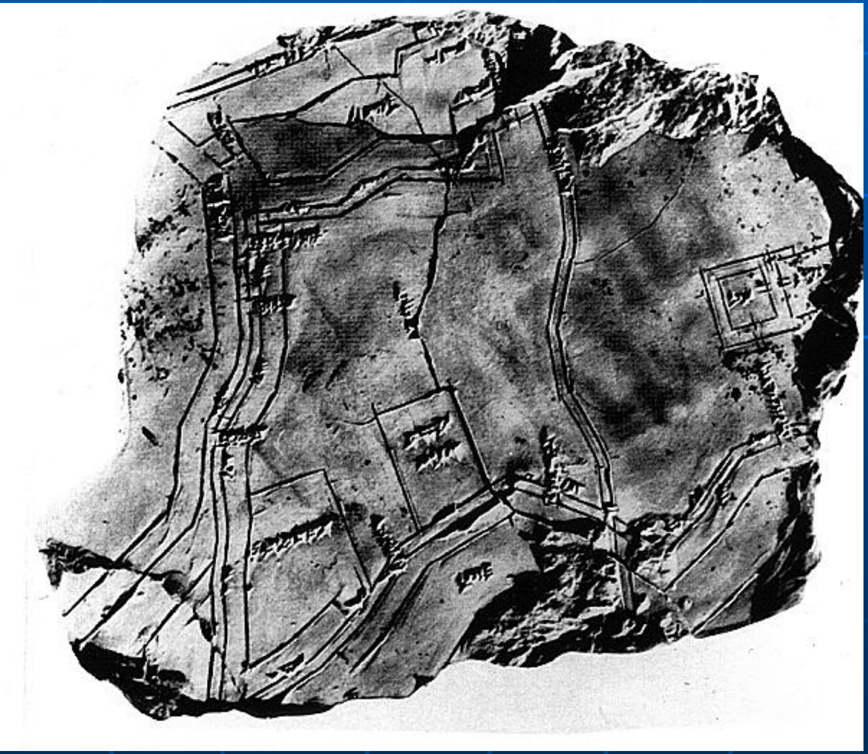
Radice del problema generale della cartografia: la terra non è piatta (??), le rappresentazioni cartografiche, sì!

frammento della pianta di Nippur (circa1500 a.C.)



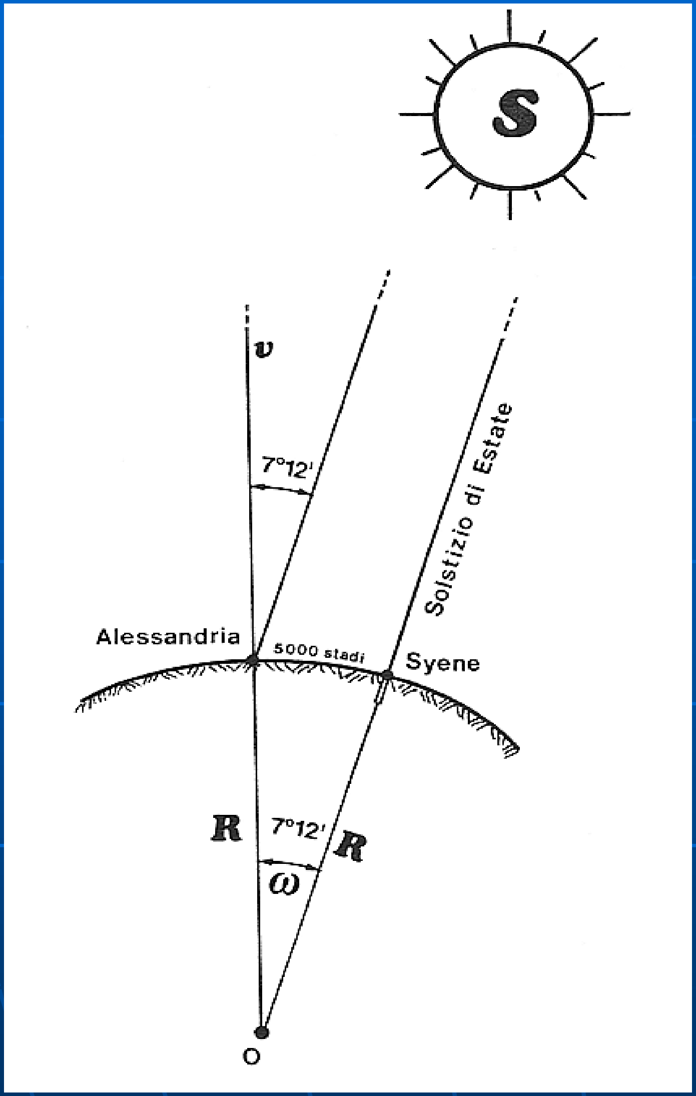
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Lo sviluppo della moderna cartografia è legato allo sviluppo della

Geodesia

=

Studio della forma e dimensioni della terra



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Nel 220 a.C. Eratostene di Cirene (276-195 a.C.) compie la prima misura del raggio di curvatura terrestre osservando il Sole .

Errore in eccesso, 15%!

Numerose campagne di misurazione di “arco di meridiano” per oltre 2000 anni.

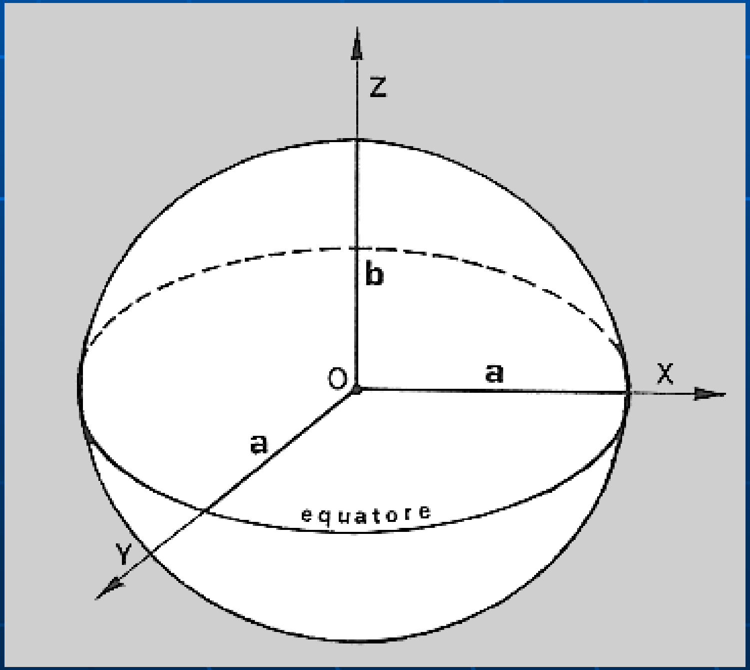
Nonostante la precisione di misura sia ormai elevata, e le computazioni ripetibili,

Le misure della distanza di un arco di meridiano compiute a diverse latitudini danno differenti risultati……

Un caso???

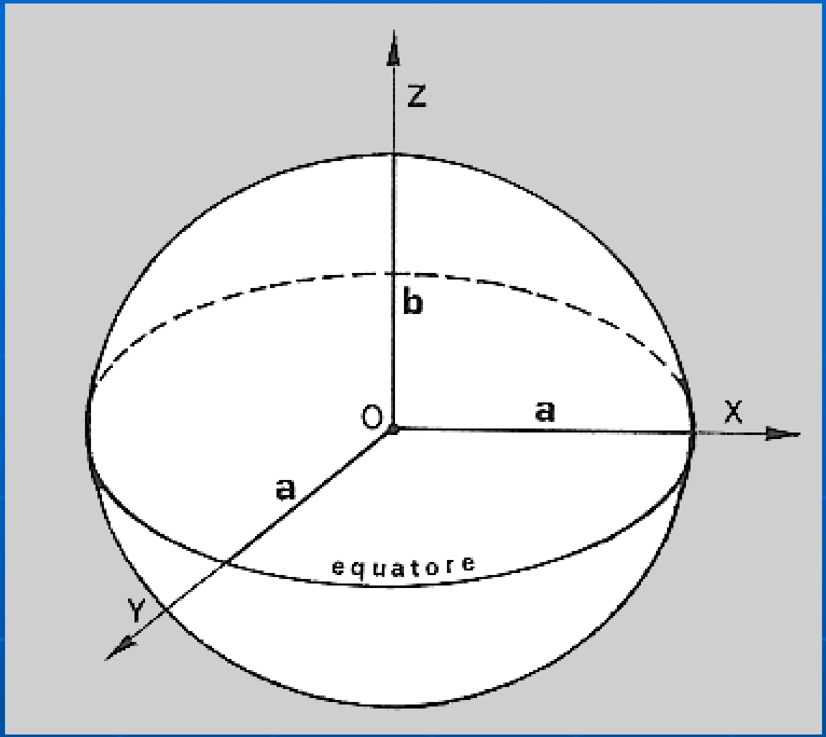
Certamente no!

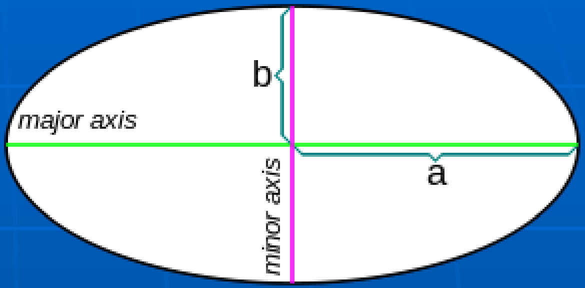
Isaac Newton, Christian Huyghens e Robert Hooke attribuiscono il fenomeno alla diminuzione della gravità verso le zone equatoriali e deducono che la Terra è uno sferoide (ellissoide di rivoluzione) schiacciato ai poli.



Ellissoide di rotazione o Sferoide

M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna





Parametri dell'ellisse meridiana

a, semiasse maggiore

b, semiasse minore

$s = (a-b)/a$ schiacciamento

$e^2 = (a^2-b^2)/a^2$ eccentricità

Le missioni in Lapponia del 1736-37, diretta da Pierre-Luis Moreau de Maupertuis, ed in Perù del 1736-43, diretta da Pierre Bouguer e Charles-Marie De La Condamine, confermano lo schiacciamento ai poli dello sferoide.

La nuova meridiana di Francia (1792-99) permette a J.B. Delambre e P.F.A. Méchain di definire lo schiacciamento dello sferoide

$$s = 1/334,3$$

Negli anni successivi si susseguono numerose misurazioni e si sviluppano diversi ellissoidi di rivoluzione (rotazione) con vari valori di schiacciamento (ellissoidi di Walbeck, di Everest, di Bessel e di Clarke)

Nel 1849 George Gabriel Stokes perviene alla formula fondamentale della gravimetria.

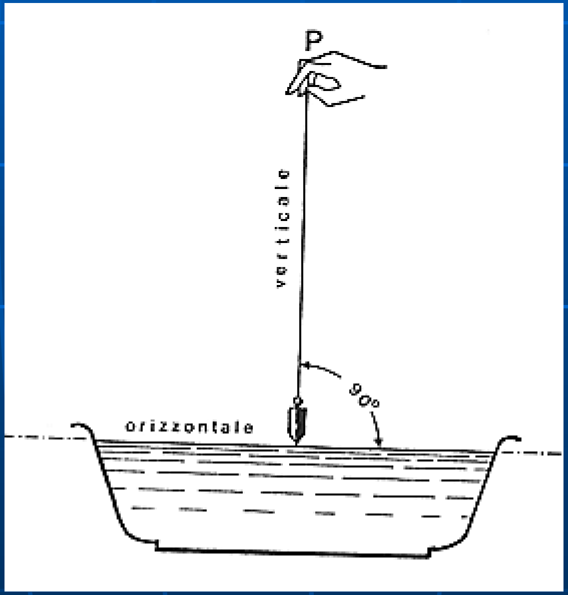
Si sviluppa lo studio della distribuzione della gravità sul pianeta e viene definito

Il **geoide**, ovvero una forma molto complessa, definita dalla distribuzione

della gravità

(superficie equipotenziale)

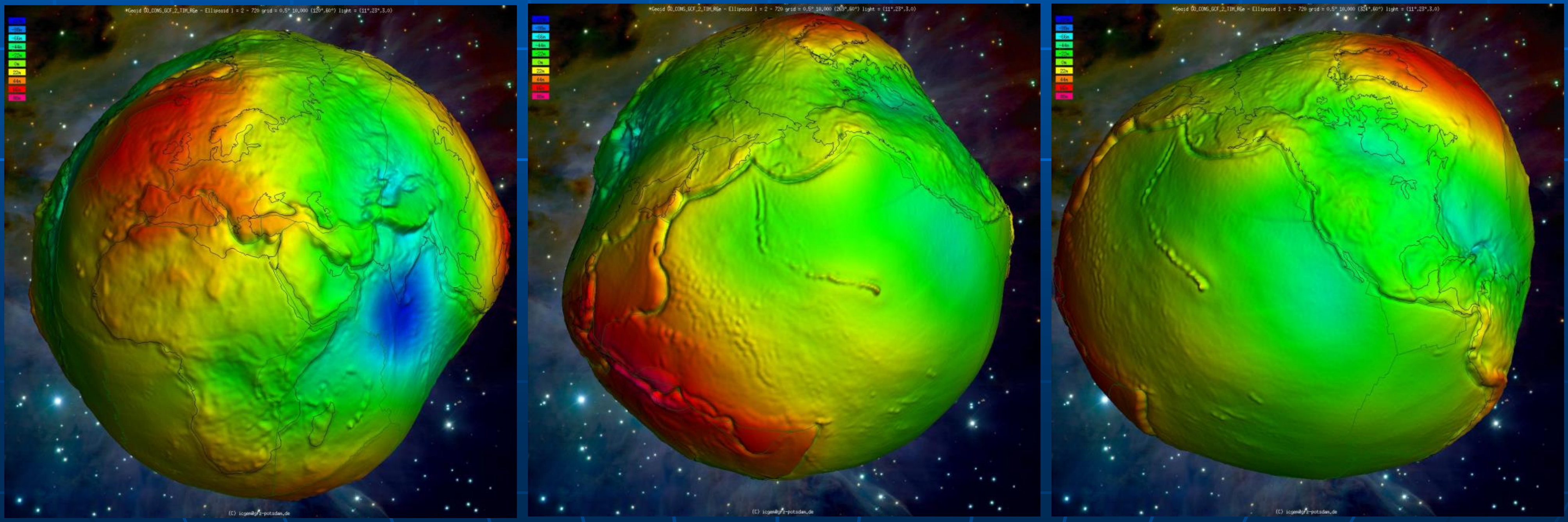
La direzione locale della linea di forza della gravità prende il nome di "*verticale locale*"; il luogo dei punti di identico livello energetico potenziale definisce una "*superficie di livello equipotenziale*"



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

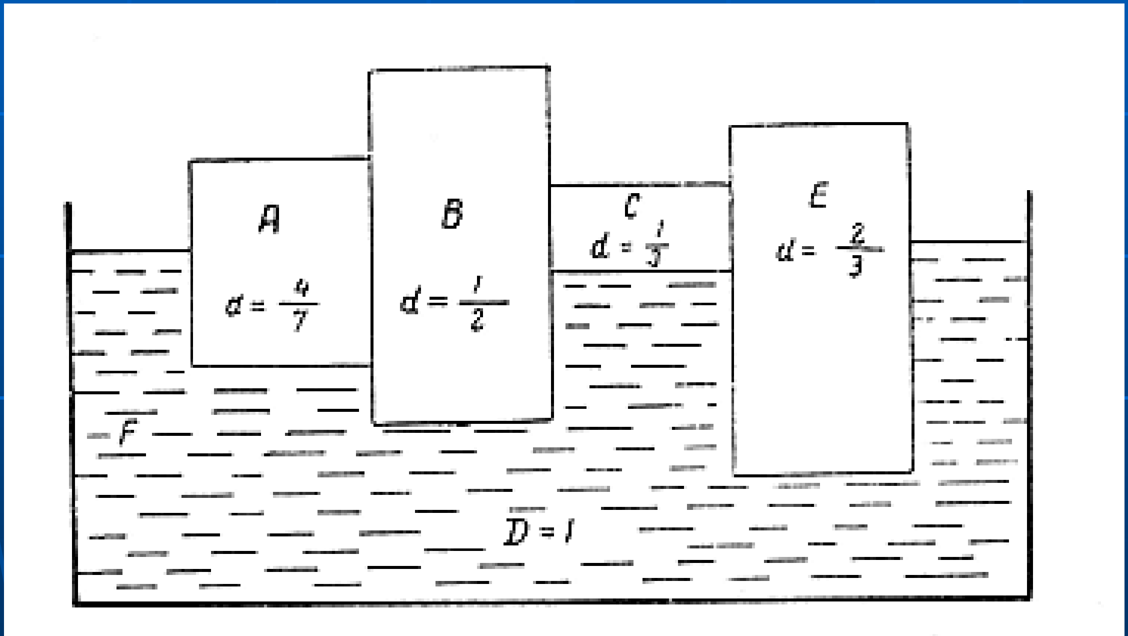
Geoide

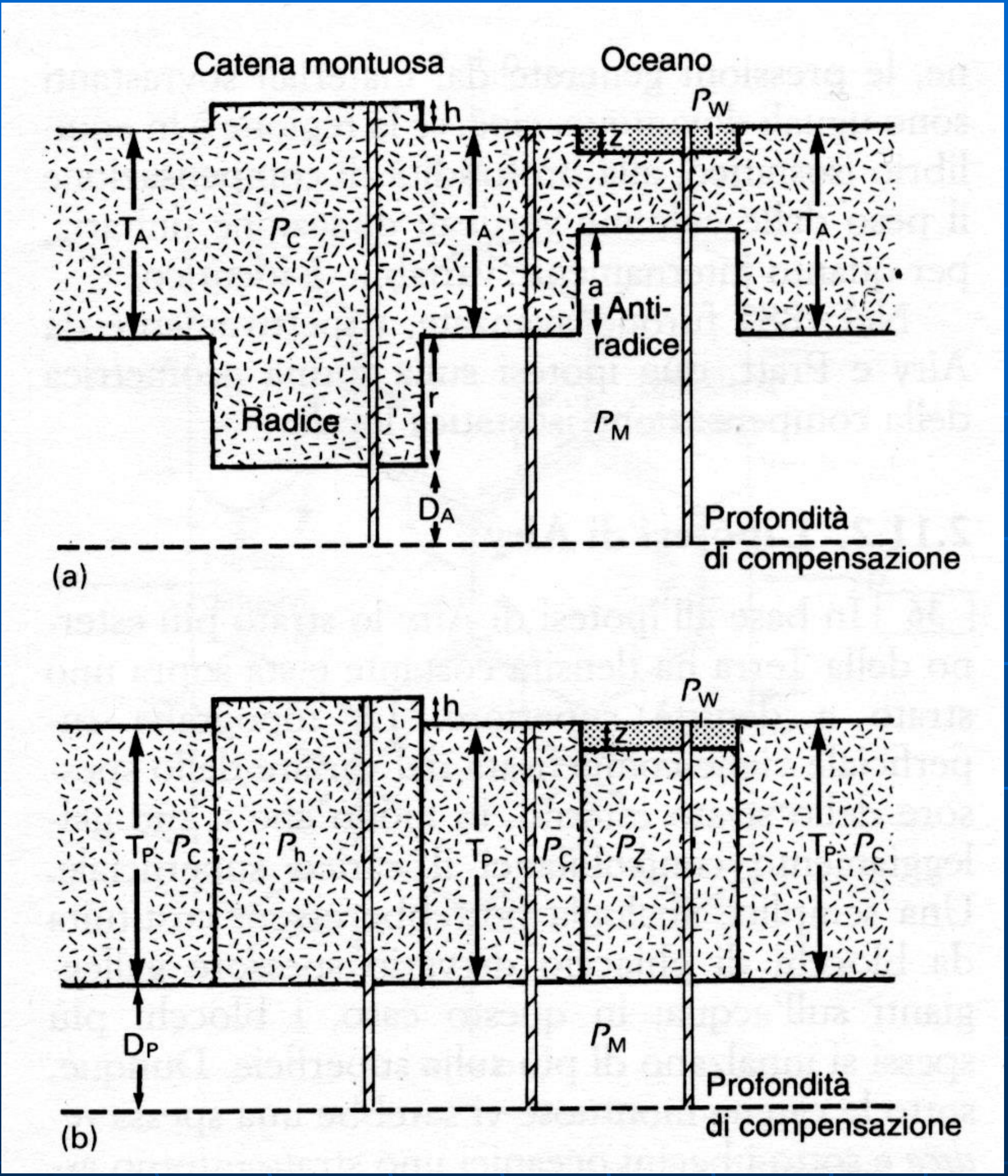
è la superficie di livello equipotenziale definita dal campo di gravità che passa per il punto medio marino (“mare medio”) di un prescelto luogo della Terra.



