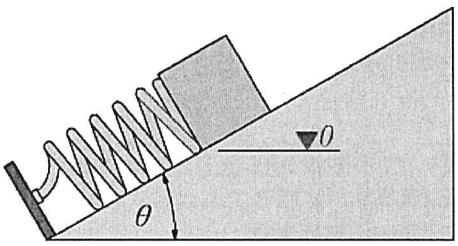
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2021/2022 Sessione Autunnale – I Prova Scritta – 11.09.2023
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

- *i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*
- *ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Un blocco di massa m = 1.5 kg è inizialmente appoggiato contro una molla su un piano privo di attrito ed inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. La molla ha costante elastica k = 1800 N/m. Il sistema si trova in equilibrio nel punto indicato con O in figura. Successivamente, la massa viene premuta contro la molla, in modo da comprimerla di una lunghezza Δx = 7.5 cm, e poi lasciata libera.



Si calcoli la distanza D (rispetto ad O) che verrà percorsa dal blocco lungo il piano inclinato prima di fermarsi.

i) $D = \left(\frac{K\Delta x}{mg} - 1\right)\Delta x$ ii) D = 61,4 cm

2) Un liquido ha viscosità η = 2.5 P (ove P sta per Poise, unità di misura della viscosità nel sistema cgs e la conversione in unità SI è data da 1 P = 0.1 Pa·s). Tale liquido scorre con flusso laminare e stazionario in un tubicino orizzontale clindrico, di lunghezza l = 50 cm e di raggio R = 7.0 mm, con una velocità media v_m = 6.5 cm/s. Determinare:

a) La portata Q del flusso del liquido viscoso.

i) $Q = \pi R^2 v_m$ ii) Q = 10 cm³/s

b) La differenza di pressione $\Delta p = p_a - p_b$ tra l'ingresso *(a)* e l'uscita *(b)* del tubicino.

i) $\Delta p = \frac{8\eta v_m l}{R^2}$ ii) $\Delta p = 1,33 \cdot 10^3$ Pa

3) $m_g = 200$ g di ghiaccio a $T_g = 0^\circ$C vengono posti in $m_a = 200$ g di acqua a $T_a = 20^\circ$C. Si ricorda che il calore latente di fusione del ghiaccio vale $K_f = 80$ cal/g e che (per definizione di caloria) il calore specifico dell'acqua vale $c = 1$ cal/g/$^\circ$C, con 1 cal = 4.186 J.Tascurando la capacità termica del recipiente in cui l'acqua è contenuta e gli scambi termici con l'ambiente esterno, determinare:

a) La temperatura finale di equilibrio T_e del sistema.

i) T_e= il ghiaccio non si fonde completamente ⇒ ii) T_e = 0 °C

b) La massa m_f di ghiaccio fusa all'equilibrio.

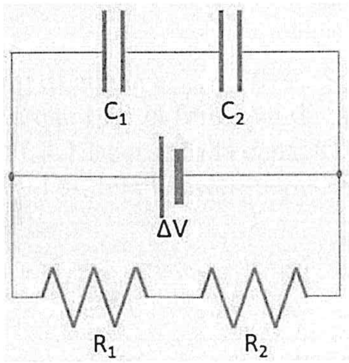
i) $m_f = \frac{c\, m_a\, T_a}{K_f}$ ii) m_f = 50 g

c) Se la massa d'acqua inizialmente fosse stata di $m'_a = 1000$ g, allora il ghiaccio si sarebbe fuso completamente. Quale sarebbe stata la temperatura di equilibrio T'_e in questo caso?

i) $T'_e = \frac{c\, m'_a\, T_a - k_f\, m_g}{c\,(m_a' + m_g)}$ ii) T'_e = 3,3°C

4) Nel circuito in figura, i due condensatori hanno capacità $C_1 = 1.0\ \mu$F e $C_2 = 2.0\ \mu$F, mentre i due resistori hanno resistenze $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 20\ \Omega$.

Il sistema di condensatori e quello di resistori sono entrambi connessi a una batteria in grado di erogare una differenza di potenziale $\Delta V = 30$ V.



Determinare:

a) la capacità equivalente C del sistema di condensatori:

i) $C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{2}{3} C_1$ ii) C = 0,66 μF

b) la resistenza equivalente R del sistema di resistori

i) $R = R_1 + R_2$ ii) R = 30 Ω

c) la carica Q_1 immagazzinata nel condensatore C_1:

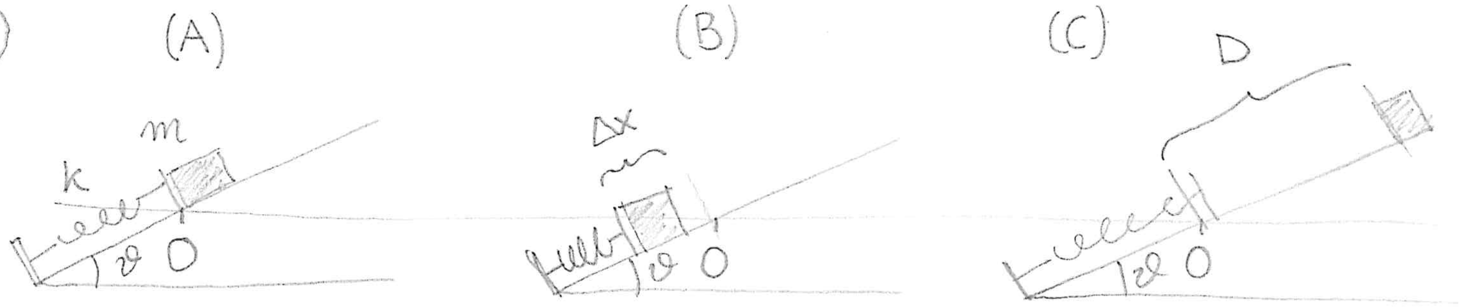
i) $Q_1 = Q_2 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot \Delta V$ ii) Q_1 = 20 μC

d) la differenza di potenziale ΔV_1 e ΔV_2 ai capi rispettivamente del condensatore C_1 e C_2 :

i) $\Delta V_1 = Q_1/C_1$ ii) ΔV_1 = 20 V

i) $\Delta V_2 = Q_2/C_2 = Q_1/C_2$ ii) ΔV_2 = 10 V

1



$m = 1{,}5$ kg

$\vartheta = 30°$

$K = 1800$ N/m

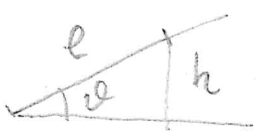
$\Delta x = 7{,}5$ cm $= 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ m

La prima osservazione è che non c'è attrito ⇒ lavorano solo la forza elastica e la forza di gravità ⇒ il sistema è conservativo ⇒ l'energia meccanica si conserva.
Possiamo distinguere 3 momenti:

(A) Sistema in equilibrio.
(B) Molla compressa di Δx rispetto all'equilibrio
(C) La massa si ferma a distanza D da O, prima di invertire il suo moto

in tutti e 3 i momenti m è ferma, quindi $K = 0$

Un'altra osservazione preliminare è che, essendo il piano inclinato di 30°, alla distanza ℓ percorsa sul piano corrisponde una variazione di altezza h



$$h = \ell \,\mathrm{sen}\,\vartheta = \frac{1}{2}\ell$$

Per la soluzione del problema, conviene confrontare i momenti (B) e (C). Scrivo qui l'energia potenziale con riferimento ad A, ovvero $U^{(A)} = 0$

$$U^{(B)} = U_e^{(B)} + U_g^{(B)} = \frac{1}{2}k\Delta x^2 - mg\frac{\Delta x}{2}$$

Rispetto ad (A): la molla è compressa di Δx la massa si è abbassata di $\Delta x/2$

$$U^{(C)} = U_g^{(C)} = mg\frac{D}{2}$$

la massa si è alzata di $\frac{D}{2}$.

Ponendo infine:

$$U^{(B)} = U^{(C)}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}}k\Delta x^2 - \cancel{\frac{1}{2}}mg\Delta x = \cancel{\frac{1}{2}}mg D$$

Si trova: $D = \frac{k}{mg}\Delta x^2 - \Delta x$

$$= \left(\frac{k\Delta x}{mg} - 1\right)\Delta x$$

$$= \left(\frac{1800\,\frac{\cancel{N}}{\cancel{m}}\cdot 0{,}075\,\cancel{m}}{1{,}5\,\cancel{Kg}\cdot 9{,}8\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} - 1\right) 7{,}5\text{ cm}$$

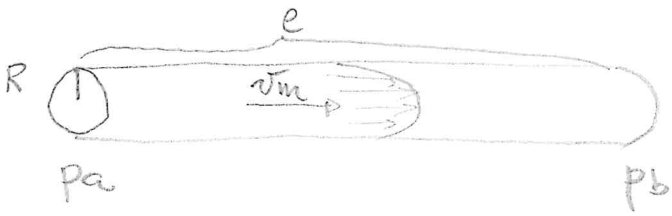
$$= 61{,}4\text{ cm}$$

② $\eta = 2{,}5\ P = 0{,}25\ Pa \cdot s$

$l = 50\ cm$

$R = 7{,}0\ mm = 0{,}7\ cm$

$v_m = 6{,}5\ cm/s$



a) $Q = S v_m = \pi R^2 v_m$

usando unità cgs

$$= \pi (0{,}70\ cm)^2 \cdot 6{,}5\ \frac{cm}{s} = 10\ \frac{cm^3}{s}$$

b) Dalla formula di Poiseuille:

$$Q = \frac{\pi}{8} \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta p}{l}$$

$$\Delta p = \frac{8}{\pi} \frac{\eta}{R^4} Q \cdot l = \frac{8}{\cancel{\pi}} \frac{\eta}{\cancel{R^4}^{\,2}} \cancel{\pi R^2} v_m \cdot l$$

