Flusso elettrico e Legge di Gauss

Possiamo definire il Flusso elettrico, una nuova grandezza scalare:

$$\Psi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot cos\alpha$$

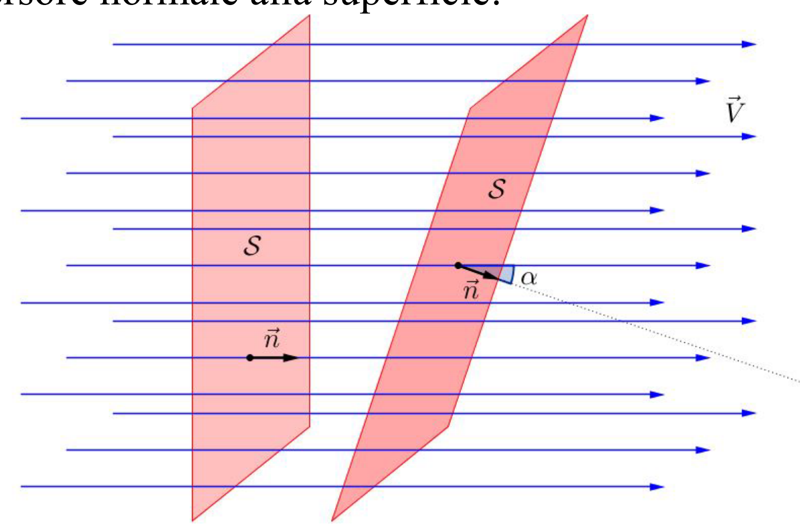
come prodotto scalare dei vettori campo elettrico e superficie attraversata dal campo.
Il flusso elettrico che attraversa una superficie infinitesima dS perpendicolare ad E e':

$$d\Psi = EdS$$

Il flusso totale e' integrale sulla superficie:

$$\Psi = \int_{sup} \vec{E}\,\overrightarrow{dS} = \int_{sup} \vec{E} \cdot \vec{n}\, dS$$

Ove $\vec{n}$ e' il versore normale alla superficie:

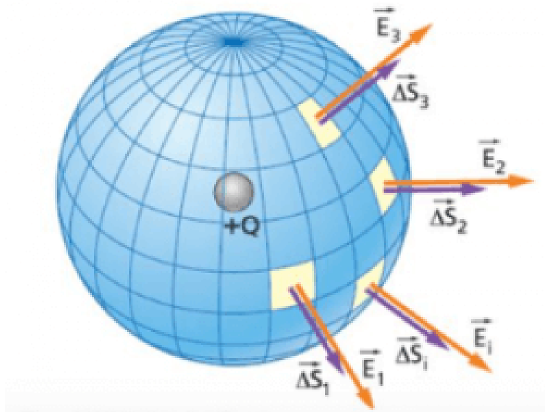


Per convenzione: numero di linee di forza che attraversano una superficie e' uguale al flusso del campo elettrico **E** attraversa la superficie.

Se E e' costante su tutta la superficie S ed e' ad essa perpendicolare:

$$\boldsymbol{\Psi = E\, S}$$

Consideriamo superficie sferica di raggio r con al centro carica +Q



Se dividiamo la superficie in un reticolo, per ogni porzione di superficie $\overrightarrow{\Delta S_i}$ avro'

$$\Psi_i = \vec{E}_i \cdot \overrightarrow{\Delta S_i} = E_i \, \Delta S_i$$

in quanto tutti i vettori superficie $\overrightarrow{dS}$ sono uscenti dalla sfera e hanno direzione radiale, e per la simmetria del campo elettrico, in ogni punto della sfera il vettore campo elettrico è uscente dalla sfera, e ha anch'esso direzione radiale.
Sappiamo inoltre che il modulo del vettore campo elettrico dipende solo da carica e raggio, quindi sara' costante in ogni punto della superficie.
Sommando il contributo di tutti le porzioni di superficie, il flusso attraverso la superficie sferica risulta:

$$\Psi = E \cdot S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

formula che prende il nome di Legge o Teorema di Gauss

$$\Psi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Campo elettrico:

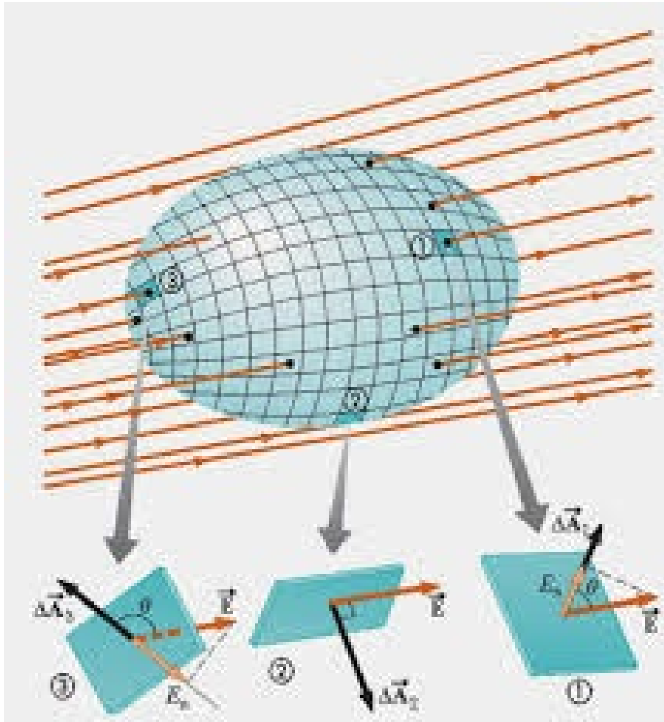
$$E = k\frac{Q}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Osserviamo che il flusso totale non dipende dal raggio → il numero di linee di forza attraverso qualunque superficie **sferica** si conserva.
La validita' di questa legge si estende facilmente a **qualsiasi superficie chiusa contenente una carica puntiforme**, anche se la carica non e' posta al centro. Infatti si puo' sempre trovare una sfera interna alla superficie presa e centrata intorno a una carica puntiforme.
Per il principio di sovrapposizione la legge si estende a cariche estese, che possano essere rappresentate come somma di cariche interne alla superficie chiusa. Si parla quindi di carica **interna totale Q**

