

## Esercizio 1

Considera la QED scalare con azione

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu z)(D^\mu z)^* - m^2 z^* z \right], \quad (1)$$

dove  $D_\mu z = (\partial_\mu - ieA_\mu)z$ ,  $(D_\mu z)^* = (\partial_\mu + ieA_\mu)z^*$ .

- (i) Calcola l'ampiezza per lo scattering  $z\gamma \rightarrow z\gamma$  per l'analogo scalare dello scattering Compton, i.e. lo scattering tra particella scalare carica e un fotone con elicità  $h$ , con stato finale una particella scalare e un fotone con elicità  $h'$ , all'ordine leading in teoria perturbativa nel coupling di gauge  $e$ .
- (ii) Calcola il modulo quadro dell'ampiezza, sommato sugli stati di elicità finali e mediato sugli stati di elicità iniziali. Detti  $p_1$  e  $q_1$  i momenti iniziali e finali della particella scalare, e  $p_2$  e  $q_2$  i momenti iniziali e finali del fotone, semplifica l'espressione ottenuta esprimendola tutta la dipendenza dai momenti in termine di  $p_1 \cdot p_2$  e  $q_1 \cdot p_2$ .
- (iii) Specifica la formula precedente al sistema del laboratorio, in cui la particella scalare è inizialmente a riposo, ed esprimi il risultato in funzione di  $\omega$  e  $\omega'$ , rispettivamente la frequenza iniziale e finale del fotone, e dell'angolo di scattering  $\theta$  tra il fotone incidente e quello uscente.

## Esercizio 2

Considera la teoria di un campo scalare complesso  $z$  e di due campi di Dirac  $\psi_A$   $A = 1, 2$  con azione

$$S = \int d^4x \left\{ \partial_\mu \bar{z} \partial^\mu z - m^2 \bar{z} z + i \bar{\psi}_A \not{\partial} \psi_A + \frac{y}{2} [z(\bar{\psi}_A \psi_A - \bar{\psi}_A \gamma^5 \psi_A) + \bar{z}(\bar{\psi}_A \psi_A + \bar{\psi}_A \gamma^5 \psi_A)] \right\}, \quad (2)$$

in cui è implicita la somma sull'indice ripetuto  $A$ .

- (i) Scrivi l'ampiezze per lo scattering  $P_A P_B \rightarrow P_A P_B$  tra due particelle di Dirac entranti e due particelle uscenti, dove  $A, B = 1, 2$  sono il label del tipo di particella, all'ordine leading in teoria perturbativa nel coupling  $y$ , distinguendo i due casi  $A = B = 1$  (o equivalentemente  $= 2$ ) e  $A = 1, B = 2$ .
- (ii) Nel caso di scattering  $P_1 P_2 \rightarrow P_1 P_2$ , scrivi il modulo quadro dell'ampiezza, mediata sugli stati di spin iniziali e sommata sugli stati di spin finali.