icgem.gfz-potsdam.de

Il geoide e le ipotesi isostatiche

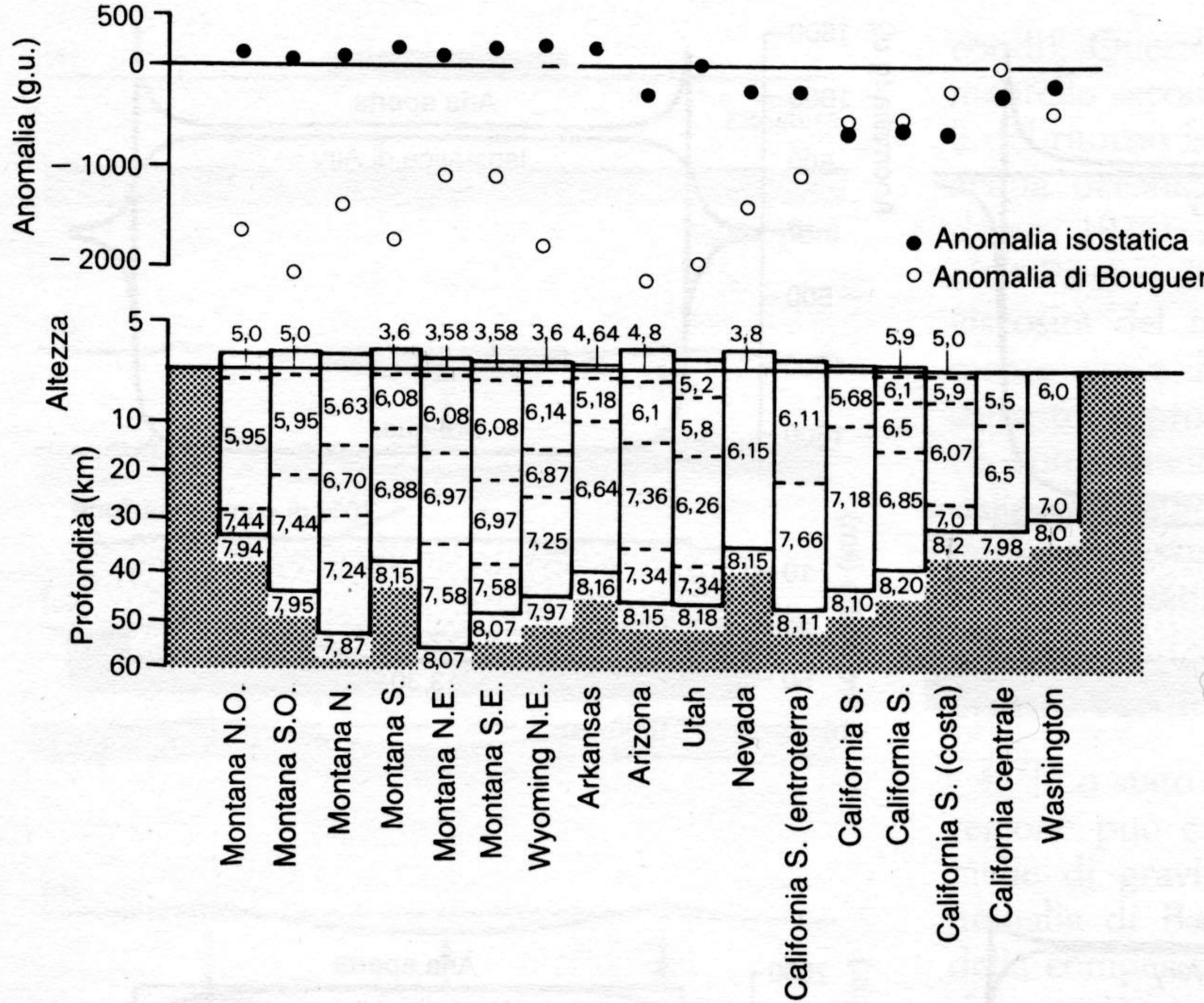




ipotesi isostatiche,

Airy

Pratt



Anomalia (g.u.)
500
0
− 1000
− 2000
Anomalia isostatica
Anomalia di Bouguer
Altezza
Profondità (km)
5
10
20
30
40
50
60
Montana N.O.
Montana S.O.
Montana N.
Montana S.
Montana N.E.
Montana S.E.
Wyoming N.E.
Arkansas
Arizona
Utah
Nevada
California S. (entroterra)
California S.
California S.
California S. (costa)
California centrale
Washington

L’estrapolazione di una forma più semplice, ovvero quella di un ellissoide di rotazione, che serva come riferimento semplificato non viene abbandonata:

Nel 1901 Friedrich Robert Helmert (1843-1917) definisce per via gravimetrica un ellissoide che,
in via generale,
approssima al meglio il geoide,
ovvero l’ellissoide terrestre
a = 6.378.200 m   s = 1/298,3

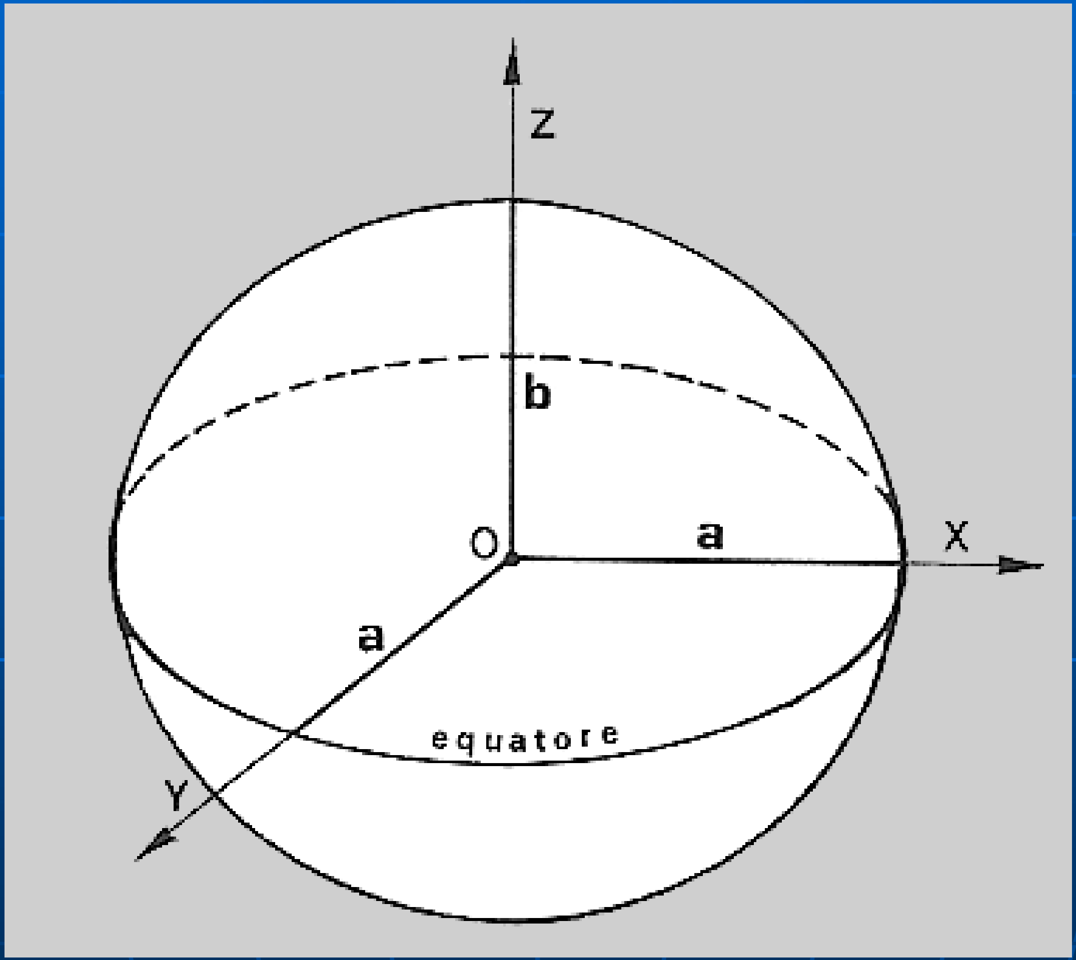
Geoide

è la superficie di livello equipotenziale definita dal campo di gravità che passa per il punto medio marino (“mare medio”) di un prescelto luogo della Terra.

Ellissoide terrestre o Sferoide

è la superficie geometrica generata dalla rotazione di un’ellisse meridiana attorno al proprio asse minore coincidente con l’asse di rotazione terrestre

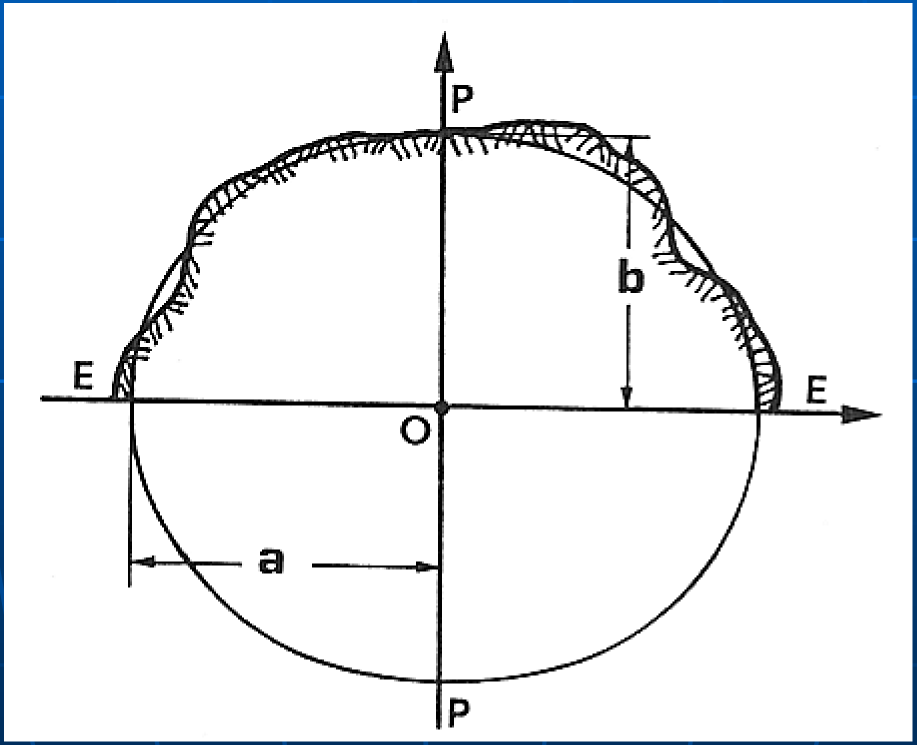
Ellissoide di rotazione o Sferoide



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

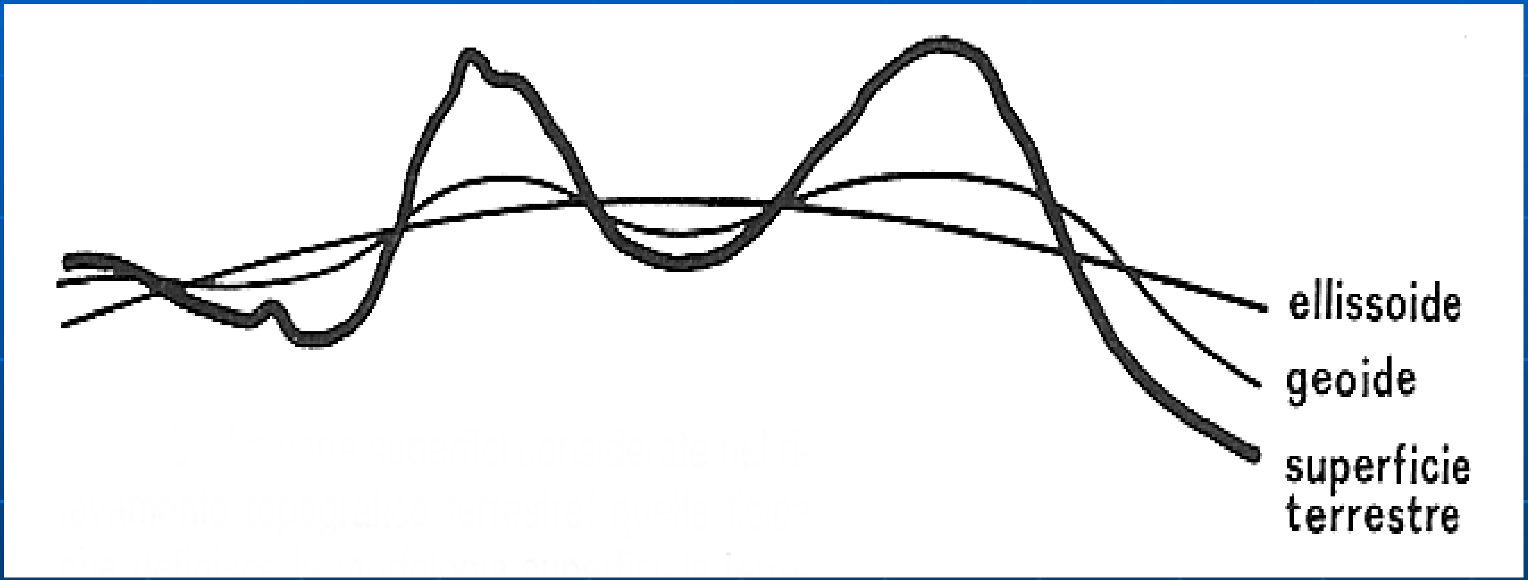
Nel 1909 John F. Hayford (1890-1935) definisce i parametri dell'*ellissoide internazionale*

