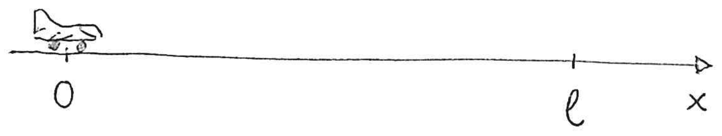
(1)

$\ell = 2{,}25\ Km$

$t = 45\ s$



Moto uniformemente accelerato con $v_0 = 0$. Quindi

$$x(t) = \cancel{x_0}^{\,0} + \cancel{v_0 t}^{\,0} + \frac{1}{2}at^2$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2$$

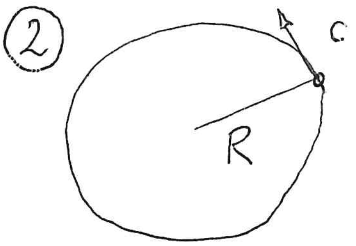
a) Per $t = 45s$, $x(t) = \ell$

$$\ell = \frac{1}{2}at^2 \qquad a = \frac{2\ell}{t^2} = \frac{2 \cdot 2250\ m}{45^2\ s^2} = 2{,}22\ \frac{m}{s^2}$$

b) $v(t) = \cancel{v_0}^{\,0} + at$

Per $t = 45s$ $\quad v(t) = v_f = a \cdot 45s = 2{,}22\ \frac{m}{s^2} \cdot 45\ s = 100\ \frac{m}{s}$

(2)



$2\pi R = L = 1436\ m$

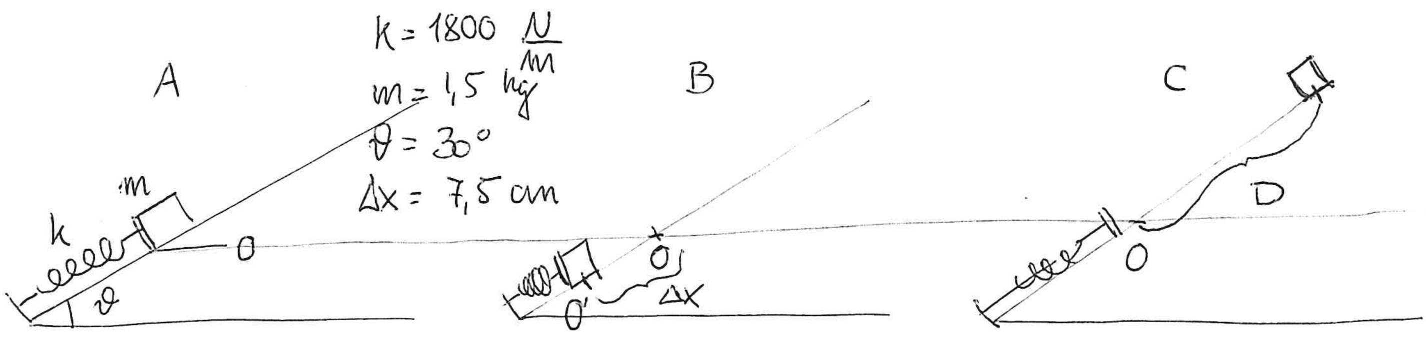
$c = 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

a) $T = \frac{L}{c} = \frac{1436\ \cancel{m}}{3 \cdot 10^8\ \frac{\cancel{m}}{s}} = 4.79 \cdot 10^{+2} \cdot 10^{-8}\ s = 4{,}79 \cdot 10^{-6}\ s = 4{,}79\ \mu s$

b) Nel moto circolare uniforme $a_c = \frac{v^2}{R}$.

Quindi $a_c = \frac{c^2}{R} = \frac{2\pi c^2}{L} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^8)^2\ \frac{m^2}{s^2}}{1{,}436 \cdot 10^3\ m} = 3{,}94 \cdot 10^{14}\ \frac{m}{s^2}$

(3)



sistema a riposo — molla compressa — la massa si ferma

Il sistema è conservativo, l'energia si conserva.
Distinguiamo 3 momenti, come in figura.

