cases} \dfrac{dE_p}{dx} = -F_x \\[2ex] \dfrac{dE_p}{dy} = -F_y \end{cases} \quad \xleftarrow[2d]{}$$

$$\downarrow$$

$$\vec{F} = F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y$$

$$= -\frac{dE_p}{dx}\vec{e}_x - \frac{dE_p}{dy}\vec{e}_y \quad \rightarrow \quad = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{e}_y \qquad (E_p(x,y))$$

$$\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p} = -\operatorname{grad} E_p$$

Conservazione dell' energia meccanica

$$\begin{cases} W[\Sigma \vec{F}] = \Delta E_c & \text{teor. en. cinetica} \\ W[\Sigma \vec{F}] = -\Delta E_p & \Sigma \vec{F} \text{ conservativa} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$E_{cf} - E_{ci} + E_{pf} - E_{pi} = 0$$

$$E_{cf} + E_{pf} - (E_{ci} + E_{pi}) = 0$$

$$W[\Sigma \vec{F}_c] + W[\Sigma \vec{F}_{nc}] = \Delta E_c$$

$$\downarrow$$

$$\Delta E = W[\Sigma \vec{F}_{nc}]$$

$\uparrow$

non conservative

Energia meccanica : $E = E_c + E_p$

$$E_f - E_i = 0 \iff \boxed{E_f = E_i} \iff \Delta E = 0$$

conservazione dell' energia meccanica

- ☑ Peso
- ☑ Elastica
- ☑ Gravitazione
- ☑ Elettrostatica

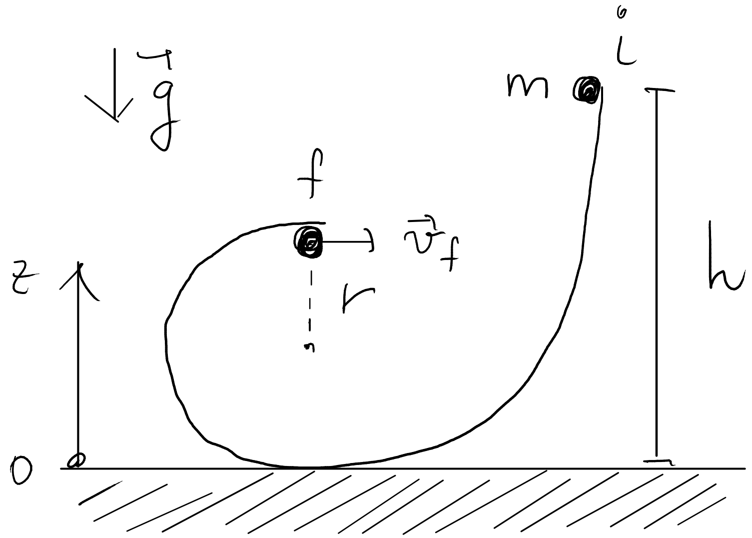
$\rightarrow$ conservative

- ☒ altrito dinamico
- ☒ altrito viscoso

$\rightarrow$ non conservative

Esempio: skateboard

velocità iniziale $\vec{v}_i = \vec{0}$, no attrito $\Rightarrow$ valore minimo di h per aderenza in f ?



1) Conservazione dell'energia meccanica

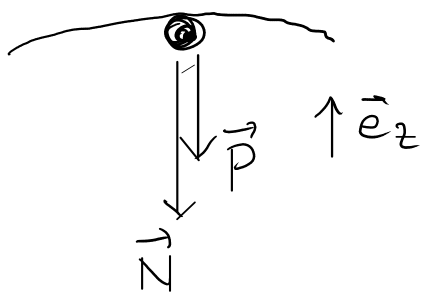
$$E_i = E_f$$

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf}$$

$$\emptyset + \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 + 2\cancel{m}gr$$

$$v_f^2 = 2g(h - 2r)$$

2) Condizione di aderenza



II Newton: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

$$-mg\vec{e}_z - |\vec{N}|\vec{e}_z = m\vec{a}_c = -m\frac{v_f^2}{r}\vec{e}_z$$

$$|\vec{N}| + mg = m\frac{v_f^2}{r} \qquad 2h - 4r \geq r \Rightarrow h \geq \frac{5}{2}r$$

contatto $\Rightarrow$ $\frac{|\vec{N}|}{m} = \frac{v_f^2}{r} - g \geq 0 \qquad 2g\frac{(h-2r)}{r} \geq g \qquad h \geq \frac{5}{4}(2r)$

