

Esercitazione 09/05/2023

- Momento angolare
- Moto roto-traslatorio

Compito 17.01.2022

Problema 2. Si assuma che la Terra sia una sfera con densità uniforme, massa $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg, raggio $R = 6.4 \times 10^6$ m che in un giorno compie una rotazione completa attorno al suo asse z, versore $\hat{k}$.

a) Scrivere l'espressione algebrica del momento di inerzia I_z della Terra rispetto all'asse z (potete verificare l'espressione sapendo che il valore numerico è pari a $I_z = 9.8 \times 10^{37}$ kgm²).

$$I_z = \hat{I}$$

b) Calcolare il vettore velocità angolare $\vec{\omega}$ della Terra (modulo, direzione e verso).

$$\vec{\omega} = \hat{\omega}$$

c) Calcolare il vettore momento angolare $\vec{L}$, associabile a questo moto.

$$\vec{L} =$$

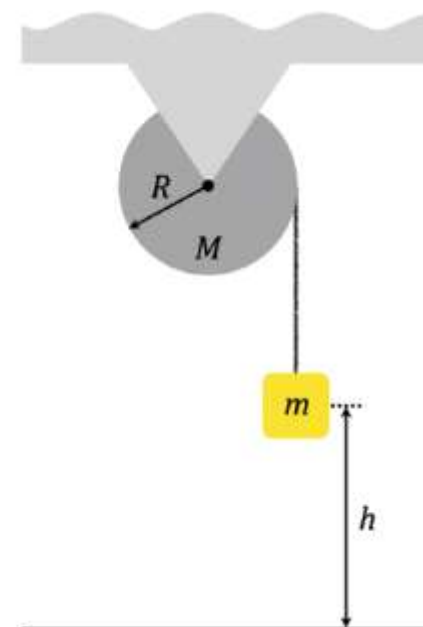
d) Calcolare la potenza media necessaria per fermare la Terra in un'ora.

$$P = \hat{P}$$

Compito 17.01.2023

Problema 2. Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h .

- a) Si disegnino in Figura le forze agenti sull'oggetto di massa m .
- b) Fissando $M = 4.7\text{kg}$, $m = 900\text{g}$ ed $h = 1.05\text{m}$, si calcoli la velocità v_F (in modulo) dell'oggetto al momento dell'impatto con il suolo.
Suggerimento: È possibile sfruttare la conservazione dell'energia meccanica.

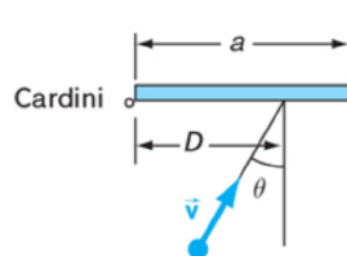


- c) Si determini l'espressione analitica dell'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ della puleggia in funzione delle grandezze introdotte M , R ed m .
- d) Si calcolino i valori del modulo dell'accelerazione angolare α e della tensione del cavo T fissando il raggio della puleggia a $R = 16\text{cm}$.

Compito 27.09.2022

Problema 2. Una porta aperta di massa M è in quiete quando viene colpita da una pallina appiccicosa di massa $m \ll M$ (approssimabile come puntiforme) in un punto posto a distanza D dall'asse passante per i cardini della porta. La velocità iniziale $\vec{v}$ della pallina giace nel piano orizzontale e forma un angolo θ con la normale alla porta (vedi figura della porta vista dall'alto). Dopo l'urto, la pallina si attacca alla porta.

La porta ha densità uniforme e larghezza a , mentre lo spessore della porta e le dimensioni dei cardini sono trascurabili rispetto alle altre dimensioni. Si trascuri l'attrito dei cardini.



Prima dell'urto

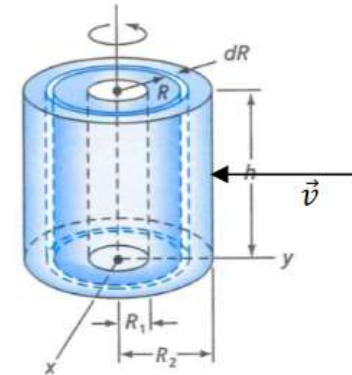


Dopo l'urto

- Considerando il sistema costituito da porta e pallina, si spieghi perché la quantità di moto totale del sistema non si conserva a seguito dell'urto. Quale quantità invece si conserva?
- Si determini un'espressione analitica per la velocità angolare ω finale della porta in funzione delle grandezze introdotte
- Si determini la variazione dell'energia cinetica del sistema (porta + pallina) tra lo stato prima dell'urto e quello dopo l'urto, fissando $m = 1.1 \text{ kg}$, $M = 35 \text{ kg}$, $a = 73 \text{ cm}$, $D = 62 \text{ cm}$, $\theta = 0.38 \text{ rad}$, e $v = 27 \text{ m/s}$

Problema 2. Si consideri un cilindro circolare retto **cavo** con densità uniforme ρ , massa M , altezza h , raggi interno ed esterno rispettivamente R_1 e R_2 come mostrato in figura.

- (a) Impostare il calcolo analitico e trovare l'espressione algebrica del momento di inerzia I_z di tale cilindro rispetto all'asse z . Suggestimento: per il calcolo analitico del momento d'inerzia in figura è mostrato un sottile strato cilindrico di altezza h , spessore infinitesimo dR e raggio R .



$$I_z = \int$$

$$I_z =$$

- (b) Un'officina meccanica realizza un cilindro simile a quello descritto che può ruotare con attrito trascurabile attorno ad un asse verticale fisso passante per l'asse di simmetria z . Si misurano i seguenti valori per il raggio interno $R_1 = 0.55$ m, il raggio esterno $R_2 = 0.95$ m e $I_z = 0.19$ kg·m². Un proiettile di massa $m = 0.043$ kg, sparato in direzione orizzontale si conficca dentro il cilindro a distanza $R_3 = 0.85$ m dall'asse z . Calcolare il momento d'inerzia I'_z del sistema cilindro-proiettile.

$$I'_z =$$

- (c) Calcolare la velocità angolare $\vec{\omega}'$ del sistema cilindro-proiettile dopo l'urto, sapendo che prima dell'urto il cilindro era in moto con velocità angolare $\vec{\omega} = 12$ rad/s $\hat{k}$ e il proiettile era in moto rettilineo uniforme con traiettoria nel piano $y-z$ e velocità $\vec{v} = -200$ m/s $\hat{j}$. Calcolare l'energia cinetica dissipata nell'urto.

$$\vec{\omega}' =$$

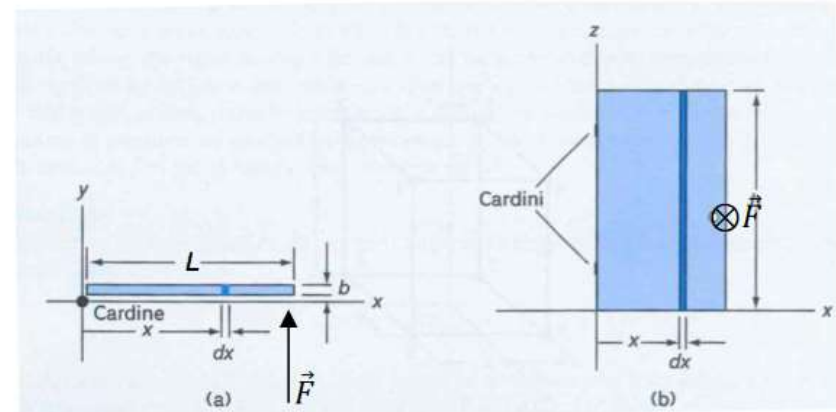
$$Ek =$$

Compito 14.02.2022

Problema 2. La porta in figura ha densità uniforme ρ , massa M , larghezza L , spessore b e altezza h .

a) Impostare l'integrale e scrivere l'espressione algebrica del momento d'inerzia della porta I_z rispetto all'asse z passante per i cardini assumendo $b \ll L$. Verificare che la porta con $M = 27.3 \text{ kg}$ e $L = 0.95 \text{ m}$, ha $I_z = 8.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

$$I_z = \int$$



b) Calcolare la massa m che, attaccata a distanza L dai cardini, raddoppi il momento d'inerzia della porta $I'_z = 2I_z$.

$$m =$$

c) Per aprire la porta con momento d'inerzia I'_z e inizialmente ferma, si applica forza $\vec{F}$ in modulo costante e diretta sempre perpendicolarmente alla porta stessa durante la rotazione. Quanto vale il modulo F necessario a far ruotare la porta di un quarto di giro in 1.0 s ?

$$F =$$

Provetta 2021/2022

4. Una sfera omogenea di massa 700 g rotola senza scivolare in salita su un piano inclinato a 20° rispetto a l'orizzontale. La velocità lineare iniziale della sfera è 1.5 m/s. Il momento di inerzia di una sfera omogenea di massa m e raggio R è $I = 2mR^2/5$.

(a) Qual è l'energia cinetica iniziale della sfera? Suggerimento: la sfera sta rotolando.

(b) Quale altezza (componente verticale dello spostamento) raggiunge la sfera prima di fermarsi? Quindi quale distanza percorre la sfera lungo il piano?

(c) Riprodurre i calcoli fatti in (a) e (b) per un cilindro cavo di medesima massa e velocità iniziale.

- 11.6** Un'autogru del peso di 30 kN, ferma su un terreno pianeggiante, sorregge un carico di 20 kN, come mostra la [Figura E11.5](#). (a) Determinare le forze normali esercitate dal suolo sulle ruote anteriori e sulle ruote posteriori. (b) Qual è il carico minimo che farebbe ribaltare la gru?