A) Il sistema è a riposo nella configurazione iniziale

B) La massa si è abbassata di $\Delta h = \Delta x \operatorname{sen}\vartheta = \frac{1}{2}\Delta x$, e la molla risulta compressa di Δx

C) La massa ha raggiunto la posizione "finale", ovvero la posizione in cui si ferma prima di scendere di nuovo

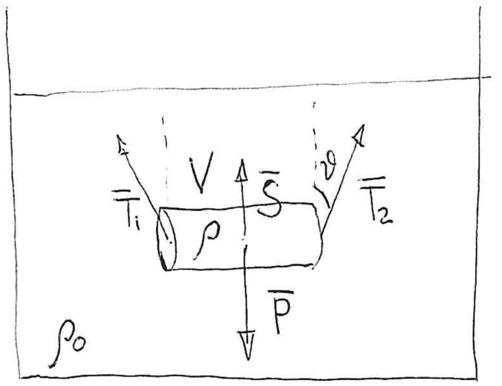
Il modo più semplice per risolvere il problema è confrontare i momenti B e C.
In B la massa è ferma e la molla racchiude l'energia elastica $U_e = \frac{1}{2} k \Delta x^2$
In C la massa è ferma ma il corpo ha energia potenziale gravitazionale $\left(\frac{1}{2} D\right) mg$ rispetto a O ed energia potenziale gravitazionale $\left(\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}\Delta x\right) mg$ rispetto ad O'. Quindi:

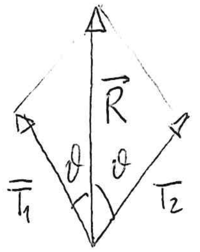
$$\cancel{\tfrac{1}{2}} k \Delta x^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} (D + \Delta x) mg$$

$$D = \frac{k}{mg} \Delta x^2 - \Delta x = \left(\frac{k \Delta x}{mg} - 1\right) \cdot \Delta x$$

$$= \left(\frac{1800 \ \frac{N}{\cancel{m}} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2} \cancel{m}}{1{,}5 \ kg \cdot 9{,}8 \ \cancel{m}/s^2} - 1\right) \cdot 7{,}5 \cdot cm = 61{,}4 \ cm$$

(4)





$|\bar{T}_1| = |\bar{T}_2| = T$ per motivi di simmetria

$\vartheta = 30°$

$|\bar{R}| = |\bar{T}_1 + \bar{T}_2| = \sqrt{3}\, T$

ed $\bar{R}$ è diretta verso l'alto.

$V = 15\ \ell = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ m^3$ $\qquad m = 2{,}5\ kg$ (da vuoto)

$\rho_0 = 780\ kg/m^3$

$\rho = 1000\ kg/m^3$ (densità dell'acqua)

a) La spinta di Archimede $\vec{S}$ è diretta dal basso verso l'alto e vale:

$$S = \rho_0 V g = 780\ \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \stackrel{!}{=} 115\ N$$

b) Come discusso più sopra, le due tensioni si sommano (vettorialmente) dando come risultato la forza R, diretta dal basso verso l'alto e di modulo $\sqrt{3}\ T$.

All'equilibrio deve essere:

$$\Sigma \bar{F} = 0 = \vec{S} + \vec{R} + \bar{P} \quad , \quad \text{ovvero} \quad S + R = P$$

con: $S = \rho_0 V g$

$R = \sqrt{3}\, T$

$P = (m + \rho V) g$ $\qquad$ (massa a vuoto + massa d'acqua contenuta)

Quindi:

$$R = \sqrt{3} T = P - S = (m + \rho V) g - \rho_0 V g \stackrel{!}{=} (m + \rho V - \rho_0 V) g = [m + V(\rho - \rho_0)] g$$

$$T \stackrel{!}{=} \frac{1}{\sqrt{3}} R = \frac{1}{\sqrt{3}} [m + V(\rho - \rho_0)] g = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[2{,}5\ kg + 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \left(1000 - 780\right) \frac{kg}{\cancel{m^3}}\right] 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \stackrel{!}{=} 33\ N$$