a = 6.378.388 m s = 1/297



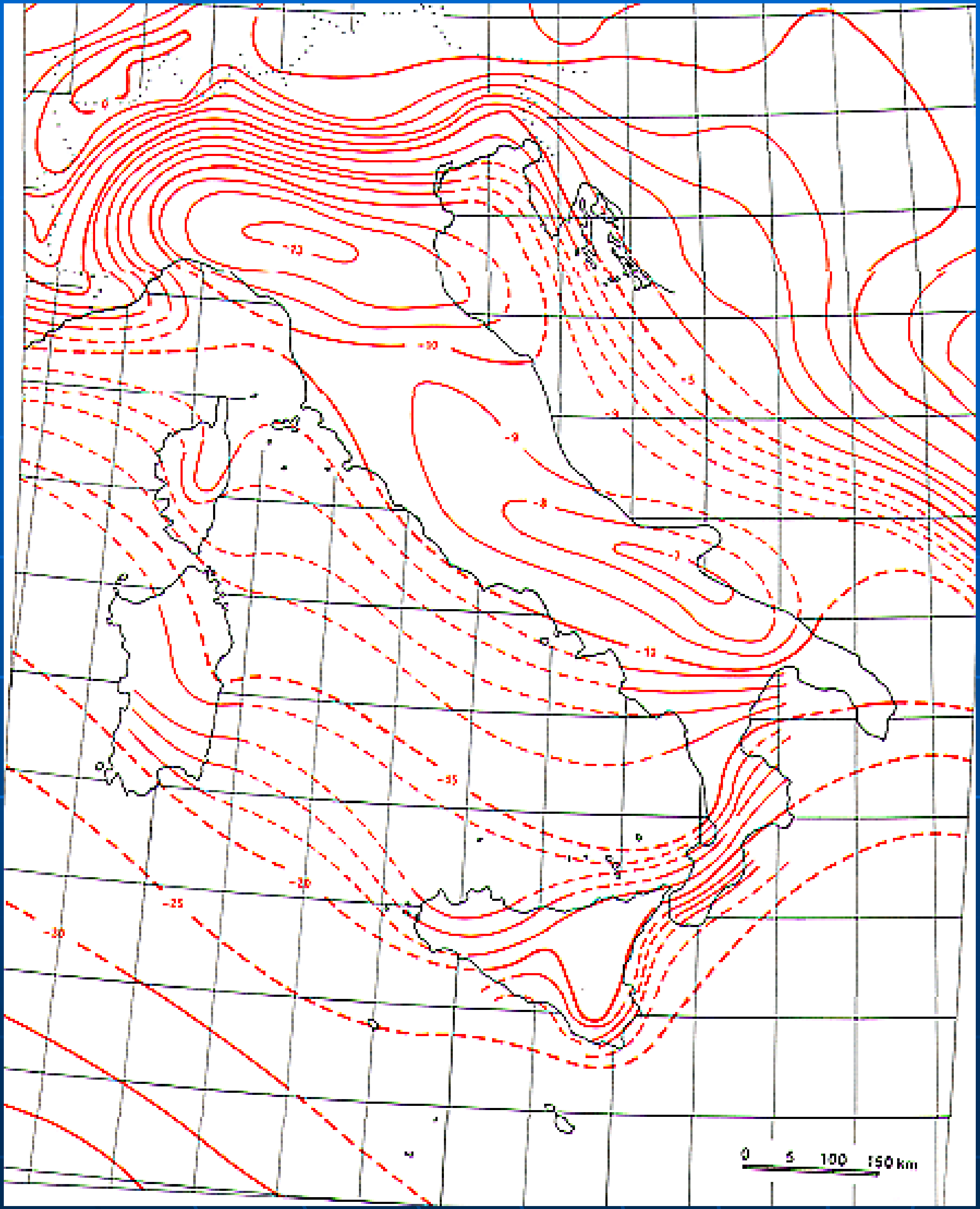
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Superfici considerate dal rilevamento topografico e dalla cartografia



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna

Ondulazioni geoidiche in Italia



http://icgem.gfz-potsdam.de/vis3d/longtime?modelid=2b82cfe40a06ab1d7cf36cbdb954f5ca0753fb711f20c9c63b3eb70de0f8fac8

M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Quali concetti usiamo ora?

- Geoide
- Ellissoidi di rotazione o sferoidi
- Sfera locale
- Campo topografico

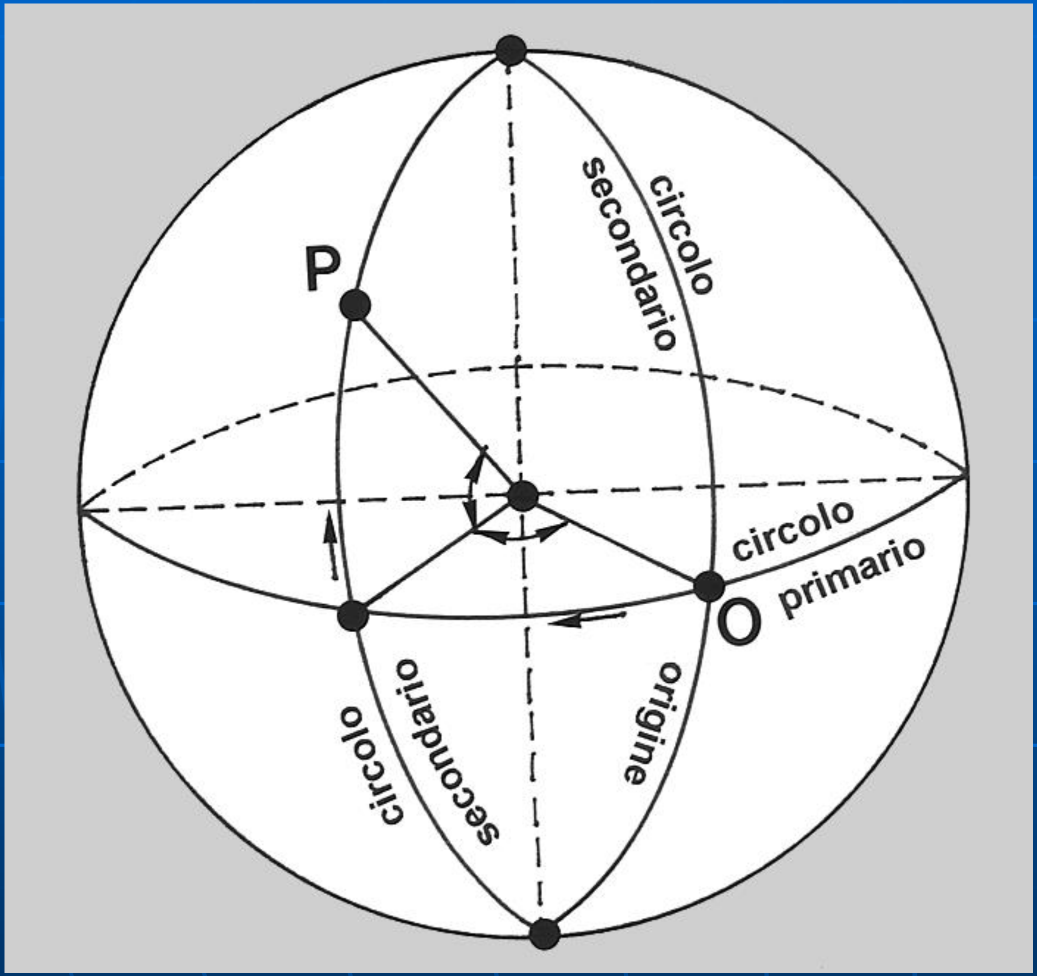
Misura delle coordinate.

La definizione della posizione dei punti dello spazio è legata alla "*direzione della verticale*" ed alla scelta della "*superficie di riferimento*" .

