

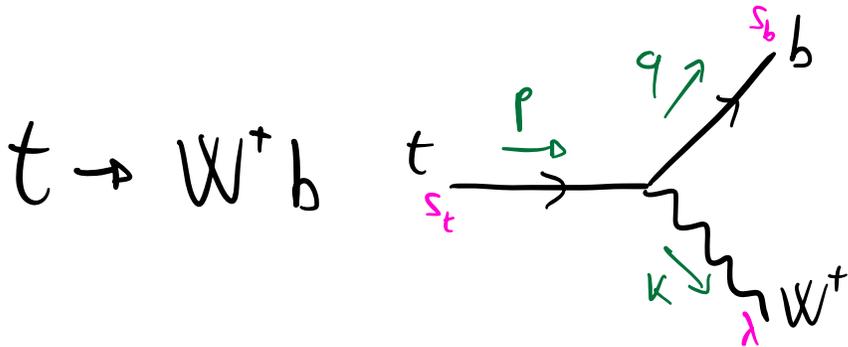
# DECADIMENTO DEL QUARK TOP [F.4.9]

$$M_t \approx 173 \text{ GeV}, \quad M_b \approx 4.2 \text{ GeV}, \quad M_h \approx 125 \text{ GeV}, \quad M_Z \approx 91.2 \text{ GeV}, \quad M_W \approx 80.4 \text{ GeV}$$

Le uniche interazioni che possono mediare il decadimento  $t \rightarrow X$  sono quelle di corrente carica. Quelle di corrente neutra o con l'Higgs sono infatti diagonali nei quark:  $t \rightarrow t + \dots$

$$\mathcal{L}_{cc}^{\text{gauge}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ V_{ij} \bar{u}_{Li} \gamma^\mu d_{Lj} - \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- V_{ij}^* \bar{d}_{Lj} \gamma^\mu u_{Li}$$

Date le masse e i valori degli elementi della matrice CKM, il decadimento dominante è



Regola di Feynman del vertice:

$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{tb}^* \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right)$$

L'ampiezza di decadimento è

$$iM = -i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{tb}^* \bar{u}_{s_b}(q) \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) u_{s_t}(p) \underbrace{\epsilon_\mu^{\lambda*}(k)}$$

Vettore di polarizzazione del bosone W

## PARENTESI: SOMME SULLE POLARIZZAZIONI

Per un vettore a massa nulla e momento

$k^\mu = (\omega, 0, 0, \omega)$ , le due polarizzazioni fisiche sono:

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu^{(\lambda=1)} &= (0, 1, 0, 0) & \epsilon_\mu^{(\lambda=2)} &= (0, 0, 1, 0) \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{l} \text{oppure pol. "circolari"} \\ \epsilon_\mu^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -1, -i, 0) \\ \epsilon_\mu^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, -i, 0) \end{array} \right)$$

Le altre due polarizzazioni  $\epsilon_\mu^{(0)} = (1, 0, 0, 0)$  e  $\epsilon_\mu^{(3)} = (0, 0, 0, 1)$  non sono fisiche.

La relazione di completezza di questa base di vettori dà:

$$\sum_{\lambda=0,1,2,3} (-g_{\lambda\lambda}) \epsilon_\mu^{\lambda*}(k) \epsilon_\nu^\lambda(k) = -g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

A noi interessa però sommare solo su quelle fisiche.

La differenza fra le due è proporzionale a termini con  $k_\mu$  o  $k_\nu$ , che danno zero quando contratti con ampiezze di scattering, grazie alla

**IDENTITÀ DI WARD:** data  $\mathcal{M}^\mu \epsilon_\mu(k) \rightarrow \mathcal{M}^\mu k_\mu = 0$

$$\Rightarrow \sum_{\lambda=1,2} \epsilon_\mu^{\lambda*}(k) \epsilon_\nu^\lambda(k) = -g_{\mu\nu} + (\text{termini con } k_\mu \text{ o } k_\nu)$$

Quindi possiamo prendere:

vettore  
massless

$$\sum_{\lambda=1,2} \epsilon_\mu^{\lambda*}(k) \epsilon_\nu^\lambda(k) = -g_{\mu\nu}$$

Per un **vettore massivo** abbiamo

**3 polarizzazioni fisiche:**

$$\varepsilon_{\mu}^{(\lambda=1)} = (0, 1, 0, 0), \quad \varepsilon_{\mu}^{(\lambda=2)} = (0, 0, 1, 0), \quad \varepsilon_{\mu}^{(\lambda=3)} = \left(-\frac{k}{\omega}, 0, 0, \frac{\bar{E}}{\omega}\right)$$

con  $k^M = (\bar{E}, 0, 0, k)$  (dove  $\bar{E}^2 = \omega^2 + k^2$ )