Condizione di equilibrio meccanico

Equilibrio statico $\Longrightarrow$ Equilibrio meccanico

$\vec{v} = \vec{0}$ $\qquad$ $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$A \Longrightarrow B$

B è necessaria ad A

A è sufficiente a B

$A \Longleftrightarrow B$

A è necessaria e sufficiente a B

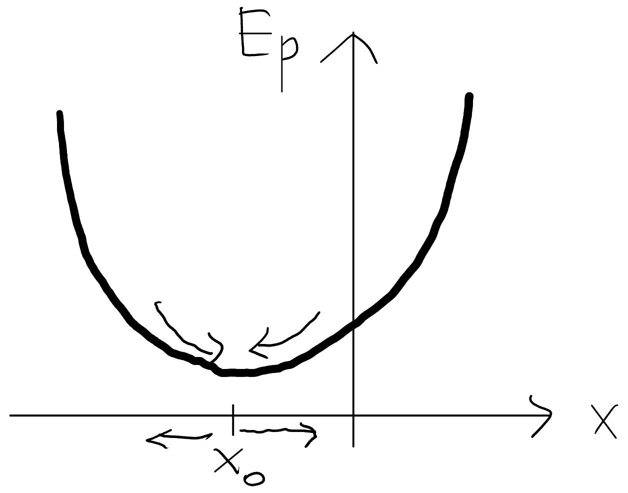
1d: $F_x = -\frac{dE_p}{dx}$

$\downarrow$

$$\boxed{\frac{dE_p}{dx} = 0}$$

3d: $\vec{\nabla} E_p = \vec{0}$

$\left.\frac{dE_p}{dx}\right|_{x_0} = 0 \longrightarrow$ stabilità dell' equilibrio

