

# FISICA NUCLEARE

## Fissione nucleare

- **Reazione a catena controllata (2)**
- **Il reattore nucleare preistorico di Oklo**
- Il motore di Rubbia

## Reazione a catena controllata

- Massa  $\infty$  estesa di **uranio naturale** (0.72 %  $^{235}\text{U}$ , 99.28 %  $^{238}\text{U}$ )
- Singola fissione  $\Rightarrow \sim 2.5$   **$n$** , **ognuno dei quali può stimolare ulteriore fissione**, e così via: **reazione a catena**
- Ogni fissione libera  $\sim 200$  MeV di energia cinetica di frammenti, e radiazione
- **Fattore moltiplicazione**  $k_{\infty}$  nel mezzo  $\infty$  esteso (trascuando perdite da superficie) dà numero medio nuovi  **$n$ -termici** prodotti da ogni  **$n$ -termico**
- Reazione a catena **non si spegne** se  $k_{\infty} \geq 1$ .  $2.5$   **$n$**  prodotti in media da ogni fissione sono però **veloci** (piccola sez. d'urto fissione). **Per favorire la reazione a catena bisogna moderarli, fino a velocità termiche**, per le quali la sezione d'urto, **in regime  $\sim 1/v$** , vale circa 580 b
- Molti  **$n$**  prodotti da fissione possono venir assorbiti o distolti da reazione a catena  $\Rightarrow$  può restarne disponibile meno di 1 termico per fissione, determinando lo stop della reazione a catena
- Possibile moderatore è carbonio (**grafite**). Moderatore più efficiente ha nuclei più leggeri, idrogeno, ma carbonio buona scelta per facilità di disporre, in forma solida e sagomabile, per basso costo e alta densità

- Pila di **volume finito**, se  $k = 1$  in condizione **critica** ; **sottocritica** se  $k < 1$  ; **supercritica** se  $k > 1$

**Condizione di criticità garantisce un rilascio costante d'energia**

- $k_{\infty}$  si calcola seguendo evoluzione d'un insieme di **n-termici** da una generazione all'altra
  - **N n-termici** in una generazione, con  $\nu$  numero medio di **n-veloci** da ogni fissione, una frazione dei quali assorbiti in  $^{235}\text{U}$  e in  $^{238}\text{U}$  da processi (**n,  $\gamma$** )
  - $\eta$  numero medio di **n** utili a fissione, prodotti da ogni **n-termico**, con  $\eta < \nu$ . Dette  $\sigma_f$  e  $\sigma_a$  le sez. d'urto di "fissione" e "altri processi" d'assorbimento di **n-termici**  $\Rightarrow$  probabilità che **n** dia fissione è

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a} \quad \text{da cui} \quad \eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$$

Per  $^{235}\text{U}$   $\sigma_f = 584$  b e  $\sigma_a = 97$  b  $\Rightarrow \eta = 2.14$  **n-veloci** per ogni **n-termico**. Ma  $^{238}\text{U}$  non è fissionabile da **n-termici**  $\Rightarrow \sigma_f = 0$ , mentre  $\sigma_a = 2.75$  b. Per **miscela naturale** di  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$  le sezioni d'urto efficaci di fissione e assorbimento sono

$$\sigma_f = \frac{0.72}{100} \sigma_f(235) + \frac{99.28}{100} \sigma_f(238) = 4.20 \text{ barn}$$

$$\sigma_a = \frac{0.72}{100} \sigma_a(235) + \frac{99.28}{100} \sigma_a(238) = 3.43 \text{ barn}$$

da cui  $\eta = 1.38$ , valore prossimo ad 1; per cui controllando e contenendo perdite di **n** si ottiene **reattore critico**

Arricchire al **3%** di  $^{235}\text{U}$   $\Rightarrow \eta = 1.84$  e permette di tollerare perdite di **n** mantenendo condizioni critiche

- ... parte degli  $N$   $n$ -termici assorbiti hanno prodotto fissione, generando  $\eta N$   $n$ -veloci che contribuiscono a mantenere criticità **se termalizzati**. Questi  $n$ -veloci possono incontrare nucleo di  $^{238}\text{U}$  con piccola sez. d'urto di fissione da  $n$ -veloci,  $\sim 1$  barn. Ne deriva piccolo incremento  $\epsilon$  di  $n$ -veloci che diventano  $\eta\epsilon N$ 
  - Per uranio naturale  $\epsilon \simeq 1.03$

Si modera mescolando materiale leggero (**grafite**) con combustibile del reattore

- Da tabella, per termalizzare  $n$  di 1 MeV servono  $\sim 100$  collisioni con nuclei di carbonio

Nucleo	$\xi$	$n$
$^1\text{H}$	1.00	18
$^2\text{H}$	0.725	25
$^4\text{He}$	0.425	43
$^{12}\text{C}$	0.158	110
$^{238}\text{U}$	0.0084	2200

Durante processo  $n$  attraversano regione  $10 \div 100$  eV, dove  $^{238}\text{U}$  ha molte risonanze di cattura  $n$ , con valori  $\sim 10^3$  b,  $>$  di quello di fissione per  $^{235}\text{U}$

- Per garantire adeguato numero di  $n$ -termici bisogna impedire cattura risonante su  $^{238}\text{U}$ . Se uranio e grafite intimamente mescolati, come due polveri, **non** è possibile evitare cattura risonante, poiché numero di urti moderatori sul carbonio è piccolo, prima che  $n$  possa incontrare un nucleo di  $^{238}\text{U}$
- Si interpongono blocchi carbonio di dimensioni utili a garantire che in essi un  $n$ -veloce termalizzi a energie minori di quelle di cattura risonante in  $^{238}\text{U}$

- $n$  da fissione termalizza in  $\sim 19$  cm di grafite  $\Rightarrow$  pila minimizza perdita  $n$  da cattura risonante su  $^{238}\text{U}$  con matrice di combustibile alternato a mattoncini grafite di  $\simeq 19$  cm di lato
- Alcuni  $n$  subiscono comunque cattura risonante su  $^{238}\text{U}$  e ne tiene conto un fattore  $p$   
Dopo termalizzazione  $\Rightarrow \eta\epsilon p N$   $n$  residui. Tipicamente  $p \simeq 0.9$
- $n$  termalizzato dovrebbe poter subito rientrare a contatto con l'uranio combustibile, ma alcuni vengono catturati dalla grafite. Contribuiscono a cattura anche materiali strutturali della pila

**Carbonio** buon moderatore con bassissima sez. d'urto di cattura termica (  $\sim 0.0034$  b )

- Tien conto di cattura residua il **fattore di utilizzazione termica**  $f$  che vale  $\simeq 0.9$
- $n$  che sopravvivono a cattura nel *moderatore e altri materiali non fissili*  $\Rightarrow \eta\epsilon p f N$
- ▶ Criticità reattore dipende da confronto fra  $\eta\epsilon p f N$  ed  $N$
- Fattore moltiplicazione  $k_\infty$  è quindi:  $k_\infty = \eta\epsilon p f$  detto **formula dei quattro fattori**
- **Progetto reattore**  $\Rightarrow$  compromesso per ottimizzare i tre **fattori geometrici**,  $\epsilon$ ,  $p$ ,  $f$ 
  - Blocchi combustibile grandi riducono  $p$ , poiché assorbimento risonante è prevalente su loro superficie
  - Interno elemento combustibile non vede quindi  $n$  catturabili in modo risonante. Maggiori dimensioni elem. combustibile, più efficace superficie nello schermare uranio interno dall'assorbire  $n$

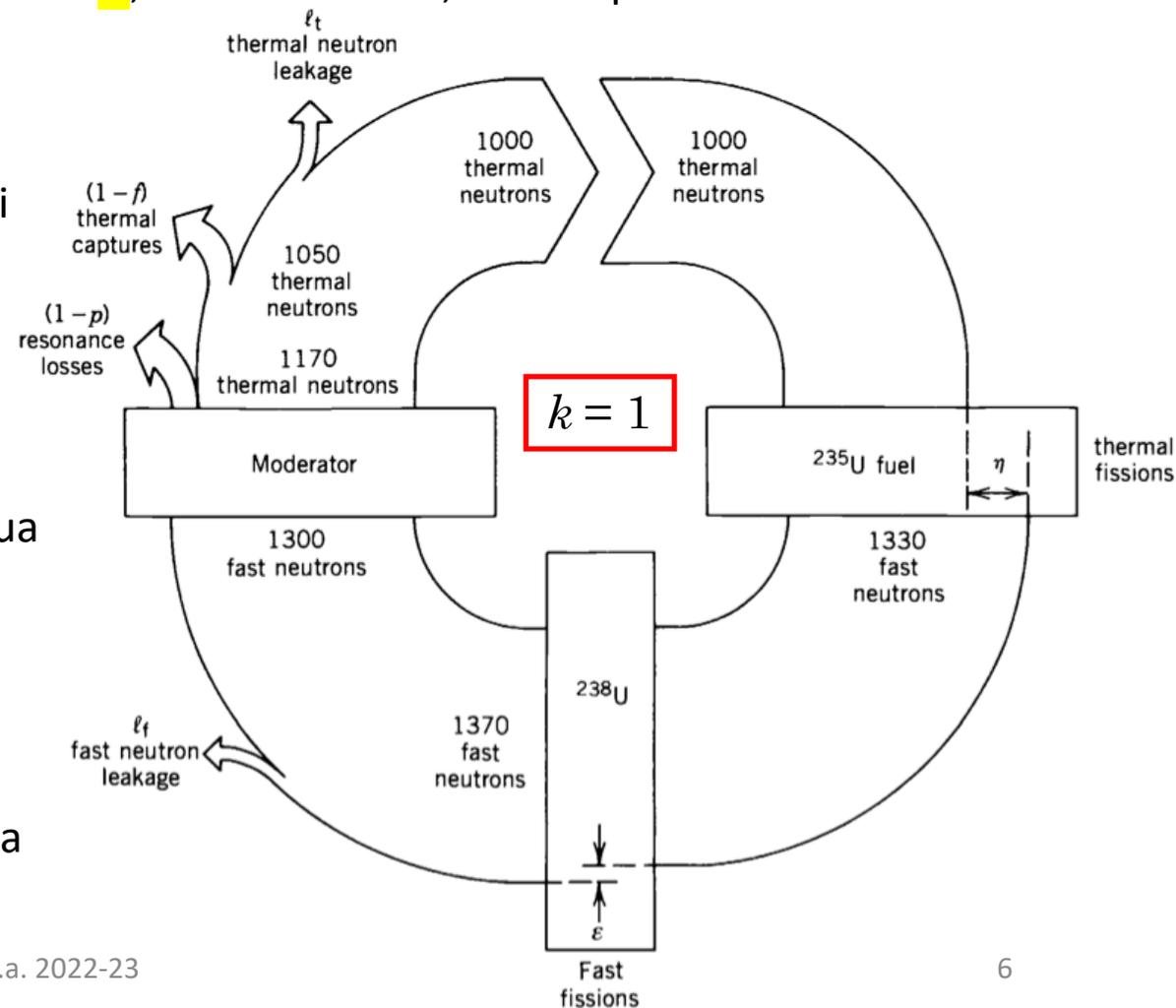
- Ma se elem. combustibile troppo grande, anche **n-termici** utili a fissione, producono fissione prevalentemente sulla superficie, interessando meno la parte più interna

In pila reale, **di dimensioni finite**, bisogna considerare la perdita di **n**, veloci e termici, dalla superficie esterna

- Si introducono i fattori,  **$l_f$**  e  **$l_t$** , **fast & thermal n leakage** per tenerne conto e li si ingloba nella formula del fattore di moltiplicazione

$$k = \eta \epsilon p f (1 - l_f) (1 - l_t)$$

- Al crescere dimensioni reattore, diminuisce rapporto fra sua area esterna e suo volume, quindi la frazione di **n** che sfuggono
- Se  **$l_f$**  ed  **$l_t$**  sono piccoli, allora  **$k_{\infty} - k \approx k (l_f + l_t)$**   
Perdita totale  **$(l_f + l_t)$**  decresce al crescere dell'area esterna



- Perdita  $n$  cresce con distanza copribile prima di essere assorbiti (**lunghezza migrazione  $M$** ), che dipende da due contributi: **lunghezza di diffusione  $L_d$**  per  **$n$ -termici**, e **lunghezza di rallentamento  $L_s$** , necessaria a termalizzare un  **$n$ -veloce**

$$M = \left( L_d^2 + L_s^2 \right)^{1/2}$$

Per grafite  $L_s = 18.7 \text{ cm}$  e  $L_d = 50.8 \text{ cm}$

Supponendo reattore **sferico** di raggio  $R$ , ragionevole porre  $(k_\infty - k) \propto R^{-2}$  con  $(k_\infty - k)$  dipendente da  $M$

Se questi sono i soli parametri coinvolti, ragionamento dimensionale  $\Rightarrow$

$$k_\infty - k \propto \frac{M^2}{R^2}$$

da cui valore critico  $R_c$  per il raggio (**criticità  $\Rightarrow k = 1$** ):

$$R_c = \frac{\pi M}{\sqrt{k_\infty - 1}}$$

Per reattore a uranio naturale moderato a grafite:  $R_c = 5 \text{ m}$ . Dimensione riducibile, mantenendo criticità, se si circonda la pila con materiale che **rifletta** all'interno i neutroni che vogliono uscirne

## Tempi caratteristici coinvolti nel processo di moltiplicazione neutronica

- Costante tempo  $\tau$  che caratterizza i  $n$  in reattore comprende tempo necessario a moderarli  $\approx 10^{-6}$  s, e tempo associato a diffusione ad energie termiche prima dell'assorbimento  $\approx 10^{-3}$  s
- Supponendo d'avere  $N$   $n$  al tempo  $t$ , se ne hanno mediamente  $kN$  al tempo  $(t + \tau)$ ,  $k^2N$  al tempo  $(t + 2\tau)$ , e così via. L'accrescimento  $dN$  in un intervallo di tempo  $dt$  è allora

$$dN = (kN - N) \frac{dt}{\tau} \quad \text{da cui} \quad N(t) = N_0 e^{(k-1)t/\tau}$$

- Se  $k = 1 \Rightarrow N = \text{cost.}$ , ovvero il *modo desiderato di operatività d'un reattore*. Se  $k < 1$  numero  $n$  decade esp. col tempo. Se invece  $k > 1$  esso cresce esp. col tempo, con cost. caratteristica  $\tau/(k - 1)$
- Un reattore *supercritico* dell'1% ( $k = 1.01$ ) ha costante temporale dell'ordine di 0.1 s, da cui la *necessità* di poter governare *celermente* il controllo dei parametri che determinano il valore di  $k$
- Controllo attuato mediante inserzione o estrazione di barre di cadmio (più pratico di altri materiali quale il B), nel volume attivo della pila, dato che  $\text{Cd}$  ha un altissimo potere d'assorbimento di  $n$  termici

## Il reattore nucleare preistorico di Oklo

- Abbondanza relativa di  $^{235}\text{U}$  nei giacimenti terrestri di uranio, ~ 2 miliardi di anni fa, era ~ 3.813%, abbastanza > di quella attuale, 0.7202%

Si potevano avere condizioni di criticità senza dover arricchire in  $^{235}\text{U}$

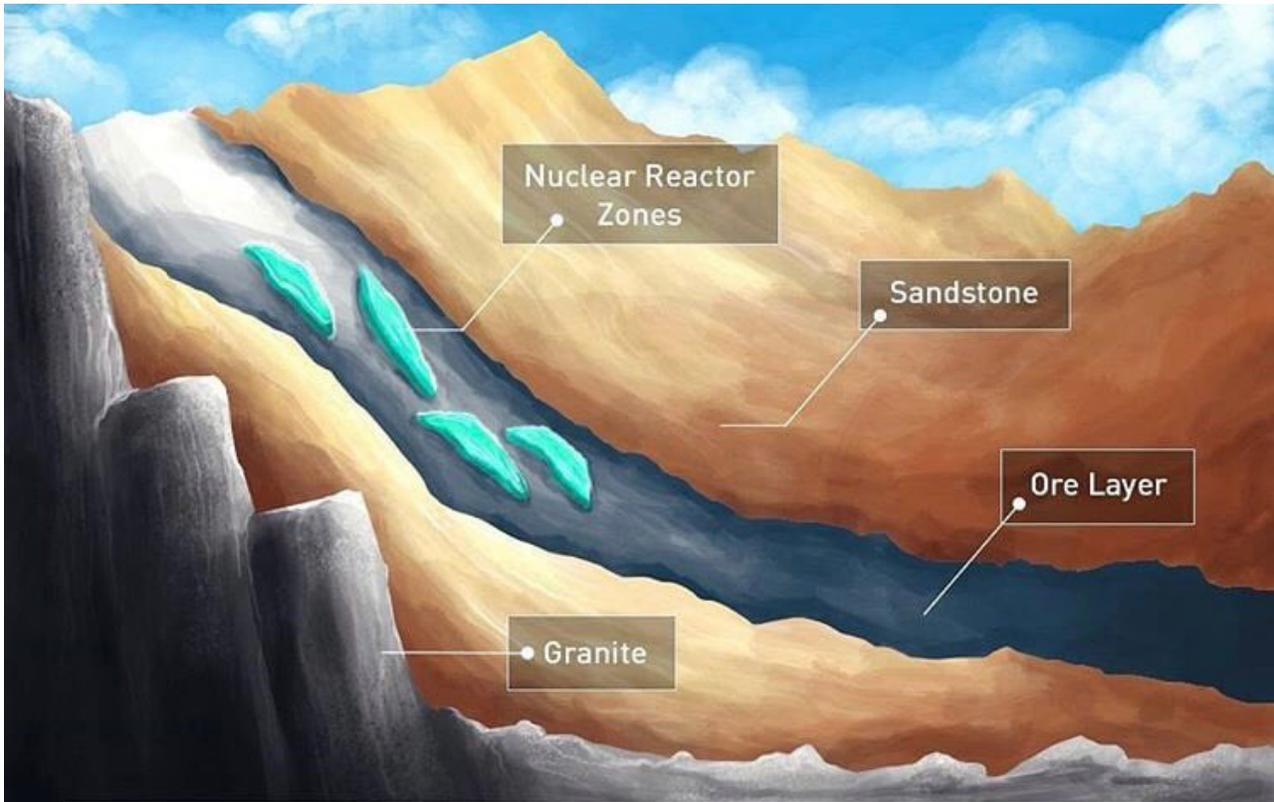
**Spontaneamente in almeno una occasione !**

- Condizioni: concentrazione uranio sufficientemente alta (> 10% della massa totale) assieme a ridotta concentrazione di materiali con alta sez. d'urto d'assorbimento per  $n$ , e contemporanea presenza di sufficiente acqua quale moderatore, > 50% della massa totale

Condizioni della zona di depositi di minerali uraniferi di **Oklo**, nel Gabon

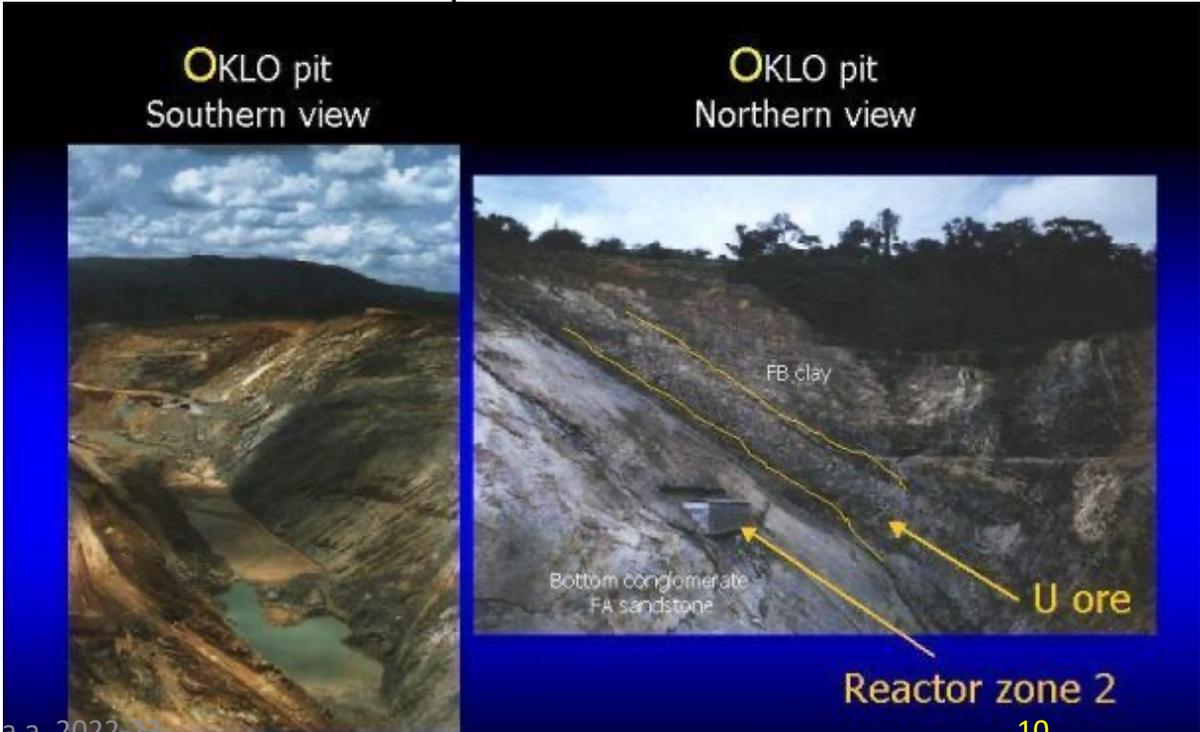
- ~ 2 miliardi di anni fa si svilupparono sulla Terra alghe verdi-azzurre, efficaci nella fotosintesi clorofilliana. Loro diffusione determinò sviluppo dell'atmosfera ricca di ossigeno che caratterizza ancora oggi la Terra

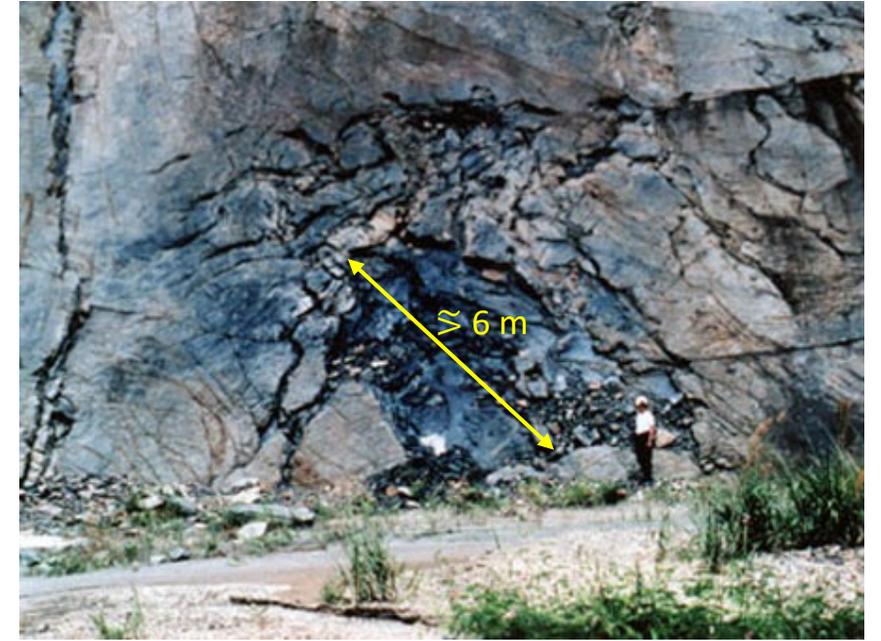
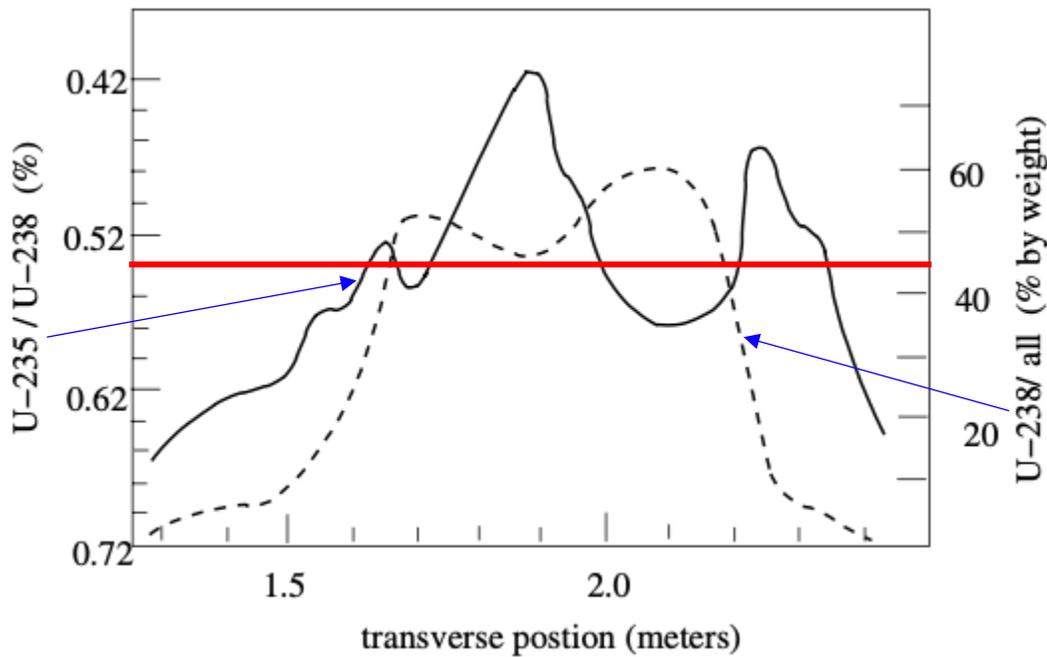




Oklo reactor in Gabon is the only known natural nuclear fission reactor on Earth. It is a uranium deposit where self-sustaining nuclear chain reactions began occurring about 1.7 billion years ago.

- Uranio solubile in acqua solo in presenza di ossigeno  
 ⇒ aumento ossigeno ha permesso soluzione di uranio in acqua e suo conseguente trasporto in luoghi dove poteva depositarsi in concentrazioni crescenti
- Importante anche particolare conformazione del terreno, con inclinazione di circa 45° che permise accumulo di acqua in un serbatoio naturale dove l'ossido di uranio si poteva concentrare

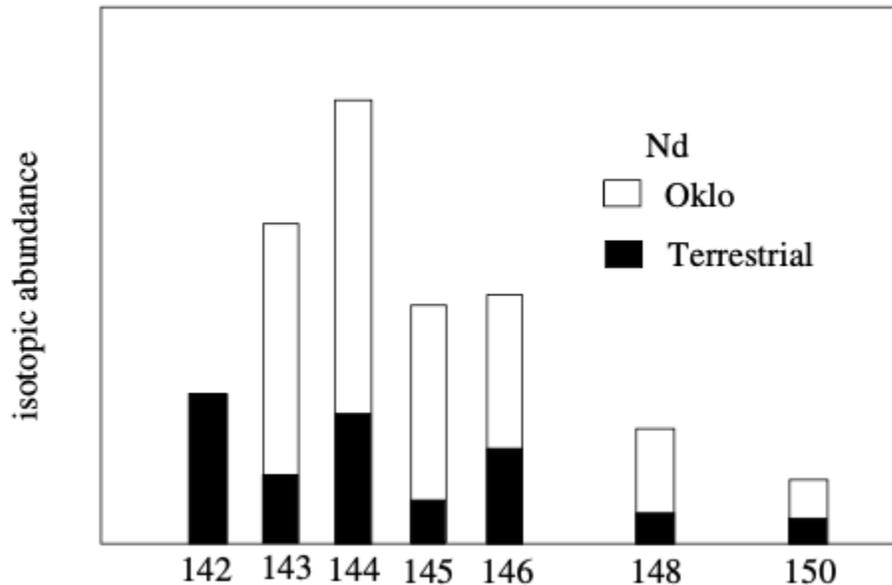




Dal grafico il rapporto  $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$  nel minerale del deposito è in media a  $\sim 0.54\%$ , rispetto allo  $0.72\%$  medio terrestre odierno. Oltretutto vi è presenza di prodotti di fissione (Nd).

**Quindi una parte di  $^{235}\text{U}$  è stata utilizzata prima dell'estrazione del minerale dalla miniera!**

Si suppone che la struttura naturale abbia costituito una sorta di reattore che ha funzionato in condizione  $\sim$  **critica** per  $\sim 10^6$  anni in un periodo situato grosso modo  $1.8 \times 10^9$  anni fa.



## Interessante limite per dipendenza dal tempo del valore di costanti fondamentali

- In **Oklo** abbondanza di  $^{149}\text{Sm}$  è tipica degli scarti d'un reattore,  $\sim 40$  volte  $<$  valore dell'abbondanza naturale dell'isotopo, pari al **13.8%**

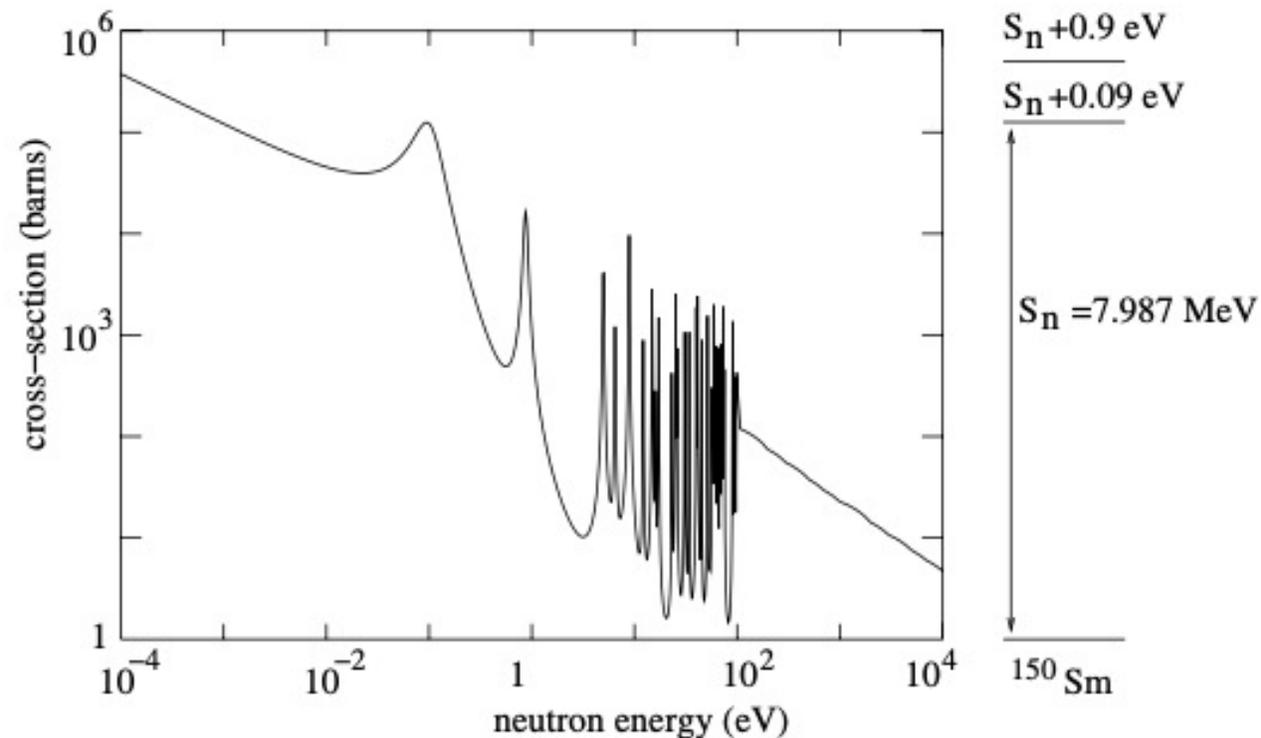
▶ **Abbondanza così bassa è dovuta a *cattura risonante* di *n-termici* che trasformano  $^{149}\text{Sm}$  in  $^{150}\text{Sm}$**

- Cattura di ***n-termici*** sul nuclide  $(A, Z)$  dipende dalla presenza di stati altamente eccitati del nuclide  $(A+1, Z)$  che possono decadere emettendo  $\gamma$  o ***n*** di energia

$$E_n \sim kT \sim 0.2 \text{ eV}$$

Stato eccitato del nuclide  $(A+1, Z)$  ha quindi, rispetto suo stato fondamentale, energia  $E \sim S_n + 0.02 \text{ eV}$ , con  $S_n \simeq 8 \text{ MeV}$  l'**energia di estrazione** del ***n***

- Se cattura risonante di ***n-termici*** su  $^{149}\text{Sm}$  era attiva anche  $1.8 \times 10^9$  anni fa, allora energia del livello è cambiata meno di **0.02 eV** nello stesso periodo  $\Rightarrow$  limite al cambiamento  $< 10^{-8}$

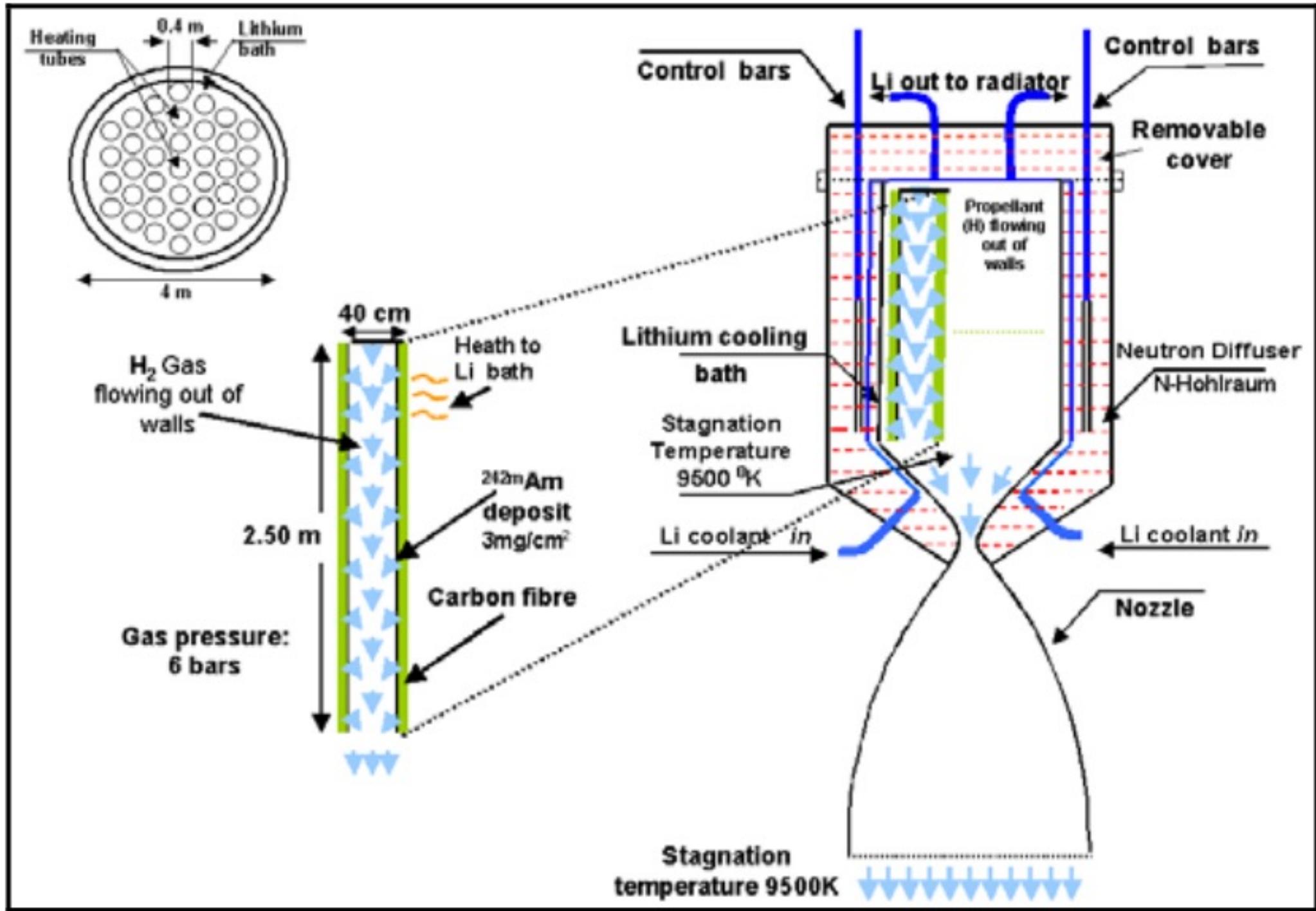


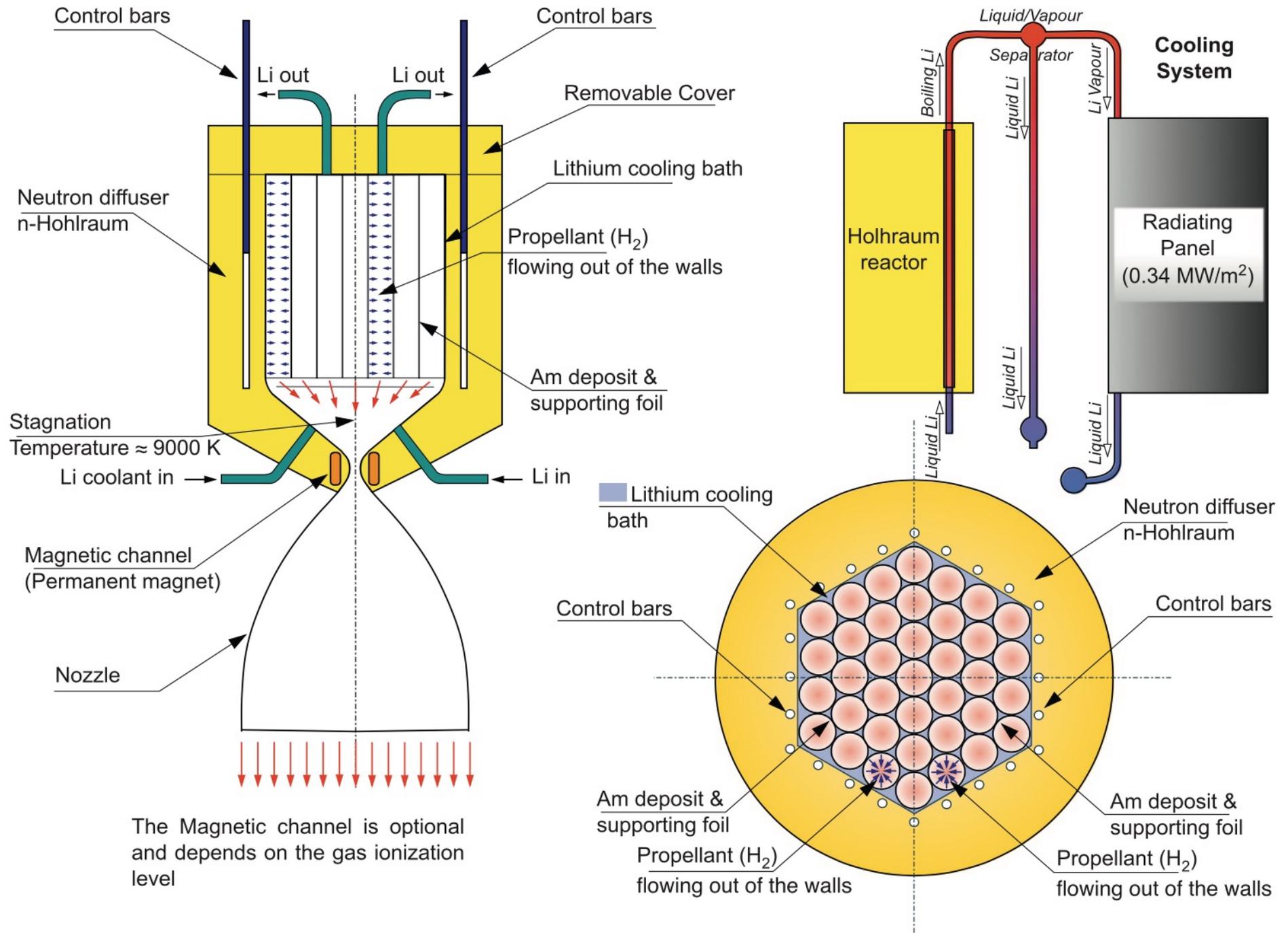
- Posizione livelli dipende dal valore di costanti fondamentali  $\Rightarrow$  limite ottenuto si riflette su limite a eventuale cambiamento del valore delle costanti nello stesso arco di tempo

- 1% circa dell'entità energetica dei livelli è di origine elettrostatica  $\Rightarrow$ 
  - limite  $10^{-8}$  sul cambiamento del valore dei livelli può considerarsi conservativamente come limite di  $10^{-6}$  sul cambiamento del valore della **costante di struttura fine** nell'arco di 2 miliardi di anni



MOTORE  
di  
RUBBIA





The Magnetic channel is optional and depends on the gas ionization level

---

## SINGLE TUBE

---

Diameter	0.4 m
length	2.5 m
Thickness fuel layer	3 $\mu\text{m}$
Power Density	2 MW/m <sup>2</sup>
Thermal power	6 MW
H <sub>2</sub> Pressure	6 bar
T <sub>MAX</sub> H <sub>2</sub>	9000 K
FF Heating Efficiency	$\leq 20\%$
Thrust	87 N

---

## SYSTEM

---

Number of tubes	37
Total Thrust	3200 N
I <sub>sp</sub>	$\leq 2700$ s
Thermal power	230 MW

---