

Fisica della Materia Condensata I - esame finale

A.A. 2016/17, 7 luglio 2017

(tempo 3 ore)

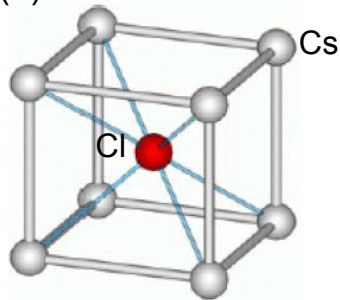
- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative.

Esercizio 1: Reticoli di Bravais con base

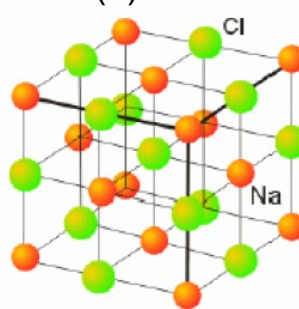
Nella seguente figura sono raffigurate le celle convenzionali cubiche di alcuni cristalli. Per ognuno di essi, indicare:

1. qual è il reticolo di Bravais,
2. i tre vettori primitivi,
3. i vettori posizione degli atomi di base.

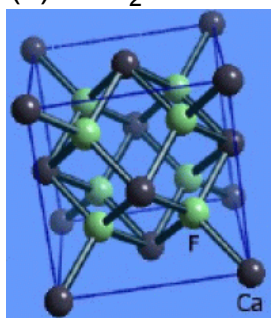
(a) CsCl



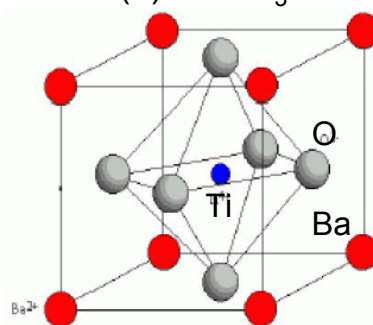
(b) NaCl



(c) CaF₂



(d) BaTiO₃



Esercizio 2: Elettroni liberi - modello di Sommerfeld

1. Si consideri il modello di elettroni liberi in 3D. Discutere come varia l'energia di Fermi di un metallo con il volume V , tenendo costante il numero di elettroni di valenza (*la risposta va giustificata*)
2. Si derivi l'espressione della densità di stati elettronici nel caso di elettroni liberi in 1D.
3. Dire se in tal caso è valida l'espansione di Sommerfeld, e dare l'espressione esplicita del potenziale chimico μ in funzione della temperatura T fino al second'ordine in T .
4. Si applichi ora il modello di elettroni liberi in 3D al caso dell'alluminio (Al), che in condizioni normali di temperatura e pressione è un metallo con struttura FCC, densità di circa 2.7 g cm^{-3} , numero di massa 27, energia di Fermi E_F di 11.7 eV. A partire dall'energia di Fermi data, calcolare la densità n di elettroni liberi presenti nel metallo.
5. Usando l'espansione di Sommerfeld, calcolare il calore specifico dell'Al (a densità costante) a temperatura ambiente.
6. A partire dalla densità del solido e dal suo numero di massa, calcolare la densità numerica n_{at} degli atomi di Al presenti nel metallo e quindi il numero medio di elettroni liberi per atomo. Discutere se si tratta del valore atteso o meno, e, in caso di scostamenti, ipotizzare le ragioni.

Esercizio 3: Elettroni in un potenziale periodico debole

Considerare un cristallo unidimensionale con parametro reticolare a con un debole potenziale periodico sinusoidale:

$$U(x) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right).$$

1. Dire per quali vettori di reticolo reciproco G , i coefficienti di Fourier U_G non sono nulli e quanto valgono.
2. Indicata con $E^0(q)$ l'espressione dell'energia per $U_0 = 0$, e con $E^-(q)$ l'espressione dell'energia corrispondente alla banda più bassa in presenza della perturbazione, scrivere esplicitamente l'espressione di $\Delta E(q) = E^-(q) - E^0(q)$ per $q \rightarrow +G/2$ cioè vicino al bordo zona, nell'ambito del modello a potenziale debole, accoppiamento a due livelli. (NB: non solo "esattamente" al bordo zona).
3. Considerando ora invece un debole potenziale rettangolare:

$$U(x) = \begin{cases} U_0 & 0 \leq x < a/2 \\ 0 & a/2 \leq x < a \end{cases}$$

calcolare il "gap" a bordo zona dovuto a tale potenziale.