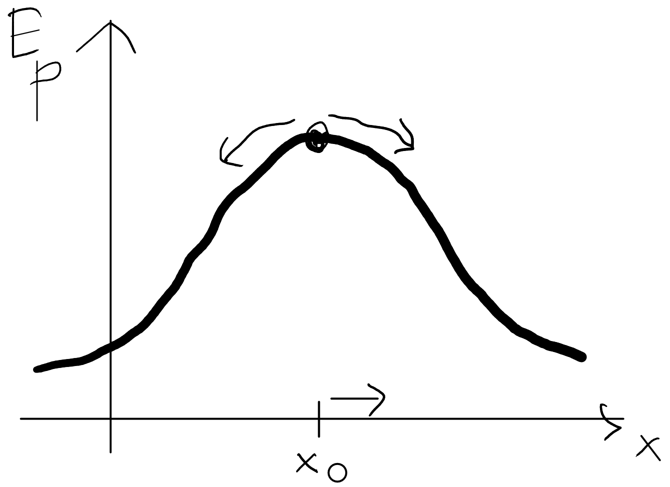


equilibrio stabile

$x - x_0 > 0 \Rightarrow F_x < 0$

$x - x_0 < 0 \Rightarrow F_x > 0$

$$\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{x_0} > 0$$

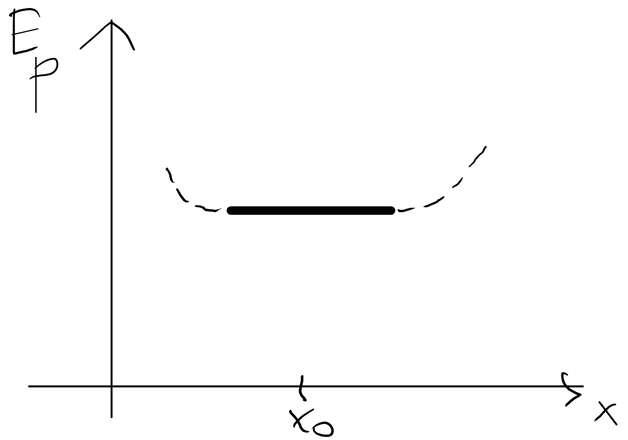


equilibrio instabile

$x - x_0 > 0 \Rightarrow F_x > 0$

$x - x_0 < 0 \Rightarrow F_x < 0$

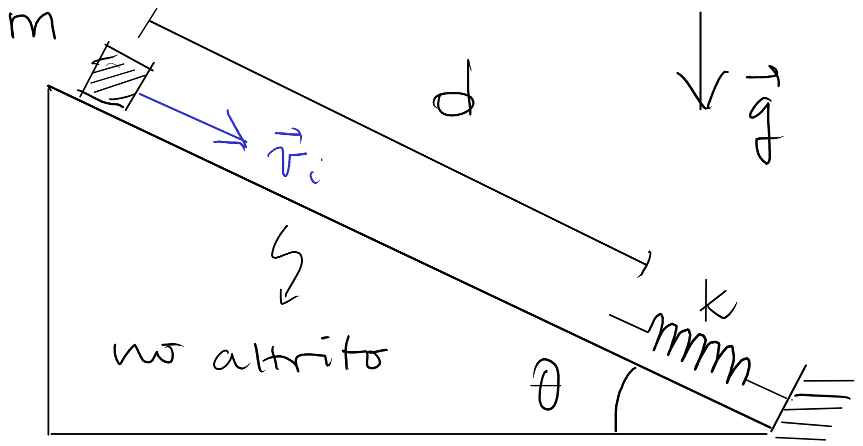
$$\left.\frac{d^2E_p}{dx^2}\right|_{x_0} < 0$$



equilibrio indifferente

$$\frac{d^2E_p}{dx^2} = 0$$

Es.: blocco + molla su piano inclinato



$|\vec{v}_i|$ velocità iniziale ; molla ideale (k).

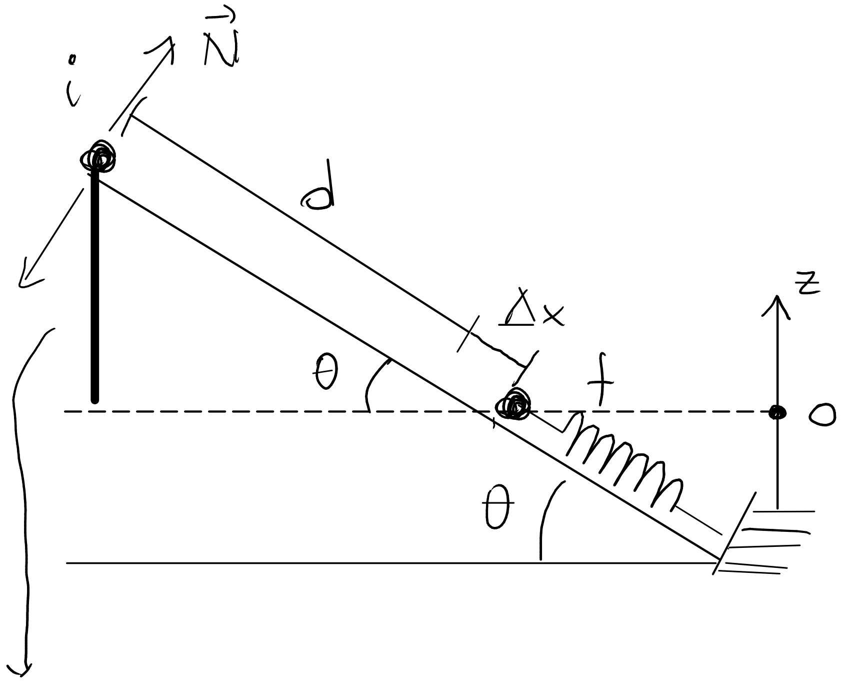
Determina la massima compressione $\Delta x > 0$ della molla

Sistema : {corpo}

Forze : peso, reazione, forza elastica

indipendenti dal tempo e conservative

⇒ conservazione energia meccanica



$(d+\Delta x)\sin\theta = z_i$

$$E_i = E_f$$

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf}$$

$$E_p = E_{pg} + E_{pe}$$

$E_{pg} \to mgz + \text{cost}$

$$\frac{1}{2}m|\vec{v}_i|^2 + mg(d+\Delta x)\sin\theta + 0 =$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 - mg\sin\theta\, \Delta x - \left(\frac{1}{2} m |\vec{v}_i|^2 + mg\sin\theta\, d\right) = 0$$