Superfici di riferimento

- Ellissoide di rotazione o Sferoide
- Sfera
- Piano

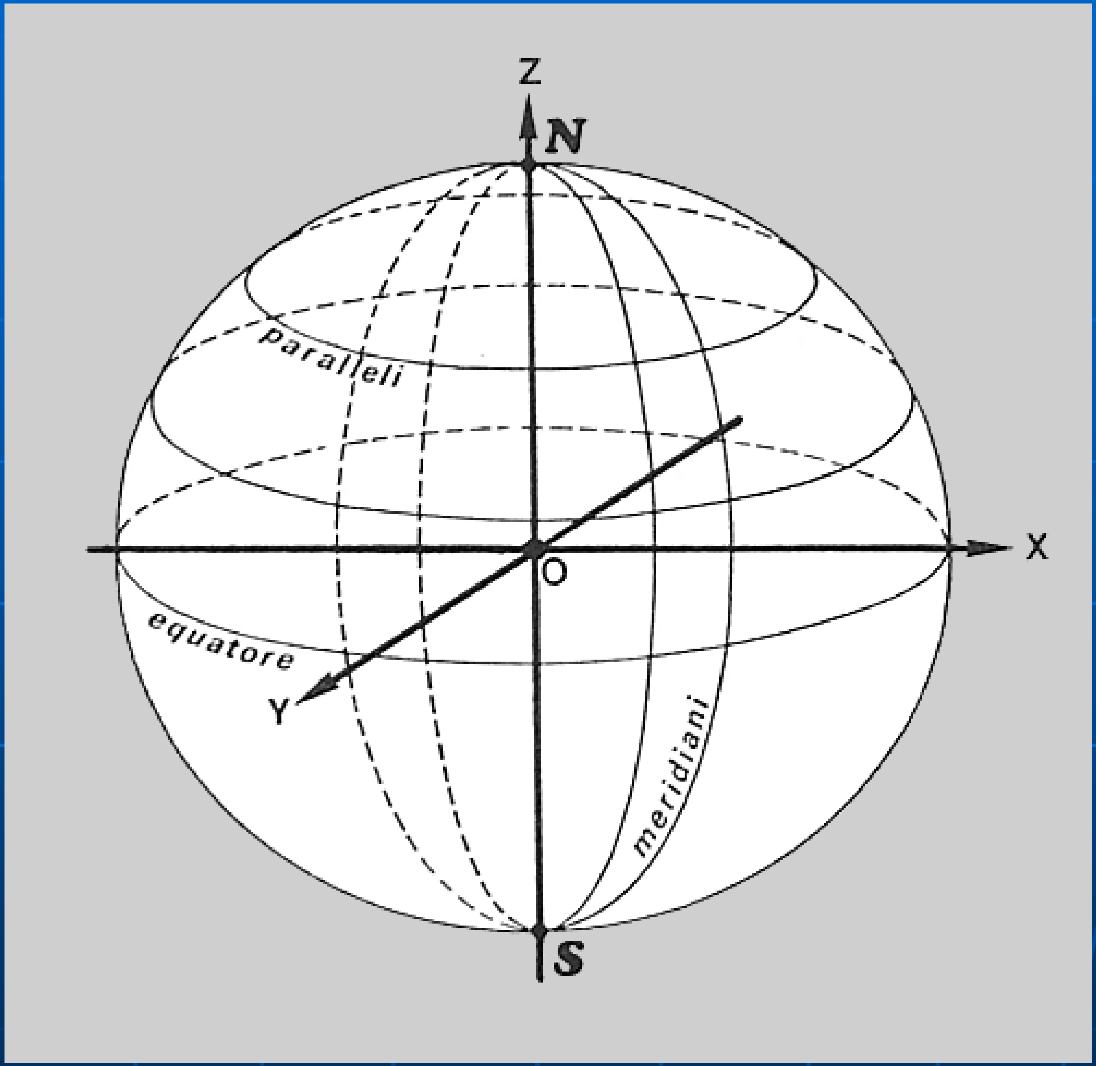
Sistemi di coordinate sferiche



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

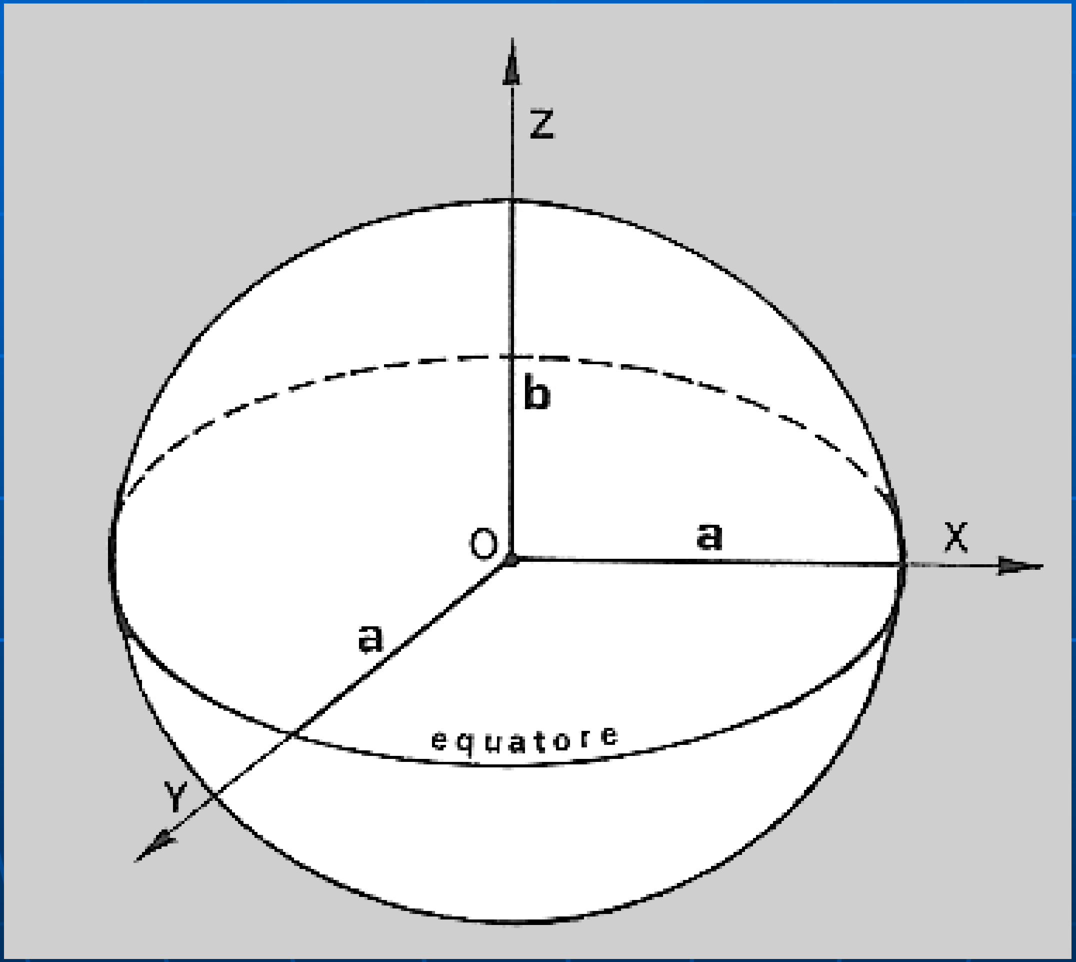
La posizione del punto P é definita da un "cerchio massimo primario" e da un "cerchio massimo secondario" passante per i poli del primario

Definizione delle coordinate geografiche



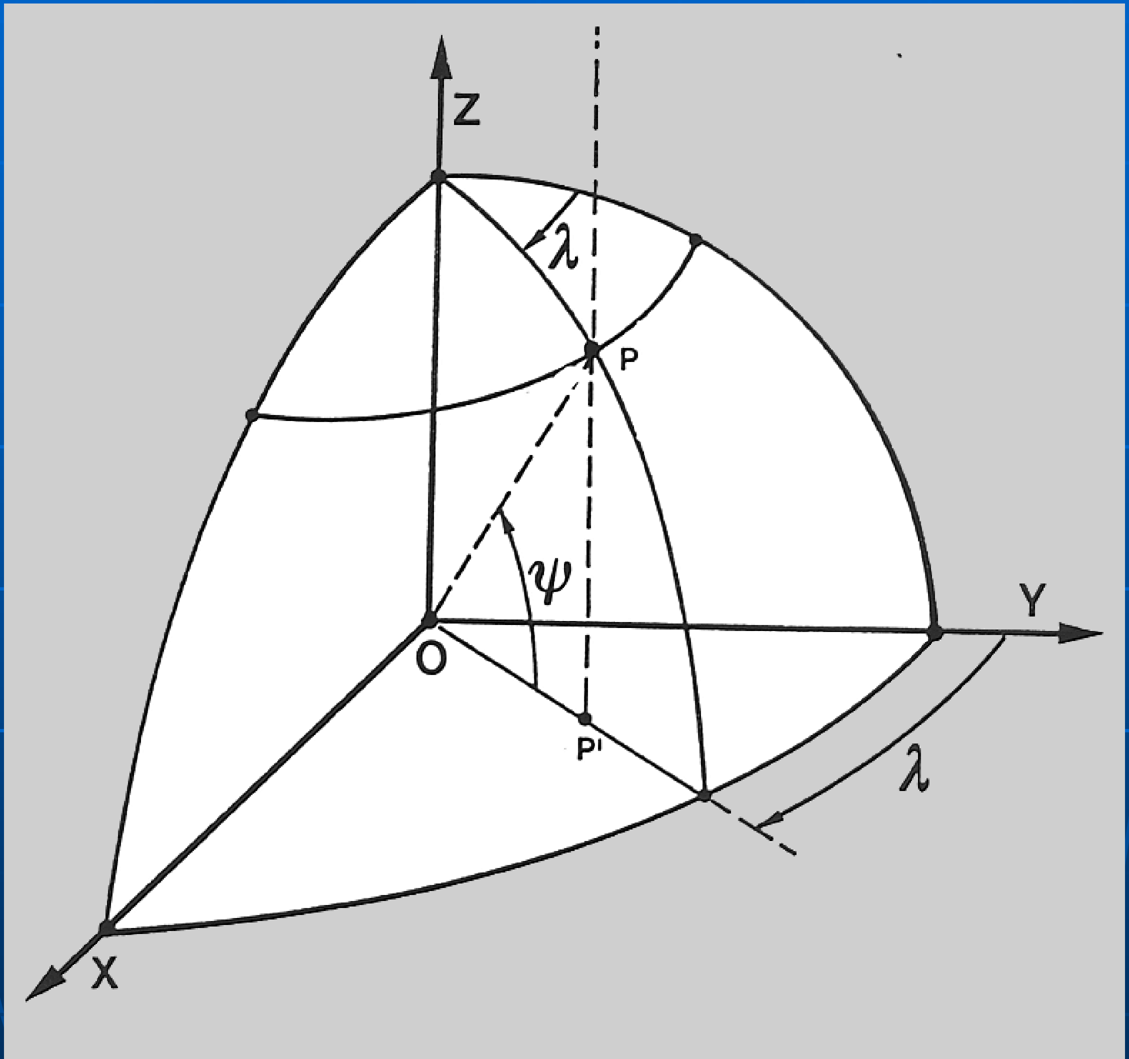
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

E su un ellissoide a due assi (sferoide)?



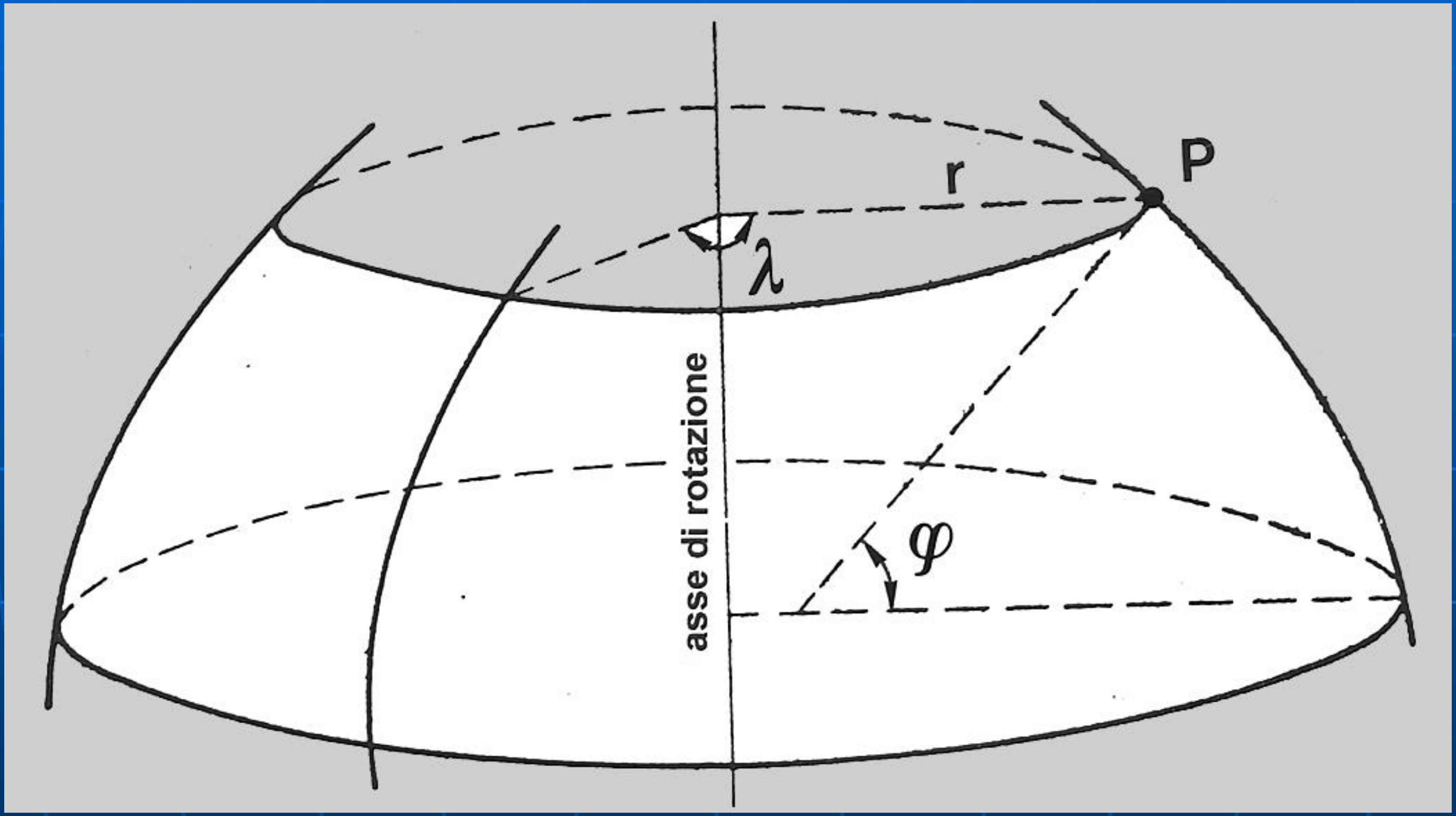
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Latitudine geocentrica