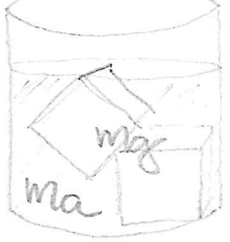
$$= \frac{8 \eta v_m \cdot l}{R^2}$$

usando in questo caso le unità SI, si ha:

$$\Delta p = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{0{,}25}\ Pa \cdot \cancel{s} \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-2}\ m/\cancel{s} \cdot \cancel{0{,}5}\ m}{(7{,}0 \cdot 10^{-3}\ m)^2}$$

$$= \frac{6{,}5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^2}\ Pa}{49 \cdot 10^{-6}\ \cancel{m^2}} = 1{,}33 \cdot 10^{+3}\ Pa$$

(3)



$m_g = 200\,g$ $\quad$ $m_a = 200\,g$

$T_g = 0°C$ $\quad$ $T_a = 20°C$

a) Data la domanda b), è lecito sospettare che il ghiaccio non si sciolga completamente, ovvero che il calore contenuto nell'acqua a Ta non sia sufficiente a fondere tutto il ghiaccio.

Verifichiamo questa ipotesi:

calore contenuto nell'acqua a Ta

$$Q_a = c \cdot m_a T_a = \frac{1\,cal}{\cancel{g} \cdot \cancel{°C}} \cdot 200\,\cancel{g} \cdot 20\,\cancel{°C} = 4{,}0 \cdot 10^3\,cal$$

calore necessario a fondere tutto il ghiaccio

$$Q_g = K_f \cdot m_g = 80\,\frac{cal}{g} \cdot 200\,g = 1{,}6 \cdot 10^4\,cal$$

essendo $Q_g > Q_a$, il ghiaccio si scioglierà solo parzialmente. La T_e sarà quindi $T_e = 0\,°C$ e m_f sarà data da:

b) $$Q_f = K_f \cdot m_f = Q_a = c \cdot m_a T_a$$

$$m_f = \frac{c \cdot m_a T_a}{K_f} = \frac{4 \cdot 10^3\,\cancel{cal}}{80\,\cancel{cal}/g} = 50\,g$$

c) $m_a' = 1000\,g$

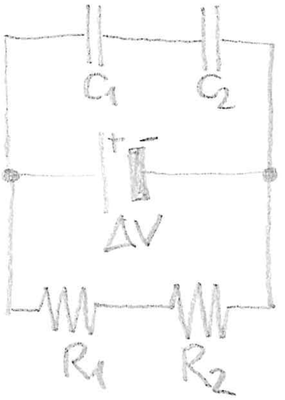
$$Q_a' = c\,m_a' T_a = \frac{1\,cal}{g \cdot \cancel{°C}} \cdot 1000\,\cancel{g} \cdot 20\,\cancel{°C} = 2{,}0 \cdot 10^4\,cal$$

In questo caso, $Q_a' > Q_g$, quindi il ghiaccio si fonde completamente.

Delle $Q_a' = 2{,}0 \cdot 10^4$ cal a disposizione, $Q_g = 1{,}6 \cdot 10^4$ cal vengono usate per fondere il ghiaccio. Le residue $Q_a' - Q_g = 4 \cdot 10^3$ cal definiscono la temperatura d'equilibrio:

$$T_e = \frac{Q_a' - Q_g}{c(m_a' + m_g)} = \frac{4000\,cal}{1\,\frac{cal}{g°C} \cdot (1200\,g)} = 3{,}3\,°C$$

4



$C_1 = 1{,}0\ \mu F$

$C_2 = 2 \cdot C_1 = 2{,}0\ \mu F$

$R_1 = 10\ \Omega$

$R_2 = 2 \cdot R_1 = 20\ \Omega$

$\Delta V = 30\ V$

a) I due condensatori sono in serie:

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{2C_1}\right)^{-1} = \left(\frac{2+1}{2C_1}\right)^{-1} = \frac{2}{3} C_1 = 0{,}66\ \mu F$$

b) Le due resistenze sono in serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 3R_1 = 30\ \Omega$$

c) Poiché i consensatori sono in serie, si ha:

$$Q_1 = Q_2 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot \Delta V = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot 1{,}0\ \mu F \cdot \cancel{3}^{1}0\ V = 20\ \mu C$$

d) Dalla definizione di capacità, si ha:

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{20\ \mu C}{1{,}0\ \mu F} = 20\ V$$

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_1}{2C_1} = \frac{1}{2}\Delta V_1 = 10\ V$$

Naturalmente, $\Delta V_1 + \Delta V_2 = 30\ V = \Delta V$