UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2021/2022 Sessione Estiva – III Prova Scritta – 25.07.2023

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un autocarro di massa $m = 1.6 \times 10^3$ kg, che sta viaggiando a $v_i = 45$ km/h su una strada di montagna, affronta una discesa inclinata di $\theta = 6.0°$ rispetto all'orizzontale. All'inizio della discesa (i) l'altitudine sul livello del mare è $h_i = 1630$ m, mentre alla fine della discesa (f), l'altitudine è $h_f = 1520$ m.

a) Con riferimento alla situazione iniziale (i) e finale (f), calcolare la variazione ΔU dell'energia potenziale gravitazionale dell'autocarro

i) $\Delta U =$ $mg(h_f - h_i)$ ii) $\Delta U =$ $-1{,}73 \cdot 10^6$ J

b) Quale sarebbe la velocità finale v'_f se il conducente dell'autocarro non azionasse mai i freni, e l'unica forza a compiere lavoro sull'autocarro fosse quella gravitazionale?

i) $v'_f =$ $\sqrt{v_i^2 + 2g(h_i - h_f)}$ ii) $v'_f =$ 48 m/s = 173 km/h

c) Qual è invece la velocità finale v_f se il conducente dell'autocarro aziona i freni, esercitando mediamente una forza d'attrito $F_a = 1500$ N in direzione opposta al moto? (si supponga per semplicità che F_a abbia intensità costante durante tutta la discesa)

i) $v_f =$ $\sqrt{v_f'^2 - \frac{2F_a}{m}\frac{(h_i - h_f)}{\operatorname{sen}\vartheta}}$ ii) $v_f =$ 18,4 $\frac{m}{s}$ = 66 km/h

2) Un tubo verticale presenta un raccordo a forma di tronco di cono, alto $h = 7$ m. L'estremità più bassa del raccordo presenta un raggio $R_1 = 3$ cm, mentre l'estremità più alta del raccordo presenta un raggio $R_2 = 1.5$ cm. L'acqua attraversa la sezione superiore del raccordo con una velocità $v_2 = 1.5$ m/s. Approssimando l'acqua ad un liquido ideale, determinare:

a) La velocità v_1 con cui l'acqua attraversa la sezione inferiore del raccordo.

i) $v_1 =$ $v_2 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{1}{4} v_2$ ii) $v_1 =$ 0,375 m/s

b) La differenza di pressione $\Delta p = p_2 - p_1$ tra la sezione superiore e la sezione inferiore del raccordo

i) $\Delta p =$ $\frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) - \rho g h$ ii) $\Delta p =$ -70 kPa

3) Un cilindro, chiuso ermeticamente da un pistone mobile, contiene azoto molecolare N_2, che si può approssimare ad un gas ideale biatomico. I valori iniziali (stato 1) di volume, pressione e temperatura sono rispettivamente $V_1 = 10$ l, $p_1 = 100$ kPa e $T_1 = 0°$ C. Il sistema è dapprima compresso isotermicamente ad un volume $V_2 = 2.0$ l (stato 2), e successivamente è compresso adiabaticamente ad un volume $V_3 = 1.0$ l (stato 3).

Dopo aver rappresentato le due trasformazioni sul piano di Clapeyron, calcolare:

a) La pressione p_2 del gas nello stato 2:

i) $p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}$ ii) $p_2 =$ 500 kPa

b) La pressione p_3 e la temperatura T_3 del gas nello stato 3:

i) $p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma}$ ii) $p_3 =$ 1320 kPa

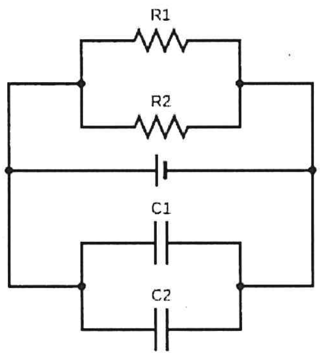
i) $T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$ ii) $T_3 =$ 360 K

c) Il calore Q ceduto/assorbito dal sistema nelle due trasformazioni dallo stato 1 allo stato 3:

i) $Q = p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ ii) $Q =$ − 1,61 kJ

4) Nel circuito in figura, i due condensatori hanno capacità $C_1 = 1.0\ \mu$F e $C_2 = 2.0\ \mu$F, mentre i due resistori hanno resistenze $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 20\ \Omega$.

Il sistema di condensatori e quello di resistori sono entrambi connessi a una batteria in grado di erogare una differenza di potenziale $\Delta V = 50$ V.



