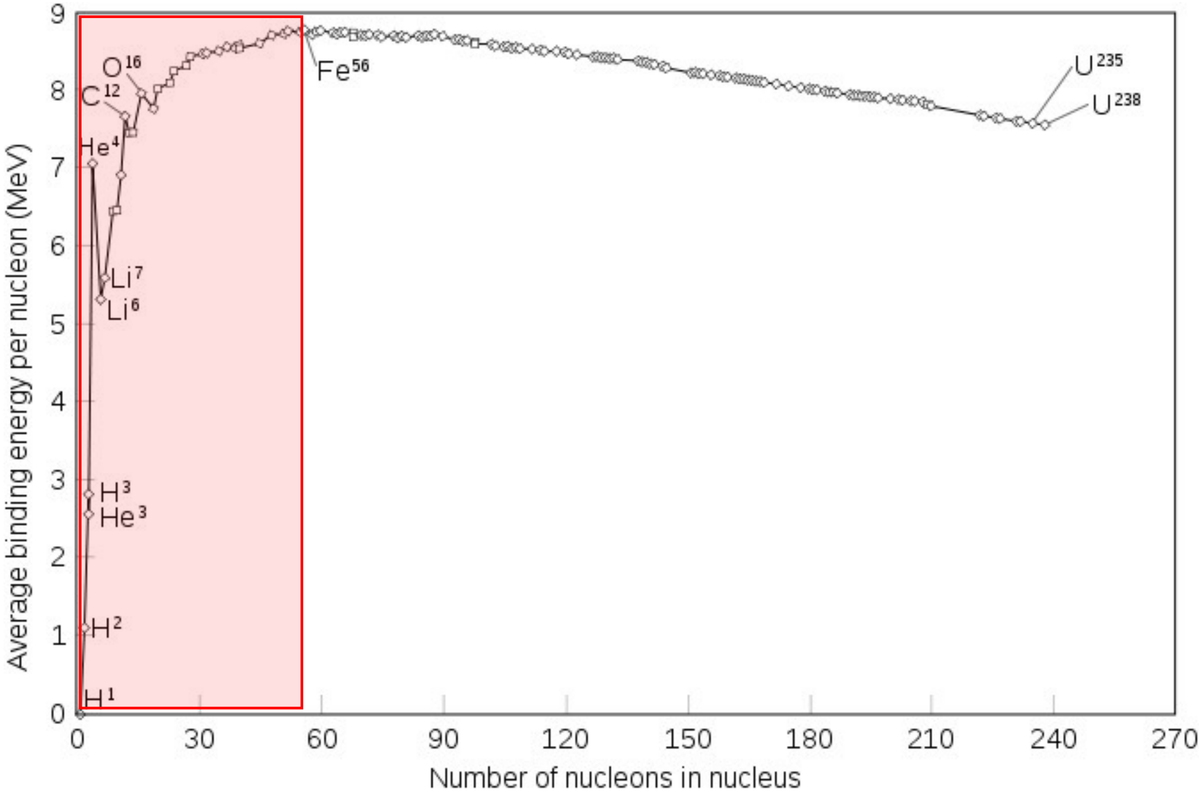
FISICA NUCLEARE

Fusione nucleare

- Caratteristiche della fusione
  - Rilascio energetico
  - Rateo di fusione

Fusione nucleare



- Estrae energia da nuclei partendo da più leggeri e risalendo verso più pesanti e stabili
- Fusione due nuclei in uno con $A < 56$ rilascia energia
- ***Vantaggi*** *vs* fissione: nuclei leggeri abbondanti in natura; prodotti di fusione anch'essi leggeri e non radioattivi
- ***Svantaggio*** *vs* fissione: vincere repulsione coulombiana

Fissione indotta da $\boldsymbol{n}$ non richiede superamento barriera e bastano $\boldsymbol{n}$ di basse energie, per i quali sez. d'urto con $^{235}\mathrm{U}$ cresce al calare dell'energia cinetica

- **Superata barriera coulombiana**, fusione molto probabile: i due nuclei si sovrappongono evolvendo verso stato di minima energia. Processo base della fusione è quindi più semplice rispetto alla fissione
- Più elementare fusione concepibile, $p+p \rightarrow {}^{2}\mathrm{He}$, non ha luogo per instabilità di ${}^{2}\mathrm{He}$
- Invece avviene ${}^{2}\mathrm{H}+{}^{2}\mathrm{H}\rightarrow {}^{4}\mathrm{He}+\gamma$, dove $\boldsymbol{\gamma}$ bilancia l'energia, non avendo ${}^{4}\mathrm{He}$ stati eccitati

Energia rilasciata $Q = B(^4He) - [2 \cdot B(^2H) + E_\gamma] = 23.8$ MeV **>** energie separazione di $\boldsymbol{p}$ e $\boldsymbol{n}$ da ^4He

Sono però più probabili :

$$\boxed{\begin{array}{lr} ^2H + ^2H \rightarrow \; ^3He + n & (Q = 3.3 \text{ Mev}) \\ ^2H + ^2H \rightarrow \; ^3H \; + p & (Q = 4.0 \text{ Mev}) \\ ^2H + ^3H \rightarrow \; ^4He + n & (Q = 17.6 \text{ Mev}) \end{array}}$$

- **Più è stabile il prodotto finale, maggiore è l'energia rilasciata**
- Fusione in step successivi di 4 p a formare ^4He $\Rightarrow$ energia termonucleare rilasciata in stelle di tipo solare

➤ Passo successivo in una stella: quando ∼ tutto idrogeno è fuso in elio, allora fonde l'elio

- La reazione più semplice da immaginare, $^4He + ^4He \rightarrow \, ^8Be$ ***non osservata*** poichè ^8Be si disgrega in due ^4He in tempo ∝ a quello di formazione $(\sim 10^{-16})$ s

Ha invece luogo : $3 \times \, ^4He \rightarrow \, ^{12}C$

➤ Probabilità $\mathbf{3}$ particelle interagiscano contemporaneamente nello stesso punto è però molto piccola

- Nelle stelle processo ***in due step***: piccola concentrazione in equilibrio di ^8Be con immediata cattura di α su ^8Be ***Processo risonante*** nel produrre ^{12}C e sez. d'urto tale da favorire cattura α prima che ^8Be si disgreghi

- Barriera coulombiana nell'elio è alta $\Rightarrow$ esso *brucia* solo nelle stelle più calde e vecchie

  A temperature maggiori si hanno altre reazioni di fusione, che procedono sino al $^{56}\mathrm{Fe}$

Caratteristiche della fusione: rilascio energetico

***Q*-valore della reazione appropriata**. Il più delle volte particelle coinvolte interagiscono con energie ∈ (1 ÷ 10) keV, piccole rispetto Q-valori (alcuni MeV) $\Rightarrow$ energia tot. finale dei prodotti coincide praticamente col Q-valore

$$\boxed{\frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 \simeq Q}$$

Trascurando impulsi iniziali, quelli nel canale d'uscita hanno ugual modulo e versi opposti: $\boxed{m_b v_b \simeq m_Y v_Y}$

Da cui ricavando v_Y e sostituendo nella precedente:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{2}m_b v_b^2 &\simeq \frac{Q}{1 + m_b/m_Y} \\ \frac{1}{2}m_Y v_Y^2 &\simeq \frac{Q}{1 + m_Y/m_b} \end{aligned}}$$

$\Rightarrow$ le distribuzioni in energia per le reazioni di fusione elementari. Particella più leggera prende la parte maggiore dell'energia disponibile

$$\boxed{\frac{m_b v_b^2/2}{m_Y v_Y^2/2} = \frac{m_Y}{m_b}}$$

In reazione ***d-t***, 80% dell'energia disponibile va al ***n***; nella reazione ***d-d***, al ***n*** o ***p*** emessi va 75% dell'energia disponibile

Rateo di fusione

- **Due nuclei fondono se si vince la mutua repulsione coulombiana**

$$\boxed{U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}}$$

$(R_1 + R_2)$ distanza classica massimo avvicinamento. Ricordando $R = R_0 A^{1/3}$

$$\boxed{U_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0 \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)}}$$

Se $A_1 \approx A_2 \approx 2Z_1 \approx 2Z_2 = 8$ (Be), si ha $U_C \approx 4.8$ MeV, per l'energia necessaria ai due nuclei per superare la barriera coulombiana. Valore relativamente ridotto, facilmente ottenibile con Cockroft-Walton o Van de Graaf

➤ **Così però al momento dell'urto quasi tutti i nuclei interagiscono elasticamente!**

Per la fusione è infatti anche necessario che i due nuclei rimangano vicini per un tempo che può eccedere quello dell'urto indotto da fasci accelerati, tranne nei rari casi in cui l'urto è centrale, con parametro d'urto $b \simeq 0$

Favorisce fusione scaldare miscela ”***confinata***” di nuclei, dando abbastanza energia termica da permettergli di superare barriera coulombiana. ***Natura lo fa nella formazione di una stella***, dove forza gravitazionale ”***confina***” e favorisce il ”***riscaldamento***”

- Da cost. ***Boltzmann*** si stima temperatura per innesco fusione elio in una stella,

(k_B = 8.61673324 × 10^{-11} MeV K^{-1})

$$\boxed{T \simeq \frac{4.8}{k_B} \simeq 5.6 \times 10^{10}\ \mathrm{K}}$$

che è però valore >> di quello tipico interno di gran parte delle stelle $\sim 10^7 \div 10^8\,\mathrm{K}$

$\Longrightarrow$ molti rifiutarono inizialmente idea di ***Eddington*** che l’energia delle stelle provenisse da reazioni di fusione al loro interno

- Questo fatto è oltretutto uno degli ostacoli maggiori da superare per riuscire ad ottenere fusione controllata in un reattore

Reazioni di fusione hanno in realtà luogo a temperature inferiori, grazie alla combinazione di due fatti

- L’***effetto tunnel***, grazie al quale fusione non richiede necessariamente un’energia superiore a quella della barriera coulombiana. Nel decad. ***α***, penetrazione barriera dipende da alcuni fattori, il più importante è il fattore G di Gamow che dipende dalle velocità relative

Due nuclei interagenti con num. atomici Z_1 e Z_2 e masse m_1 e m_2 $\Rightarrow$

$$\boxed{G(E) = \sqrt{\frac{E_G}{E}} \qquad \text{con} \qquad E_G = 2m_r c^2 \left(\pi\alpha Z_1 Z_2\right)^2}$$

α è la costante di struttura fine ed $m_r = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$

- Prob. attraversamento barriera, quindi di fusione, è $\propto e^{-G(E)}$, aumentando con E
Per la fusione di due p in una stella tipica a temperatura $10^7\,\mathrm{K}$, si ha $E_G \simeq 490$ keV ed $E \simeq 1$ keV, da cui una ***probabilità di fusione molto bassa***, $\propto e^{-22} \simeq 10^{-9.55}$

- Il secondo fatto che dà ragione dei ratei dei processi di fusione nelle stelle, dipende dalla forma ***maxwelliana*** delle distribuzioni di energia al loro interno $\Rightarrow$ anche a temperature di $10^7 \div 10^8\,\mathrm{K}$, ci sono comunque nuclei con energie cinetiche superiori a quella media della distribuzione, sulla coda alta delle stesse e con valori più adatti a favorire la fusione

È dalla cooperazione tra questi due effetti che dipende la fusione nucleare in una stella

➤ Si supponga fusione fra due nuclei $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$, in equilibrio termico a temp. T, con densità $\boldsymbol{n_a}$ e $\boldsymbol{n_b}$

- T abbastanza alta da rendere i nuclei $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ un ***plasma*** completamente ionizzato
- Velocità dei due tipi di nuclei distribuite secondo ***Maxwell- Boltzmann***

Probabilità di avere due nuclei con velocità relativa v nell'intervallo $(v + \mathrm{d}v)$

$$\boxed{P\,(v)\,\mathrm{d}v \;=\; \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{m_r}{kT}\right)^{3/2} e^{\left(-mv^2/2kT\right)} v^2 \mathrm{d}v}$$

con m_r la massa ridotta

Detta σ_{ab} la sez. d'urto di fusione, per il rateo R_{ab} delle reazioni di fusione per unità di volume si ha

$$\boxed{R_{ab} \;=\; n_a n_b \langle \sigma_{ab} v \rangle} \qquad \text{con} \qquad \boxed{\langle \sigma_{ab} v \rangle \;\equiv\; \int_0^{\infty} \sigma_{ab} v P\,(v)\,\mathrm{d}v}$$

tenendo conto che molte sezioni d'urto a bassa energia hanno andamento $\propto$ all'inverso dell'energia cinetica E del proiettile, e ricordando ruolo dell'effetto tunnel, si può porre

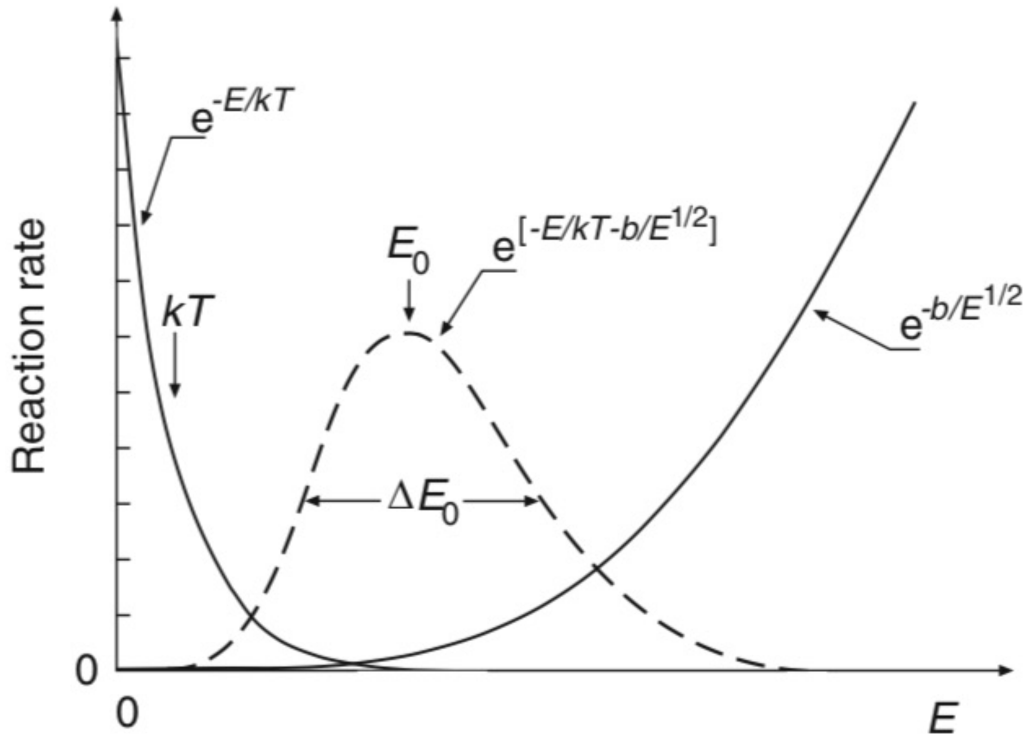
$$\boxed{\sigma_{ab}\,(E) \;=\; S\,(E)\;\frac{1}{E}\;e^{-\left(\frac{E_G}{E}\right)^{1/2}}}$$

dove $S(E)$ è funzione lentamente variabile (***no risonanze***) di E ed esprime i dettagli dei meccanismi nucleari dell'interazione. Sostituendo si ha il rateo delle reazioni di fusione per unità di volume

$$R_{ab} = n_a n_b \sqrt{\frac{8}{\pi m_r}} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty S(E)\, e^{\left[-\frac{E}{kT} - \sqrt{\frac{E_G}{E}}\right]} \mathrm{d}E$$

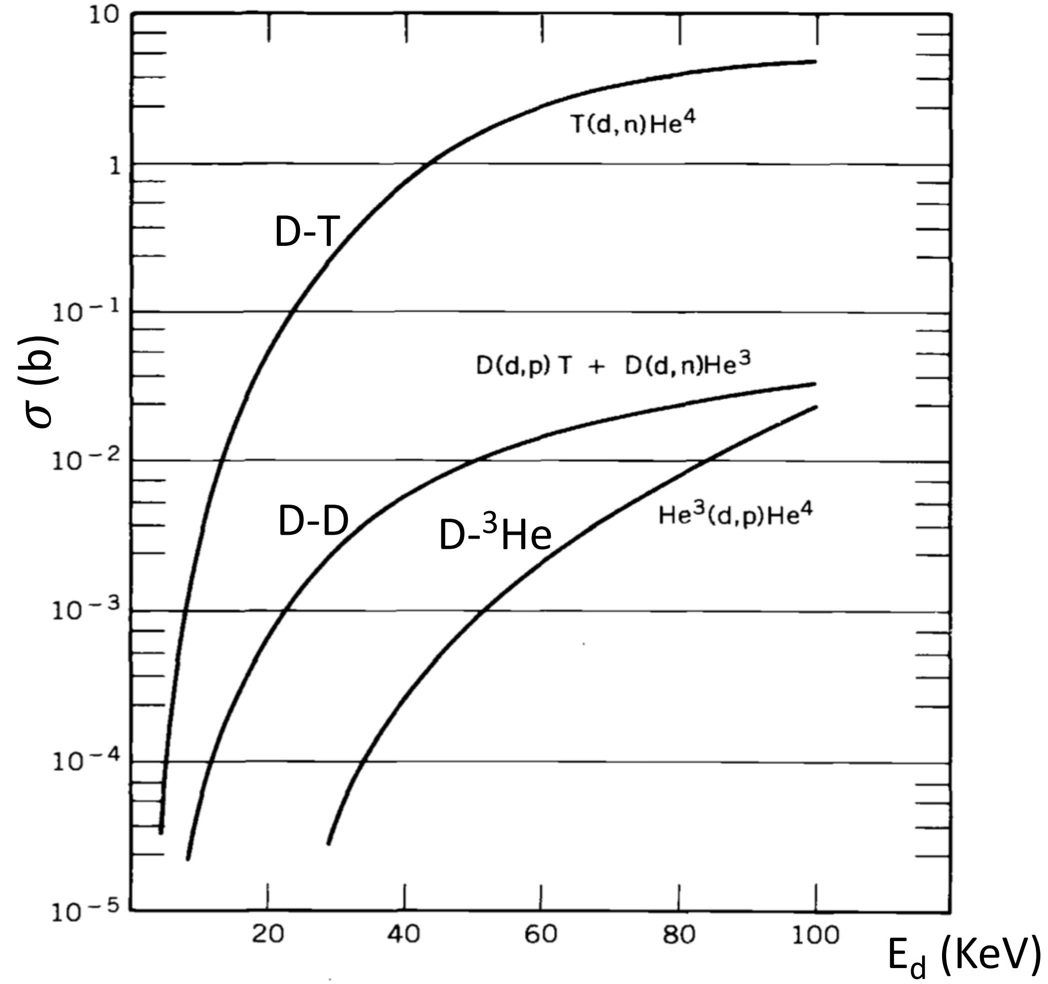
$S(E)$ lentamente variabile con E $\Rightarrow$ ruolo dominante svolto dal termine esponenziale. Il termine Maxwelliano, calante con E, si combina con quello crescente dovuto all'effetto tunnel, dando un massimo nell'integrando, detto ***picco di Gamow***, in corrispondenza al valore

$$E = E_0 = \left[\frac{1}{4} E_G (kT)^2\right]^{1/3}$$



Il processo di fusione può quindi aver luogo nel ristretto intervallo d'energie $E_0 \pm \Delta E_0$, con

$$\Delta E_0 = \frac{4}{2^{1/3}\sqrt{3}} E_G^{1/6} (kT)^{5/6}$$



Con 2 p che fondono a temp. $\mathrm{T} = 2{\times}10^7$ K ($\mathrm{T}_{\odot}{\simeq}1.57{\times}10^7$ K), si ha E_G =493 keV, kT =1.7 keV, E_0 =7.2 keV e ΔE_0 = 8.2 keV

Per l'energia prodotta in una stella tipo **Sole**, la quasi totalità viene dal cosiddetto ciclo ***protone-protone***, che ha più di un canale possibile, il principale dei quali, detto catena **PP-I**, inizia con la fusione di nuclei di idrogeno e la conseguente produzione di nuclei di deuterio

$$ {}^1_1\mathrm{H} + {}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^2_1\mathrm{H} + e^+ + \nu_e + 0.42 \text{ MeV} $$

Il deuterio si fonde quindi con altro idrogeno dando ${}^3{}_2\mathrm{He}$

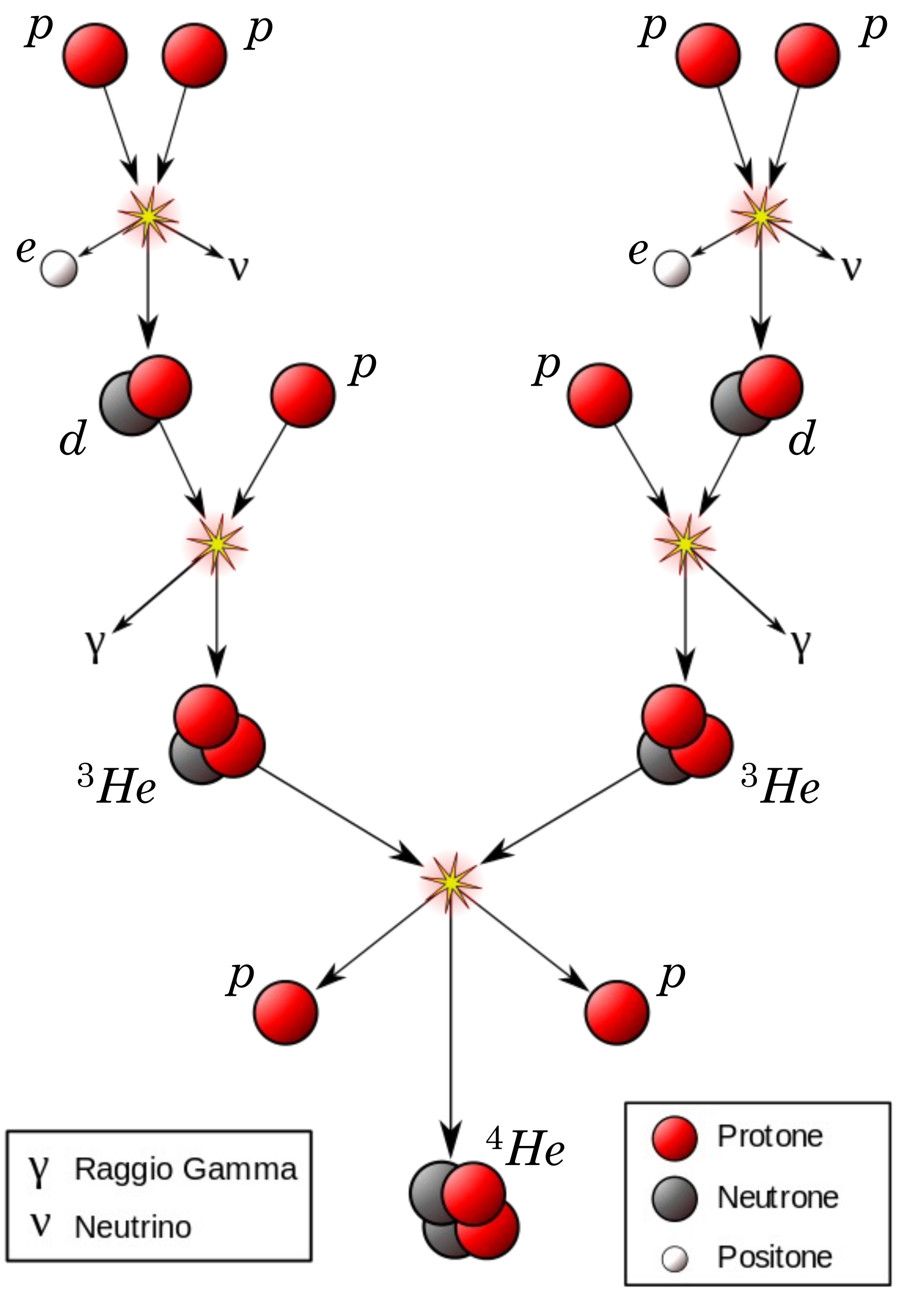
$$ {}^1_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma + 5.49 \text{ MeV} $$

Infine due nuclei di ${}^3{}_2\mathrm{He}$ si fondono e formano ${}^4{}_2\mathrm{He}$

$$ {}^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\left({}^1_1\mathrm{H}\right) + 12.86 \text{ MeV} $$

La prima reazione, dovuta a interazione debole, procede con un rateo molto basso, da cui la lunga ***vita media*** del Sole!

PP-I


p
p
p
p
e
ν
e
ν
d
p
p
d
γ
γ
^3He
^3He
p
p
^4He
γ Raggio Gamma
ν Neutrino
Protone
Neutrone
Positone