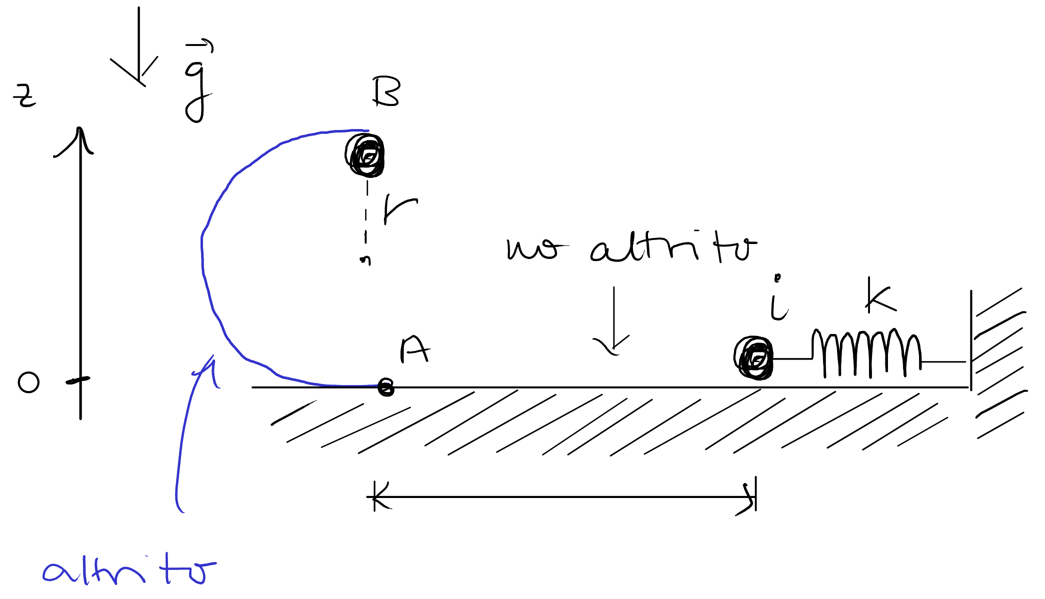
$$\begin{cases} a x^2 + b x + c = 0 \\ x_{12} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$\Delta x_{12} = \frac{mg\sin\theta \pm \sqrt{(mg\sin\theta)^2 + 2k\left(\frac{1}{2} m |\vec{v}_i|^2 + mg\sin\theta\, d\right)}}{k}$$

$$\Delta x > 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{mg\sin\theta + \sqrt{\dots}}{k}$$ soluzione accettabile $\square$

<u>ES.:</u> $E_p = E_p(z)$

Es. blocco su guida circolare



$m = 0.5\ kg$

$v_A = |\vec{v}_A| = 12\ m/s$

$r = 1m$

$|\vec{F}_a| = 7N$

$k = 450\ N/m$

1) determina Δx

2) determina $v_B = |\vec{v}_B|$

3) riesce ad arrivare in B aderendo alla guida?

1) Forze conservative, indipendenti dal tempo $\Rightarrow$ conservazione energia

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cA} + E_{pA}$$

$$0 + \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m v_A^2 + 0 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m v_A^2}{k}} = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_A = \sqrt{\frac{0.5\ kg}{450\ N/m}}\, 12\ m/s$$

$$= 0.4\ m$$

2) In presenza di una forza non-conservativa tra A e B

$$\Delta E = W[\Sigma \vec{F}_{nc}]$$

teor. dell' energia meccanica

↑ attrito

$$E_{CB} + E_{pB} - E_{cA} - E_{pA} = \int_A^B \vec{F}_a \cdot d\vec{r}$$

cost

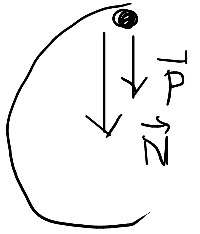
$$\frac{1}{2} m v_B^2 + 2mgr - \frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = -\int_0^{\pi} |\vec{F}_a| \, dr$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 - 2\cancel{m} gr - \pi \frac{r}{m} |F_a|$$

$$v_B^2 = v_A^2 - 4gr - \frac{2\pi r}{m} |\vec{F}_a|$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 4gr - \frac{2\pi r}{m} |\vec{F}_a|}$$

$$= \sqrt{144 \frac{m^2}{s^2} - 4 \times 9{,}81 \times 1 \frac{m^2}{s^2} - \frac{6.24 \times 1m}{0.5kg} \times 7N} = 4{,}1 \frac{m}{s}$$



