

IL MODELLO STANDARD

Siamo pronti ora per definire il Modello Standard.

- GRUPPO DI SIMMETRIA:

$$SO^+(1,3) \leftarrow \text{Lorentz (gruppo ristretto)}$$

Gauge: $\mathcal{G}_{SM} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

campi di gauge associati: G_μ^A , W_μ^a , B_μ

- Contenuto di materia:

	$SU(2)_L \times SU(2)_R$	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	Y	
L_i	$(\frac{1}{2}, 0)$	1	2	$-\frac{1}{2}$	} Tre generazioni; $i = 1, 2, 3$
e_i	$(0, \frac{1}{2})$	1	1	-1	
Q_i	$(\frac{1}{2}, 0)$	3	2	$\frac{1}{6}$	
u_i	$(0, \frac{1}{2})$	3	1	$\frac{2}{3}$	
d_i	$(0, \frac{1}{2})$	3	1	$-\frac{1}{3}$	
H	$(0, 0)$	1	2	$\frac{1}{2}$	

La Lagrangiana del Modello Standard è quella RINORMALIZZABILE (operatori di dimensione ≤ 4) più generale possibile:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{1}{32\pi^2} \partial_{\alpha\beta\gamma} \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^A \tilde{G}^{A\mu\nu} + \left. \begin{aligned} & -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \end{aligned} \right\} \mathcal{L}_{SM}^{gauge} \\
 & + \sum_{i=1,2,3} \sum_{\psi=L,e,Q,U,D} \bar{\psi}_i i \not{D}^{(\psi)} \psi_i + \left. \right\} \mathcal{L}_{SM}^{\psi-gauge} \\
 & + (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2 + \left. \right\} \mathcal{L}_{SM}^H \\
 & - y_e^{ij} \bar{L}_i e_j H - y_d^{ij} \bar{Q}_i d_j H - y_u^{ij} \bar{Q}_i u_j \tilde{H} + h.c. \left. \right\} \mathcal{L}_{SM}^{Yuk}
 \end{aligned}$$

dove $\tilde{H}_a = i \tau_2^{ab} H_b^*$ (τ_2 : matrice di Pauli $(i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$)
 a, b : indici $SU(2)_L$

$Y_{e,d,u}$ sono matrici 3×3 complesse e

$$D_\mu = \partial_\mu + i g_s T_A^{(3)} G_\mu^A + i g T_a^{(2)} W_\mu^a + i g' \hat{Y} B_\mu$$

POTENZIALE DEL BOSONE DI HIGGS

$$V(H) = -\mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2$$

minimizzato per: $\langle H^\dagger H \rangle_{\min} = \frac{v^2}{2} = \frac{\mu^2}{2\lambda} \rightarrow \mu^2 = \lambda v^2$

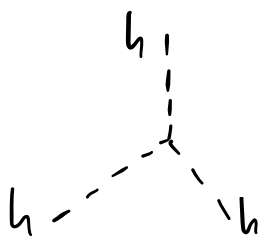
Attorno al minimo, nella gauge unitaria abbiamo:

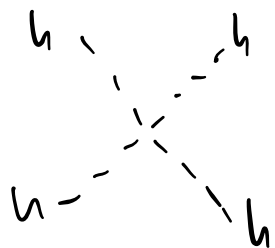
$$H(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \rightarrow H^\dagger H = \frac{1}{2}(v+h)^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V(h) &= -\lambda v^2 \frac{1}{2}(v+h)^2 + \lambda \frac{1}{4}(v+h)^4 \\ &= -\frac{\lambda}{4}v^4 + \frac{1}{2} \underbrace{2\lambda v^2}_{\downarrow} h^2 + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4} h^4 \end{aligned}$$

MASSA: $m_h^2 = 2\lambda v^2 = 2\mu^2$

Interazioni cubiche e quartiche:

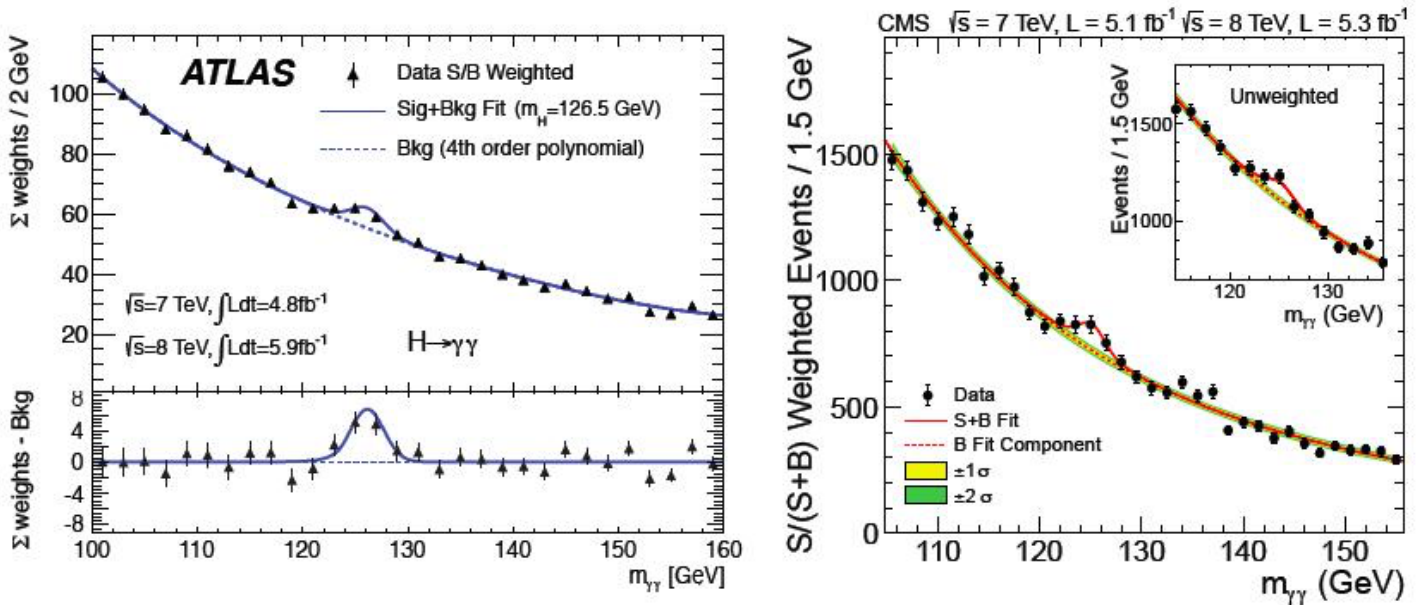

$$= i 3! \lambda v$$


$$= i 3! \lambda$$

Una volta scoperto l'Higgs e misurata la sua massa sappiamo anche quanto vale λ

NEL MODELLO STANDARD.

ATLAS, CMS 2012 : SCOPERTA!



$$m_H \approx 125\text{ GeV}$$

$$\Rightarrow (v \approx 246\text{ GeV}) \quad \lambda \approx 0,13 \quad \mu \approx$$

Ad oggi molti degli accoppiamenti dell'Higgs con le altre particelle del Modello Standard sono stati misurati con una precisione di $\sim 10\%$.

Per testare il Modello Standard occorre ancora MISURARE gli accoppiamenti tripli e quartici e VERIFICARE che corrispondono con le predizioni.

SPETTRO FERMIONICO

Prendiamo la Lagrangiana di Yukawa dello SM:

$$\mathcal{L}_{SM}^{Yuk} = -y_e^{ij} \bar{L}_i e_j H - y_d^{ij} \bar{Q}_i d_j H - y_u^{ij} \bar{Q}_i u_j \tilde{H} + h.c.$$

Mettendo $H = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ abbiamo:

$$\mathcal{L}_{SM}^{Yuk} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \left(\bar{e}_L^i y_e^{ij} e_R^j + \bar{d}_L^i y_d^{ij} d_R^j + \bar{u}_L^i y_u^{ij} u_R^j \right) \left(1 + \frac{h}{v} \right) + h.c.$$

Nella parentesi $\left(1 + \frac{h}{v} \right)$, l'1 descrive termini di massa per i fermioni:

$$M_{e,d,u}^{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{e,d,u}^{ij}$$

Il termine $\frac{h}{v}$ descrive le interazioni di Yukawa del bosone di Higgs con i fermioni, proporzionali alle rispettive masse.

M_f^{ij} ($f=e,d,u$) sono **MATRICI COMPLESSE**,

in generale non diagonali in questa

"base di gauge", ψ' , nella quale abbiamo scritto \mathcal{L}_{SM} .
(o base di flavour)

Possiamo diagonalizzare M_f con una trasformazione biunitaria:

$$M_f = U_{fL} \hat{M}_f U_{fR}^\dagger, \quad \text{dove} \begin{cases} \hat{M}_f \text{ \u00e9 diagonale} \\ U_{fL, fR} \text{ sono unitarie} \end{cases}$$

Queste matrici unitarie portano i fermioni dalla base di gauge alla "base di massa".

$$f_L' = U_{fL} f_L, \quad f_R' = U_{fR} f_R$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mathcal{L}_{SM}^{Yuk} &= - \bar{f}_L' M_f f_R' + \text{h.c.} = - \bar{f}_L' U_{fL} \overbrace{U_{fL}^\dagger M_f U_{fR}}^{\hat{M}_f} U_{fR}^\dagger f_R' + \text{h.c.} \\ &= - \bar{f}_L' \hat{M}_f f_R' + \text{h.c.} \end{aligned}$$

dove
$$\hat{M}_f = \begin{pmatrix} m_{f1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{f2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{f3} \end{pmatrix}, \quad m_{fi} \geq 0$$

CORRENTI FERMIONICHE

Conoscendo lo spettro dei bosoni di gauge riscriviamo la derivata covariante in termini degli autostati di massa

$$W_\mu^1 = \frac{W_\mu^+ + W_\mu^-}{\sqrt{2}},$$

$$W_\mu^2 = i \frac{W_\mu^+ - W_\mu^-}{\sqrt{2}}$$

$$W_\mu^3 = c_w Z_\mu + s_w A_\mu,$$

$$B_\mu = -s_w Z_\mu + c_w A_\mu$$

$$D_\mu = d_\mu + ig_s T_A^{(3)} G_\mu^A + ig T_a^{(2)} W_\mu^a + ig' \hat{Y} B_\mu =$$

$$D_\mu = d_\mu + ig_s T_A^{(3)} G_\mu^A + i \frac{g}{\sqrt{2}} \left(T_1^{(2)} (W_\mu^+ + W_\mu^-) + T_2^{(2)} i (W_\mu^+ - W_\mu^-) \right) +$$
$$+ ig T_3^{(2)} (c_w Z_\mu + s_w A_\mu) + ig \frac{s_w}{c_w} (\hat{Q} - T_3^{(2)}) (-s_w Z_\mu + c_w A_\mu) =$$

$$g' = g t_w \rightarrow$$

Definiamo anche la combinazione di generatori $SU(2)_c$

$$T_\pm^{(2)} = T_1^{(2)} \pm i T_2^{(2)}$$

Definiamo anche l'accoppiamento associato ad A_μ

$$e = s_w g = c_w g' = \frac{g g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

$$\hat{Q} = T_3^{(2)} + \hat{Y}$$

Segue:

$$D_\mu = d_\mu + ig_s T_A^{(3)} G_\mu^A + i \frac{g}{\sqrt{2}} (T_+^{(2)} W_\mu^+ + T_-^{(2)} W_\mu^-) + \\ + ie \hat{Q} A_\mu + i \frac{g}{c_w} Z_\mu ((c_w^2 + s_w^2) T_3^{(2)} - s_w^2 \hat{Q})$$

Troviamo quindi:

$$D_\mu = d_\mu + ig_s T_A^{(3)} G_\mu^A + i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T_+ + W_\mu^- T_-) \\ + ie \hat{Q} A_\mu + i \frac{g}{c_w} (T_3 - s_w^2 \hat{Q}) Z_\mu$$

Nella rapp. fondamentale di $SU(2)_L$:

$$t_a^{(2)} = \frac{\tilde{v}_a}{2} \rightarrow t_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, t_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{Q} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} + Y \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Studiamo ora le interazioni tra fermioni e bosoni di gauge. Cominciamo nella base di gauge:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SM}^{\psi\text{-gauge}} &= \sum_{\psi=L,e,Q,U,D} \bar{\Psi}'_i i \not{D}^{(\psi)} \Psi'_i = \mathcal{L}_{\text{kinetic}} + \\ &- g_s G_\mu^A \left(\bar{Q}'_i t^A \gamma^\mu Q'_i + \bar{u}'_{Ri} t^A \gamma^\mu u'_{Ri} + \bar{d}'_{Ri} t^A \gamma^\mu d_{Ri} \right) + \\ &- \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left(\bar{L}'_i T_+ \gamma^\mu L'_i + \bar{Q}'_i T_+ \gamma^\mu Q'_i \right) - \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \left(\bar{L}'_i T_- \gamma^\mu L'_i + \bar{Q}'_i T_- \gamma^\mu Q'_i \right) \\ &- \frac{g}{C_W} Z_\mu \left(\sum_{\psi=L,e,Q,U,D} \bar{\Psi}'_i \hat{Q}_\psi^\gamma \gamma^\mu \Psi'_i \right) - e A_\mu \left(\sum_{\psi=L,e,Q,U,D} \bar{\Psi}'_i \hat{Q}_\psi \gamma^\mu \Psi'_i \right) \end{aligned}$$

dove $\hat{Q}_\psi^\gamma \equiv T_3^{(\psi)} - S_W^2 \hat{Q}$.

Esplicitiamo ora le componenti di $SU(2)_L$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SM}^{\psi\text{-gauge}} &> -g_s G_\mu^A \sum_{q=u_L, u_R, d_L, d_R} \bar{q}'_i \gamma^\mu t^A q'_i + \\ &- \sum_f \left(e A_\mu \bar{f}'_i Q_f \gamma^\mu f_i + \frac{g}{C_W} Z_\mu \bar{f}'_i Q_f^\gamma \gamma^\mu f_i \right) + \\ &- \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left(\bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu e'_{Li} + \bar{u}'_{Li} \gamma^\mu u'_{Li} \right) + \text{h.c.} \end{aligned}$$

dove $f = e_L, e_R, \nu_L, u_L, u_R, d_L, d_R$.

Ruotiamo ora nella **base di massa**
tutti i fermioni (tranne i neutrini, che non hanno massa)

$$f'_L = U_{fL} f_L \quad , \quad f'_R = U_{fR} f_R$$

- I termini di "**corrente neutra**", ovvero le correnti che si accoppiano ai bosoni

G_μ^A, A_μ, Z_μ hanno una struttura:

$$\sum_{nc} \bar{f}'_i \gamma^\mu f'_i = \bar{f}_j U_{fji}^\dagger \gamma^\mu U_{fik} f_k = \bar{f}_i \gamma^\mu f_i$$

dato che $U_f^\dagger U_f = \mathbb{1}$

⇒

Le CORRENTI NEUTRE rimangono diagonali e universali (nello spazio del sapore) anche nella base di massa.

ovvero:

Nel Modello Standard non ci sono correnti neutre che cambiano il sapore (a livello albero).

No Flavour-Changing Neutral Currents (FCNC)

at tree-level.

- Per quanto riguarda la **CORRENTE CARICA** troviamo:

$$\Sigma_{cc}^M = \bar{\nu}'_{Li} \gamma^M e'_{Li} + \bar{u}'_{Li} \gamma^M d'_{Li}$$

$$= \bar{\nu}'_{Li} \gamma^M U_{e_{Li}} e_{Lj} + \bar{u}'_{Lj} U_{u_{Lj}}^+ \gamma^M U_{d_{Lk}} d_{Lk}$$

Rotiamo $\nu'_L = U_{e_L} \nu_L$ (gli altri termini in \mathcal{L}_{SM} rimangono invariati dato che $m_\nu = 0$)

$$\Rightarrow \Sigma_{cc}^M = \bar{\nu}_{Li} \gamma^M e_{Lj} + \bar{u}_{Lj} V_{ij} \gamma^M d_{Lk}$$

dove $V \equiv U_{u_L}^+ U_{d_L}$ è la **MATRICE CKM**
 unitaria (CABIBBO-KOBAYASHI-MASKAWA)

Questa matrice mescola fra loro diversi sapori dei quark. Da luogo a tutta la ricca fenomenologia della **FISICA DEL SAPORE**.

APPROFONDIMENTO

In termini di $SU(2)_L \times U(1)_Y$, V e⁻ dovuta al fatto che u_L^i e d_L^i sono contenuti in $Q_L^i \equiv \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}$ e non posso ruotarli indipendentemente per diagonalizzare sia Y_U che Y_D :

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{uL} u_L \\ U_{dL} d_L \end{pmatrix} = U_{uL} \begin{pmatrix} u_L \\ U_{uL}^\dagger U_{dL} d_L \end{pmatrix} = U_{uL} \begin{pmatrix} u_L \\ V d_L \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow V_{CKM}$ e⁻ il disallineamento tra la base di massa "up" e quella "down".

PARAMETRI DEL MODELLO STANDARD

Vediamo quanti e quali sono i parametri fisici liberi di questa teoria, che devono essere fissati da altrettante misure sperimentali:

GAUGE: $g_s, g, g', g_{\text{QCD}}$ 4

HIGGS: μ^2 (oppure v), λ 2

YUKAWA } DIAGONALI: y_{ei}, y_{ui}, y_{di} 9

CKM: 3 angoli + 1 fase
(vedremo più avanti) 4

TOT 19

VALORI NELLO SCHEMA \overline{MS} ALLA SCALA DI 200 GeV
[2211.08576]

$$g_s \simeq 1.15 \quad g \simeq 0.647 \quad g' \simeq 0.359 \quad g_{\text{QCD}} \simeq 10^{-10}$$

$$\lambda \simeq 0.124 \quad \mu^2 \simeq (93.1 \text{ GeV})^2$$

$$y_e \simeq 2.80 \times 10^{-6} \quad y_\mu \simeq 5.89 \times 10^{-4} \quad y_\tau \simeq 0.0100$$

$$y_u \simeq 6.67 \times 10^{-6} \quad y_c \simeq 0.00336 \quad y_t \simeq 0.92$$

$$y_d \simeq 1.45 \times 10^{-5} \quad y_s \simeq 2.89 \times 10^{-4} \quad y_b \simeq 0.0153$$

$$\theta_{12}^{\text{CKM}} \simeq 0.23 \quad \theta_{23}^{\text{CKM}} \simeq 0.041 \quad \theta_{13}^{\text{CKM}} \simeq 0.0036 \quad \delta^{\text{CKM}} \simeq 1.20 \text{ rad}$$