La quarta polarizzazione, non fisica, è  $\varepsilon_{\mu}^{(\lambda=0)} = \frac{k_{\mu}}{\omega}$ .  
L'identità di Ward non si applica più, abbiamo:

$$\sum_{\lambda=1,2,3} \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(k) \varepsilon_{\nu}^{\lambda}(k) = -g_{\mu\nu} + \varepsilon_{\mu}^{0*}(k) \varepsilon_{\nu}^0(k) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\omega^2}$$

**vettore massivo**

$$\sum_{\lambda=1,2,3} \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(k) \varepsilon_{\nu}^{\lambda}(k) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\omega^2}$$

Ritorniamo al decadimento del top.

Mediando sulle pol. iniziali e sommando su quelle finali:

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{pol}} \mathcal{M}^* \mathcal{M} = \frac{g^2}{4} |N_{tb}|^2 \text{Tr} \left[ (\cancel{q} + m_b) \gamma^{\mu} P_L (\cancel{p} + m_t) \gamma^{\nu} P_L \right] \sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^{\lambda*}(k) \varepsilon_{\nu}^{\lambda}(k) =$$

$$= \frac{g^2}{8} \text{Tr} \left[ \cancel{q} \gamma^{\mu} \cancel{p} \gamma^{\nu} (1 - \cancel{\gamma}_5) \right] \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\omega^2} \right) \leftarrow \text{il termine con } \cancel{\gamma}_5 \text{ da } \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \cdot \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\omega^2} \right) = 0$$

$$= \frac{g^2}{2} \left( q^{\mu} p^{\nu} + p^{\mu} q^{\nu} - g^{\mu\nu} (q \cdot p) \right) \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{\omega^2} \right)$$

parte dei  
W trasversi

parte del  
W longitudinale

• Parte trasversa:

prendiamo  $M_b \approx 0$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |M|_{\text{trans}}^2 &= \frac{g^2}{2} \left( q^\mu p^\nu + p^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} (q \cdot p) \right) (-g_{\mu\nu}) = \frac{g^2}{2} 2 p \cdot q = \\ &= \frac{g^2}{2} \left( -(p-q)^2 + p^2 + q^2 \right) = \frac{g^2}{2} \left( m_t^2 - m_w^2 \right) \end{aligned}$$

• Parte Longitudinale:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |M|_{\text{long}}^2 &= \frac{g^2}{2} \left( q^\mu p^\nu + p^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} (q \cdot p) \right) \frac{k_\mu k_\nu}{m_w^2} = \\ &= \frac{g^2}{2 m_w^2} \left( 2 (p \cdot k) (q \cdot k) - k^2 (q \cdot p) \right) \end{aligned}$$

$$p = q + k$$

$$2p \cdot k = (p+k)^2 - p^2 - k^2 = -q^2 + p^2 + k^2$$

$$= -m_b^2 + m_t^2 + m_w^2$$

$$2q \cdot k = (q+k)^2 - q^2 - k^2 = p^2 - q^2 - k^2$$

$$= m_t^2 - m_b^2 - m_w^2$$

$$2(q \cdot p) = -(p-q)^2 + p^2 + q^2 = -k^2 + p^2 + q^2$$

$$= m_t^2 - m_w^2 + m_b^2$$

$$= \frac{g^2}{2 m_w^2} \left[ \left( m_t^2 + m_w^2 \right) \frac{1}{2} \left( m_t^2 - m_w^2 \right) - \frac{1}{2} m_w^2 \left( m_t^2 - m_w^2 \right) \right]$$

$$= \frac{g^2}{4 m_w^2} \left[ m_t^4 - m_w^4 - m_w^2 m_t^2 + m_w^4 \right] =$$

$$= \frac{m_t^2}{v^2} \left( m_t^2 - m_w^2 \right) = \frac{g_t^2}{2} \left( m_t^2 - m_w^2 \right)$$

La parte trasversa va a zero nel limite  $g \rightarrow 0$ ,  
corrisponde al decadimento dovuto all'interazione di gauge.

La parte longitudinale invece rimane se  $g \rightarrow 0$ , essendo  
proporzionale all'accoppiamento di Yukawa  $y_t$ . E' dovuta

infatti all'accoppiamento  $\mathcal{L} \supset -y_t \bar{b}_L t_R H^- + h.c.$

dove nella gauge unitaria  $H^-$  e' "diventato" la polarizzazione  
longitudinale del bosone  $W^-$ .

