CORSO DEMOCRAZIA E PROCESSI DECISIONALI

Esercizi di Teoria dei giochi

A. Dato il seguente gioco 2x2, si determini la strategia ottimale per il giocatore X e il "valore" del gioco, rappresentandola anche graficamente [R: x_1 per 2/5; x_2 per 3/5].

		Y	
		1	2
X	1	7	1
	2	4	8

Soluzione

Per X, vincite minime (1, 4) → X sceglie la strategia x2

Per Y, perdite massime (7, 8) → Y sceglie la strategia Y1

Per X che segue 1 per p e segue 2 per (1-p),

<u>SE Y segue y1</u>

7p + 4(1-p) = 3p + 4   [1]

<u>SE Y segue y2</u>

1p + 8(1-p) = -7p + 8 [2]

Per la [1], pongo p = 0 e p = 1

p = 0 → 3p + 4 = 4

p = 1 → 3p + 4 = 7

Per la [2], pongo p = 0 e p = 1

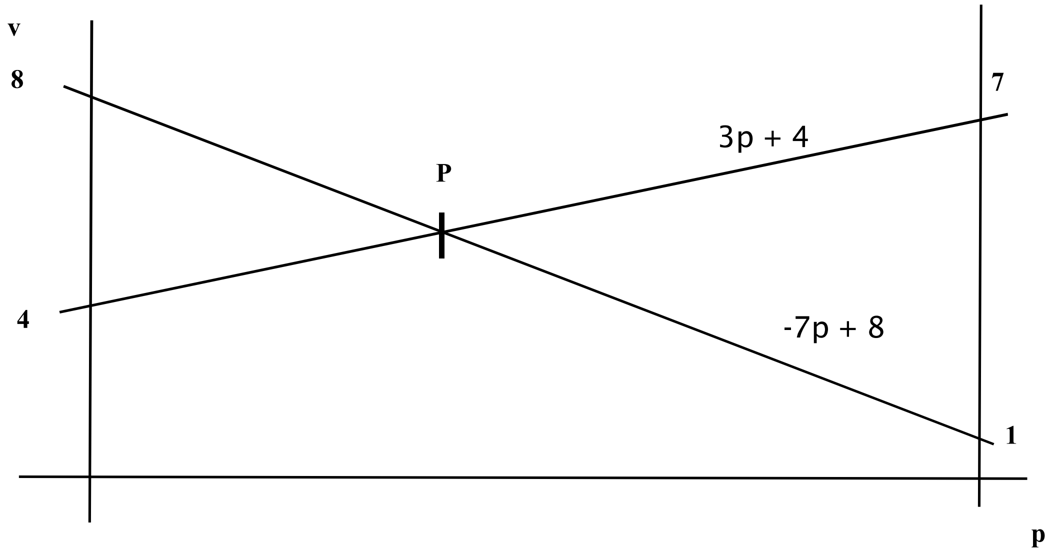
p = 0 → -7p + 8 = 8

p = 1 → -7p + 8 = 1

Per ottenere il v di P, pongo

3p + 4 = -7p + 8 → 10p = 4 → p = 4/10 → p = 2/5

Quindi X segue la strategia 1 per 2/5 di t e la strategia 2 per i restanti 3/5.



B. Dato il seguente gioco 2x2, si determini la strategia ottimale per il giocatore X e il "valore" del gioco, rappresentandola anche graficamente [R: x_1 per 1/3; x_2 per 2/3].

		Y	
		1	2
X	1	5	15
	2	11	6

C. Dato il seguente gioco 2x2, si determini la strategia ottimale per il giocatore X e il "valore" del gioco, rappresentandola anche graficamente [R: x_1 per 2/3; x_2 per 1/3].

		Y	
		1	2
X	1	5	-2
	2	-8	6

D. Si applichi il principio della "strategia dominante" alla seguente matrice di gioco e si determini la strategia per il giocatore X [R: x_1 per 1/3; x_2 per 2/3].

			Y	
		1	2	3
X	1	-2	4	5
	2	0	-3	6
	3	-5	1	-6

E. Dato il seguente gioco 2x2, si determini la strategia ottimale per i giocatori X e Y il "valore" del gioco per entrambi, con rappresentazione anche grafica [R: x_1 per 5/12; x_2 per 7/12; y_1 per 5/8; y_2 per 3/8].