Determinare:

a) la capacità equivalente C del sistema di condensatori:

i) $C = C_1 + C_2$ ii) $C =$ 3,0 μF

b) la resistenza equivalente R del sistema di resistori

i) $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ii) $R = \frac{20}{3}\ \Omega$

c) la carica Q_1 e Q_2 immagazzinata su ciascuno dei due condensatori:

i) $Q_1 = C_1 \Delta V$ ii) $Q_1 =$ 50 μC

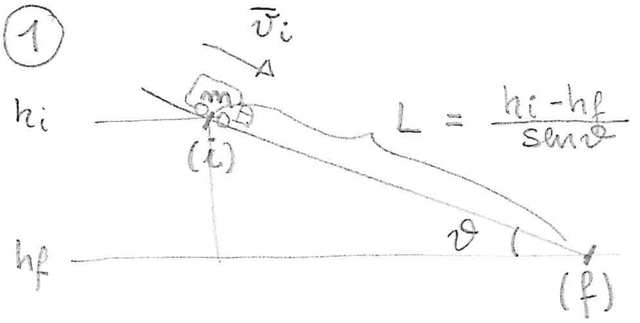
i) $Q_2 = C_2 \Delta V$ ii) $Q_2 =$ 100 μC

d) le correnti I_1 ed I_2 che attraversano i due resitstori:

i) $I_1 = \frac{\Delta V}{R_1}$ ii) $I_1 =$ 5,0 A

i) $I_2 = \frac{\Delta V}{R_2}$ ii) $I_2 =$ 2,5 A

1



$h_i = 1630$ m
$h_f = 1520$ m
$m = 1{,}6 \cdot 10^3$ kg
$v_i = 45$ Km/h $= 12{,}5$ m/s

a) $\Delta U = U_f - U_i = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i)$

$= 1.6 \cdot 10^3 \text{ Kg} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (1520 - 1630) m = -1{,}72 \cdot 10^6 J$

b) In questo caso non ci sarebbero forze dissipative, e l'energia meccanica si conserverebbe:

$$E_{mecc}^{(i)} = E_{mecc}^{(f)}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_i^2 + \cancel{m}gh_i = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 + \cancel{m}gh_f$$

$$v_f'^2 = v_i^2 + 2g(h_i - h_f)$$

$$v_f' = \sqrt{v_i^2 + 2g(h_i - h_f)}$$

$$= \sqrt{12{,}5^2 \frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (110\, m)} = 48 \frac{m}{s} = 173 \frac{Km}{h}$$

c) In questo caso parte dell'energia viene dissipata dalla forza d'attrito:

$$\mathcal{L} = \Delta K \qquad \mathcal{L}_D = -F_a \cdot L = -F_a \frac{(h_i - h_f)}{\operatorname{sen}\vartheta}$$

$$\mathcal{L}_C + \mathcal{L}_D = \Delta K$$

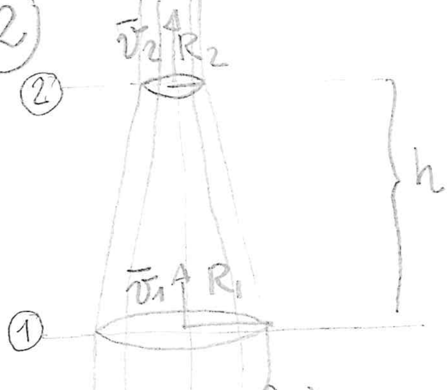
$$-\Delta U - F_a \cdot \frac{h_i - h_f}{\operatorname{sen}\vartheta} = mg(h_i - h_f) - F_a \frac{(h_i - h_f)}{\operatorname{sen}\vartheta} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h_i - h_f) - \frac{2F_a}{m}\frac{(h_i - h_f)}{\operatorname{sen}\vartheta}$$

$$v_f^2 = v_f'^2 - \frac{2F_a}{m}\frac{(h_i - h_f)}{\operatorname{sen}\vartheta}$$

$$v_f = \sqrt{\underbrace{v_f'^2}_{2312} - \underbrace{\frac{2 \cdot 1500\, N}{1.6 \cdot 10^3\, kg} \cdot 110\, m}_{1973 \frac{m^2}{s^2}}} = 18{,}4 \frac{m}{s} = 66 \frac{Km}{h}$$

(2)



(non in scala)

$R_1 = 3{,}0 \text{ cm}$

$R_2 = 1{,}5 \text{ cm} = \frac{R_1}{2}$

$v_2 = 1{,}5 \ \frac{m}{s}$

a) La velocità v_1 si può trovare mediante l'equazione di continuità (teorema di Leonardo):

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_1 \cancel{\pi} R_1^2 = v_2 \cancel{\pi} R_2^2$$

$$v_1 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 v_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 v_2 = \frac{1}{4} v_2 = 0{,}375 \ \frac{m}{s}$$

b) Applicando l'equazione di Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h$$

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right) - \rho g h$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{1}{4}v_2\right)^2 - v_2^2\right] - \rho g h$$