E' il Teorema di Gauss generalizzato:

$$\Psi = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0}$$

Se la superficie **non contiene alcuna carica**, il flusso totale del campo attraverso la superficie sara' nullo, in quanto le linee di campo entranti sono le stesse uscenti dalla superficie: $\Psi = 0$



Se la carica non e' puntiforme ma distribuita spazialmente all'interno della superficie chiusa considerata, e puo' essere considerata come la somma di *N* cariche q_i, allora:

$$\Psi = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

Noto il flusso, si puo' calcolare il modulo di un campo elettrico costante prendendo una superficie S che sia ovunque perpendicolare al campo:

$$\mathrm{E} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0 S}$$

Vediamo ora alcune conseguenze dirette del Teorema o Legge di Gauss

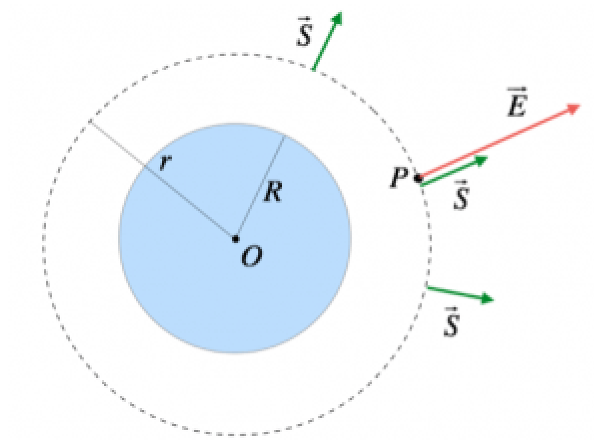
Campo elettrico per un conduttore sferico

Campo elettrico di una sfera uniformemente carica (uniforme sul volume)

Consideriamo un conduttore sferico di raggio R che porta carica +q.

Per simmetria le linee di forza sono perpendicolari a tutte le superfici sferiche concentriche di raggio r esterne al conduttore.

Per calcolare il campo elettrico a distanza r dal centro del conduttore usiamo legge di Gauss (su superficie sferica di raggio r).



$$\Psi = E \cdot S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Il campo elettrico E e' indipendente dal raggio R del conduttore (sfera puo' essere grande o piccola, basta che sia r > R).

$$E(r) = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Il campo elettrico e' descritto dalla stessa equazione del campo elettrico generato da una carica q equivalente concentrata nel centro della sfera (carica puntiforme).

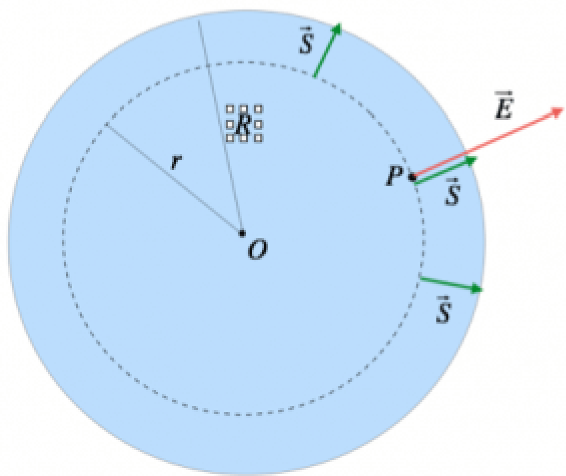
Campo elettrico all'interno di una sfera carica uniforme

Se la carica e' uniformemente distribuita nel volume della sfera di raggio R:

$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

da cui

$$\rho = \frac{3}{4}\frac{q}{\pi R^3}$$



Nella situazione descritta in figura, una superficie sferica con raggio **r ≤ R** racchiudera' una carica pari a

$$q' = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

Dalla Legge di Gauss

$$\Psi = E(r) \cdot S = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon_0} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{3}{4}\frac{q}{\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

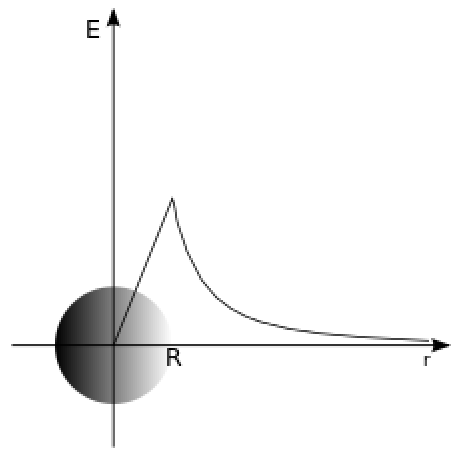
$$E(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{3}{4}\frac{q}{\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{1}{4\pi r^2} = \frac{q \cdot r}{4\pi R^3 \varepsilon_0}$$

Vediamo che E e' nullo per r=0, e poi cresce linearmente con r allontanandosi dal centro fino a che raggiunge r=R ove assume il valore di

$$E(R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Per r>R l'abbiamo gia' calcolato:

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Campo elettrico di una sfera con carica distribuita uniformemente sulla superficie

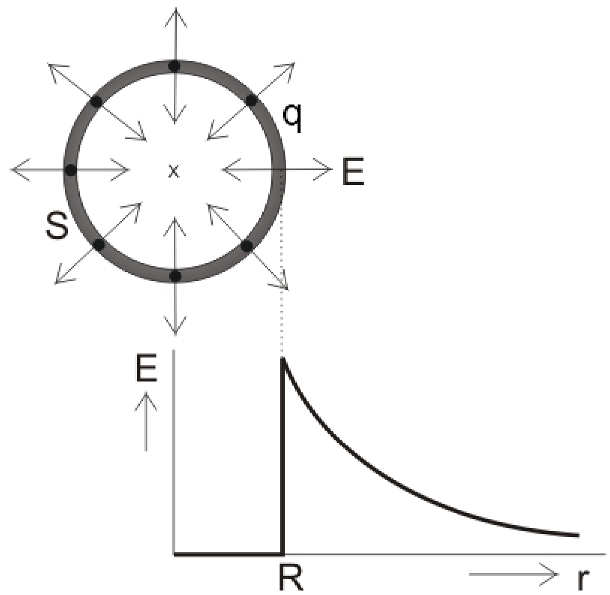
Se sulla sfera di raggio R la carica e' distribuita uniformemente solo sulla superficie si ha densita' superficiale di carica σ costante:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$

Per una superficie chiusa contenente la sfera, con r>R, questo campo equivale al campo generato da una carica puntiforme nel centro della sfera, quindi di nuovo

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Il campo generato all'interno (cioe' per r < R) e' nullo visto che le linee di campo generate da cariche opposte sulla superficie si controbilanciano, e infatti sappiamo che se la superficie chiusa non contiene cariche interne il flusso attraverso quella superficie e' nullo.



Il campo sulla superficie sferica carica isolata e':

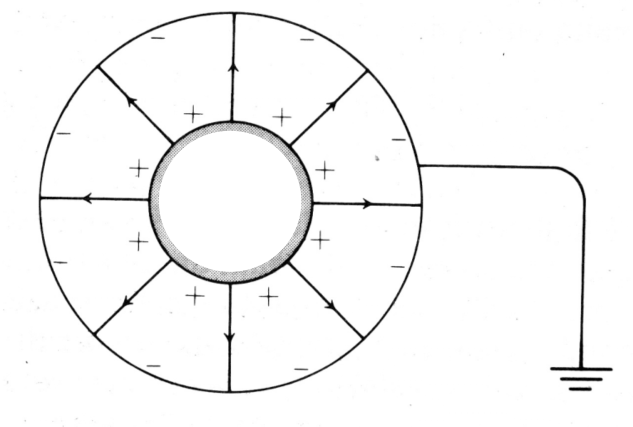
$$E(R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Un conduttore cavo carico ha un campo elettrico nullo al suo interno, in quanto non ci sono cariche in eccesso o in difetto: esso viene chiamato Gabbia di Faraday.

Il campo e' lo stesso anche se la sfera e' circondata da una seconda superficie sferica.

Schermaggio elettromagnetico:
Consideriamo una sfera cava interna con carica q distribuita sulla superficie, circondata da una seconda sfera cava esterna concentrica non carica.
- linee di forza dalla prima sfera vanno sulla sfera esterna
- sulla superficie interna della seconda sfera si ha carica –q (per induzione)
- sulla superficie esterna della seconda sfera si ha carica +q
- se la seconda sfera e' messa a terra la carica esterna e' 0

➢ campo elettrico esterno alla seconda sfera e’ nullo



Il campo elettrico all’interno della sfera cava (su sfera di raggio r < R) e’ anche nullo perche’ q = 0 all’interno della sfera piu’ piccola.
Il campo elettrico tra le due sfere, per esempio a *r* intermedio si puo’ calcolare da Gauss

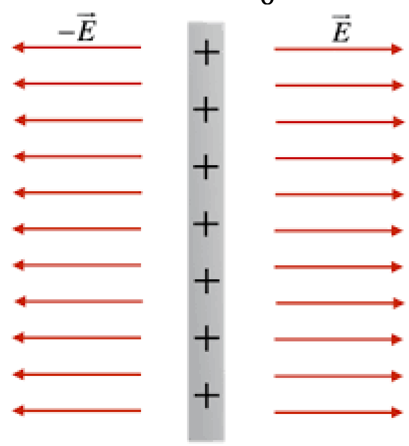
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R^2$$
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

3) Calcoliamo campo elettrico per filo carico di lunghezza infinita con densita’ di carica λ con [λ] = C/m.

Campo elettrico per un conduttore piano

Se un conduttore sferico isolato ha raggio che tende all’infinito si ha un conduttore piano.
Per qualunque raggio r quindi anche al limite che tende all’infinito (conduttore piano) il campo elettrico vale:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

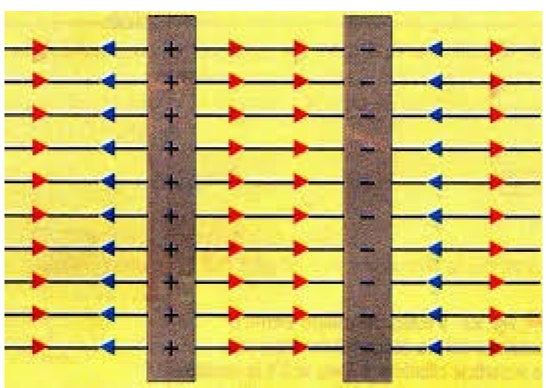


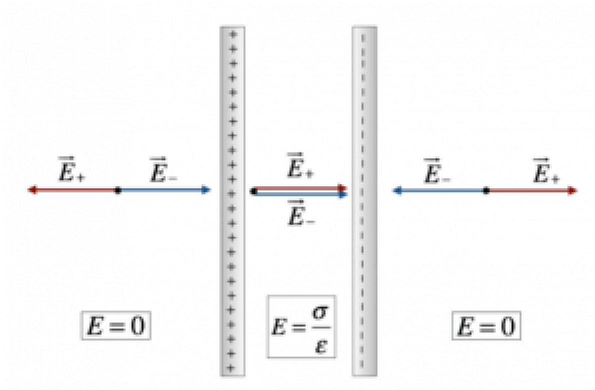
Se ora prendo di nuovo due conduttori sferici concentrici di raggio r ed r+d (d e' la distanza fra le sfere concentriche: se r aumenta e tende all'infinito mantenendo d costante si hanno due conduttori piani paralleli infinitamente estesi.

Il campo elettrico nella regione fra i piani, con il rapporto tra raggi che va a 1 per r che va all'infinito, vale ancora:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Se i piani sono finiti ma *d* e' piccolo la relazione vale ancora (non vicino ai bordi).





L'energia potenziale elettrica e il Potenziale elettrico

Il campo elettrico totale e' la somma di n campi, e' una grandezza vettoriale.

E' comodo rappresentare il campo elettrico con il potenziale elettrostatico. Il potenziale e' grandezza scalare.

La forza elettrica compie lavoro spostando una carica.

