

Lezione 3

Linguaggio formale Vocabolario e Sintassi

Linguaggio formale

- Costruiamo il nostro linguaggio formale L dando:

vocabolario

sintassi (regole di buona formazione)

semantica

Vocabolario

1. un insieme **At** di simboli **non** logici:

'P', 'Q', 'R', ...

→ Le lettere enunciative.

- Un insieme **C** di simboli logici:

'-', '∨', '&', '→', '↔'

→ I connettivi. Operatori logici.

- Un insieme di simbolo ausiliari Par:

‘(, ’)’

→ Le parentesi

- Formule di L sono qualsiasi sequenza (lineare) di simboli di L, e includono:

PP&Q)

PV →

P&Q

((-

→ Alcune non ancora ben formate.

Sintassi

(1) Qualunque lettera enunciativa (A) è una fbf di L .

(2) Se A è una fbf di L , allora anche $\neg A$ è una fbf di L .

(3) Se A e B sono fbf di L , allora anche $(A \vee B)$, $(A \wedge B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$ sono fbf di L .

(4) (chiusura) Nient'altro è una fbf di L .

- Nota: la definizione di fbf sostituisce in L il test intuitivo per enunciati dichiarativi.

- L'insieme delle fbf e` un insieme induttivo.

(liberamente generato).

- Induzione e ricorsione.

- Fare esempi di applicazione

- Nota: le parentesi

 - Esterne possono essere omesse.

(A volte si omette di più: v, & legano più di \rightarrow e \leftrightarrow e meno di -)

- A e B sono **meta-variabili** (stanno per fbf di L, che a loro volta stanno per enunciati del linguaggio naturale)
 - A volte lettere greche.
- NB: le meta-variabili NON fanno parte di L.
- Nemmeno \vdash fa parte di L. (non ci sono fbf in cui compare. Distinzione condizionali e argomenti).

- Meta-variabili e |- fanno parte del linguaggio piu` grande, esterno, in cui parliamo di L.
- Usiamo ad esempio, spesso l'Italiano per parlare di L. Ma l'Italiano non fa parte di L.

(esempi di fbf)

$\neg\neg\neg R$ è un fbf di L ?

Dimostrazione. Sia $R \in At$. Se $R \in At$ allora per (R1) R è un fbf di L .

Se R è un fbf di L allora, per (R2) $\neg R$ è un fbf di L . Se $\neg R$ è un fbf di L allora per (R2) $\neg\neg R$ è un fbf di L . Se $\neg\neg R$ è un fbf allora per (R2) $\neg\neg\neg R$ è un fbf di L . \blacksquare

$(P \vee Q \vee R)$

ne fbt!

Sia $P, Q, R \in At$. Se è così allora per

(R1) P, Q, R sono fbt di C . Non è applicabile nessuna delle 3 regole $R1, R2, R3$ quindi per (R4) si conclude $(P \vee Q \vee R)$ non è ne fbt di C \blacksquare

- Eserciziario: Capitolo 2.
Esercizio 1

Nozioni sintattiche

- Le lettere enunciative sono formule **Atomiche**.
→ Non contengono altri simboli (logici).
- Ogni altra fbf non è atomica, ma **molecolare**.
- Una **sottoformula** è una fbf inclusa in una formula.
(ogni formula è sottoformula di se stessa).

- L'**ambito** di una occorrenza di un connettivo e` la piu` piccola fbf che contiene quell'occorrenza.

$\neg \neg \neg \neg R$
┌ ┌ ┌ ┌ ┌
└ └ └ └ └

$((A \wedge B) \wedge C) \wedge D$

- Ogni fbf composta ha uno e un solo operatore il cui ambito è l'intera fbf: l'**operatore principale**.

→ Gli altri sono simboli subordinati.

→ Determina il tipo di formula: una congiunzione, una negazione, ecc.

- Capitolo 1.
Esercizi 2.3.

- Nota:

il trattamento della sintassi puo' essere piu' ricco.

- Alberi sintattici.

- Dimostrazione di alcuni fatti sintattici.

(ad es. che l'operatore principale e' sempre unico, o che le parentesi di destra e sinistra sono nello stesso numero).

Per induzione, o usando gli alberi.

Si veda, ad esempio: *Mathematical logic* di Hodges e Chiswell.