3) aderenza

$$m\bar{a} = \vec{N} + \vec{P}$$

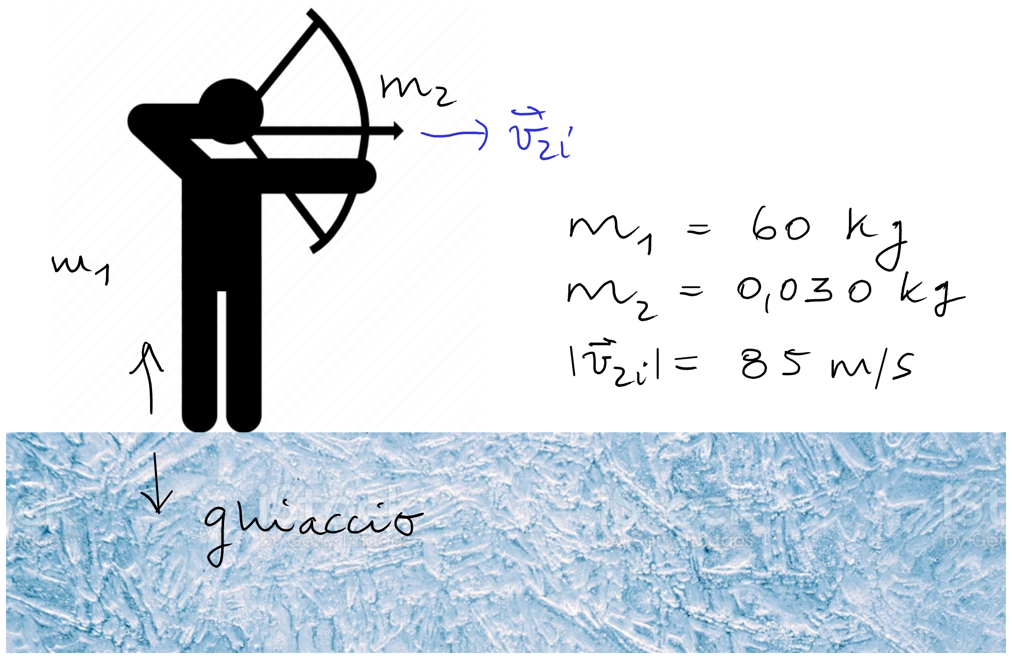
$$m\frac{v^2}{r} = |\vec{N}| + |\vec{P}|$$

$$m\frac{v^2}{r} - mg = |\vec{N}|$$

$$\frac{v^2}{r} - g \geq 0 \quad \boxed{\checkmark}$$

$$v^2 \geq gr = 9{,}8 \frac{m^2}{s^2}$$

QUANTITÀ DI MOTO



$m_1 = 60\ kg$
$m_2 = 0{,}030\ kg$
$|\vec{v}_{2i}| = 85\ m/s$

Sistema composto $\{$ arciere, arco, freccia $\}$

arciere + arco $\rightarrow m_1$

freccia $\rightarrow m_2$

II Newton: $\sum \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$

$\sum \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$

$$m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \sum \vec{F}_1 + \sum \vec{F}_2 = \sum \vec{F}_{int} + \sum \vec{F}_{est}$$

$$= \underbrace{\vec{0}}_{\text{III Newton}} + \vec{0}$$

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) + \frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt}(\underbrace{m_1 \vec{v}_1} + \underbrace{m_2 \vec{v}_2}) = \vec{0}$$

quantità di moto

$\vec{p} = m\vec{v}$ $\qquad [|\vec{p}|] = M \frac{L}{T}$ $\qquad$ SI: $\frac{kg\,m}{s}$

$\overset{1}{\bullet}$ $\overset{2}{\bullet}$ $E_{c1} = E_{c2}$ $|\vec{p}_1|$ vs. $|\vec{p}_2|$?