La larghezza di decadimento è data da:

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_t} \sum_{\text{pol}} |M|^2 d\pi_{\text{clips}}$$

Usando lo spazio delle fasi in due particelle già calcolato:

$$\int d\pi_{\text{clips}} = \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)$$

$$\Rightarrow \Gamma_{\text{transv}} = \frac{g^2 m_t}{32\pi} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2, \quad \Gamma_{\text{long}} = \frac{g_t^2 m_t}{32\pi} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2$$

$$\Gamma_{\text{top}} = \frac{(g_t^2 + g^2) m_t}{32\pi} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2 = \frac{(m_t^2 + 2m_W^2) m_t}{16\pi v^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right)^2 \sim 1.5 \text{ GeV}$$

$$\tau_{\text{top}} = \Gamma_{\text{top}}^{-1} \simeq 4 \times 10^{-25} \text{ secondi}$$

Il tempo di adronizzazione di un quark è invece dato dalla scala tipica dei tempi della dinamica di QCD a bassa energia:

$$t_{\text{QCD}} \sim \Lambda_{\text{QCD}}^{-1} \sim (213 \text{ MeV})^{-1} \sim 3 \times 10^{-24} \text{ secondi}$$

Quindi il quark top decade prima di adronizzare e non può formare adroni.

# TEST DI PRECISIONE (LITTEROBOLI)

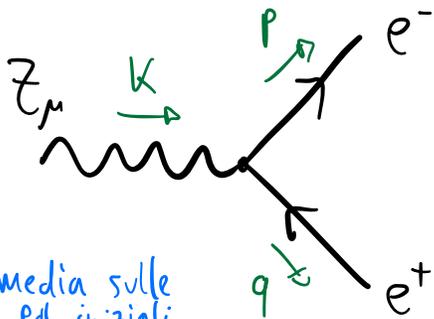
[DG. XVI-2, F.6.7]

Decadimento  $Z \rightarrow e^+ e^-$

$$\mathcal{L}_{SM} = - Z_\mu \left( g_Z^{e_L} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + g_Z^{e_R} \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right)$$

dove  $g_Z^{e_L} = \frac{g}{C_W} \left( -\frac{1}{2} + S_W^2 \right)$  ,  $g_Z^{e_R} = \frac{g}{C_W} S_W^2$

prendiamo  $m_e = 0$



$$iM = \epsilon_\mu^\lambda(k) \bar{u}(p) \gamma^\mu \left[ g_Z^{e_L} P_L + g_Z^{e_R} P_R \right] v(q)$$

media sulle  
pd. iniziali

$$\frac{1}{3} \sum_{pol} |M|^2 = \frac{1}{3} \left( \sum_\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*}(k) \epsilon_\mu^\lambda(k) \right) \text{Tr} \left[ \not{p} \gamma^\mu \left( g_Z^{e_L} P_L + g_Z^{e_R} P_R \right) \not{q} \gamma^\nu \left( g_Z^{e_L} P_L + g_Z^{e_R} P_R \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{3} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_Z^2} \right) \text{Tr} \left[ \not{p} \gamma^\mu \not{q} \gamma^\nu \left( (g_Z^{e_L})^2 P_L + (g_Z^{e_R})^2 P_R \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{3} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_Z^2} \right) 2 \left( (g_Z^{e_L})^2 + (g_Z^{e_R})^2 \right) \left( p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu - g^{\mu\nu} (p \cdot q) \right)$$

Come visto per  $t \rightarrow Wb$ , la parte longitudinale ( $\propto k_\mu k_\nu$ ) sarà proporzionale a  $m_e^2$  (ovvero  $y_e^2$ ) e quindi la trascuriamo.

$$\geq (p \cdot q) = (p+q)^2 = m_Z^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \sum_{pol} |M|^2 = \frac{2}{3} \left( (g_Z^{e_L})^2 + (g_Z^{e_R})^2 \right) \left( 4(p \cdot q) - 2 p \cdot q \right) =$$

$$= \frac{2}{3} \left( (g_Z^{e_L})^2 + (g_Z^{e_R})^2 \right) m_Z^2$$

La larghezza di decadimento è data da:

$$\Gamma_{e^+e^-} \equiv \Gamma(Z \rightarrow e^+e^-) = \frac{1}{2m_Z} \sum_{\text{pol}} |M|^2 \frac{1}{8\pi} = \frac{(g_Z^{e_L})^2 + (g_Z^{e_R})^2}{24\pi} m_Z$$

Per i quark, in maniera analoga:

$$\Gamma_{q\bar{q}} \equiv \Gamma(Z \rightarrow q\bar{q}) = N_c \frac{(g_Z^{q_L})^2 + (g_Z^{q_R})^2}{24\pi} m_Z$$

$N_c = 3$  : numero di colori  
viene dalla somma sui colori, che non misuro.

