

ANALISI COMPLESSA – Prova scritta (5 settembre 2022)

Esercizio 1 Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 + \cos x}{x^2 + 1} dx.$$

Esercizio 2. Determinare quanti zeri ha il polinomio $p(z)$ in $D(0, 1)$ dove

$$p(z) = z^5 + 10z^4 + 1$$

Esercizio 3. Scrivere la serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z - 2)(z - 3)}$$

nella corona circolare $|z| > 3$.

Esercizio 4 Risolvere esplicitamente il seguente problema di Dirichlet:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & (x, y) \in D \\ u = h & (x, y) \in \partial D \end{cases}$$

dove $D = D(0, 1)$ e $h(x, y) = y(1 + x^2)$

Esercizio 5. Sia $\Omega := \mathbb{C} \setminus \{0\}$; siano $\alpha(t) := e^{it}$ e $\beta(t) := 3e^{-2it}$, $t \in [0, 2\pi]$, e sia $\sigma := 2\alpha + \beta$. Si stabilisca se σ è omologo a 0 in Ω .