Si puo' spostare una carica in un campo elettrico con una forza che compie lavoro contro la forza elettrica.

La carica in un campo elettrico possiede una energia potenziale elettrostatica.

Definiamo come:

potenziale di un campo (in una posizione): energia per unita' di carica per portare una carica di prova positiva dall'infinito al punto considerato.

Il potenziale dipende dalla posizione.

Per convenzione il potenziale all'infinito vale zero.

Consideriamo una carica puntiforme +Q.

La forza elettrica che agisce su carica +q a distanza ad una generica distanza r da +Q e':

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}$$

La forza elettrica compie lavoro infinitesimo dW spostando la carica +q a distanza dr:

$$dW = Fdr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\,dr$$

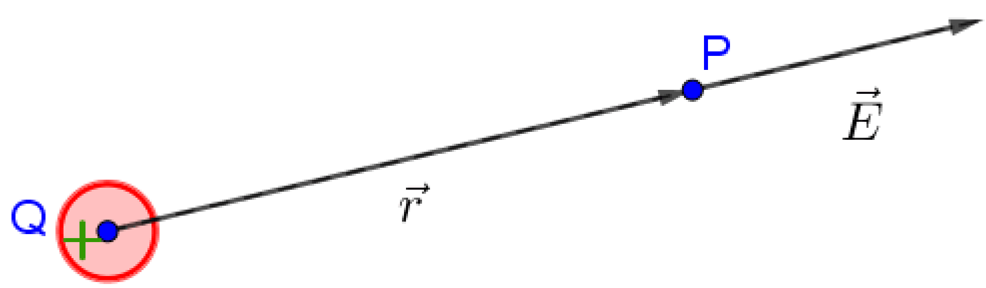
Il lavoro che la forza elettrica compie per spostare la carica +q da distanza R da +Q all'infinito:

$$W = \int_R^\infty Fdr = \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}dr = -\left.\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r}\right|_R^\infty = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Questo e' anche il lavoro che si compie contro la forza elettrica per portare la carica +q dall'infinito a R.

E' **energia potenziale** posseduta dalla carica +q.

L'energia potenziale pero' e' una caratteristica che dipende dalla carica considerata: infatti la quantita' di lavoro necessaria per spostare la carica +q che abbiamo considerato prima, raddoppierebbe se la carica da spostare fosse doppia, perche' il lavoro e' direttamente proporzionale alla forza.



Abbiamo quindi una quantita' che sappiamo misurare solo se conosciamo la carica in oggetto. Se volessimo invece considerare una quantita' associata a ogni punto del sistema indipendente dalla carica che pongo nel campo, dobbiamo allora eliminare questa dipendenza, e lo faccio dividendo $\frac{\Delta U}{q}$ e chiamando questa quantita' **potenziale elettrico V**.
Essa, come il campo Elettrico, esiste nello spazio a prescindere dalla carica su cui agisce. A differenza del campo Elettrico, e' un campo scalare, non vettoriale, ovvero non ha direzione e verso, solo modulo.

Mentre il campo elettrico ci dice come le cariche sorgenti eserciterebbero la forza elettrica F sulla carica q di prova, il potenziale elettrico ci dice come le cariche sorgenti fornirebbero a q un'energia potenziale.

Il potenziale V e' energia potenziale/carica (lavoro/carica). Per il campo generato da una carica puntiforme Q, esso e':

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

E' **energia per unita' di carica immagazzinata che viene recuperata quando la carica viene spinta all'infinito dalla forza elettrica**.
Lavoro indipendente da percorso: forza elettrica e' conservativa

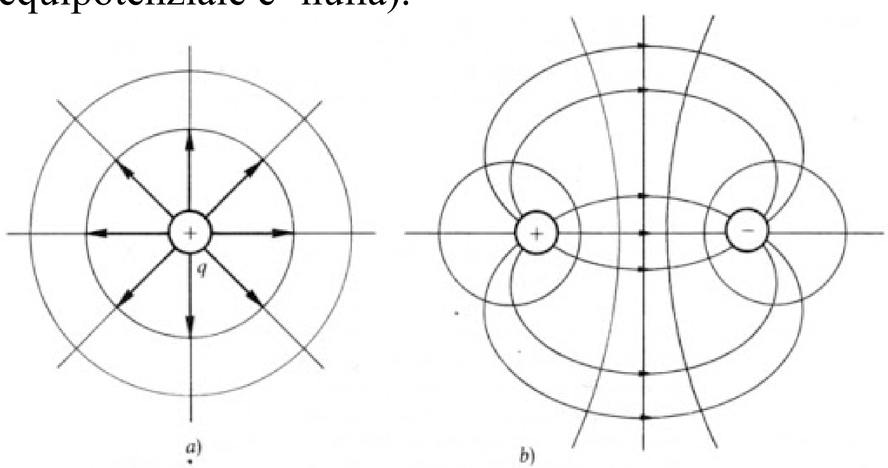
Differenza di potenziale
Se fra punto A e punto B si ha differenza di potenziale (V_A-V_B) occorre fare un lavoro $W = q (V_A-V_B)$ per portare una carica q da un punto all'altro contro le forze del campo.

Unita' di misura del potenziale e': **Volt (V) → Joule/Coulomb**

Due punti hanno differenza di potenziale di 1 Volt se occorre fare un lavoro pari a 1 Joule per portare una carica di 1 Coulomb da 1 punto all'altro contro le forze del campo.

Superficie equipotenziale se tutti i punti della superficie si trovano allo stesso potenziale.

Le superfici equipotenziali sono sempre perpendicolari alle linee di forza del campo elettrico (la componente del campo elettrico parallela alla superficie equipotenziale e' nulla).



Esempio generale
Visto che le superfici equipotenziali sono sempre perpendicolari alle linee di forza del campo elettrico, possiamo calcolare il modulo del campo elettrico tra due superfici equipotenziali a distanza *d* una dall'altra come

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Superficie di un conduttore carico e' equipotenziale → le cariche libere di muoversi si spostano finche' rendono il potenziale uguale in ogni punto.