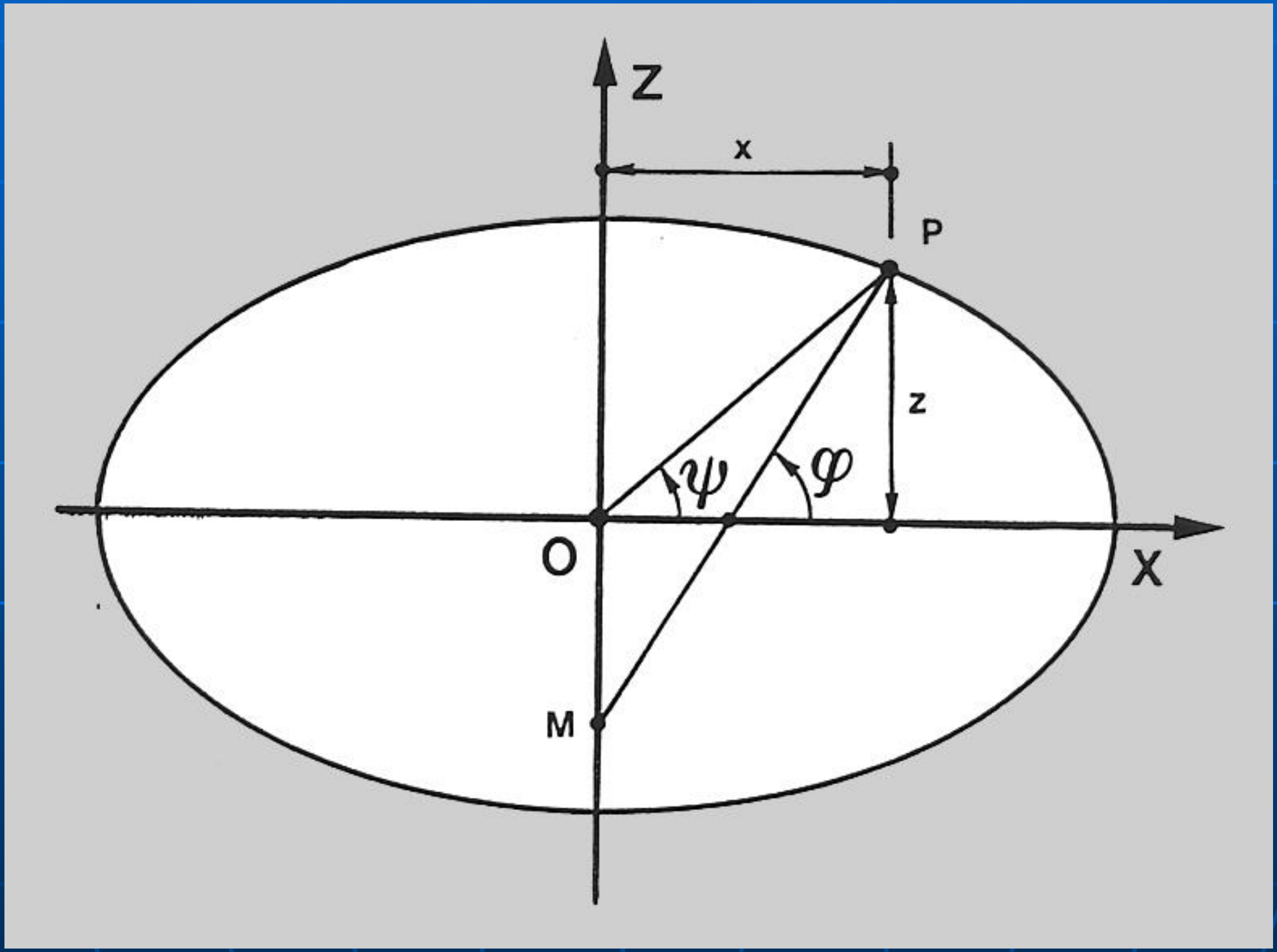
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Latitudine geografica ellissoidica



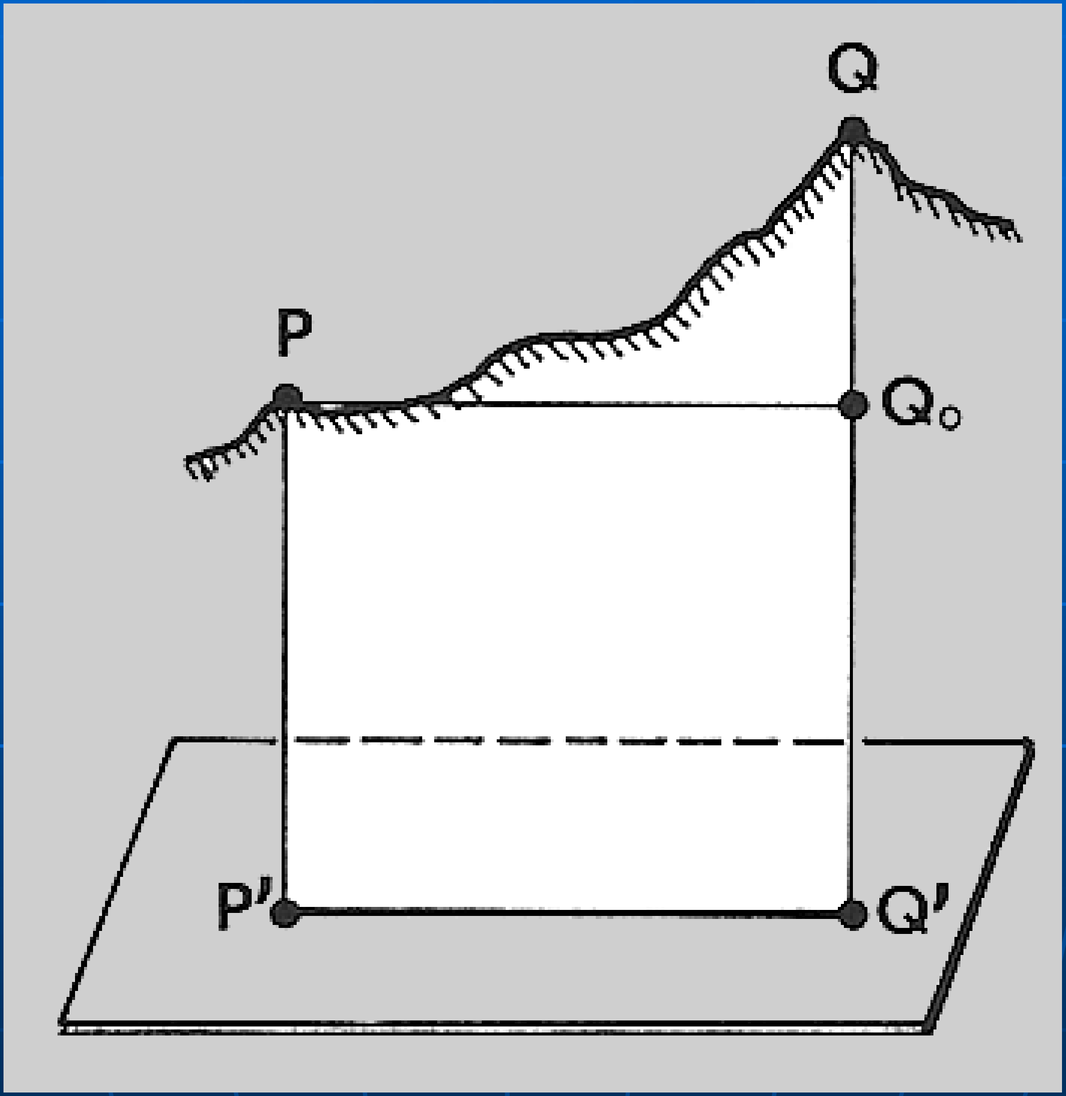
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Latitudine geografica ellissoidica e latitudine geocentrica



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Distanza e dislivello



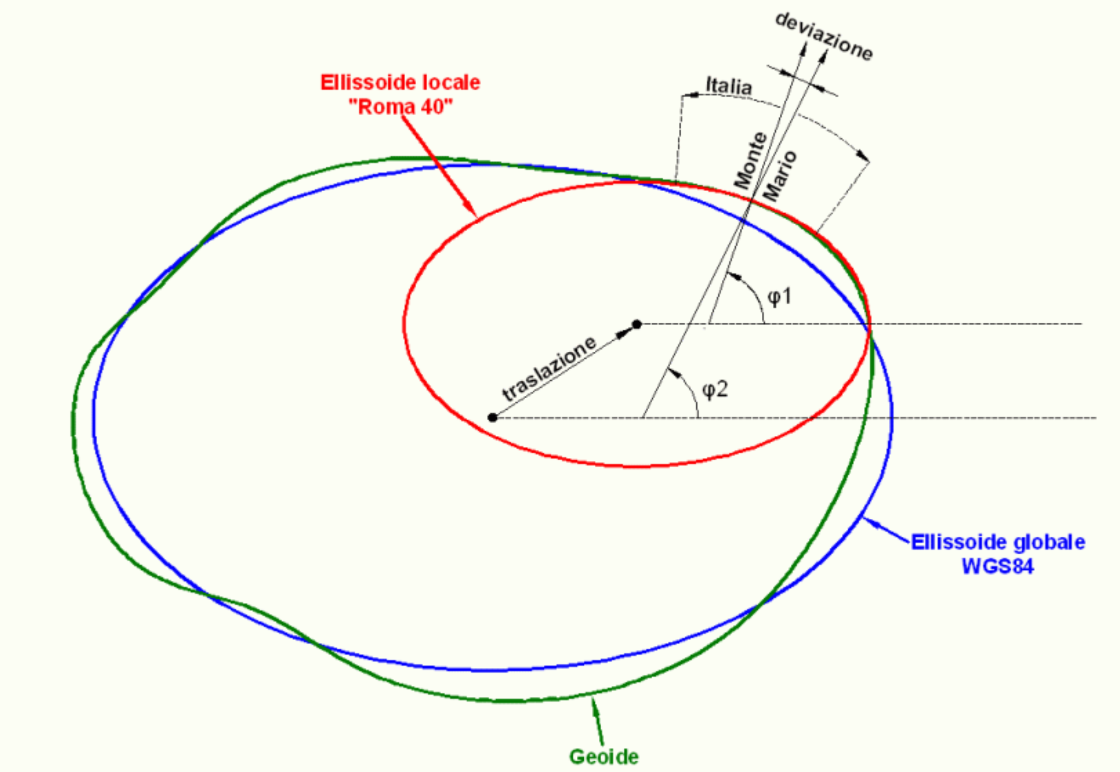
M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Datum

E' il modello matematico utilizzato per calcolare le coordinate geografiche

Datum

Deriva dalla semplificazione del geoide ed è dato da una superficie di riferimento (ellissoide), il punto di tangenza geoide-ellissoide (orientamento) e la direzione del meridiano di tangenza dell'ellissoide (orientamento e azimut)