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}\underbrace{m\,|\vec{v}_1|}\,|\vec{v}_1| = \cancel{\tfrac{1}{2}}\underbrace{m\,|\vec{v}_2|}\,|\vec{v}_2|$$

$$|\vec{p}_1|\,|\vec{v}_1| = |\vec{p}_2|\,|\vec{v}_2|$$

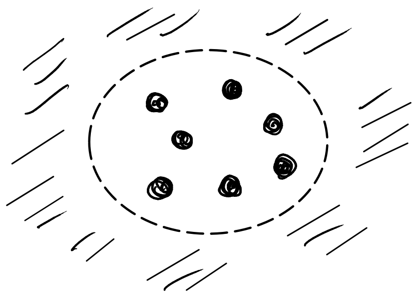
$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|\,\frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|}$$

$|\vec{v}_2| > |\vec{v}_1| \Rightarrow |\vec{p}_1| > |\vec{p}_2|$ II $\Rightarrow$ 4)

Due corpi hanno la stessa energia cinetica. Che relazione c'è tra i moduli p_1 e p_2 delle loro quantità di moto?

1	p_1 < p_2	0%	0
2	p_1 = p_2	50%	12
3	p_1 > p_2	0%	0
4	non ci sono abbastanza informazioni per rispondere	50%	12

Moto di un sistema di particelle



N particelle

= sistemi

$i = 1, \ldots, N$

$$\sum \vec{F}_i = m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

$$\underbrace{\sum \vec{F}_{int}}_{=0} + \sum \vec{F}_{est} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i\right) = \frac{d}{dt}\left(\underbrace{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}_{\vec{P}}\right)$$

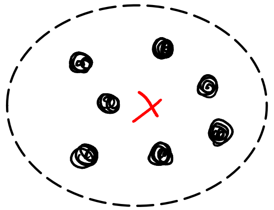
III Newton

i, j, $\vec{F}_{ij}$

$-\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ji}$

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{est}}$$

sistema



$$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

massa totale

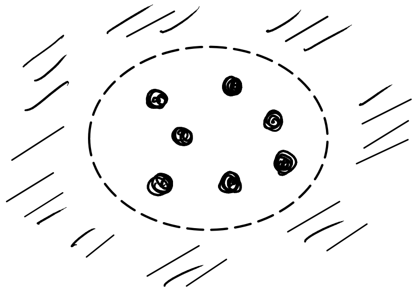
$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i$$

centro di massa

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\right) = M \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\right) = M \underbrace{\frac{d\vec{r}_{CM}}{dt}}_{\vec{v}_{CM}}$$

$$\sum \vec{F}_{est} = M \frac{d^2\vec{r}_{CM}}{dt^2} = M \vec{a}_{CM}$$

Leggi di conservazione



Se sistema non interagisce con ambiente esterno: ISOLATO

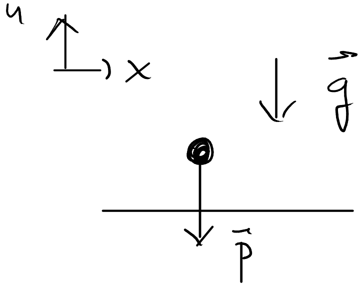
$$\vec{F}_{est} = \vec{0} \implies \sum \vec{F}_{est} = \vec{0}$$

1) Sistema isolato ($\vec{F}_{est} = \vec{0}$) → del sistema

a) $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ $\quad \vec{p} = \text{cost}$ $\quad \Delta\vec{p} = \vec{0}$ conservazione della quantità di moto

b) $\vec{F}_{int}$ conservative e indipendenti dal tempo $\quad \Delta E = 0$ conservazione dell'energia (meccanica)

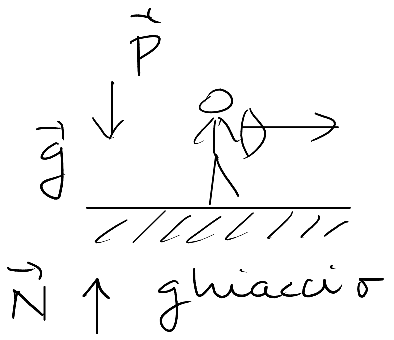
2) Sistema non isolato ($\vec{F}_{est} \neq \vec{0}$)



- $\sum \vec{F}_{est} = \vec{0}$ vedi 1) + 2) $\vec{F}_{int}$, $\vec{F}_{est}$
- $\sum \vec{F}_{est} \neq \vec{0}$
  - a) componente α di $\sum \vec{F}_{est} = 0 \implies p_\alpha$ si conserva $\quad \alpha = x, y, z$
  - b) $\vec{F}_{est}$ conservative e indipendenti dal tempo $\implies \Delta E = 0$

Es.: arciere

sistema = { arciere, arco, freccia }

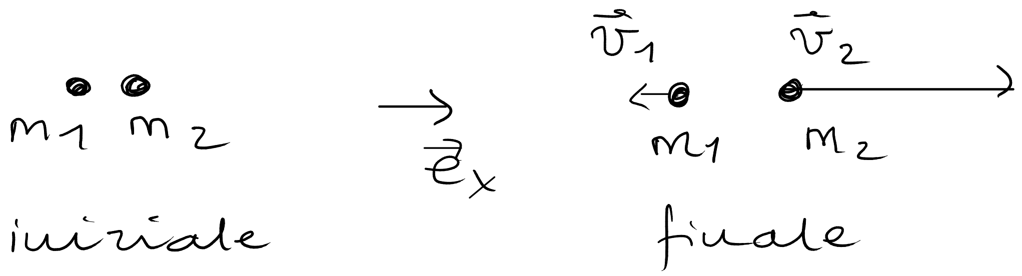


$m_1 = 60 \text{ kg}$ arciere + arco

$m_2 = 0{,}03 \text{ kg}$ freccia

$v_2 = 85 \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = ?$

sistema non isolato ma $\Sigma \vec{F}_{est} = \vec{0}$ $\quad (\vec{N} + \vec{P} = \vec{0})$



conservazione q. di moto

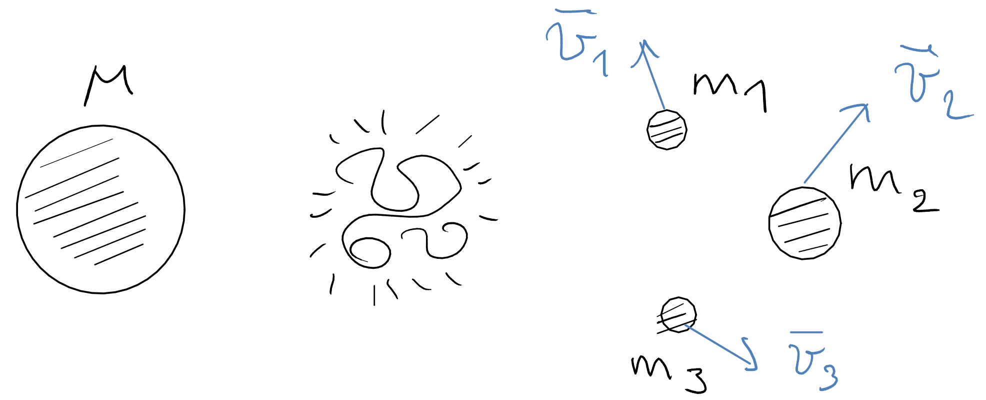
$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\vec{0} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1} \vec{v}_2 = -\frac{0{.}03 \text{ kg}}{60 \text{ kg}} \times 85 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{e}_x$$

$$= -0{,}042 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{e}_x \quad \square$$

Disintegrazione, autopropulsione



iniziale   finale

$$\vec p_i = \vec 0 = \vec p_f = \sum_{i=1}^{3} \vec p_i$$

$$= m_1 \vec v_1 + m_2 \vec v_2 + m_3 \vec v_2$$

Urti

iniziale   finale

$$\vec p_i = m_1 \vec v_{1i} + m_2 \vec v_{2i} = \vec p_f = m_1 \vec v_{1f} + m_2 \vec v_{2f}$$