Puo' essere comodo usare l'elettronvolt (eV):
l'elettronvolt e' energia acquistata da 1 elettrone che attraversa una differenza di potenziale di 1 Volt.

Poiche' carica elettrone = 1.6 10^{-19} C, se differenza di potenziale e' 1V, l'elettrone acquista energia cinetica pari a 1.6 10^{-19} J.

Differenza di potenziale fra due piastre cariche parallele

Supponiamo distanza fra le piastre: d
Campo elettrico fra due piastre cariche: $E = \sigma/\varepsilon_0$

Lavoro della forza elettrica F = q` E per portare una carica q` da piastra negativa e piastra positiva distanti d:

$$W = q'Ed$$

Differenza di potenziale e':
V = W/q`

$$V = Ed$$

Capacita' di un conduttore

Non si possono depositare infinitamente cariche su un conduttore metallico isolato → il campo elettrico puo' raggiungere un valore limite (poi si produce scarica attraverso l'aria o attraverso sostegno isolante).

La stessa quantita' di carica non produce lo stesso potenziale su tutti i conduttori. L'abilita' di un conduttore di immagazzinare carica si dice "capacita' elettrica" e si definisce come **capacita' di un conduttore** la carica da esso posseduta quando il suo potenziale e' pari a 1 V:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Unita' di misura (Sistema Internazionale): **Farad** (F) = Coulomb/Volt

Un conduttore ha la capacita' di 1 F se acquistando la carica di 1 C assume un potenziale di 1 V.

Capacita' di un conduttore sferico di raggio r e carica +Q distribuita sulla sfera e quindi con $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$:

$$C = \frac{Q}{V} = Q/\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 r$$

Condensatori

Solitamente non si usa un conduttore isolato per immagazzinare cariche ma lo si accoppia ad un altro conduttore mantenendoli ben isolati → se ad un conduttore isolato si avvicina un altro conduttore la capacita' totale aumenta.

Solitamente il secondo conduttore e' messo a terra:

Se il primo conduttore ha carica +q → il secondo si carica con –q per induzione, come al solito prelevando gli elettroni da terra

Le due armature sono cariche con segno opposto: si ottiene un **condensatore** e fra i due conduttori si ha mezzo isolante

Linee di forza e quindi del campo elettrico vanno da armatura positiva + ad armatura negativa -.

Capacita' e' il rapporto tra carica sull'armatura positiva e la differenza di potenziale fra le armature (Q/ΔV)

Energia di un condensatore carico

Per caricare un condensatore occorre spendere energia: e' energia accumulata come energia potenziale elettrostatica liberata quando il condensatore si scarica.
All'inizio la differenza di potenziale tra le armature era nulla. Man mano che si carica la differenza di potenziale aumenta finche' non raggiunge la situazione stazionaria ΔV_C.

In media, la differenza di potenziale mentre si carica e'

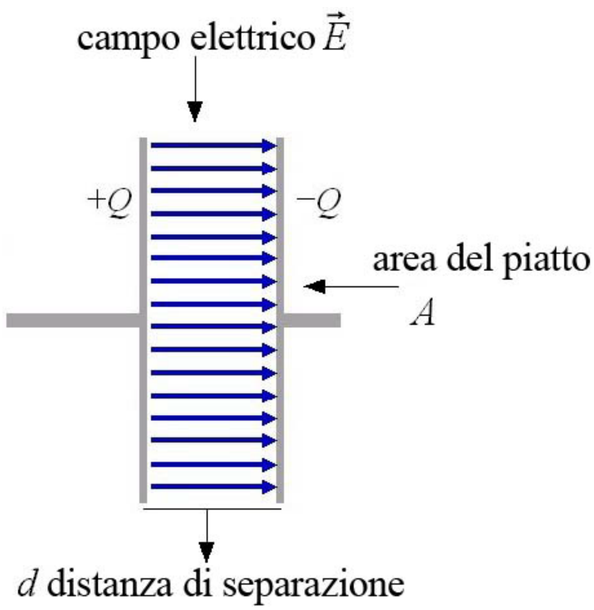
$$\Delta V_m = \frac{1}{2}\Delta V_C$$

Un condensatore che si carica fino ad un certo potenziale V → possiede energia ben definita (indipendente dal processo di caricamento).
Si puo' calcolare l'energia E di un condensatore come lavoro compiuto per caricare un condensatore con carica Q

$$U = Q\Delta V_m = CV\frac{1}{2}V = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Condensatore piano

Due piastre piane parallele di superficie A poste a distanza d, con carica +Q e -Q sulle due facce, quindi con $\sigma = Q/A$:



Differenza di potenziale V e':

$$V = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

La **capacita'** C :

$$C = Q/V = A\sigma \,/\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right) d$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

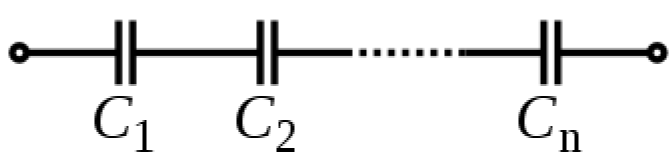
Se lo spazio fra le due armature e' riempito di dielettrico con costante dielettrica ε:

$$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$

La costante dielettrica e' $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ con $\varepsilon_r \geq 1$, quindi riempire con un dielettrico equivale ad aumentare la capacita' del dispositivo.