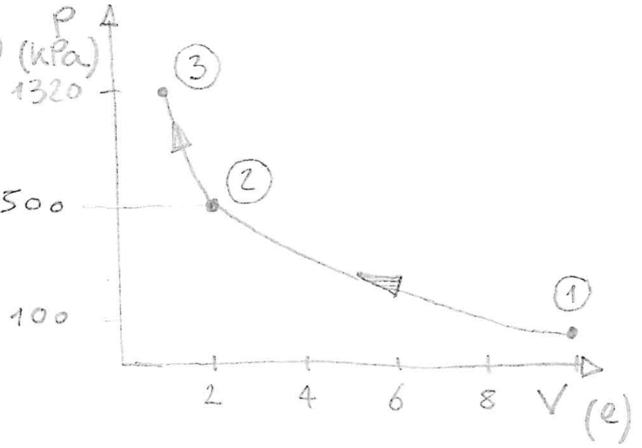
$$= \frac{1}{2}\rho\left[-\frac{15}{16}v_2^2\right] - \rho g h$$

$$= \frac{1}{2}\, 10^3 \frac{Kg}{m^3}\left(-\frac{15}{16}(1{,}5)^2 \frac{m^2}{s^2}\right) - 10^3 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 7 m$$

$$= -1{,}05 \cdot 10^3 \text{ Pa} - 68{,}6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$= -70 \text{ kPa}$$

3



	V (l)	p (kPa)	T (K)
1	10	100	273
2	2	(500) vedi a)	273
3	1	(1320) vedi b)	(360) vedi b)

gas: N_2 ideale biatomico (PM = 28) $\quad C_V = \frac{5}{2}R, \; C_p = \frac{7}{2}R, \; \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5}$

a) La trasformazione da 1 a 2 è isoterma, quindi

$$T_1 = T_2 \quad \Rightarrow \quad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 5 p_1 = 500 \text{ kPa}$$

b) La trasformazione da 2 a 3 è adiabatica, quindi

$$\text{(I)} \quad p_3 V_3^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

Sostituendo $p_3 = \frac{nRT_3}{V_3}$ e $p_2 = \frac{nRT_2}{V_2}$ da (I) si ha:

$$\frac{nRT_3}{V_3} \cdot V_3^{\gamma-1} = \frac{nRT_2}{V_2} V_2^{\gamma-1}$$

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_2 \, 2^{0,4} = 273 \cdot 1,32 = 360 \text{ K}$$

Infine, tornando a (I) (si poteva fare anche subito):

$$p_3 V_3^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

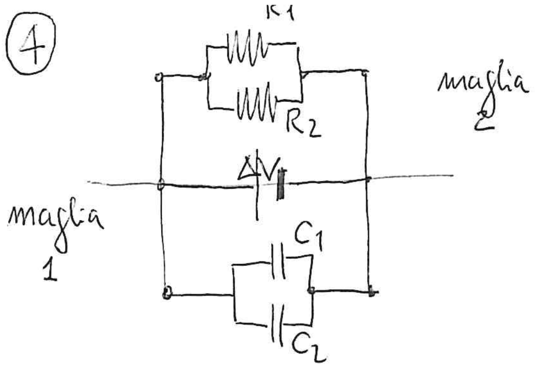
$$p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = 500 \text{ kPa} \cdot 2^{1,4} = 1320 \text{ kPa}$$

c) Da 2 a 3 non c'è scambio di calore, quindi Q è il calore scambiato per la trasf. isoterma da 1 a 2:

$$Q = -\mathcal{L} = \int_{1}^{2} p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} dV = \underbrace{nRT_1}_{p_1V_1 \text{ o } p_2V_2} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$= \underbrace{\frac{10^3 \, l \cdot \text{kPa}}{1 \text{ m}^3}}_{1 \text{ kJ}} \ln \frac{1}{5} = -1,61 \text{ kJ}$$

(4)



$R_1 = 10\ \Omega$

$R_2 = 2R_1 = 20\ \Omega$

$\Delta V = 50\ V$

$C_1 = 1.0\ \mu F$

$C_2 = 2C_1 = 2.0\ \mu F$

a) Notiamo che le due maglie sono indipendenti.
Possiamo risolverle come se si trattasse di due circuiti separati, ciascuno dei quali connesso alla batteria $\Delta V = 50 V$.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 3.0\ \mu F$$

b) R_{eq} :
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1} = \frac{2+1}{2R_1} = \frac{3}{2R_1}$$

$$R_{eq} = \frac{2}{3} R_1 = \frac{20}{3}\ \Omega$$

c) La carica complessivamente immagazzinata su entrambi i condensatori è

$$Q = C_{eq} \cdot \Delta V = 3{,}0\ \mu F \cdot 50\ V = 150\ \mu C$$

Tale carica è ripartita così:

$$Q_1 = C_1 \Delta V = 50\ \mu C$$
$$Q_2 = C_2 \Delta V = 100\ \mu C$$

d) La corrente che attraversa la maglia 2 del circuito è data da:

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{50\ V}{\frac{20}{3} \cdot \Omega} = \frac{150}{20}\ A = 7{,}5\ A$$

Tale corrente è ripartita così:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{50\ V}{10\ \Omega} = 5\ A$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{50\ V}{20\ \Omega} = 2{,}5\ A$$