Conservazione q. moto : $\Delta \vec p = \vec 0$ $\vec p_i = \vec p_f$

Conservazione energia : $\Delta E = 0$ $E_i = E_f$

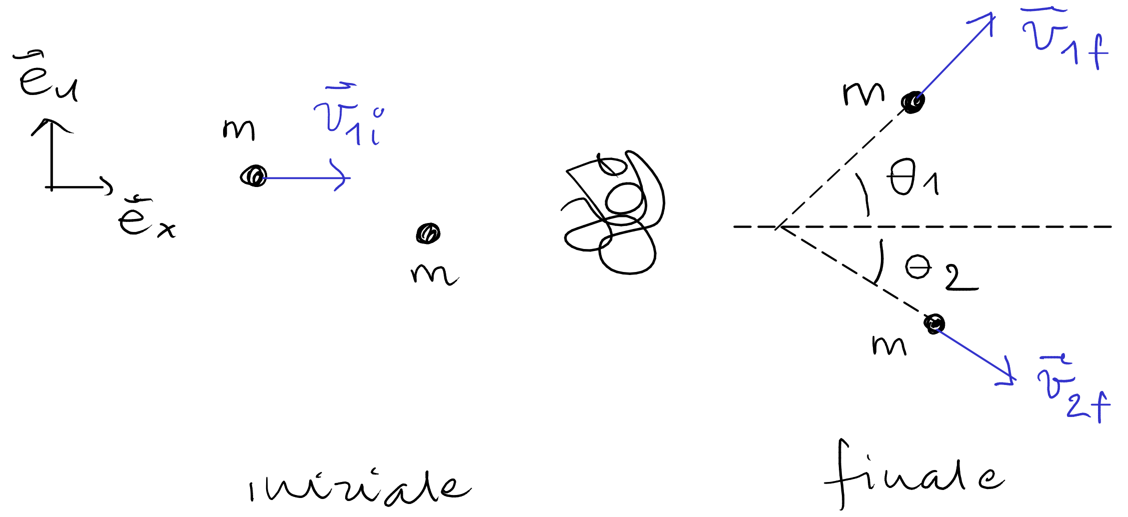
Sistema isolato $\Rightarrow$ $\Delta\vec{p} = \vec{0}$

$E_{pi} = E_{pf}$

Forze conservative $\Rightarrow$ $\Delta E_c = 0$ $\quad E_{ci} = E_{cf}$ urto elastico

Forze non conserv. $\Rightarrow$ $\Delta E_c < 0$ $\quad E_{cf} < E_{ci}$ urto inelastico

Es.: urto tra 2 protoni



isolato

$|\vec{v}_{1i}| = 3{,}5 \times 10^5 \ m/s \qquad \vec{v}_{2i} = \vec{0}$

$|\vec{v}_{1f}| = 2{,}8 \times 10^5 \ m/s$

$\theta_1 = 37° \qquad \theta_1, \theta_2 > 0$

$\Rightarrow \theta_2 = ? \ ; \ |\vec{v}_{2f}| = ? \quad$ Elastico ?

isolato $\Rightarrow \sum \vec{F}_{est} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_i = \vec{p}_f$

$$m\,\vec{v}_{1i} = m\,\vec{v}_{1f} + m\,\vec{v}_{2f}$$

$$\vec{v}_{1i} = |\vec{v}_{1i}|\,\vec{e}_x$$

$$\vec{v}_{1f} = |\vec{v}_{1f}|\cos\theta_1\,\vec{e}_x + |\vec{v}_{1f}|\sin\theta_1\,\vec{e}_y$$

$$\vec{v}_{2f} = |\vec{v}_{2f}|\cos\theta_2\,\vec{e}_x - |\vec{v}_{2f}|\sin\theta_2\,\vec{e}_y$$

[Soluzione $\theta_2 = 53°$, $|\vec{v}_{2f}| = 2{,}1 \times 10^5 \ \frac{m}{s}$]

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m |\vec{v}_{1i}|^2$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m \left(|\vec{v}_{1f}|^2 + |\vec{v}_{2f}|^2 \right)$$

$$\begin{cases} v_{1i} = v_{1f}\cos\theta_1 + v_{2f}\cos\theta_2 & (1) \\ 0 = v_{1f}\sin\theta_1 - v_{2f}\sin\theta_2 & (2) \end{cases}$$

(2) $$v_{2f} = v_{1f}\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \underset{(1)}{\Rightarrow} v_{1i} = v_{1f}\cos\theta_1 + v_{1f}\frac{\sin\theta_1}{\tan\theta_2}$$

$$v_{1i} - v_{1f}\cos\theta_1 = v_{1f}\frac{\sin\theta_1}{\tan\theta_2}$$

$$\tan\theta_2 = \frac{v_{1f}\sin\theta_1}{v_{1i} - v_{1f}\cos\theta_1}$$

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{v_{1f}\sin\theta_1}{v_{1i} - v_{1f}\cos\theta_1}\right) = \ldots = 53^\circ \qquad \square$$