Mezzo dielettrico	Costante dielettrica relativa
Aria secca (alla pressione di 1 [bar])	1,0006
Acqua pura	81,07
Olio minerale	2,2 ÷ 2,5
Olio per trasformatori	2 ÷ 2,5
Bachelite	5,5 ÷ 8,5
Carta comune	2
Carta paraffinata	2,5 ÷ 4
Carta da condensatori	5 ÷ 5,5
Gomma	2,2 ÷ 2,5
Mica	6 ÷ 8
Polietilene	2,3
Porcellana	4 ÷ 7
Vetro	6 ÷ 8
Ossido di titanio	90 ÷ 170
Titanati di Ba-Sr	1000 ÷ 10000

Condensatori in serie



Differenza di potenziale ai due capi della catena e' uguale a V
Numero n di condensatori di capacita' $C_1, C_2, \ldots.. C_n$

Calcoliamo la **capacita' equivalente** C:
Intuitivamente:
- al sistema si fornisce carica Q
- la prima armatura del condensatore 1 ha carica +Q → seconda armatura assume carica –Q per induzione
- la prima armatura del condensatore 2 ha carica +Q (perche' e' collegato a seconda armatura condensatore 1 → hanno carica totale nulla)
- ricorsivamente fino all'ultimo condensatore

In sostanza abbiamo fornito una carica Q che ha agito su tutti i condensatori, mentre la differenza di potenziale ai capi di ogni condensatore e' una frazione del V totale ($V_i = Q/C_i$)

Siano V_1, V_2,….. V_n le differenze di potenziale dei condensatori

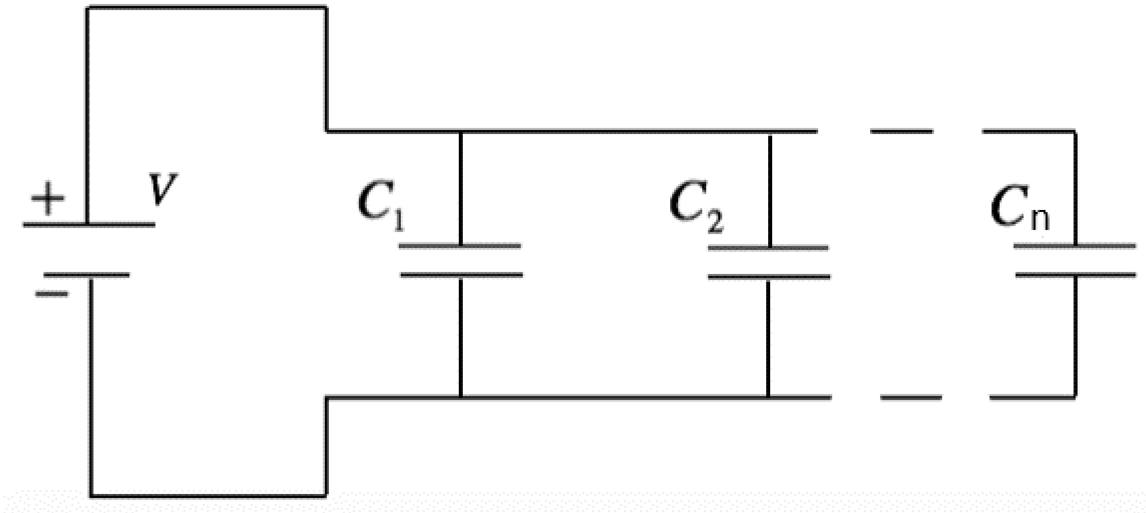
$$\frac{Q}{C} = V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \cdots + \frac{Q}{C_n}$$

Poiche' V = Q/C:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

Ne segue che la capacita' totale e' uguale al reciproco della somma dei reciproci delle singole capacita'

Condensatori in parallelo



Ciascun condensatore ha stessa differenza di potenziale V.

Calcoliamo la capacita' equivalente C:

La carica Q fornita al sistema si distribuisce secondo le varie capacita'.

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots.. + Q_n = C_1 V + C_2 V + C_3 V \ldots.. + C_n V = C V$

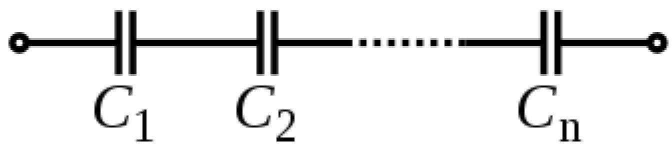
Poiche' $Q = C V$

$$\mathbf{C = C_1 + C_2 + C_3 \ldots.. + C_n}$$

Ne segue che la capacita' totale di condensatori in parallelo e' uguale alla somma delle singole capacita'

Prendiamo il caso di tre condensatori di capacita' 2, 3, 4 μF connessi in serie a una batteria da 260V:

- calcolare carica, potenziale, energia elettrostatica di ognuno, e anche la capacita' totale.



Conduzione nei solidi

Si ha flusso di cariche se c'e' differenza di potenziale.

Per convenzione il flusso e' quello delle cariche positive (da potenziale maggiore a potenziale minore).
Il flusso in realta' e' di elettroni (quindi e' opposto)

Flusso di cariche e' corrente elettrica.
Corrente media I_m in un intervallo di tempo t e':

$$I_m = \frac{Q}{t}$$

Q = carica totale passante per una sezione di un filo in certo tempo t

Corrente istantanea = derivata della carica rispetto al tempo:

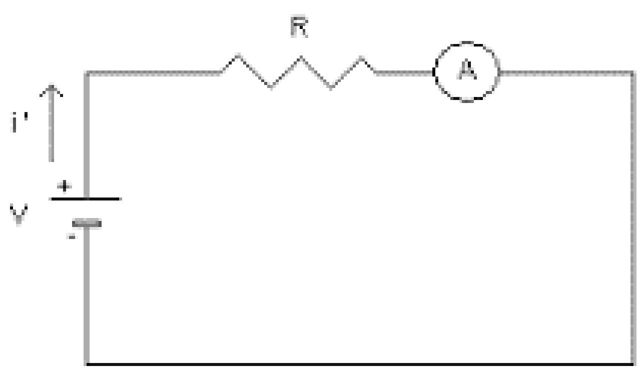
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Se corrente e' stazionaria (differenza di potenziale costante ai capi del filo) allora corrente media = corrente istantanea

Unita' di corrente elettrica: Ampere (A) = Coulomb/secondo

Consideriamo un circuito chiuso con:

- dispositivo (batteria) che genera differenza di potenziale V
- misuratore di corrente A
- filo conduttore che connette i vari componenti



Variando la differenza di potenziale: V, 2V, 3 V… →
si misura corrente I, 2 I, 3 I, ….