		Y 1	Y 2
X	1	15, 5	8, 8
X	2	8, 8	13, 3

Soluzione

Per X, vincite minime (15, 13) → X sceglie la strategia x1

Per Y, vincite minime sempre (8)

Per X che segue 1 per p e segue 2 per (1-p),

<u>SE Y segue y1</u>

15p + 8(1-p) = 7p + 8 [1]

<u>SE Y segue y2</u>

8p + 13(1-p) = -5p + 13 [2]

Per la [1], pongo p = 0 e p = 1

p = 0 → 7p + 8 = 8

p = 1 → 7p + 8 = 15

Per la [2], pongo p = 0 e p = 1

p = 0 → -5p + 13 = 13

p = 1 → -5p + 13 = 8

Per ottenere il v di P, pongo

7p + 8 = -5p + 13 → 12p = 5 → p = 5/12

Oppure equando

15p + 8(1-p) = 8p + 13(1-p)

che dà

15p + 8 -8p = 8p + 13- 13p

15p -8p - 8p + 13p = 13 – 8

12p = 5

p = 5/12

Quindi X segue la strategia 1 per 5/12 di t e la strategia 2 per i restanti 7/12.

Per Y che segue 1 per p e segue 2 per (1-p),

<u>SE X segue x1</u>

5p + 8(1-p) = -3p + 8 [1]

<u>SE X segue x2</u>

8p + 3(1-p) = 5p + 3 [2]

Per la [1], pongo p = 0 e p = 1

p = 0 → -3p + 8 = 8

p = 1 → -3p + 8 = 5

Per la [2], pongo p = 0 e p = 1

p = 0 → 5p + 3 = 3

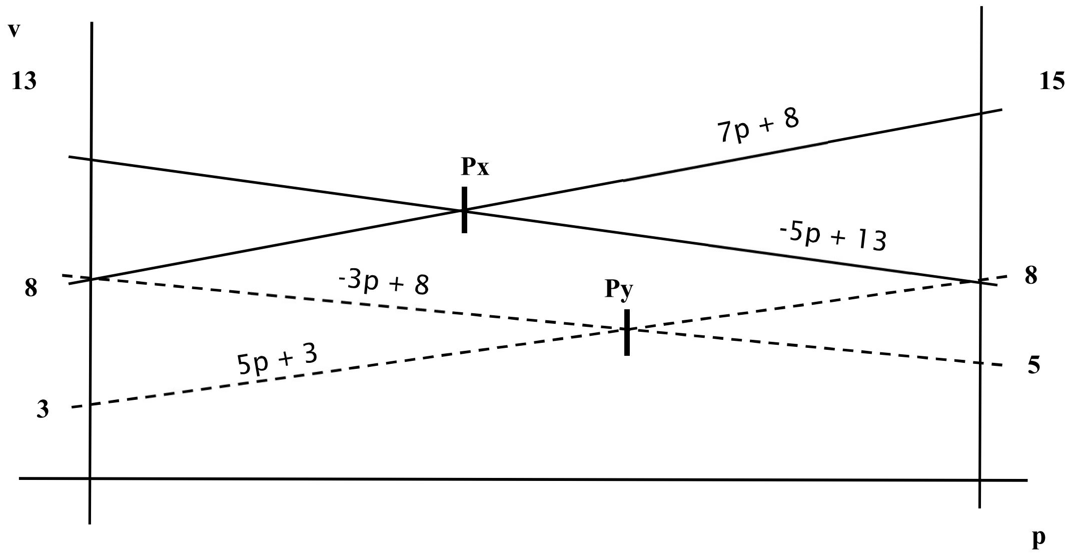
p = 1 → 5p + 3 = 8

Per ottenere il v di P, pongo

-3p + 8 = 5p + 3 → 8 p = 5 → p = 5/8

Quindi Y segue la strategia 1 per 5/8 di t e la strategia 2 per i restanti 3/8.

La rappresentazione grafica mostra che le due strategie non convergono.



Un **"equilibrio di Nash"** potrebbe essere raggiunto se X seguisse 1 per 5/12 e Y per 5/8 di P: