

Logica

Lezione 2

Verso un linguaggio formale

Perche` un linguaggio formale? Perche`:

1. la logica studi argomenti validi in virtu' della **forma**.
2. Il linguaggio naturale e' **ambiguo**;
3. Il linguaggio naturale traccia distinzioni **non rilevanti** per la validita;

Forma

(1) Oggi è o lunedì o martedì.

Oggi non è lunedì.

. . Oggi è martedì.

(2) La Gioconda è stata dipinta o da Rembrandt o da Michelangelo.

Rembrandt non ha dipinto la Gioconda.

. . La Gioconda è stata dipinta da Michelangelo.

(2) O Stefano ha almeno diciott'anni, oppure è minorenni.

Stefano non ha almeno diciott'anni.

. . Stefano è minorenni.

- Questi tre argomenti sono tutti validi.
- Sono variazioni di una stessa forma.

$P \vee Q.$

Non si dà il caso che $P.$

$\therefore Q.$

(Sillogismo disgiuntivo)

- Lettere enunciative.
- I tre argomenti (e molti altri) sono esemplificazioni dello schema sopra, della stessa forma argomentativa.

- La forma e` indipendente dalla scelta delle specifiche lettere enunciative.

R o T.

Non si dà il caso che R.

.. T.

→ E` la stessa forma vista sopra.

- è possibile riconoscere più di una forma in una data argomentazione, a seconda del grado di dettaglio.

O vengo alla festa, o sto a casa e mi annoio.

Non vengo alla festa.

\therefore Sto a casa e mi annoio.

2 forme:

$P \vee (R \wedge Q)$.

non si dà il caso che P .

$\therefore (R \wedge Q)$

Oppure

$P \vee Q$.

Non si dà il caso che P .

$\therefore Q$.

- O anche:

P

Q

∴ R

- Diciamo che una forma e' **valida** se:
per **ogni esemplificazione** della forma, non si ha mai un caso in cui le premesse sono vere e la conclusione e falsa.
- E' invalida altrimenti.

- **Nota bene:**

Noi studieremo le forme, non gli argomenti.

As essere validi per noi saranno (anzitutto) le forme e non gli argomenti (cioe' le esemplificazioni delle forme).

- Questo perche' valutare un argomento puo' essere complicato.
- Ad esempio, perche' un ragionamento esemplifica molte forme.

- Logica formale:

Neutrale rispetto al contenuto (Topic neutral).

Universale.

- Ad ogni modo:

1.

Considereremo valido un argomento se e' esemplificazione di **almeno una forma valida.**

(Quindi l'esemplificazione di una forma invalida e' poco interessante)

→ Gli argomenti invalidi esemplificano solo forme invalide.

2.

E in genere buona norma (e la adotteremo)
quella di dare la forma piu` analizzata.

→ Se una argomentazione e' valida, e' valida anche
nella forma piu' analizzata.

Nota Bene 2

Una forma e' invalida se almeno una sua esemplificazione ha premesse vere e conclusione falsa.

→ **Controesempio.**

2. Ambiguita`

- Identificare la forma logica e' complicato dall'ambiguita' del linguaggio naturale.

Oggi è lunedì oppure oggi è martedì ed è il giorno delle elezioni.

Vuol dire:

(Oggi è lunedì oppure oggi è martedì) ed è il giorno delle elezioni.

Oppure

Oggi è lunedì oppure (oggi è martedì ed è il giorno delle elezioni.)

→ Punteggiatura e pause possono non essere abbastanza perspicui.

Luca e Federico hanno portato una torta.

Vuol dire:

Luca ha portato una torta e Federico ha portato una torta.

Oppure:

(Luca e Federico) hanno portato una torta.

- Vi e' anche variabilita' di espressioni.

Una negazione, ad esempio, non e' solo espressa come:
non si da' il caso che...

Ma anche con particelle come *im-*, *dis-*, *a-*, eccetera.

(Ma non sempre! “Immorale”, non e' “non-morale” potrebbe anche essere “amorale”).

→ Vogliamo uniformita'.

3. Distinzioni logicamente irrilevanti.

- *O Gabriella mi sposa oppure non mi sposa.*
- *Gabriella mi sposa o non mi sposa.*
- *Gabriella mi sposa o no.*

→ P o non si dà il caso che P.

“L’eleganza la lasciamo ai sarti”

Frege.

Morale:

Introdurremo un linguaggio artificiale (formale) che serva i nostri scopi (studiare le forme argomentative) e superi i limiti del linguaggio naturale.

- Abbiamo già` introdotto le lettere enunciative nei nostri esempi.
- Ma abbiamo lasciato espressioni come “e”, “o”, “non si da` il caso che...”
 - Ora sostituiamo anche quelle con simboli.

- Si noti che queste espressioni sono fondamentali.
 - Sono loro che marciano gli snodi della forma logica.

Sono detti **operatori logici** o **connettivi**.

Operatori logici

- Ci concentreremo su 5 operatori logici, corrispondenti a:

non si dà il caso che

e

o ... o

se ... allora

se e solo se

Negazione

Non si dà il caso che

- *Operatore enunciativo unario.*

- *Esprime la negazione dell'enunciato a cui si applica.*

- Espresso in vari modi e in varie posizioni.

Spesso non di fronte all'enunciato intero, ma al verbo.

Simbolo: -

Congiunzione

... e ...

- Operatore enunciativo binario
- Esprime la congiunzione di due enunciati (i *congiunti*).

- Espresso in varie forme.
- Useremo il simbolo: &

Disgiunzione

... 0 ...

- Operatore enunciativo binario.
- Esprime la disgiunzione di due enunciati (i *disgiunti*).

→ Simbolo: \vee

Condizionale
(o implicazione)

Se ..., allora ...

- Operatore enunciativo binario.
- Esprime l'implicazione di un enunciato da un altro.

Simbolo: \rightarrow

- La parte a sinistra di \rightarrow e' detta **antecedente**.
- Quella a destra e' detta **conseguente**.

- Espresso in vari modi nel linguaggio naturale.

$P \rightarrow Q$

se P, allora Q

P implica Q

P, solo se Q

*Solo se Q, P **

** NB qui il conseguente Q compare a sinistra!*

Condizionali e argomenti

- Il condizionale e` simile, ma diverso da un argomento.

$P \rightarrow Q$ e` un condizionale. E` un enunciato unico che fa una asserzione che puo' essere, nel suo intero vera o falsa.

In particolare, non asserisce la verita' ne' del suo antecedente ne` del conseguente. Ma solo la relazione di implicazione che vige tra di loro.

- Un argomento:

P

∴

Q

Invece consta (qui) di due enunciati separati. P e Q sono premessa e conclusione (non antecedente e conseguente di un unico condizionale!)

L'argomento asserisce qui la verità di P e quella di Q.

Inoltre afferma che vi è una relazione tra P e Q (di implicazione logica).

- Argomenti e condizionali non vanno confusi.
- Vi e' pero una stretta relazione tra l'implicazione (implication) del condizionale e l'implicazione logica (entailment) dell'argomento.
 - Teorema di deduzione.

Condizioni necessarie e sufficienti

- $P \rightarrow Q$ puo` essere letto come:

1. se P , allora Q

2. solo se Q , P

- Si noti che antecedente (P) e conseguente (Q) catturano condizioni diverse.

Dato $P \rightarrow Q$

P da` una condizione **sufficiente** per Q.

Q da` una condizione **necessaria** per P.
(sole se Q, P).

- Esempio:

Se hai risposto correttamente a tutte le domande, allora riceverai un bel voto.

Solo se hai risposto correttamente a tutte le domande, riceverai un bel voto.

Bicondizionale

- Se le condizioni sono sia necessarie che sufficienti, allora entrambe le direzioni del condizionali devono essere coinvolte.

Se e solo se

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow P$$

Il “se e solo se” (sse) e` ; un operatore enunciativo binario.

Usiamo il simbolo: \leftrightarrow

- Ora abbiamo abbastanza simboli per formalizzare completamente gli esempi di argomenti.

$P \text{ o } Q.$

Non si dà il caso che $P.$

.. $Q.$

Ora diventa:

$P \vee Q$

$\neg P$

.. Q

- Che scriveremo in orizzontale come:

$P \vee Q, \neg P \vdash Q$

- Con premesse separate da virgole.
- Simbolo \vdash (cancelletto o segno di asserzione)

Intermezzo preparatorio al linguaggio formale

- Un linguaggio formale e` dato da:

Vocabolario (insieme dei simboli primitivi)

Sintassi (come i simboli si possono combinare per avere espressioni grammaticali)

Semantica (cosa le espressioni significano).

- Esempio:

Sia L un linguaggio formale.

Vocabolario di L : #, !

- Sintassi di L:

in due passi.

1. Ogni sequenza di simboli di L e` una formula (un'espressione) di L.

Quindi

####!

!!#!

!

Sono tutte formule di L.

- Le sequenze sopra pero' non devono rispettare nessuna regola grammaticale.
- Non sono per forza sequenze **ben formate**.

- Le formule ben formate sono un sott'insieme di tutte le formule di L , ottenute specificando le regole della sintassi.

Df. Un linguaggio L è un insieme X
di simboli / segni e un insieme
di regole per la formazione di
stringhe / sequenze di simboli
t.c. ci sia permesso isolare un
sottoinsieme X' di X di forme
che codificano le regole di derivazione
di L .

- Def. L'insieme X delle fbf di un linguaggio L e` un sott'insieme delle formule di L , che soddisfa le regole di formazione.

- Esempio:

Regola di formazione:

Qualunque sequenza di formule che inizi con #
e` ben formata.

- Esercizio, provare a dare un linguaggio con regole.
- Dare almeno due regole. E fornire un esempio di formula che risulta dall'applicazione di entrambe le regole.