UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2021/2022 Sessione Estiva – II Prova Scritta – 05.07.2023

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

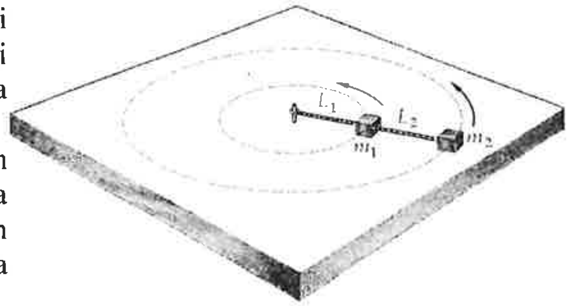
Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un blocco di massa m_1 = 0.48 kg è attaccato ad un filo di lunghezza L_1 = 0.50 m fissato ad un estremo. Il blocco si muove su una circonferenza orizzontale (di raggio L_1) su una superficie liscia (vedi figura).
Un secondo blocco, di massa m_2, è attaccato al primo con un filo di lunghezza L_2 = 0.40 m e si muove anch'esso su una circonferenza (di raggio L_1+L_2). Le masse si muovono con una frequeza f = 20 giri al minuto e la tensione sulla corda più esterna ha intensità T_2 = 5.0 N. Calcolare:



a) Il periodo T del moto

i) $T = \frac{1}{f}$ ii) T = 3,0 s

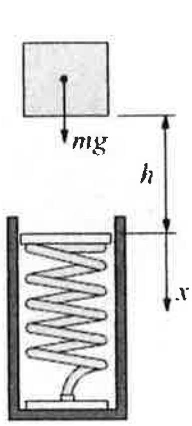
b) La massa m_2 del blocco più esterno

i) $m_2 = \frac{T_2}{\omega^2 (L_1+L_2)}$ ii) m_2 = 1,27 Kg

c) La tensione T_1 sulla corda più interna

i) $T_1 = m_2 \omega^2 (L_1+L_2) + m_1 \omega^2 L_1$ ii) T_1 = 6,07 N

2) Un blocco di massa m = 3.0 kg viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h sopra ad una molla di costante elastica k = 1200 N/m e di massa trascurabile. Il blocco rimane solidale con la molla e si arresta (momentaneamente) dopo averla compressa di una lunghezza x = 15 cm. Con riferimento a questa configurazione, calcolare:



a) Il lavoro L svolto dalla molla sulla massa:

i) $L = -\Delta U_e = -\frac{1}{2} K x^2$ ii) L = − 13,5 J

b) L'altezza h dalla quale si è lasciato cadere il blocco

i) $h = -x + \frac{Kx^2}{2mg}$ ii) h = 0,31 m

3) Un container cilindrico chiuso contiene acqua fino ad un'altezza h. Nel resto del cilindro sono presenti n = 5.0 moli di un gas monoatomico alla temperatura di T = 27 °C, che occupano un volume V = 130 litri. Alla base del contenitore vi è un piccolo forellino, da cui l'acqua sta uscendo alla velocità di v = 5.0 m/s. Si suppone che il foro sia così piccolo che il livello dell'acqua nel cilindro non cambi apprezzabilmente nel tempo. Trascurando la viscosità dell'acqua, calcolare:

a) la pressione p del gas:

i) $p = \frac{nRT}{V}$ ii) p = 95930 Pa

b) l'altezza h del livello dell'acqua

i) $h = \frac{p_a - p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$ ii) h = 1,82 m

Il cilindro viene poi scaldato in modo che il gas raggiunga la temperatura T' = 40 °C, mentre la variazione di temperatura dell'acqua è trascurabile. In queste condizioni, trovare:

c) la nuova velocità di fuoriuscita v' dell'acqua:

i) $v' = \sqrt{\frac{2(p' - p_a + \rho g h)}{\rho}}$ ii) v' = 5,77 m/s

d) il calore scambiato Q, il lavoro L compiuto o subito durante la trasformazione del gas, ed infine la variazione di energia interna ΔE_{int} del gas, specificando di che tipo di trasformazione si tratta

i) L = 0 (isocora) ii) L = 0

i) $Q = n c_v \Delta T = n \frac{3}{2} R \Delta T$ ii) Q = 811 J

i) $\Delta E_{int} = Q + L = Q$ ii) ΔE_{int} = 811 J

4) In un sistema cartesiano xOy, i cui assi sono misurati in metri, due cariche positive identiche di intesità Q = 0.10 mC sono collocate nei punti A (-1, 0) e B (1,0). Con riferimento al punto C (0,1), calcolare:

a) Il campo elettrico $\boldsymbol{E}$, specificandone modulo, direzione e verso:

i) $\boldsymbol{E} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\overline{AC}^2} \hat{j}$ ii) $\boldsymbol{E} = \sqrt{2}\, \frac{9}{2} \cdot 10^5 \frac{N}{C} = 6{,}36 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

b) Il valore del potenziale elettrico V:

i) $V = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\overline{AC}}$ ii) $V = 9\sqrt{2} \cdot 10^5$ V = $12{,}7 \cdot 10^5$ V