A questo va aggiunto un fattore di correzione dovuto a loop di QCD

$$S_{\text{QCD}} = 1 + \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} + 1.4 \left( \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} \right)^2 + \dots \approx 1,04.$$

Il decadimento in neutrini è osservato come decadimento in energia nascosta, dallo sbilanciamento del momento totale osservato nell'evento.

$$\Gamma(Z \rightarrow \text{invisibile}) = \sum_{i=1,2,3} \Gamma(Z \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_i) = \sum_{i=1,2,3} (g_Z^{\nu_i})^2 m_Z = \frac{1}{8\pi} \frac{g^2}{c_W^2} \frac{1}{4} m_Z$$

Altre misure di precisione coinvolgono la polarizzazione del fascio iniziale in  $e^+e^- \rightarrow Z$ , grazie alla quale la  $Z$  sarà polarizzata ed il decadimento avrà una dipendenza angolare: si definiscono delle "asimmetrie".  
Da queste si estraggono gli accoppiamenti LH e RH indipendentemente.

# Test dello SM

Il settore EW dello SM dipende da 3 parametri:

$$g, g', v$$

Posso quindi pensare di fissare questi parametri usando 3 misure molto precise, ad esempio:

- Limite Thomson dello scattering Compton

$$\sigma \Rightarrow \alpha_{ew} \simeq 7/137,035999084\dots$$

- Decadimento del muone

$$\Gamma_\mu \Rightarrow G_F \simeq 1,1663787(6) \text{ GeV}^{-2}$$

- Massa del bosone Z  $m_Z \simeq 91,1876(21) \text{ GeV}$

Queste le esprimo in termini di  $g, g', v$  e risuldo per questi 3 parametri.

□ A questo punto tutte le altre misure di precisione elettrodeboli possono essere confrontate con le rispettive predizioni del Modello Standard.

Ad esempio:  $m_W, \Gamma_{e^+e^-},$  asimmetrie,  $\Gamma_{inv}, \dots$

La precisione in molti di questi test è  $\sim 10^{-3}$ .

# RIASSUNTO: FENOMENOLOGIA DEI BOSONI CW

**Z**  $m_Z \approx 91 \text{ GeV}$

Decadimenti  $Z \rightarrow l^+ l^-, \nu \bar{\nu}, q \bar{q}$  ( $u, t, \bar{t}$ )

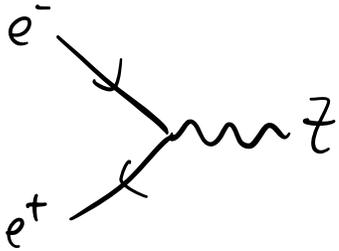
$$\Gamma(Z \rightarrow \psi \bar{\psi}) \approx N_c^{(\psi)} \frac{(g_Z^{\psi_L})^2 + (g_Z^{\psi_R})^2}{24\pi} m_Z$$

$$N_c^{(\psi)} = \begin{cases} 1 & \text{se } \psi = l, \nu \\ 3 & \text{se } \psi = q \end{cases}$$

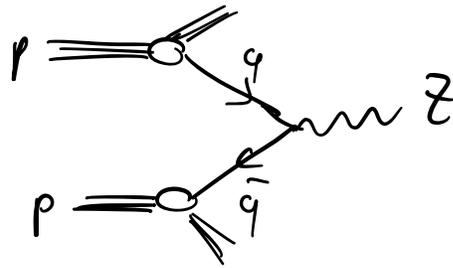
$$g_Z^{\psi} = \frac{g}{c_W} (T_{3L}^{(\psi)} - s_W^2 Q^{\psi})$$

## Produzione

LEP ( $e^+e^-$ )



LHC (pp): "Drell-Yan"



**W**  $m_W \approx 80,4 \text{ GeV}$

Decadimenti

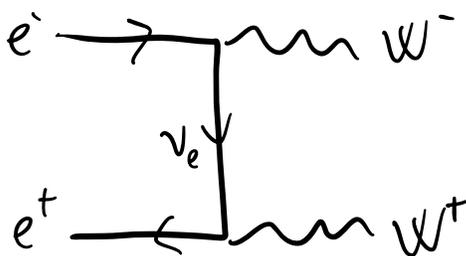
$$\Gamma(W^- \rightarrow \psi \bar{\psi}') \approx N_c^{(\psi)} |V_{ij}|^2 \frac{g^2}{48\pi} m_W$$

se  $\psi$  in quark

$$W^- \rightarrow \begin{cases} l_i^- \bar{\nu}_{l_i} \\ d_L^j \bar{u}_L^i \end{cases}$$

## Produzione

LEP ( $e^+e^-$ )



LHC (pp): "Drell-Yan"