Corrente e' proporzionale alla differenza di potenziale posta ai capi del conduttore, secondo un fattore di proporzionalita' costante che chiameremo "resistenza" R:

$$\frac{V}{I} = costante = R$$

da cui deriva la Legge di Ohm:

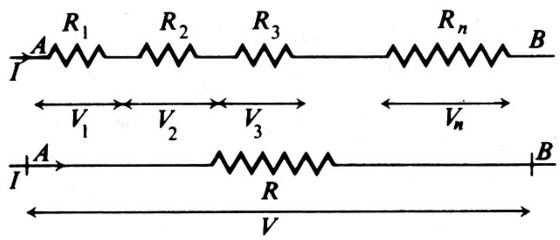
$$V = R \cdot I$$

R e’ la resistenza del circuito, che posso visualizzare nel mio schema del circuito col simbolo

che riassume tutti i contributi alla resistenza provenienti dal filo conduttore. A questo punto nello schema il resto del filo di connessione e’ considerato privo di resistenza.

Unita’ di misura: **Ohm** (Ω) = Volt/Ampere
1 Ohm e’ la resistenza di un conduttore con differenza di potenziale pari a 1 Volt quando fluisce 1 A di corrrente.

Resistenze in serie



Fluisce corrente stazionaria I → I e' la stessa in tutti i resistori

Differenza di potenziale fra A e B e' V

Calcoliamo la resistenza equivalente R

Resistore equivalente R → deve valere V = R I

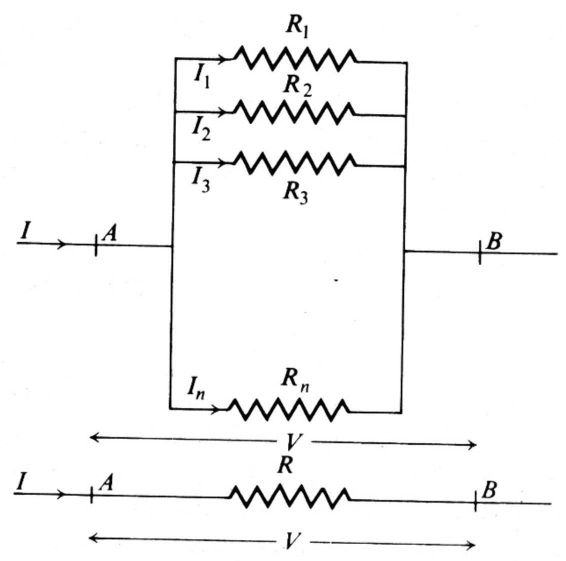
Per legge di Ohm

$I R = V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots\ldots + V_n = I R_1 + I R_2 + I R_3 + \ldots\ldots + I R_n$

$$\mathbf{R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots + R_n}$$

Resistenza equivalente e' **maggiore** delle singole resistenze: e' uguale alla somma delle singole resistenze

Resistenze in parallelo



Differenza di potenziale fra ciascun dei due capi dei resistori e' V

La corrente I si distribuisce nei vari rami a seconda delle resistenze

Calcoliamo la resistenza equivalente R

Nel circuito con R equivalente vale la legge $I = \frac{V}{R}$

Sempre per la legge di Ohm:

$$\frac{V}{R} = I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \cdots + \frac{V}{R_n}$$

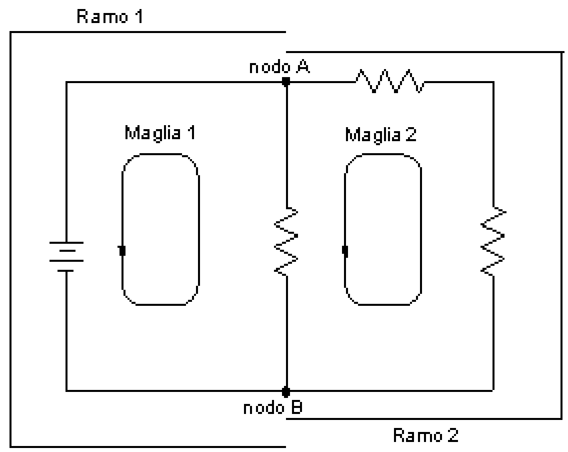
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

Resistenza equivalente e' **minore** delle singole resistenze: e' uguale al reciproco della somma dei reciproci delle singole resistenze

Circuiti elettrici e Leggi di Kirchhoff

Preso un circuito formato da tratti di conduttore che interconnettono componenti elettriche, si possono definire diversi elementi:

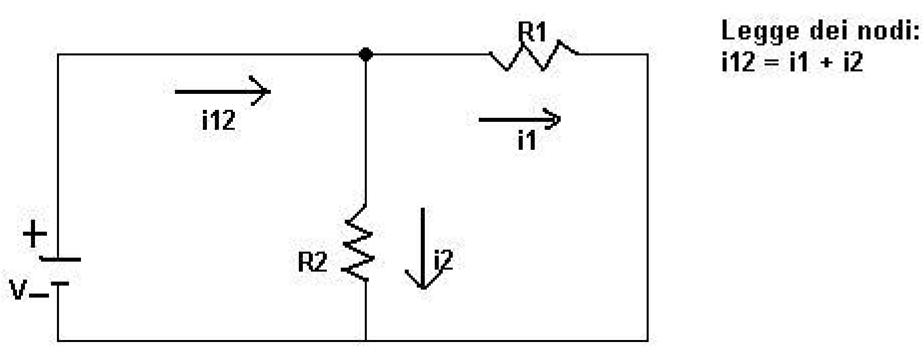
- **nodo**: punto in cui convergono piu' conduttori
- **maglie**: tratto chiuso di circuito
- **rami**: porzioni di maglia che connettono diversi nodi



Si puo' dimostrare che valgono le seguenti Leggi di Kirchhoff:

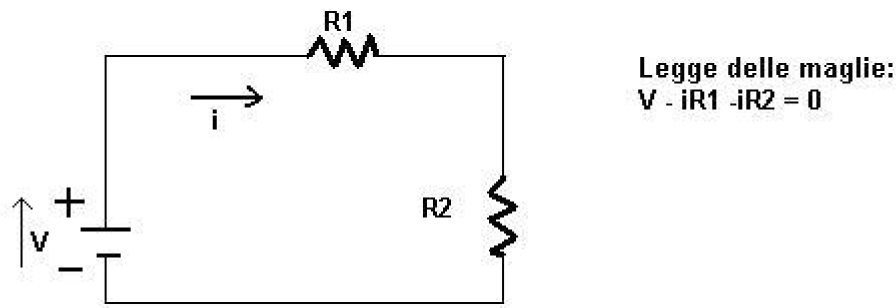
1) la somma algebrica delle intensità di corrente di tutte le correnti i_k confluenti in un nodo è nulla

$$\sum_k i_k = 0$$



2) la somma algebrica delle forze elettromotrici presenti nei rami di una maglia è uguale alla somma algebrica delle differenze di potenziale ai capi dei resistori situati nei rami della maglia. Ovvero la somma algebrica di tutte le differenze di potenziale e potenze generate e’ nulla:

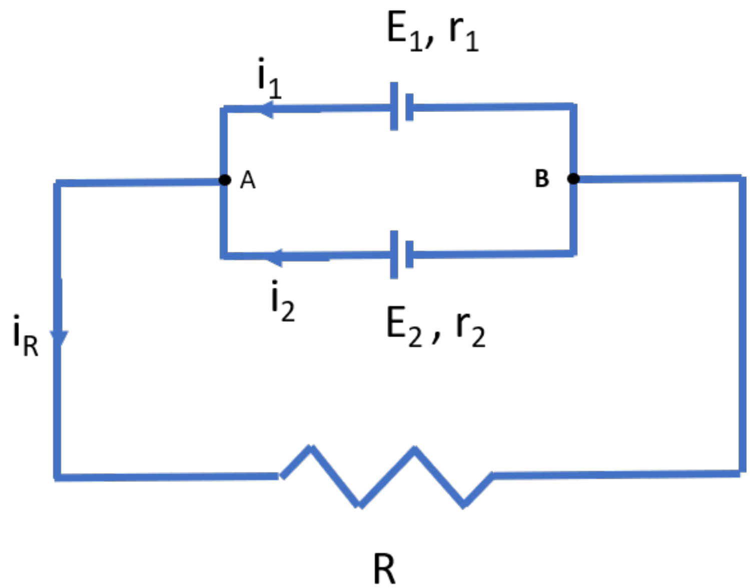
$$\sum_k R_k i_k = \sum_k \varepsilon_k$$



Attenzione, una volta stabilito arbitrariamente il senso di percorrenza:
- se il senso di percorrenza e' concorde al verso degli elettroni che attraversano il generatore (da - a +) allora la V e' positiva, altrimenti e' negativa
- se il senso di percorrenza e' concorde al verso della corrente che attraversano una resistenza, allora la iR e' negativa, altrimenti e' positiva

Esercizio Leggi di Kirkhhoff

Una batteria da 10 V con resistenza interna di 1 Ohm e' collegata in parallelo con un'altra batteria da 20 V con resistenza interna 2 Ohm. Calcolare la corrente che fluisce da ogni batteria e la potenza dissipata dalle batterie e da una resistenza da 30 Ohm in serie.



Resistività

Se si hanno fili di lunghezza L diversa, con applicata la stessa differenza di potenziale V, si dimostra sperimentalmente che il grafico della corrente I in funzione di 1/L e' una retta, cioe' **I e' inversamente proporzionale a L**.

I proporzionale ad 1/L
I proporzionale a 1/R (per legge di Ohm se V e' costante)

Quindi:
R proporzionale a L

Se si hanno fili di sezione A diversa, con applicata la stessa differenza di potenziale V, si dimostra sperimentalmente che il grafico della corrente I in funzione di A e' una retta, quindi **I e' direttamente proporzionale ad A**

I proporzionale ad A
I proporzionale a 1/R

Quindi:
R proporzionale a 1/A

Risulta:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ = resistivita' del materiale

Unita' di misura: $[\rho] = \Omega \cdot m$

Per molti materiali la resistivita' aumenta al crescere della temperatura

Manteniamo la stessa V e misuriamo I a diverse temperature

La variazione della resistenza e' proporzionale alla variazione di temperatura in intervalli non grandi (circa 0^0C – 100^0C)

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0(t - t_0)}$$

E' **coefficiente di temperatura della resistenza**

E' la variazione relativa della resistenza per variazione di temperatura di 1 grado

Potenza elettrica

e effetto termico della corrente (effetto Joule)

Supponiamo differenza di potenziale V fra punto A e punto B
Se in A il potenziale e' maggiore → carica Q in A presenta energia potenziale maggiore di Q rispetto quella in B

Carica fluisce da A (potenziale maggiore) a B (potenziale minore)
Lavoro compiuto su carica Q da campo di forze elettriche e' QV

Per esempio, se corrente fluisce in motore elettrico il lavoro e' convertito in energia meccanica

Se corrente passa in un resistore si ha aumento di energia cinetica di vibrazione → lavoro della forza elettrica produce calore

Se differenza di potenziale e' V → lavoro e' Q· V

Potenza dissipata dalla corrente e' uguale al rapporto tra lavoro e tempo:

$$P = \frac{QV}{t} = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

e si misura in Watts (W) con 1W = 1A*1V

Legame potenza dissipata e calore dissipato per **Effetto Joule: per effetto della resistenza del mezzo l'energia cinetica acquistata dalla carica e' trasformata in energia termica**

Il calore (in Joule) è:

$$P\,t = I\,V\,t$$

- potenza di 1 W è applicata per 1 s → energia = 1 J

- 1 kW di potenza è applicato per 1 h → energia = 1 kWh = 10^3 3600 J

Esercizi

1) Un essere umano può rimanere folgorato se una pur piccola corrente di **50 mA** passa vicino al suo cuore. Un elettricista che lavora a mani nude e sudate realizza un buon contatto elettrico. Se la resistenza dell'elettricista è **2000 Ω**, quale tensione gli sarebbe fatale ?

2) Una stufa elettrica da **1250 W** viene costruita per essere alimentata a **220 V**. Quale sarà la corrente nella stufa? Qual è la resistenza dell'elemento riscaldante? Quanta energia viene prodotta in un'ora di accensione dalla stufa?