Si supponga ora che una sferetta di massa m = 10 g caricata anch'essa con Q = 0.10 mC, venga collocata in C e poi lasciata libera di muoversi (mentre le prime due cariche restano saldamente vincolate ai loro posti). Calcolare:

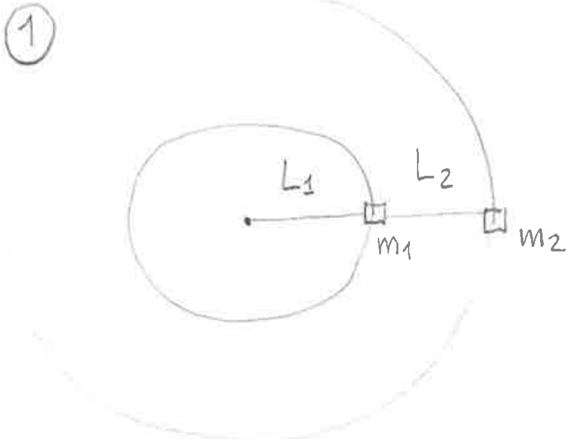
c) L'energia potenziale elettrostatica U della sferetta carica mentre si trova in C:

i) $U = QV$ ii) $U = 90\sqrt{2}$ J = 127 J

d) La velocità massima v_{max} che la carica raggiunge, idealmente, nel suo moto.

i) $v_{max} = \sqrt{\frac{2U}{m}}$ ii) v_{max} = 160 $\frac{m}{s}$

1



$m_1 = 0{,}48$ kg $\qquad L_1 = 0{,}50$ m

$m_2 = ?$ $\qquad L_2 = 0{,}40$ m

$f = 20 \, \frac{\text{giri}}{\text{minuto}} = \frac{1}{3} \, \frac{\text{giro}}{\text{s}}$

$T_2 = 5{,}0$ N

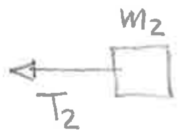
a) $T = \frac{1}{f} = 3 \frac{\text{s}}{\text{giro}} = 3\,\text{s}$

$\omega = 2\pi f = \frac{2}{3}\pi \, \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) La massa m_2 compie un moto circolare uniforme con velocità angolare ω e raggio $L_1 + L_2 = 0{,}90$ m
L'accelerazione centripeta di m_2 vale quindi:

$$a_{c,m_2} = \omega^2 (L_1 + L_2) = \frac{4}{9}\pi^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} \, 0{,}90\,\text{m} = 0{,}4\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tale accelerazione è fornita proprio da T_2:



$$T_2 = m_2 \, a_{c,m_2}$$

$$m_2 = \frac{T_2}{a_{c,m_2}} = \frac{5{,}0\,\text{N}}{0{,}4\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}27\,\text{kg}$$

c) La massa m_1 compie un moto circolare uniforme con velocità angolare ω e raggio L_1
L'accelerazione centripeta di m_1 vale quindi:

$$a_{c,m_1} = \omega^2 L_1 = \frac{4}{9}\pi^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \, 0{,}50\,\text{m} = \frac{2}{9}\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

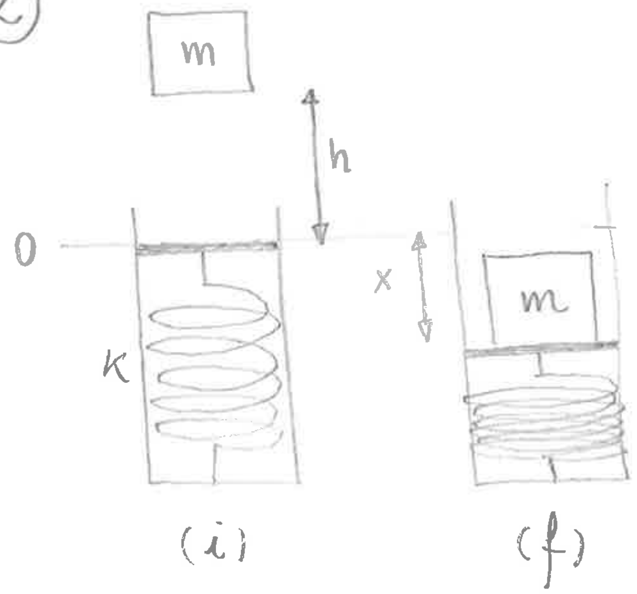
In questo caso l'accelerazione è fornita dalla differenza tra T_1 e T_2:

$$T_1 - T_2 = m_1 \, a_{c,m_1}$$

$$T_1 = T_2 + m_1 \, a_{c,m_1} = m_2 \, a_{c,2} + m_1 \, a_{c,1}$$

$$= 1{,}27\,\text{kg} \cdot 0{,}4\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0{,}48\,\text{kg} \cdot \frac{2}{9}\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6{,}07\,\text{N}$$

2



$m = 3,0 \ kg$

$k = 1200 \ \frac{N}{m}$

$h = ?$

$x = 0,15 \ m$

Rappresento le configurazioni iniziale (i) e finale (f).
Il problema si può risolvere con la conservazione dell'energia meccanica, in quanto le forze che compiono lavoro (forza peso e forza elastica) sono entrambe conservative

a) Lavoro della massa sulla molla:

$$\mathcal{L} = -\Delta U_e = -\frac{1}{2}Kx^2 = -\frac{1}{2} \, 1200 \, \frac{N}{m} \cdot (0,15 \, m)^2 = -13,5 \ J$$

(Il segno è negativo in quanto sto valutando il lavoro fatto dalla molla e non sulla molla. La forza elastica della molla si oppone al moto e compie quindi un lavoro negativo. A tale lavoro corrisponde un aumento di Ue)

b) Confronto (i) ed (f). Se prendo come riferimento comune il livello della molla a riposo ho:

NOTA
$K_i = K_f = 0$ perché la massa è ferma sia in (i) che in (f)

$$E_{mecc\,i} = U_{gi} + \cancel{U_{ei}} = mgh$$

$$E_{mecc\,f} = U_{gf} + U_{ef} = -mgx + \frac{1}{2}Kx^2$$

la massa scende di x sotto al livello di riferimento

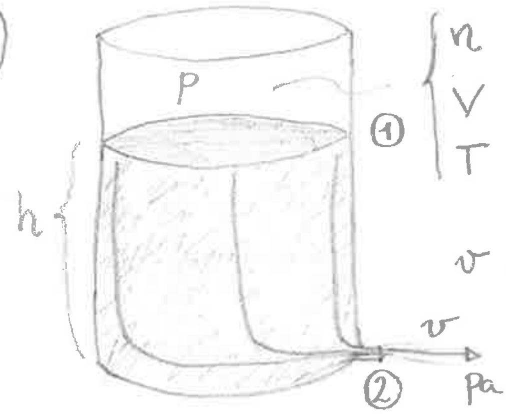
Imponendo la conservazione di Emecc:

$$mgh = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

$$h = -x + \frac{kx^2}{2mg} = -0,15 \, m + \frac{1200 \, \frac{N}{m} \, (0,15 \, m)^2}{2 \cdot 3,0 \, kg \cdot 9,8 \, \frac{m}{s^2}}$$

$$= -0,15 \, m + 0,46 \, m = 0,31 \, m$$

3



$$\begin{cases} n = 5{,}0 \text{ mol} \\ V = 130 \ \ell = 0{,}13 \text{ m}^3 \\ T = 27° C = 300 \text{ K} \end{cases} \qquad T' = 40°C = 313 \text{ K}$$

$$v = 5{,}0 \ \frac{m}{s}$$

a) Da $pV = nRT$ si ottiene

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{5{,}0 \text{ mol} \cdot 8{,}314 \frac{J}{K\,mol} \cdot 300 \cancel{K}}{0{,}13 \text{ m}^3} = 95\,930 \text{ Pa}$$

b) Applicando Bernoulli tra il pelo dell'acqua 1 e l'uscita dell'acqua a pressione atmosferica pa 2:

$$(I) \quad p + \rho g h + \underbrace{\cancel{\tfrac{1}{2}\rho v_1^2}}_{v_1 \sim 0} = p_a + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$\rho g h = p_a - p + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$h = \frac{p_a - p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{(101300 - 95930) \text{ Pa}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} + \frac{25 \frac{m^2}{s^2}}{19{,}6 \frac{m}{s^2}} = 0{,}55 \text{ m} + 1{,}28 \text{ m} = 1{,}82 \text{ m}$$

c) Con $T' = 313$ K si ha anche $p' = p\frac{T'}{T}$. Sostituisco in (I) e risolvo in v':

$$(II) \quad p' + \rho g h = p_a + \frac{1}{2}\rho (v')^2$$

$$p' - p_a + \rho g h = \frac{1}{2}\rho (v')^2$$

$$v' = \sqrt{\frac{2(p' - p_a + \rho g h)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\left(p\frac{T'}{T} - p_a\right) + 2gh}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1000 \frac{kg}{m^3}}\left(95930 \ \frac{313}{300} - 101300\right) \text{Pa} + 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}82 \text{ m}}$$

$$= \sqrt{-2{,}42 \ \frac{m^2}{s^2} + 35{,}67 \ \frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{33{,}25 \frac{m^2}{s^2}} = 5{,}77 \ \frac{m}{s}$$

si noti che $\frac{v'}{v} = 1{,}15$, a fronte di un rapporto $\frac{T'}{T} = 1{,}04$

d) Il gas subisce una trasformazione che lo riscalda a volume costante. Si tratta quindi di una isocora, per cui:

$$L = 0$$

$$Q = n C_v \Delta T = n \frac{3}{2} R \cdot \Delta T$$

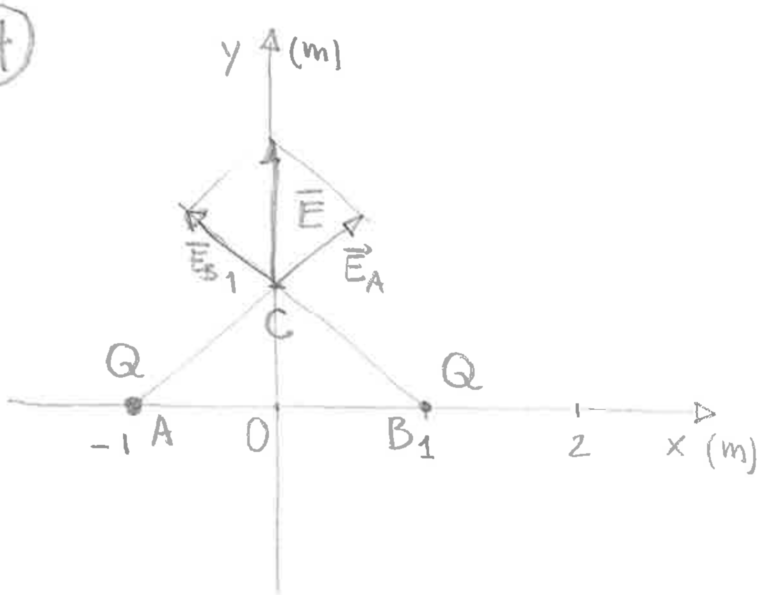
$$= 5{,}0\ \cancel{mol}\ \frac{3}{2} \cdot 8{,}314 \frac{J}{\cancel{mol}\ \cancel{K}} \cdot 13\ \cancel{K}$$

$$= 811\ J$$

Infine, per il I principio:

$$\Delta E_{int} = Q + L = 811\ J$$

④



$Q = 0,10\ mC = 1,0 \cdot 10^{-4}\ C$

a) Il campo $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ è diretto verso l'alto.
Il modulo $|\vec{E}| = \sqrt{2}|\vec{E}_A| = \sqrt{2}|\vec{E}_B|$, in quanto $\vec{E}$ è la diagonale del quadrato di cui $\vec{E}_A$ ed $\vec{E}_B$ costituiscono due lati.

Si ha infine: $|\vec{E}_A| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{AC^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N}{C^2} \cdot m^2 \frac{1,0 \cdot 10^{-4}\ C}{(\sqrt{2}\ m)^2}$

$= 4,5 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

Da cui $|\vec{E}| = \frac{9}{2}\sqrt{2} \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

b) Il potenziale in C è la somma dei contributi delle cariche in A ed in B: $V = V_A + V_B$, ma $V_A = V_B$ da cui:

$V = 2V_A = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{AC} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{1,0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{C}}{\sqrt{2}\ \cancel{m}} \cdot \frac{Nm^2}{C^2}$

$= \frac{\cancel{2} \cdot 9}{\cancel{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot 10^5\ V$

c) Per definizione di potenziale elettrico,

$U = Q \cdot V = 1,0 \cdot 10^{-4}\ C \cdot 9\sqrt{2} \cdot 10^5\ V$

$= 90\sqrt{2}\ J$

d) Idealmente, la sferetta converte tutta la sua U in K, quindi

$\frac{1}{2}mv^2 = U$

$v = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{180\sqrt{2}\ J}{0,01\ kg}} = \sqrt{25446} = 160\ \frac{m}{s}$