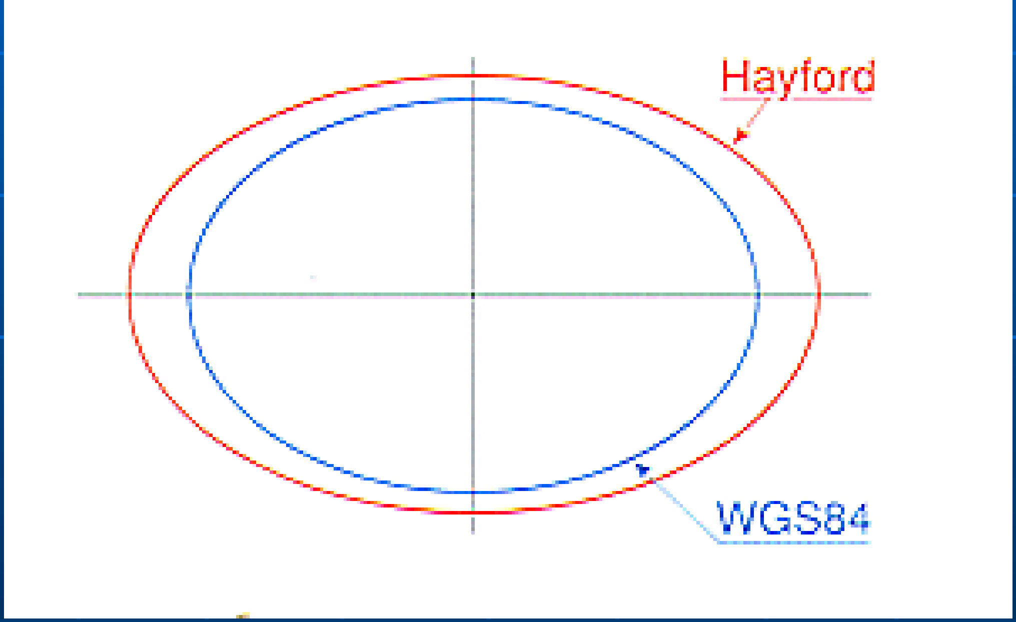
Si usano differenti ellissoidi in funzione delle esigenze, possono essere geocentrici (es. WGS84) o locali (es. Hayford per sistema SI 40)

A. Mucedula in «ocean4future.org»
http://www.ocean4future.org/archives/2471

Ellissoidi di riferimento adottati in Italia

Hayford a = 6.378.388 b = 6.356.912

WGS84 a = 6.378.137 b = 6.356.752



$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \quad s$$

$$= \frac{(a-b)}{\ }$$

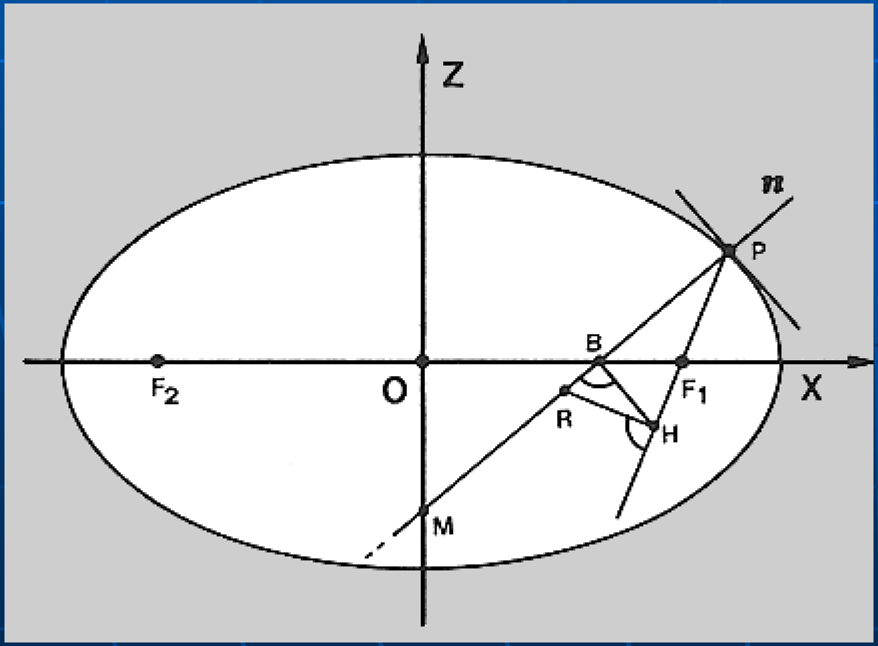
Raggi principali di curvatura

sezione meridiana
(raggio di curvatura del meridiano)

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \mathrm{sen}^2\phi)^{3/2}}$$

sezione primo verticale
(raggio di curv. massimo)

$$N = \frac{a}{(1 - e^2\,\mathrm{sen}^2\,\phi)^{1/2}}$$



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

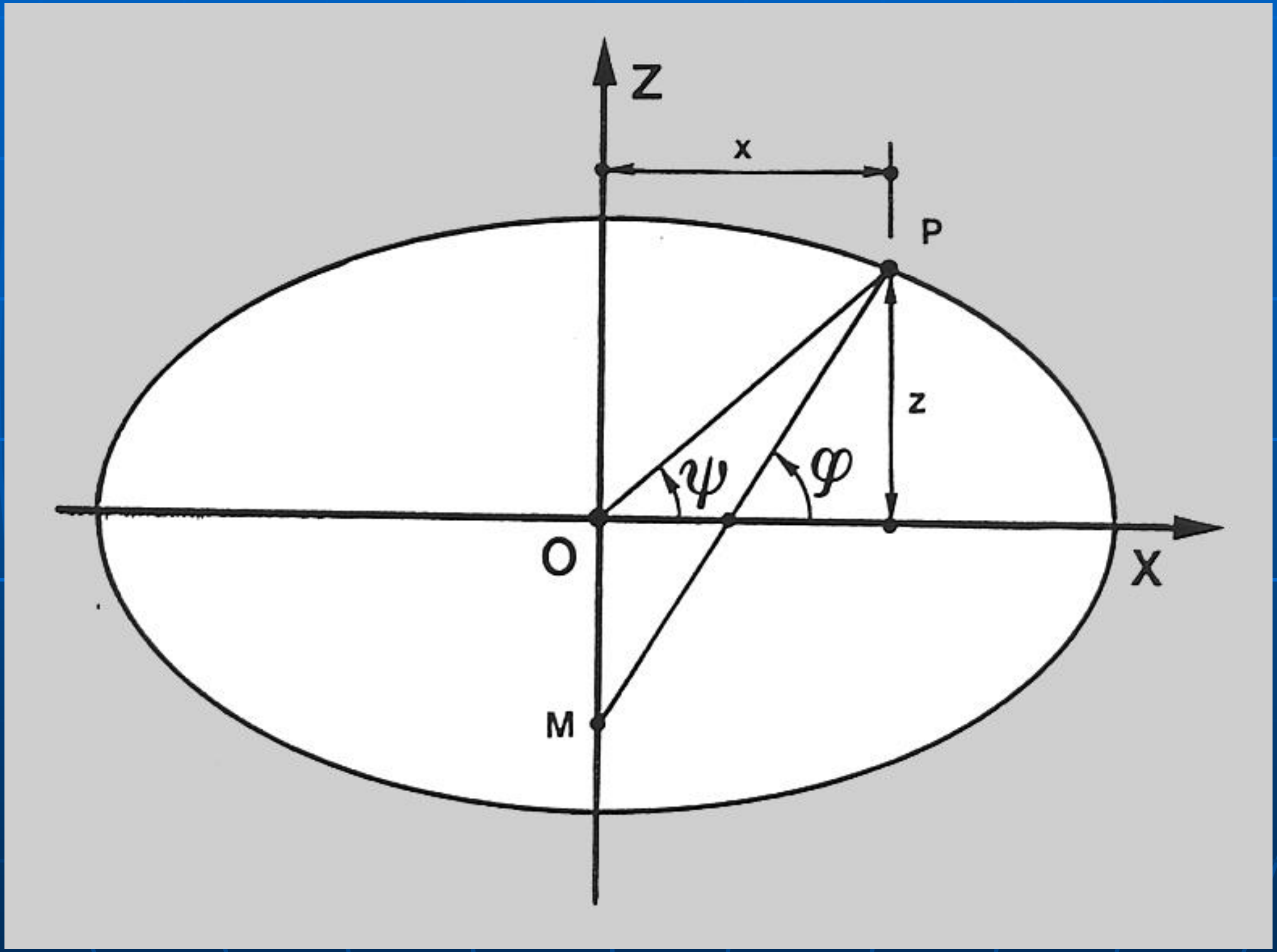
a = semiasse maggiore

e^2 = eccentricità

Da cui, la curvatura totale nel punto P:

$$K = \frac{1}{\rho N}$$

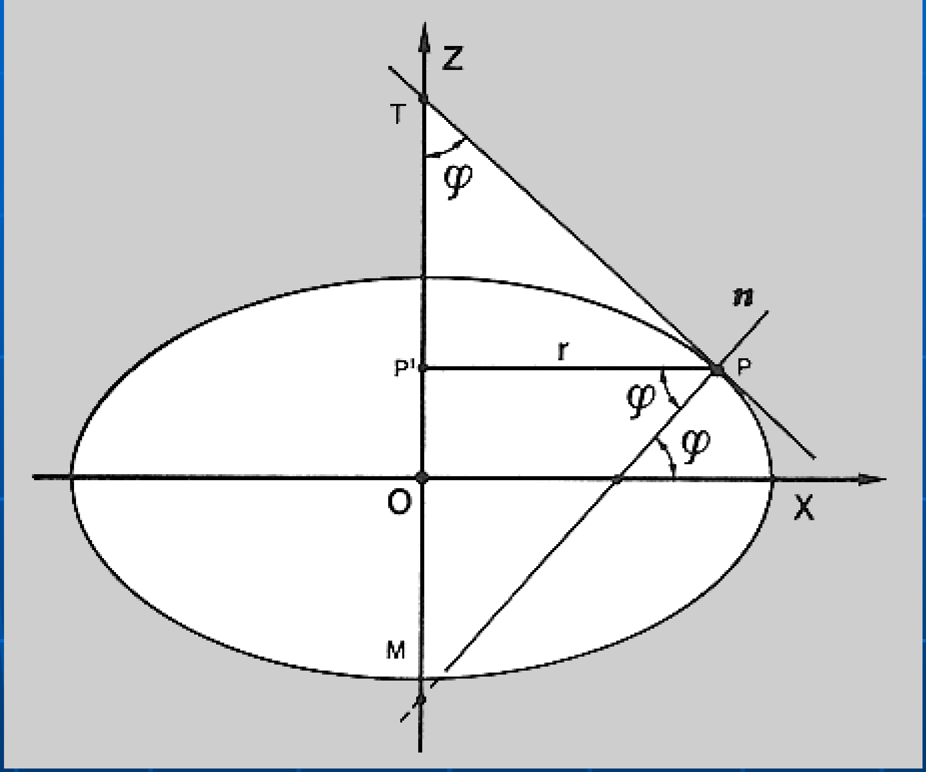
Latitudine geografica ellissoidica e latitudine geocentrica



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Raggio di curvatura del parallelo

M. Fondelli, 2000,
Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna



$$r = N\cos\phi = \frac{a\cos\phi}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2\phi)^{1/2}}$$

Molto importanti per i calcoli delle proiezioni e dell'errore cartografico

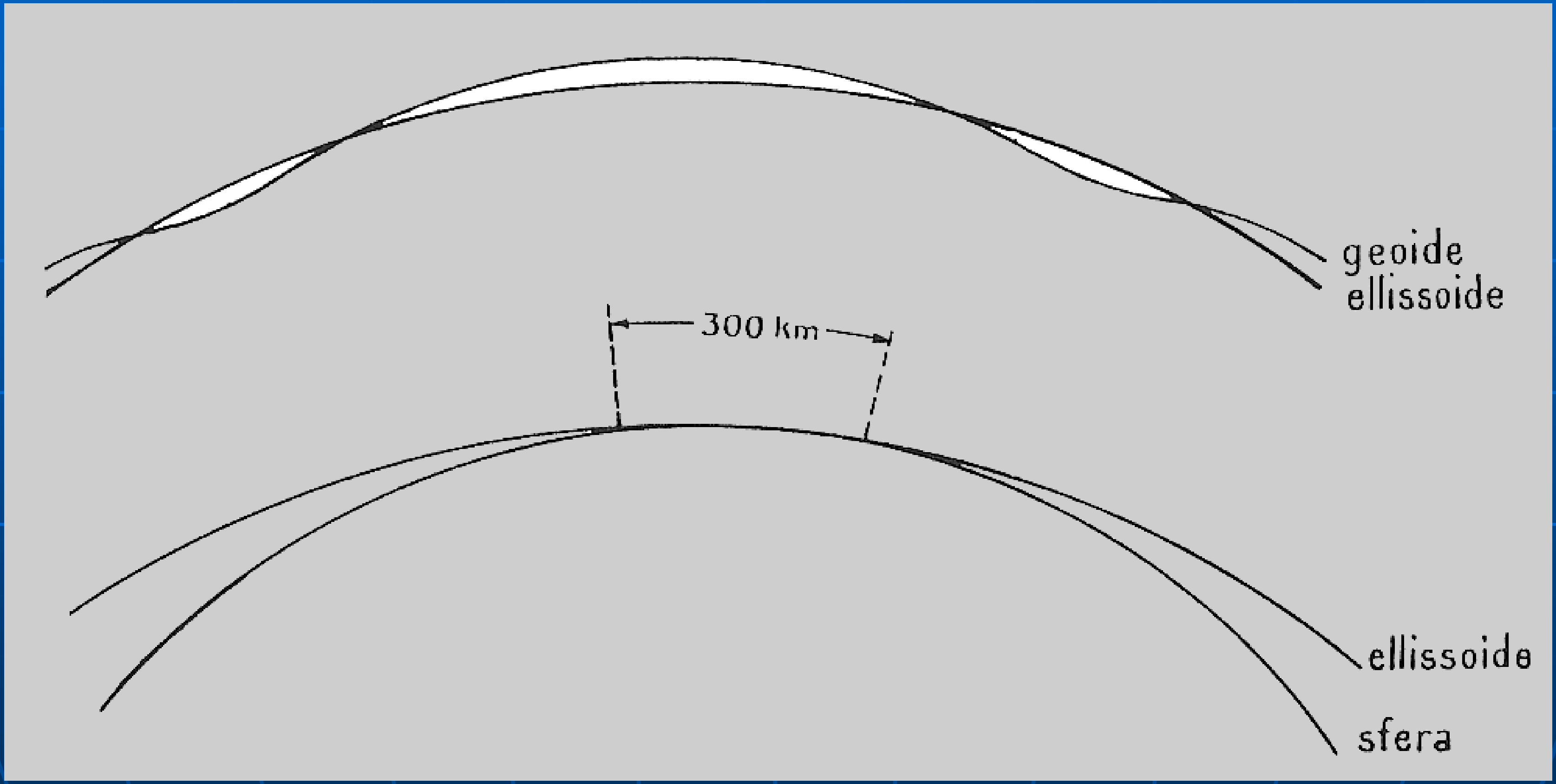
Raggio di curvatura del meridiano

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 sen^2\phi)^{3/2}}$$

Raggio di curvatura del parallelo

$$r = \frac{a cos\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)^{1/2}}$$

Confronto fra ellissoide e sfera locale



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Campo geodetico

Sfera locale

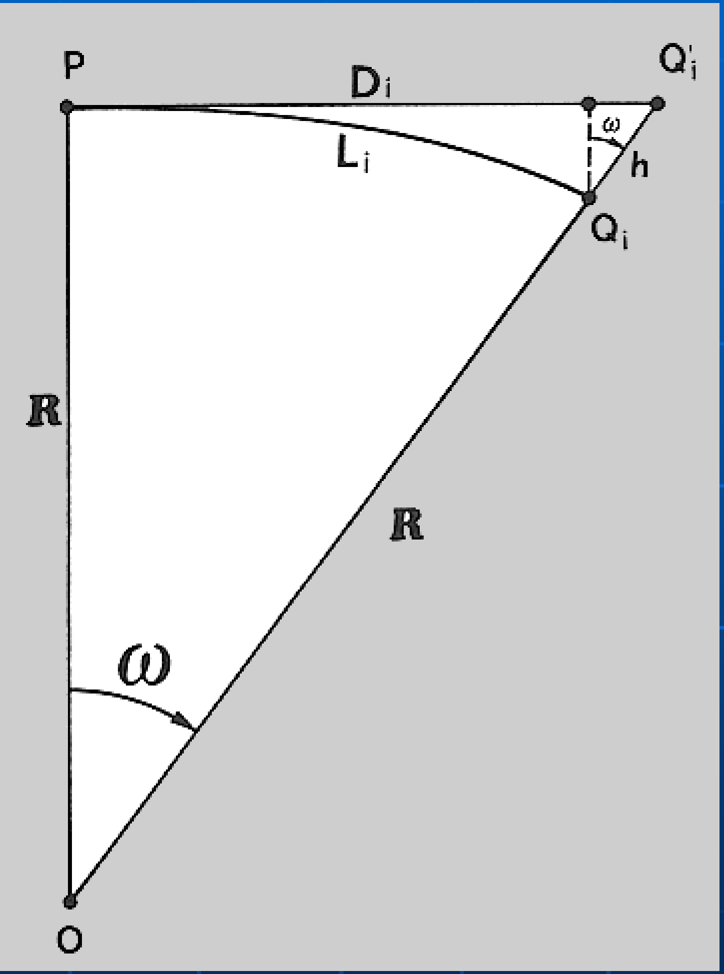
Raggio della sfera locale

$$R = \sqrt{\rho N}$$

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \mathrm{sen}^2 \phi)^{3/2}}$$

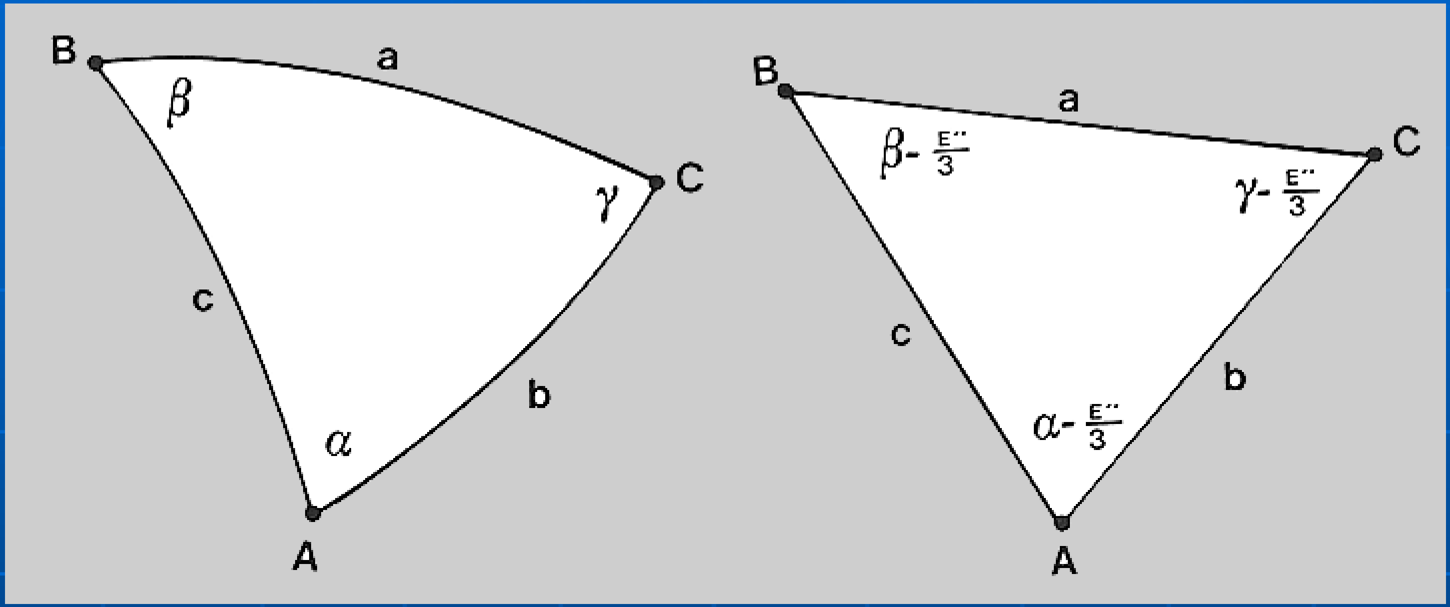
$$N = \frac{a}{(1 - e^2\, \mathrm{sen}^2\, \phi)^{1/2}}$$

Campo topografico



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Teorema di Legendre



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Eccesso sferico (eccedente l'angolo piatto!)

$$E'' = (S/R^2) \cdot 206265''$$

(R= raggio sfera locale; S= superficie triangolo sferico)

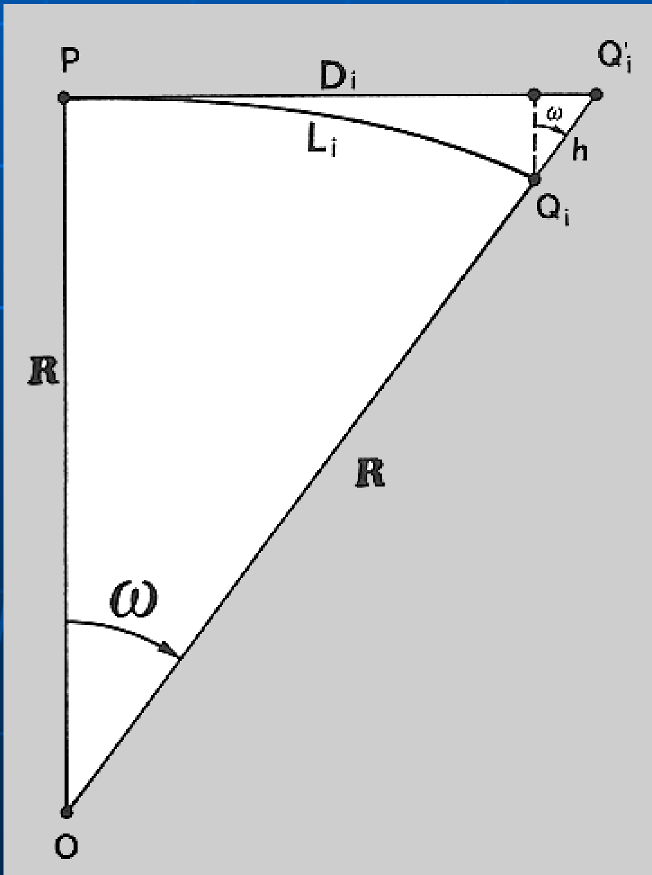
Errori dovuti alla curvatura terrestre

Errori nelle distanze

Il campo topografico deve essere contenuto entro 15 km

Errori sui dislivelli

$h = D^2/2R$



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna