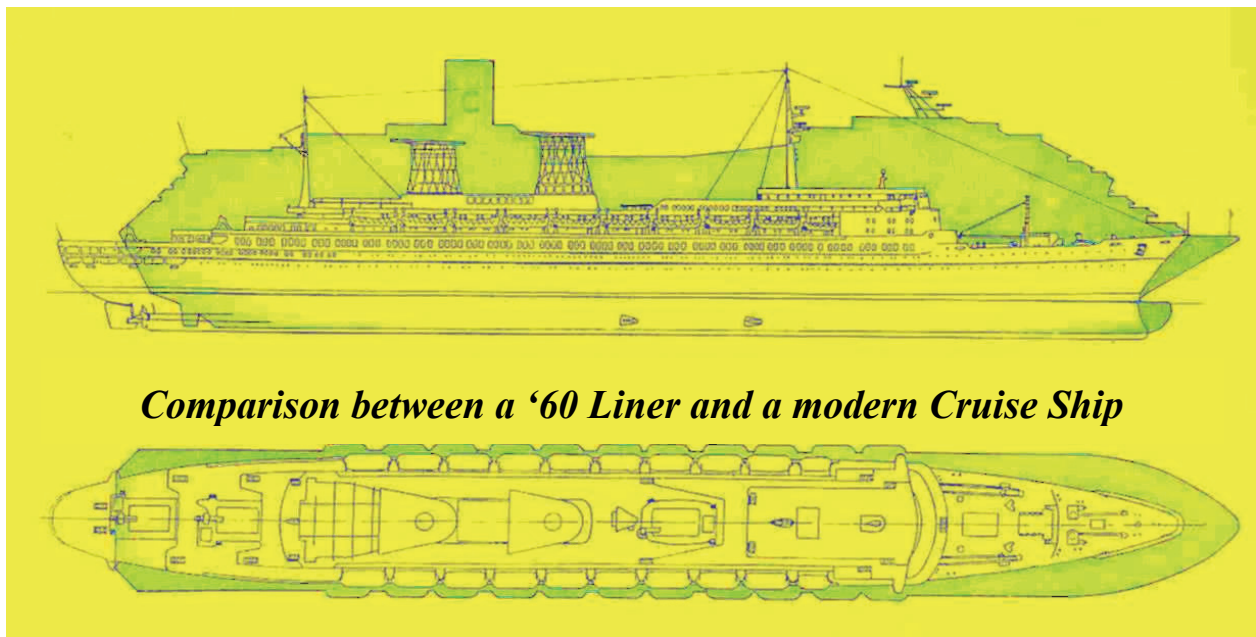


Università degli Studi di Trieste
Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Lezioni di Statica della Nave - Parte I



Comparison between a '60 Liner and a modern Cruise Ship

Edizione 2022

Prof. Alberto Francescutto

Copyright © 2004 Alberto FRANCESCUTTO. All rights reserved.

Questo documento può essere riprodotto e distribuito in tutto o in parte, con ogni mezzo fisico o elettronico, purché questo avviso di copyright sia mantenuto su tutte le copie. La ridistribuzione commerciale non è permessa. Ogni traduzione, lavoro derivato o comprendente questo documento deve contenere questo stesso avviso di copyright: per esempio, non si possono produrre lavori derivati da questo documento ed imporre restrizioni aggiuntive sulla sua distribuzione. Per ulteriori informazioni si prega di contattare l'autore all'indirizzo francesc@units.it.

This document may be reproduced and distributed in whole or in part, in any medium physical or electronic, as long as this copyright notice is retained on all copies. Commercial redistribution is not allowed. All translations, derivative works, or aggregate works incorporating this document in whole or in part must be covered under this copyright notice. That is, you may not produce a derivative work from this document and impose additional restrictions on its distribution. For further information please contact the author at francesc@units.it.

Io non chiamo tecnica, ma semplice pratica quell'attività che non sa spiegare razionalmente la natura del suo oggetto né dei suoi strumenti e, incapace di dar ragione dei fatti, non è assolutamente in grado di collegarli alla loro causa.

Platone, *Gorgia*

INTRODUZIONE

Come tutte le introduzioni che si rispettino, anche la presente presuppone la conoscenza della trattazione che segue. Invitiamo comunque il lettore a leggerla in quanto ne ricaverà delle utili indicazioni riguardo l'ambito nel quale la trattazione intende muoversi.

Innanzitutto un accenno all'oggetto di cui si parla. Secondo il Codice della Navigazione¹:

“1. Per *nave* s'intende qualsiasi costruzione destinata al trasporto per acqua, anche a scopo di rimorchio, di pesca, di diporto, o ad altro scopo.

2. Le navi si distinguono in *maggiori e minori*. Sono maggiori le navi alturiere; sono minori le navi costiere, quelle del servizio marittimo dei porti e le navi addette alla navigazione interna.

3. Le disposizioni che riguardano le navi si applicano, in quanto non sia diversamente disposto, anche ai galleggianti mobili adibiti a qualsiasi servizio attinente alla navigazione o al traffico in acque marittime o interne.”

Il Codice della Nautica da Diporto² recita poi:

“Le costruzioni destinate alla navigazione da diporto sono denominate:

a) *unità da diporto*: si intende ogni costruzione di qualunque tipo e con qualunque mezzo di propulsione destinata alla navigazione da diporto;

b) *nave da diporto*: si intende ogni unità con scafo di lunghezza superiore a ventiquattro metri, misurata secondo le norme armonizzate *EN/ISO/DIS 8666 Small Craft Principal Data* per la misurazione dei natanti e delle imbarcazioni da diporto³;

c) *imbarcazione da diporto*: si intende ogni unità con scafo di lunghezza superiore a dieci metri e fino a ventiquattro metri, misurata secondo le norme armonizzate di cui alla lettera b);

d) *natante da diporto*: si intende ogni unità da diporto a remi, o con scafo di lunghezza pari o inferiore a dieci metri, misurata secondo le norme armonizzate di cui alla lettera b).”

Si parlerà spesso nel testo di *navi passeggeri*. Secondo la SOLAS⁴:

➤ per *passeggero* si intende qualsiasi persona che non sia:

- il comandante e i membri dell'equipaggio o altre persone impiegate o occupate in qualsiasi qualità a bordo di una nave per i suoi servizi;
- i bambini di età inferiore ad un anno.

¹ Art. 136 del Regio Decreto 30 Marzo 1942, n. 327 e successive modifiche.

² Art. 3 del Decreto Legislativo 18 luglio 2005, n.171 - Codice della nautica da diporto ed attuazione della direttiva 2003/44/CE, a norma dell'articolo 6 della legge 8 luglio 2003, n. 172.

³ Lo standard fissato dalla normativa in questione fa riferimento alla *lunghezza fuori tutto dello scafo* ad eccezione di eventuali appendici e comunque di qualunque cosa sia sporgente dallo scafo vero e proprio ma non ne faccia parte a fini strutturali. Si veda al riguardo la *Circolare Ministeriale sulla lunghezza* (http://www.udicer.eu/index.php?option=com_content&view=article&id=73&Itemid=41&lang=it).

⁴ Convenzione Internazionale per la Salvaguardia della Vita Umana in Mare (Safety Of Life At Sea).

- *nave passeggeri (passenger ship)* indica una nave che trasporta più di dodici passeggeri;
- *nave da carico (cargo ship)* indica qualsiasi nave che non sia una nave da passeggeri⁵;
- *nave cisterna (tanker)* indica una nave da carico costruita per il trasporto alla rinfusa di carichi liquidi di natura infiammabile o adattata a questo uso;
- *nave da pesca (fishing vessel)* indica una nave utilizzata per la cattura del pesce, delle balene, delle foche, dei trichechi o di altri esseri viventi del mare⁶.

Secondo un'impostazione ormai classica⁷ “Ogni nave, per trovarsi in *condizioni di navigabilità (Seaworthiness)*, ossia per essere capace di effettuare con sicurezza la navigazione, deve avere, in misura maggiore o minore, secondo il suo tipo e la sua destinazione, un insieme di qualità essenziali; deve inoltre avere alcune qualità speciali, per soddisfare alle particolari esigenze inerenti allo scopo per il quale è costruita.

Le qualità essenziali sono dunque comuni alle navi di qualsiasi tipo; l'insieme delle qualità speciali varia invece secondo il tipo della nave, ma una o più qualità speciali possono essere comuni anche a navi di tipi diversi.

Le *qualità essenziali* sono:

- la *robustezza di struttura* o *solidità*
- la *galleggiabilità*
- la *stabilità*
- la *velocità*
- la *manovrabilità*
- le *qualità oscillatorie*”

All'interno di questa categoria, appare del tutto evidente che le prime tre sono in un certo senso qualità *più essenziali* delle altre o meglio qualità *fondamentali* in relazione all'esistenza stessa o alla sopravvivenza del mezzo marino. La *galleggiabilità* e la *stabilità* costituiscono la parte principale del corso di Statica della Nave.

Il corso di Statica della Nave, come sezione della Teoria della Nave, ha come oggetto lo studio delle condizioni di equilibrio della nave e della stabilità delle stesse. Ovviamente il concetto di nave, come risulta dalle recenti evoluzioni, va inteso in senso generalizzato, in quanto le nozioni sviluppate sono applicabili sia alle navi di forme tradizionali (monoscafo di forme “snelle”), sia ai multiscafi ed a buona parte delle molteplici strutture offshore nate in risposta alle crescenti richieste dell'Ingegneria del Mare.

Va peraltro inteso che l'utilità di un approccio effettuato con i metodi classici della Statica della Nave è particolarmente significativo nel caso in cui l'equilibrio rispetto alle traslazioni in direzione verticale sia determinato dall'azione contrapposta di peso e spinta *idrostatica* eventualmente in presenza di altre forze di natura prevalentemente statica quali la reazione d'incaglio, la reazione d'appoggio nelle strutture “a gravità”, la tensione degli stralli (*legs*) delle piattaforme di tipo strallato (*tension leg*), etc. Perde progressivamente di significato

⁵ Esistono anche navi per servizi speciali (*special purpose ship*), ad esempio per servizi scientifici o di ricerca, scuola, salvataggio, appoggio flottiglia da pesca, conservazione o trasformazione dei prodotti della pesca, posa cavi, sfruttamento fauna, flora e fondo marino diverso dalla pesca. Sulle navi destinate a servizi speciali e su quelle destinate a servizi di impianti offshore e di navi adibite alla esplorazione o sfruttamento del fondo marino, abilitate a navigazione internazionale è consentito l'imbarco di personale speciale e di personale industriale.

⁶ Si noti al riguardo che la Comunità Europea, adottando la Convenzione di Torremolinos con la Direttiva 97/70/EC manifesta una certa sensibilità alle considerazioni basate sul moderno sentire ecologico relativamente alla cattura di balene, foche e trichechi, definendo: “*nave da pesca qualsiasi imbarcazione equipaggiata o utilizzata a fini commerciali per la cattura del pesce o di altre risorse marine viventi*”.

⁷ Gleijeses, M., “Architettura Navale – Geometria e Statica delle Navi”, Vol. I, Libreria Liguori, Napoli, 1956.

quando l'equilibrio viene realizzato da altre forze di natura "dinamica", come ad esempio nel caso di mezzi a sostentamento dinamico ed a maggior ragione nel caso dei mezzi ad effetto di superficie (SES, hovercraft, etc.).

Saranno dunque presi in considerazione i seguenti casi che, in ordine di trattazione sono:

1. Equilibrio sotto l'azione contrapposta di peso e spinta:

1a. Il caso del corpo completamente immerso (ma "liberamente" immerso) come ad esempio il sottomarino in immersione;

1b. Il caso del corpo liberamente galleggiante come ad esempio la nave di superficie "dislocante";

2. Il caso del corpo in equilibrio in presenza di peso, spinta ed altre forze (nave incagliata, nave durante il varo, l'alaggio e l'immissione in bacino, piattaforma a gravità, piattaforma tipo "tension leg", etc.).

Non saranno invece trattati i casi in cui una parte più o meno grande della spinta sia di origine "dinamica" (come nel caso di aliscafi ed in generale degli scafi *plananti*) ed al caso in cui una parte o tutta la spinta sia di tipo aerostatico o aerodinamico (mezzi a cuscino d'aria, come gli hovercraft, mezzi il cui sostentamento dipende da una bolla d'aria intrappolata da una "gonna", come i SES, etc.).

In mancanza di indicazioni contrarie, il "corpo" in questione sarà supposto rigido e senza gradi di libertà interni addizionali.

Di regola la trattazione si rivolgerà a navi di forme convenzionali. Saranno comunque dati brevi cenni sulle possibili estensioni ed applicazioni agli altri casi di interesse. Saranno anche prese in considerazione, ai fini della discussione degli sbandamenti trasversali, le cause di natura non propriamente "statica", quali l'azione del vento e delle onde marine, l'azione evolutiva, etc., in quanto di interesse nelle problematiche connesse con i "Criteri di Stabilità". A questo proposito, va osservato che la trattazione condotta in questo testo consiste in una parte fondamentale di Teoria della Nave alla quale sono sovrapposte ampie parti concernenti la normativa vigente in tema di sicurezza della nave ed applicazioni concernenti il progetto della nave. Il corso si propone, infatti, di avere un carattere intermedio tra trattazioni di alto livello matematico ma tipicamente povere di applicazioni e trattazioni finalizzate alle applicazioni ma con minimo bagaglio matematico. Non è ovviamente possibile presentare applicazioni significative e "realistiche" senza tener conto delle normative e senza cercare di risolvere semplici problemi progettuali e fornire indicazioni in tal senso.

In questo senso, il taglio di queste lezioni prosegue nella linea adottata da Cardo nel suo "Istituzioni di Architettura Navale" (dal quale molto si è attinto), tenendo conto degli ulteriori sviluppi della normativa a livello internazionale. Fino al 1968, infatti (come sarà più ampiamente spiegato nel capitolo dedicato alla presentazione dei Criteri di Stabilità a Nave Integra), non esisteva alcuna norma internazionale sulla stabilità della nave allo stato integro. Nel 2008 un gruppo di lavoro operante nell'ambito del Sotto-Comitato SLF dell'IMO, coordinato dall'autore delle presenti note, ha terminato la revisione del Codice di Stabilità allo Stato Integro. Il nuovo International Intact Stability Code 2008 è entrato in vigore nel 2010 nell'ambito della SOLAS. Anche la normativa di compartimentazione e stabilità in

allagamento è stata profondamente rivista nel 1960, con l'introduzione di normative riguardanti la stabilità residua (come sarà più ampiamente spiegato in un testo successivo dedicato alla Compartimentazione e Stabilità in Allagamento⁸), nel 1974 con l'introduzione della normativa di compartimentazione con criterio probabilistico per le navi passeggeri e nel 1990 con l'introduzione della compartimentazione con criterio probabilistico delle navi da carico secco. Dal 1990 le modifiche, estensioni ed integrazioni alle normative di stabilità a nave integra e di compartimentazione e stabilità in allagamento avvengono con cadenza annuale. Come accennato, nel 2008 è stata completata la revisione del Codice di Stabilità allo Stato Integro e sono state poste le basi per i suoi sviluppi futuri. Nel 2009 è entrata in vigore la revisione del Capitolo sulla Compartimentazione e Stabilità in Allagamento della SOLAS. Negli ultimi anni è stata poi dedicata grande attenzione ai mezzi veloci, alle navi cisterna, etc. Da qui la necessità di fornire al lettore gli strumenti per capire i nuovi sviluppi e le nuove normative, che incidono pesantemente sul progetto della nave, e le loro linee di tendenza. Questo avviene talvolta a scapito dell'approfondimento di elementi di teoria che così compiutamente ed in maniera anche esteticamente soddisfacente è stata messa a punto da Gleijeses, Scribanti e Pierrottet. Questo patrimonio nazionale, di grande valore, è stato poi ulteriormente sviluppato dagli studi di Cassella, Russo Krauss e Cardo.

Andando poi nello specifico del contenuto, si prevede di iniziare con una parte contenente richiami di Meccanica dei Fluidi ed Idrostatica, per passare al caso della Nave allo Stato Integro.

Dopo la discussione dell'equilibrio e della stabilità iniziale ed agli angoli finiti per un corpo completamente immerso, saranno presentate le principali nozioni di Geometria dei Galleggianti, con particolare attenzione alla geometria delle isocarene, alla quale seguirà la discussione dell'equilibrio e della stabilità iniziale di un corpo liberamente galleggiante.

Dopo aver introdotto alcune nozioni e le definizioni fondamentali di Geometria della Nave, inclusa la normativa sul Bordo Libero, per quanto di interesse alla Statica della Nave, si passerà allo studio delle condizioni generali per l'equilibrio di un galleggiante libero.

Rivolgendo poi l'attenzione alla nave di forme convenzionali, si passerà quindi allo studio separato dei problemi insorgenti nel caso di inclinazioni trasversali e di quelli insorgenti nel caso di inclinazioni longitudinali.

Considerando prima il caso delle inclinazioni trasversali, saranno trattate la stabilità iniziale e quella agli angoli finiti o ai grandi angoli (statica e dinamica). Quest'ultima sarà trattata in maniera esatta e saranno introdotti i metodi approssimati. Tutti i metodi disponibili saranno poi impiegati per risolvere i due problemi tipici dello sbandamento per spostamento del centro di gravità e per azione di un momento sbandante.

Seguirà la discussione dettagliata delle azioni sbandanti dovute alle onde marine ed al vento, che permetteranno l'introduzione dei Criteri di Stabilità a Nave Integra. Successivamente verrà considerato l'effetto di specchio libero dei liquidi, lo sbandamento per azione evolutiva e quelli dovuti alla formazione di ghiaccio. Per ognuna di esse sarà introdotta la corrispondente normativa. Saranno poi accennati i problemi di stabilità connessi al tiro di un rimorchiatore, mentre, per ragioni di spazio, non si farà menzione all'azione delle spingarde

⁸ Francescutto, A., "Lezioni di Statica della Nave – Parte II". Il testo contiene la seconda parte del Corso trattando il caso in cui, per perdita dell'integrità strutturale o altro, si abbia l'allagamento di una parte dello scafo. Saranno discussi i metodi esatti ed approssimati disponibili per la determinazione della posizione di equilibrio (se esiste) della nave in seguito a falla e per lo studio della stabilità (residua) della nave in tali condizioni. Si illustrerà un metodo di calcolo delle lunghezze primitive di allagamento e saranno presentate, anche nel loro sviluppo storico, le normative di compartimentazione in relazione alle diverse tipologie di nave. **Il testo non è stato però aggiornato alle ultime normative.**

antincendio, alla presenza delle vele, etc. Si parlerà poi dell'azione dei carichi sospesi e dei carichi "scorrevoli".

Passando alle inclinazioni longitudinali, dopo aver introdotto la necessaria nomenclatura, saranno affrontati, con metodi esatti e con metodi approssimati, i due problemi fondamentali degli assetti.

Si passerà poi alla discussione dei punti di indifferenza e, combinando le due trattazioni (inclinazioni trasversali e longitudinali), alla risoluzione dei problemi di spostamento di pesi già a bordo, dell'imbarco e sbarco di pesi e della variazione di stabilità connessa.

Sarà presentata la Prova di Stabilità.

Sarà poi fatta una trattazione dell'incaglio e del varo di una nave costruita su scalo e saranno fatti dei cenni sull'alaggio e sull'immissione in bacino.

Va da sé che è difficile l'apprendimento di una materia così vasta senza svolgere puntualmente esercizi a carattere numerico e grafico connessi con le diverse parti della trattazione.

CAPITOLO 1 NOZIONI INTRODUTTIVE

1.1 NOZIONI FONDAMENTALI DI STATICA

Indichiamo nel seguito con il punto "·" il *prodotto scalare* $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ dei vettori $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ (ed anche il prodotto di due quantità scalari $a \cdot b$ o di uno scalare ed un vettore $a \cdot \mathbf{A}$) e con "×" il *prodotto vettoriale* $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ degli stessi due vettori.

Detto φ l'angolo tra le direzioni orientate dei vettori $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ di componenti rispettivamente $\mathbf{A} \equiv (A_x, A_y, A_z)$ e $\mathbf{B} \equiv (B_x, B_y, B_z)$ in un sistema di riferimento ortogonale O, x, y, z di versori fondamentali $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, si ha:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A \cdot B \cdot \cos \varphi = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$$

e

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y \cdot B_z - A_z \cdot B_y) \cdot \mathbf{i} + (A_z \cdot B_x - A_x \cdot B_z) \cdot \mathbf{j} + (A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x) \cdot \mathbf{k}$$

Il prodotto vettoriale può anche ottenersi calcolando lo sviluppo del determinante

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Si definisce poi momento rispetto al polo O della forza $\mathbf{F}$ applicata nel punto P il prodotto vettoriale:

$$\mathbf{M} = \mathbf{OP} \times \mathbf{F}$$

espressione che vale anche nel caso in cui della forza sia nota la retta d'azione ma non il punto di applicazione. In questo caso P è un punto qualunque della retta d'azione della forza. Considereremo anche il *momento assiale* di una forza rispetto ad un asse orientato u di versore $\mathbf{u}$ passante per O :

$$M_u = \mathbf{M} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{OP} \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}$$

Il momento assiale di una forza è una quantità con segno, positivo o negativo a seconda che l'azione della forza, considerata la sola agente, sia quella di far ruotare il corpo nel verso positivo o negativo rispetto alla direzione orientata dell'asse u .

1.1.1 Equilibrio – Stabilità dell'equilibrio

In questo paragrafo dedicheremo la nostra attenzione alla nozione di *equilibrio statico*.

Un corpo (sistema di corpi) è in posizione (configurazione) di *equilibrio* quando, abbandonato in tale posizione (configurazione) con velocità iniziale nulla, vi rimane indefinitamente.

Come è noto dalla statica, vale la seguente proprietà: “Condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un *corpo rigido* è che siano nulli il risultante ed il momento risultante rispetto ad un polo qualunque delle forze esterne applicate al corpo:

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \mathbf{0} \\ \mathbf{M} = \mathbf{0} \end{cases}$$

intendendo che se il corpo è vincolato, anche le reazioni di vincolo vanno incluse tra le forze.” Valgono i seguenti due postulati:

“Non si altera l'equilibrio di un *corpo* se si sostituisce a più forze applicate in un punto il loro risultante applicato nello stesso punto, oppure se si sostituiscono ad una forza applicata in un punto altre forze aventi per somma vettoriale la prima ed applicate nello stesso punto”

“Non si altera l'equilibrio di un *corpo rigido* se si trasporta il punto di applicazione di una forza qualsiasi lungo la retta d'applicazione di questa”

Una posizione o configurazione di equilibrio si considera poi *stabile*, *instabile* o *indifferente* (*stable*, *unstable* and *neutral*) a seconda che il corpo o sistema di corpi, una volta *allontanato di poco* da essa:

- ritorni alla posizione di equilibrio⁹;
- si allontani progressivamente da essa;
- rimanga in equilibrio nella nuova posizione.

La precedente definizione si riferisce alla stabilità *in piccolo*. Ritorneremo su questo punto più avanti considerando la distinzione tra stabilità iniziale e stabilità agli angoli finiti. Va anche da sé che, a fini pratici, noi distingueremo tra equilibrio *stabile* e *non stabile*, relegando sostanzialmente l'equilibrio indifferente alla seconda categoria.

1.1.2 Momento di una forza - Sistemi di vettori paralleli - Centro

Data una forza $\mathbf{F}$ applicata in P ed un punto O , detto polo, si definisce *momento della forza rispetto al polo* O il vettore:

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{OP} \times \mathbf{F}$$

⁹ Come riportato nei corsi di Meccanica Razionale, e come sarà meglio specificato più avanti (APPENDICE 1), questa nozione si riferisce, in realtà, alla *Stabilità Asintotica* dell'equilibrio.

Particolarmente importante è il caso dei sistemi di forze parallele (Fig. 1.1.2.1). Sia, ad esempio, $\mathbf{k}$ il versore comune al sistema di forze $\mathbf{F}_i = \mathbf{k} \cdot F_i$ applicate nei punti P_i con $i = 1, \dots, n$. Sia inoltre $\mathbf{R} = \sum_{i=1,n} \mathbf{F}_i = \mathbf{k} \cdot \sum_{i=1,n} F_i$ il risultante del sistema di vettori.

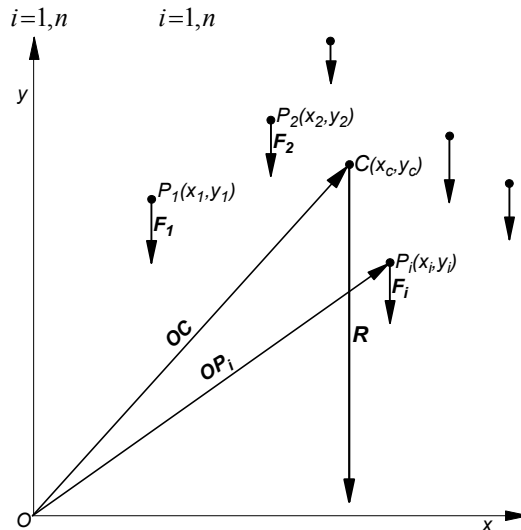


Fig. 1.1.2.1. Illustrante un sistema di vettori paralleli.

Si può allora definire un punto C , detto *centro del sistema di vettori paralleli*, tale che il momento statico risultante $\mathbf{M}_O$ del sistema di vettori rispetto ad un polo qualunque O sia uguale al momento statico del risultante applicato in C ¹⁰:

$$\mathbf{M}_O = \sum_{i=1,n} \mathbf{OP}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{OC} \times \mathbf{R}$$

E' $\mathbf{OC} = \frac{\sum_{i=1,n} \mathbf{OP}_i \cdot F_i}{R}$. Ricorrendo ad una rappresentazione cartesiana per i vettori $\mathbf{OC} \equiv (x_c, y_c, z_c)$ ed $\mathbf{OP}_i \equiv (x_i, y_i, z_i)$, si può anche scrivere per componenti:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1,n} x_i \cdot F_i}{R} \quad y_c = \frac{\sum_{i=1,n} y_i \cdot F_i}{R} \quad z_c = \frac{\sum_{i=1,n} z_i \cdot F_i}{R}$$

La posizione del centro C è indipendente dall'orientamento del versore $\mathbf{k}$.

In questo modo si definisce, ad esempio, il *baricentro* di un sistema di masse come centro della forza peso.

Si noti che, valgono le seguenti proprietà:

¹⁰ Per un corpo rigido, i due sistemi di forze:

$\mathbf{F}_i = \mathbf{k} \cdot F_i$ applicate nei punti P_i con $i = 1, \dots, n$

ed

$\mathbf{R}$ applicato in C

hanno stesso risultante e stesso momento risultante rispetto ad un polo qualunque e dunque sono *equipollenti*. Questo va sotto il nome di *Teorema di Varignon* o *del momento*.

$$\mathbf{M}_{O'} = \sum_{i=1,n} \mathbf{O}'\mathbf{P}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{M}_O + \mathbf{OO}' \times \mathbf{R} \quad \text{e} \quad \mathbf{M}_C = \sum_{i=1,n} \mathbf{CP}_i \times \mathbf{F}_i = 0$$

Cioè il momento statico di un sistema di forze rispetto al suo centro è nullo. Il concetto di momento statico mantiene il suo significato per ogni specie di grandezze distribuite nello spazio, come linee, superfici, volumi, masse, perché possiamo immaginare di scomporle in piccole parti, ciascuna rappresentabile con un vettore parallelo ad una certa direzione.

1.1.2.1 Il caso particolare di due forze parallele

Come conseguenza di quanto detto al punto precedente, si può dimostrare la seguente costruzione grafica per la determinazione del punto di applicazione della risultante del sistema di due forze parallele $\mathbf{F}_1$ ed $\mathbf{F}_2$ applicate rispettivamente in P_1 e P_2 :

a) le forze sono equiverse. In questo caso la risultante ha intensità pari alla somma delle due ed ha stessa direzione e verso. Per trovare il punto di applicazione della risultante, si riportano i vettori $\mathbf{F}_2^* = -\mathbf{F}_1$ in P_2 ed $\mathbf{F}_1^* = \mathbf{F}_2$ in P_1 (si può anche fare la costruzione simmetrica). Il punto P cercato è l'intersezione della retta passante per P_1 e P_2 con la retta passante per gli estremi di $\mathbf{F}_1^*$ ed $\mathbf{F}_2^*$. Come si può vedere, il punto P è interno al segmento $\overline{P_1P_2}$ e sta dalla parte della forza più grande:

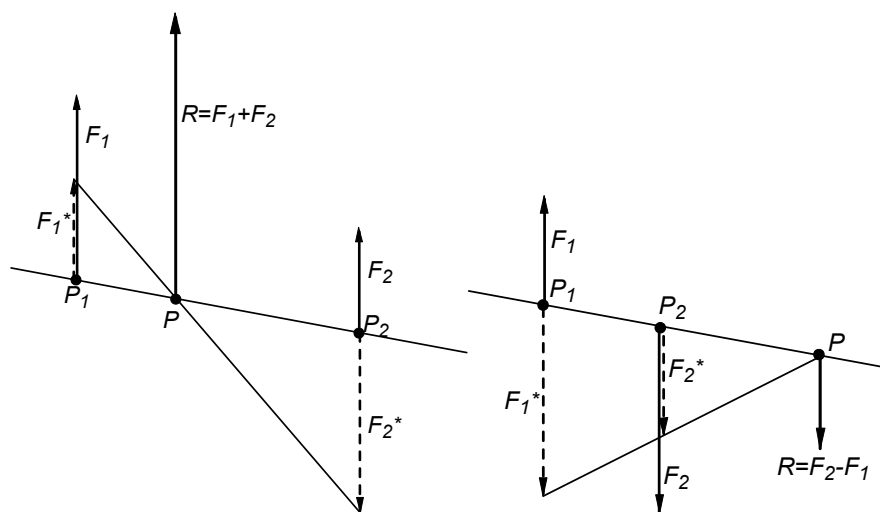


Fig. 1.1.2.1. Risultante di due forze parallele F_1 ed F_2 equiverse o controverse.

b) le forze sono controverse. Si procede in maniera analoga al caso precedente, con la differenza che ora la risultante ha come modulo la differenza dei moduli ed il verso della maggiore. Inoltre il punto P è esterno al segmento $\overline{P_1P_2}$ e sta dalla parte della forza più grande.

1.1.3 Momento statico d'area – Centro di una figura piana

Data una figura piana di area A , che per semplicità considereremo semplicemente connessa, ed una coppia di assi ortogonali (O, x, y) appartenenti al piano di figura (Fig. 1.1.3.1), si chiama *momento statico dell'area A rispetto all'asse y* la seguente quantità:

$$M_{A,y} = \int_A x \cdot dA$$

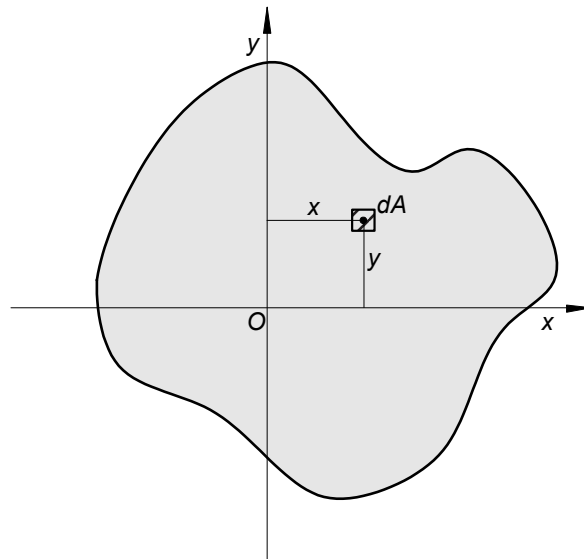


Fig. 1.1.3.1. Lamina piana

dove x rappresenta la distanza del generico elemento d'area dA dall'asse y . Analogamente,

$$M_{A,x} = \int_A y \cdot dA$$

rappresenta il momento statico rispetto all'asse x . In analogia con quanto detto precedentemente, definiamo allora *centro geometrico (centroid)* o *baricentro*¹¹ della figura il punto C di coordinate:

$$x_C = \frac{M_{A,y}}{A} = \frac{\int_A x \cdot dA}{A}, \quad y_C = \frac{M_{A,x}}{A} = \frac{\int_A y \cdot dA}{A}$$

Il baricentro di una figura piana risulta allora essere quel punto tale che il momento statico d'area rispetto a qualunque retta del piano di figura, passante per esso, è nullo.

1.1.4 Momento statico di volume – Centro di una figura solida

In analogia con quanto detto nel paragrafo precedente, data una figura solida di volume ∇ ed un sistema di assi ortogonali (O, x, y, z) , si chiama *momento statico di volume rispetto al piano (y, z)* , o *momento x* , la seguente quantità:

$$M_{\nabla,x} = M_{\nabla,(y,z)} = \int_{\nabla} x \cdot d\nabla.$$

Analogamente:

¹¹ Il termine baricentro fa etimologicamente riferimento ai pesi, ma è ampiamente usato anche in senso geometrico.

$$M_{\nabla,y} = M_{\nabla,(x,z)} = \int_{\nabla} y \cdot d\nabla, \quad M_{\nabla,z} = M_{\nabla,(x,y)} = \int_{\nabla} z \cdot d\nabla$$

In analogia con quanto detto precedentemente, definiamo allora *centro geometrico (centroid)* o *baricentro* della figura solida il punto C di coordinate:

$$x_C = \frac{M_{\nabla,x}}{\nabla}, \quad y_C = \frac{M_{\nabla,y}}{\nabla}, \quad z_C = \frac{M_{\nabla,z}}{\nabla}$$

1.1.5 Momenti d'inerzia di una figura piana – Teorema di Steiner-Huygens – Assi principali e centrali d'inerzia – Ellisse d'inerzia

Vedremo nei prossimi paragrafi alcune proprietà di una figura piana che saranno di grande interesse per la geometria dei galleggianti, con particolare riferimento allo studio della stabilità iniziale.

1.1.5.1 Momenti d'inerzia di una figura piana

Con riferimento alla lamina piana di Fig. 1.1.3.1 si possono definire i seguenti momenti d'area del secondo ordine:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA, \quad P_{xy} = I_{xy} = \int_A xy dA$$

che rappresentano rispettivamente il *Momento d'Inerzia rispetto all'asse x* , il *Momento d'Inerzia rispetto all'asse y* ed il *Prodotto d'Inerzia* o *Momento Centrifugo*.

Si può anche definire il *momento d'inerzia polare* I_z rispetto al polo O (traccia dell'asse z perpendicolare al piano per O):

$$I_z = \int_A r^2 dA$$

dove $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ è la distanza dell'elemento d'area dA dal punto O . Si vede immediatamente che è:

$$I_z = I_x + I_y.$$

Considerando ad esempio la lamina rettangolare di Fig. 1.1.5.1 avente lati B ed L , si verifica facilmente mediante calcolo diretto che è:

$$I_x = \frac{1}{12} L^3 B, \quad I_y = \frac{1}{12} L B^3, \quad P_{xy} = 0$$

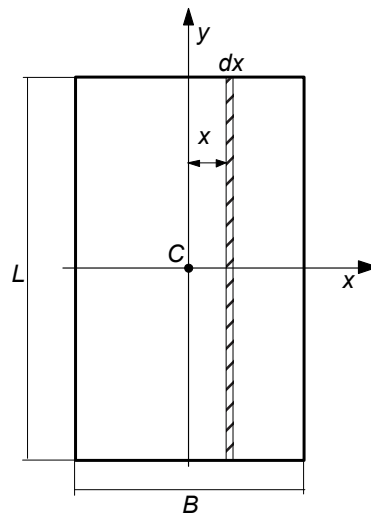


Fig. 1.1.5.1. Lamina rettangolare. La parte tratteggiata indica l'elemento d'area dA per il calcolo del momento d'inerzia I_y .

1.1.5.2 Teorema di Steiner-Huygens o del trasporto per i momenti d'inerzia di una figura piana

Si noti, innanzitutto, che, a differenza del momento statico, *il momento d'inerzia di una figura piana non degenere, rispetto ad un asse baricentrico giacente sul piano di figura, non è nullo*. Con riferimento alla Fig. 1.1.5.2.1a, si considerino poi l'asse y baricentrico ed un asse y' ad esso parallelo alla distanza ℓ . Si può verificare facilmente che:

$$I_{y'} = I_y + A \cdot \ell^2$$

Questa proprietà costituisce il Teorema di Steiner-Huygens o Teorema del trasporto del momento d'inerzia. La quantità $A \cdot \ell^2$ è il *termine di trasporto*. In base al Teorema di Steiner-Huygens, il momento d'inerzia rispetto ad un insieme di assi paralleli assume il valore minimo per l'asse baricentrico.

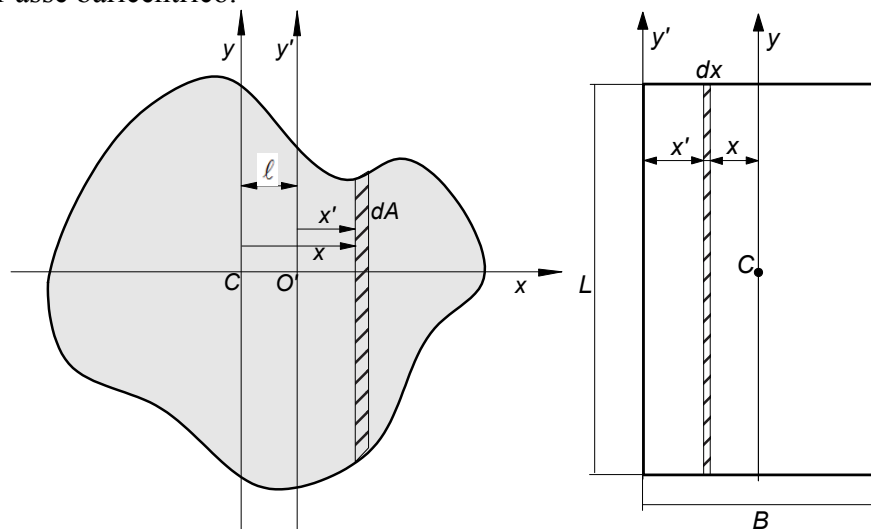


Fig. 1.1.5.2.1. a) Per illustrare il Teorema di Steiner-Huygens.
b) Il caso della lamina piana rettangolare.

Considerando, ad esempio la lamina piana rettangolare di Fig. 1.1.5.2.1b, si può verificare, per calcolo diretto o applicando il Teorema di Steiner-Huygens, che:

$$I_y = \frac{1}{12}LB^3 \quad \text{e} \quad I_{y'} = \frac{1}{12}LB^3 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 LB = \frac{1}{3}LB^3$$

1.1.5.3 Gli assi principali e centrali d'inerzia di una figura piana

Data una figura piana, ogni asse tale che per esso il momento d'inerzia della figura presenti un massimo o un minimo locale, si chiama *asse principale d'inerzia*. Assunti questi assi come assi del sistema di riferimento il prodotto d'inerzia P_{xy} relativo ad essi si annulla.

Supponiamo ora di voler cercare gli assi principali d'inerzia della figura relativamente ad un suo qualunque punto O .

Considerata a tal fine (Fig. 1.1.5.3) una coppia qualunque di assi ortogonali di riferimento x ed y , aventi origine in O , e la coppia di assi ortogonali x_α ed y_α , sempre per O , ruotati dell'angolo α rispetto a Oxy , si ha la seguente trasformazione per le coordinate del punto generico del piano:

$$\begin{cases} x_\alpha = x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha \\ y_\alpha = -x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

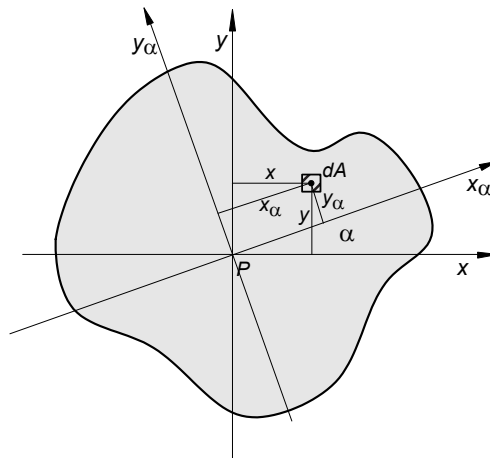


Fig. 1.1.5.3. La rotazione del sistema di riferimento.

E dunque, come si può verificare mediante calcolo diretto:

$$I_{x_\alpha} = \int_{A_w} y_\alpha^2 \cdot dA_w = I_x \cdot \cos^2 \alpha + I_y \cdot \sin^2 \alpha - 2 \cdot I_{xy} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$I_{y_\alpha} = \int_{A_w} x_\alpha^2 \cdot dA_w = I_x \cdot \sin^2 \alpha + I_y \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cdot I_{xy} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$P_{x_\alpha y_\alpha} = \int_{A_w} x_\alpha \cdot y_\alpha \cdot dA_w = (I_x - I_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot I_{xy}$$

Il valore α_0 di α per cui gli assi x_α e y_α sono assi principali d'inerzia si può ottenere imponendo una delle seguenti condizioni:

$$\left. \frac{dI_{y_\alpha}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad \left. \frac{dI_{x_\alpha}}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad P_{x_\alpha y_\alpha} = 0 \Big|_{\alpha=\alpha_0} .$$

Risulta:
$$\operatorname{tg}(2 \cdot \alpha_0) = \frac{2 \cdot P_{xy}}{I_y - I_x}$$

Se, invece, x ed y sono assi principali d'inerzia, allora il momento d'inerzia geometrico intorno ad un asse x_α qualunque formante l'angolo α con l'asse x , è dato da:

$$I_{x_\alpha} = \int_{A_w} y_\alpha^2 \cdot dA_w = I_x \cdot \cos^2 \alpha + I_y \cdot \sin^2 \alpha$$

Valgono le seguenti proprietà:

- ogni asse di simmetria geometrica sulla figura è asse principale d'inerzia, come ad esempio gli assi x ed y della lamina rettangolare di Fig. 1.1.5.1;
- se x è uno di questi assi, anche l'asse y ad esso ortogonale è asse principale d'inerzia.

Gli assi principali baricentrici si chiamano *assi centrali d'inerzia*, come ad esempio gli assi x ed y della lamina rettangolare di Fig. 1.1.5.1.

1.1.5.4 L'ellisse d'inerzia di una figura piana

È tipico della Meccanica Razionale e della Scienza delle Costruzioni rappresentare il campo di variabilità del momento d'inerzia di una figura piana rispetto ad assi concorrenti in un punto attraverso l'*ellisse d'inerzia*. Per ogni punto O della figura si può tracciare un'ellisse con centro in O ed avente per assi gli assi principali d'inerzia x ed y e semiassi rispettivamente pari agli inversi delle radici quadrate dei momenti d'inerzia.

L'ellisse è il luogo geometrico dei punti P tali che $\overline{OP} = \frac{1}{\sqrt{I_{x_\alpha}}}$, essendo I_{x_α} il momento

d'inerzia intorno al generico asse x_α per O .

In Fig. 1.1.5.4.1 è rappresentata l'ellisse d'inerzia di una lamina rettangolare.

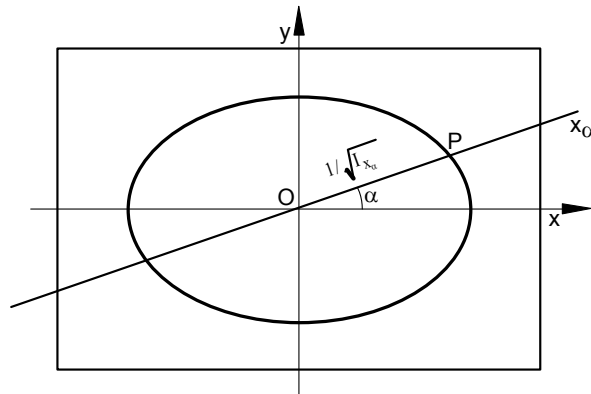


Fig. 1.1.5.4.1. Ellisse d'inerzia per una lamina rettangolare. La scala dei momenti d'inerzia è arbitraria.

Riferita ai propri assi, l'ellisse ha dunque equazione:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{I_x}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{I_y}}\right)^2} = 1 \quad \text{cioè} \quad I_x \cdot x^2 + I_y \cdot y^2 = 1,$$

Considerando, ad esempio, la lamina rettangolare di Fig. 1.1.5.1, l'ellisse d'inerzia relativa al punto C (baricentro), è rappresentata in Fig. 1.1.5.4.1.

1.1.5.5 Ulteriori considerazioni sull'ellisse d'inerzia di una figura piana

Ricordiamo che la Geometria Analitica definisce *diametro* di un'ellisse ogni retta propria per il suo centro e *coniugato* x_{1c} di un dato diametro x_1 il diametro parallelo alle tangenti all'ellisse condotte per gli estremi di x_1 (Fig. 1.1.5.5).

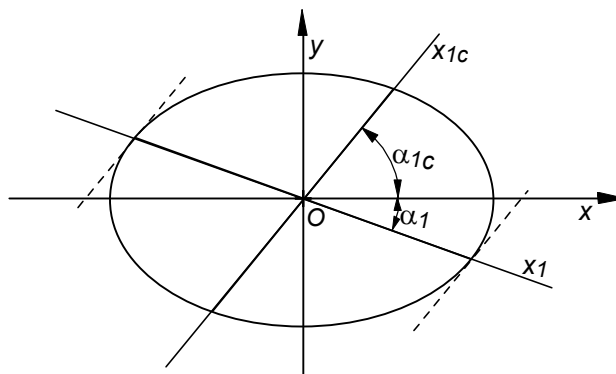


Fig. 1.1.5.5 L'ellisse ed i diametri coniugati.

Se $m_1 = \tan(\alpha_1)$ ed $m_{1c} = \tan(\alpha_{1c})$ sono i coefficienti angolari dei due diametri coniugati, allora si può dimostrare che $m_1 \cdot m_{1c} = -\frac{I_x}{I_y}$

1.1.6 L'additività dei momenti statici e d'inerzia

I momenti statici e d'inerzia sono quantità semplicemente additive *se calcolate rispetto agli stessi riferimenti* (assi o piani). In questo caso il momento, rispettivamente statico o d'inerzia, totale è la somma algebrica dei momenti, statici o d'inerzia, delle singole parti. Altrimenti bisogna *riportare* i momenti rispetto allo stesso asse y .

1.1.6.1 Un esempio sui momenti statici di una figura piana

Supponiamo, ad esempio, di voler calcolare il momento statico della figura piana di area A composta da un rettangolo di area A_1 e centro C_1 al quale sia stato sottratto l'elemento rettangolare di area A_2 e centro C_2 (Fig. 1.1.6.1) rispetto all'asse y_1 baricentrico per A_1 , conoscendo i momenti statici M_{A_1, y_1} e rispettivamente M_{A_2, y_1} delle due parti rispetto all'asse y_1 . Ricordiamo che, in questo caso, $M_{A_1, y_1} \equiv 0$ in quanto calcolato rispetto ad un asse baricentrico. Si ha immediatamente:

$$M_{A, y_1} = M_{A_1, y_1} - M_{A_2, y_1} \equiv -M_{A_2, y_1}$$

o, in alternativa:

$$M_{A, y_1} = M_{A_1, y_1} - A_2 \cdot x_{1C_2}$$

essendo x_{1C_2} la distanza dell'asse y_2 baricentrico per A_2 dall'asse y_1 .

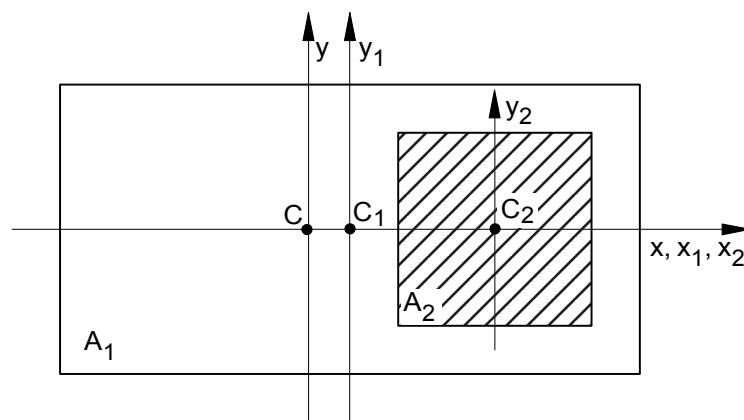


Fig. 1.1.6.1. Esempio di calcolo di momenti statici e momenti d'inerzia di figure piane.

Il baricentro della figura A viene determinato come indicato nel §1.1.3:

$$x_{1C} = \frac{M_{A, y_1}}{A} = \frac{M_{A_1, y_1} - M_{A_2, y_1}}{A_2 - A_1} = - \frac{A_2}{A_2 - A_1} \cdot x_{1C_2}$$

1.1.6.1 Un esempio sui momenti d'inerzia di una figura piana

Utilizziamo lo stesso esempio di Fig. 1.1.6.1 supponendo di conoscere i momenti d'inerzia I_{A_1, y_1} e rispettivamente I_{A_2, y_1} delle due parti rispetto allo stesso asse y_1 . Il momento d'inerzia complessivo è allora dato da:

$$I_{A,y_1} = I_{A_1,y_1} - I_{A_2,y_1} \quad .$$

Se invece si avessero a disposizione i momenti d'inerzia baricentrici I_{A_1,y_1} e rispettivamente I_{A_2,y_2} di entrambe le parti, il momento d'inerzia complessivo rispetto all'asse y_1 sarebbe dato da:

$$I_{A,y_1} = I_{A_1,y_1} - \left[I_{A_2,y_2} + A_2 \cdot (x_{1C_2})^2 \right]$$

ricordando che il momento d'inerzia baricentrico I_{A_2,y_2} è non nullo e tenendo conto del termine di trasporto introdotto dal Teorema di Steiner-Huygens. Se volessimo il momento d'inerzia baricentrico per la figura complessiva di area $A = A_1 - A_2$ e centro C , cioè rispetto all'asse y , dovremmo effettuare il trasporto su entrambi i termini:

$$I_{A,y} = \left[I_{A_1,y_1} + A_1 \cdot (x_{C_1})^2 \right] - \left[I_{A_2,y_2} + A_2 \cdot (x_{C_2})^2 \right]$$

1.2 RICHIAMI DI MECCANICA DEI FLUIDI ED IDROSTATICA

La presente parte riporta in maniera sintetica alcune nozioni base che sono state o saranno sviluppate in maniera più estesa e consistente in altri Corsi.

1.2.1 Nozioni base – Sforzi

Consideriamo un mezzo continuo che immaginiamo suddiviso in elementi (ad esempio quelli di Fig. 1.2.1.1) ognuno dei quali sia al tempo stesso:

- abbastanza piccolo da poter considerare uniformi alcune proprietà fisiche (ad esempio la temperatura e la densità) nell'ambito della sua estensione;
- abbastanza grande da contenere un numero molto grande di molecole o atomi della sostanza che costituisce il mezzo in questione;

cioè tale da costituire un infinitesimo *fisico*.

Su ognuno degli elementi così individuati agiscono:

- forze esercitate dagli elementi contigui attraverso la superficie di separazione → *forze di superficie*;
- forze esercitate da altri corpi (inclusi eventualmente gli elementi contigui) che interessano tutto il volume dell'elemento in questione, come ad esempio la forza dovuta all'attrazione gravitazionale della Terra (forza peso) → *forze di volume* o *di massa*.

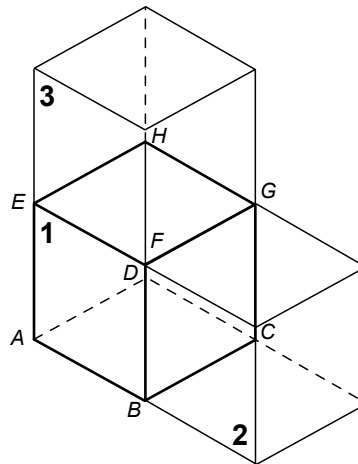


Fig. 1.2.1.1. Suddivisione di un mezzo continuo in elementi contigui.

Considerando in particolare la forza $d\mathbf{F}$ che viene esercitata da un elemento sull'altro attraverso la superficie di separazione di area dA , possiamo definire lo *sforzo* come il vettore:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dA}$$

Esso consta in generale di due componenti: uno perpendicolare (o normale) $d\mathbf{F}_n$ normale alla superficie ed uno tangenziale $d\mathbf{F}_t$ (Fig. 1.2.1.2).

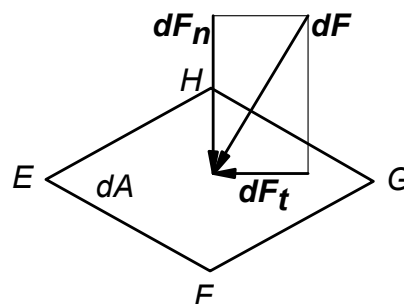


Fig. 1.2.1.2. Componenti tangenziale e normale dello sforzo.

Chiamiamo poi *pressione* l'intensità della componente normale (dello sforzo).

Chiamiamo “*fluido*” un mezzo continuo nel quale, in equilibrio (statico)¹², gli sforzi sono normali alle rispettive superficie, cioè sono sforzi di pressione.

Per un fluido in equilibrio:

$$p = \frac{dF}{dA}$$

e conseguentemente:

$$dF = p \cdot dA$$

¹² Ricordiamo che un fluido (ideale) non può resistere ad uno sforzo tangenziale comunque piccolo. La condizione di equilibrio idrostatico implica pertanto l'annullamento della componente tangenziale.

L'unità di misura della pressione è il N/m^2 che, assume il nome di Pascal (Pa).

Ricordiamo che i fluidi assumono la forma del recipiente che li contiene; essi si distinguono poi in liquidi ed aeriformi a seconda che abbiano volume proprio oppure occupino tutto il volume a disposizione (ricordiamo che, per contrapposizione, i solidi hanno forma e volume propri). La distinzione semplificata qui adottata è sufficiente per le necessità della trattazione che segue. Si distinguono poi gli aeriformi in vapori o gas a seconda che sia possibile o impossibile la riduzione allo stato liquido mediante semplice compressione isoterma.

Nel seguito adotteremo per i liquidi l'ipotesi di incompressibilità, cioè assumeremo che il volume (e di conseguenza la densità ed il peso specifico) di una certa massa di liquido non varino in conseguenza di variazioni di pressione. Questa ipotesi, valida con ottima approssimazione nel caso di liquidi ordinari, non è invece in generale accettabile per gli aeriformi.

1.2.2 Le leggi fondamentali dell'idrostatica

Enunceremo e talvolta dimostreremo (basandoci sui principi fondamentali della Statica) le leggi fondamentali dell'idrostatica tenendo conto che esse, in generale, sono valide per tutti i fluidi in condizioni di equilibrio. In questo paragrafo considereremo gli assi x ed y orizzontali e l'asse z verticale (cioè avente la direzione locale della forza di gravità). Siano al solito $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ e $\mathbf{k}$ i versori degli assi.

1.2.2.1 Principio di Pascal

La pressione che si esercita in un punto di un fluido (in quiete) non dipende dall'orientamento dell'elemento di superficie su cui lo sforzo si esercita.

Si consideri il tetraedro OABC, di lati infinitesimi, di figura rappresentante una porzione di fluido in equilibrio all'interno di un fluido in quiete, sotto l'azione delle forze di superficie:

$$d\mathbf{F}_x = p_x \cdot dA_x \cdot \mathbf{i} \quad d\mathbf{F}_y = p_y \cdot dA_y \cdot \mathbf{j} \quad d\mathbf{F}_z = p_z \cdot dA_z \cdot \mathbf{k} \quad d\mathbf{F} = p \cdot dA \cdot \mathbf{n}$$

essendo $\mathbf{n}$ il versore (orientato *entrante*, formante gli angoli α, β, δ con gli assi coordinati) della faccia inclinata ABC , agenti sulle rispettive superfici e della forza di volume¹³:

$$d\mathbf{F}_\nabla = -\gamma \cdot d\nabla \cdot \mathbf{k}$$

essendo $d\nabla$ il volume del tetraedro elementare e γ il peso specifico del fluido:

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (N/m^3) \quad \text{con} \quad \rho = \frac{dm}{d\nabla} \quad (kg/m^3) \quad \text{densità (massa volumica)}^{14}.$$

¹³ Si noti che, in accordo con la consuetudine dell'Architettura Navale, il volume viene indicato con il simbolo ∇ , da leggersi "vu" e da non confondersi con l'analogo simbolo impiegato per indicare l'operatore differenziale "gradiente".

¹⁴ Si noti che nel seguito il peso specifico $\gamma = \rho \cdot g$, dove ρ è la densità, verrà indicato anche con il simbolo w . Si noti anche che, pur essendo il Sistema Internazionale di Unità di Misura adottato anche per le grandezze dell'Architettura Navale, è ammessa la deroga di indicare il

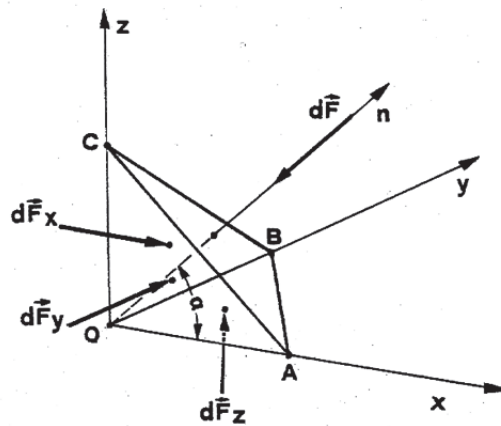


Fig. 1.2.2.1. Forze agenti su un tetraedro elementare di fluido.

Per l'equilibrio, si deve avere:

$$\mathbf{R} \equiv \mathbf{0} \quad \text{e dunque} \quad R_x = 0 \quad R_y = 0 \quad R_z = 0, \text{ cioè:}$$

Componente x : $R_x = p_x \cdot dA_x - p \cdot dA \cdot \cos(\alpha) = 0$. Essendo per la faccia dA_x , corrispondente al triangolo OBC , $dA_x = dA \cdot \cos(\alpha)$, ne consegue che $p_x = p$.

Componente y : ragionando analogamente, si conclude che $p_y = p$.

Componente z : La situazione è apparentemente più complessa in quanto:

$$R_z = p_z \cdot dA_z - p \cdot dA \cdot \cos(\delta) - \gamma \cdot dV = 0.$$

essendo però infinitesimo il lato del tetraedro, le aree delle facce (ad esempio quella sul piano xy ha area $dx \cdot dy / 2$) sono infinitesime rispetto al lato ed il volume (nel nostro caso $dV = dx \cdot dy \cdot dz / 6$) è infinitesimo rispetto alle aree delle facce e dunque il contributo della forza di volume è trascurabile rispetto a quello delle forze di superficie. Ne consegue che $p_z = p$.

In conclusione, facendo tendere a zero la lunghezza dei lati, la pressione nelle direzioni individuate dai versori $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{n}$ (cioè agente sulle facce OAC , OAB , OBC e ABC , tutte passanti per O), è la stessa¹⁵, cioè:

$$p = p(n) = p_x = p_y = p_z$$

dislocamento Δ di una nave in tonnellate-forza t_f . Adottando il valore convenzionale

$$g = 9.81 \, m/s^2, \text{ si ha: } 1 t_f = 9810 \, N = 9.81 \, kN$$

¹⁵ Il lettore che abbia seguito il corso di Scienza delle Costruzioni individuerà immediatamente nel Principio di Pascal un caso particolare dell'Equazione degli sforzi di Cauchy. Nel caso in esame, la particolarità consiste nel fatto che in un fluido in equilibrio gli sforzi sono sempre normali alle superfici su cui agiscono.

La forza di volume ha però effetto sul gradiente verticale di pressione, come afferma la seguente Legge di Stevin(o).

1.2.2.2 Legge di Stevin(o)

In un fluido omogeneo in equilibrio sotto l'azione della forza di gravità, la pressione è la stessa in tutti i punti di un piano orizzontale, mentre la variazione nella direzione verticale è data da:

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma$$

il segno essendo dovuto alla scelta dell'orientamento dell'asse z (verso l'alto).

Con riferimento ad un parallelepipedo elementare di liquido in equilibrio, come in Fig. 1.2.2.2, sotto l'azione delle forze di superficie (forze di pressione) e della forza di volume (forza peso), si ha:

$$R_x = p(x) \cdot dy \cdot dz - p(x + dx) \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$R_y = p(y) \cdot dx \cdot dz - p(y + dy) \cdot dx \cdot dz = 0$$

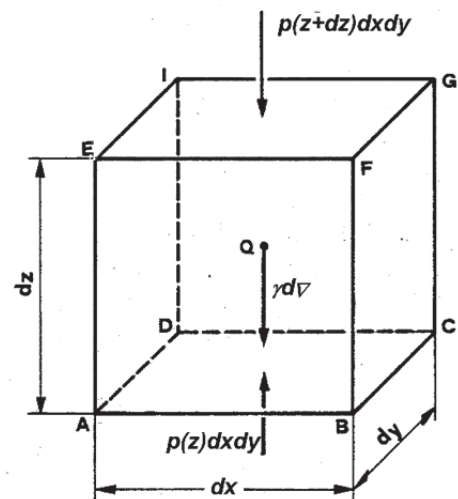
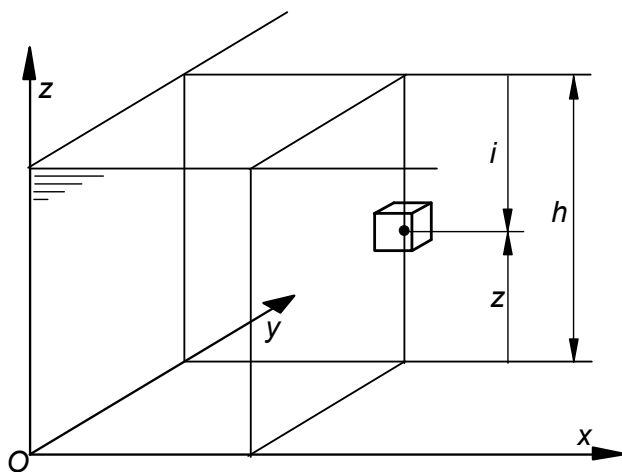


Fig. 1.2.2.2. Forze agenti su un parallelepipedo di fluido immerso.

dalle quali si conclude che: $p(x) = p(x + dx)$ e $p(y) = p(y + dy)$ cioè la pressione è la stessa in tutti i punti di un piano orizzontale. La considerazione della componente verticale:

$$R_z = p(z) \cdot dx \cdot dy - p(z + dz) \cdot dx \cdot dy - \gamma \cdot dV = 0,$$

osservando che è:

$dV = dx \cdot dy \cdot dz$ e che, a meno di infinitesimi di ordine superiore a dz , l'incremento verticale della pressione può essere rappresentato dal suo differenziale:

$p(z + dz) = p(z) + \frac{dp}{dz} \cdot dz$, l'equazione di equilibrio si semplifica appunto nel risultato cercato:

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma$$

La derivata verticale della pressione si indica anche come il *gradiente* verticale di pressione. Il risultato ottenuto, in forma differenziale, è valido per qualunque fluido omogeneo. Restringendo ora l'attenzione al caso di un liquido incompressibile ($\gamma = \text{cost}$), che per noi di regola sarà l'acqua, l'equazione precedente si può integrare fornendo la differenza di pressione tra due punti tra i quali ci sia una differenza di quota finita:

$$p(z_2) - p(z_1) = -\gamma \cdot \int_{z_1}^{z_2} dz = -\gamma \cdot (z_2 - z_1)$$

Se si indica con p_0 la pressione agente sul pelo libero del liquido (generalmente la pressione atmosferica) e con i l'immersione misurata dal pelo libero (positiva verso il basso), si ha:

$p(i) = p_0 + \gamma \cdot i$ cioè la pressione varia linearmente con l'immersione. Risulta poi comodo riferirsi non alla pressione *assoluta* del punto all'immersione i , ma alla pressione *relativa* alla superficie libera, cioè quella corrispondente al solo battente idrostatico i . Usando la stessa notazione è:

$$p(i) = \gamma \cdot i$$

che rappresenta la legge di Stevin(o) come sarà usata nel seguito.

1.2.2.2.1 Applicazioni della legge di Stevino

a) Superficie piana orizzontale completamente immersa di area A all'immersione i (Fig. 1.2.2.2.1). L'andamento delle pressioni è come in figura:

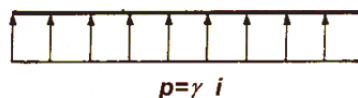


Fig. 1.2.2.2.1 Andamento delle pressioni su una faccia di una superficie piana orizzontale immersa.

La spinta complessiva agente sulla faccia inferiore è data da $F = \gamma \cdot i \cdot A$.

b1) Superficie piana rettangolare di lati L ed h , verticale e completamente immersa con bordo superiore coincidente con il pelo libero.

L'andamento delle pressioni è come in Fig. 1.2.2.2.2:

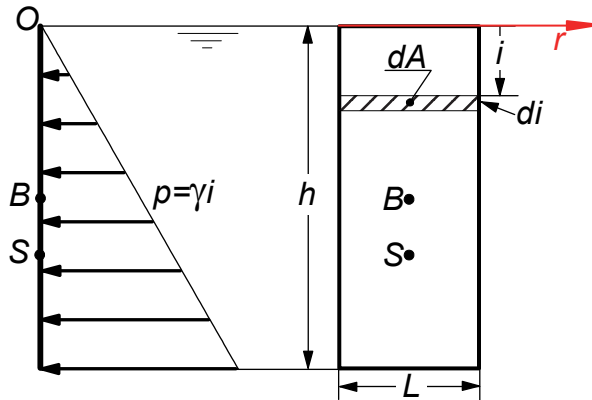


Fig. 1.2.2.2.2 Andamento delle pressioni e posizione dei centri su una faccia di una superficie piana verticale, di forma rettangolare, immersa con il bordo superiore in corrispondenza della superficie libera del liquido.

Se z indica l'immersione del generico elemento dA della superficie, la spinta complessiva agente sulla faccia destra è data da:

$$F = \int_A p \cdot dA = \int_0^h p(i) \cdot L \cdot di = \gamma \cdot \frac{h}{2} A = p(i_B) \cdot A \quad \text{essendo } i_B = \frac{h}{2} \quad \text{l'immersione del centro geometrico della superficie.}$$

Visto in un altro modo, si ha anche:

$$F = \int_A p \cdot dA = \int_0^h p(i) \cdot L \cdot di = \gamma \cdot \int_0^h i \cdot dA = \gamma \cdot M_{A,r}$$

Calcolando il momento statico della spinta rispetto alla superficie libera del liquido, si ha:

$$M_{F,r} = \int_0^h i \cdot dF = \int_0^h i \cdot p(i) \cdot L \cdot di = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot L \cdot h^3 = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot A = \frac{2}{3} \cdot h \cdot F$$

ma anche:

$$M_{F,r} = \int_0^h i \cdot dF = \int_0^h i \cdot p(i) \cdot L \cdot di = \gamma \cdot \int_0^h i^2 \cdot dA = \gamma \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot L \cdot h^3 \right) = \gamma \cdot I_{A,r}$$

Le spinte sui singoli elementi rappresentano un sistema di vettori paralleli con risultante F e centro all'immersione i_S (centro di spinta o *centro di pressione*¹⁶). Dalla prima delle due relazioni che esprimono $M_{F,r}$, si ha:

$$i_S = \frac{M_{F,r}}{F} = \frac{2}{3} h$$

e dunque il centro di pressione si trova *più immerso* del centro geometrico.

Dalla seconda relazione che esprime $M_{F,r}$ si ha anche il risultato notevole:

$$i_S = \frac{I_{A,r}}{M_{A,r}}$$

cioè la posizione verticale del centro di pressione risulta data dal rapporto tra il momento d'inerzia della superficie piana ed il momento statico della stessa, entrambi calcolati rispetto

¹⁶ Cioè il punto dove applicare la risultante delle forze di pressione per avere lo stesso momento risultante.

alla superficie libera. *Il risultato ha carattere del tutto generale. Nel caso in cui la superficie non sia completamente immersa, il risultato precedente si applica alla parte immersa.*

b2) Superficie piana a forma di triangolo isoscele di base b ed altezza h , verticale e completamente immersa con lo spigolo superiore coincidente con il pelo libero.

Utilizzando la formula ottenuta nell'esempio precedente, nel caso della superficie piana verticale, a forma di triangolo isoscele, di Fig. 1.2.2.2a, si ha:

$$i_S = \frac{I_{A,r}}{M_{A,r}} = \frac{\frac{1}{36} \cdot h^3 \cdot b + A \cdot i_B^2}{i_B \cdot A} = \frac{\frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot b}{\left(\frac{2}{3} \cdot h\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot h \cdot b\right)} = \frac{3}{4} h$$

Avendo utilizzato il Teorema di Steiner-Huygens per il calcolo del momento d'inerzia $I_{A,r}$ e formule di geometria elementare per le altre quantità.

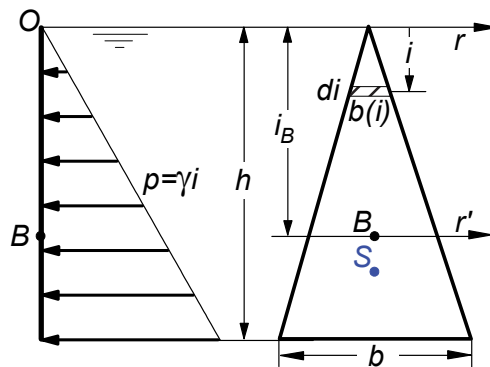


Fig. 1.2.2.2a Andamento delle pressioni e posizione dei centri su una faccia di una superficie piana verticale, di forma triangolare, immersa con il vertice superiore in corrispondenza della superficie libera del liquido.

b3) Superficie piana rettangolare di lati L ed h , verticale e completamente immersa con bordo superiore ad una immersione i_T rispetto alla superficie libera del liquido.

Consideriamo ora il caso di una superficie piana immersa, con il bordo superiore ad una profondità i_T , come nella Fig. 1.2.2.2b.

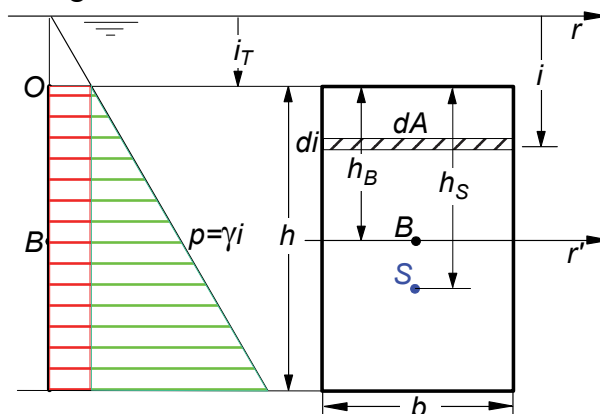


Fig. 1.2.2.2b Andamento delle pressioni e posizione dei centri su una faccia di una superficie piana verticale, di forma rettangolare, immersa con il bordo superiore ad una immersione i_T rispetto alla superficie libera del liquido.

Si ha ora:

$$i_S = \frac{I_{A,r}}{M_{A,r}} = \frac{I_B + A \cdot i_B^2}{i_B \cdot A} = \frac{\frac{1}{12} \cdot h^3 \cdot b + h \cdot b \cdot i_B^2}{h \cdot b \cdot i_B}$$

$$\text{con } i_B = i_T + \frac{h}{2}$$

Si vede immediatamente che per $i_T = 0$ si ha $i_S = \frac{2}{3}h$, come visto nell'esempio b1) di questo paragrafo (Fig. 1.2.2.2) mentre, al crescere di i_T , il centro di pressione S si sposta verso il baricentro B della lamina.

Questo fatto si spiega facilmente considerando che la posizione verticale di S corrisponde alla posizione verticale del baricentro del triangolo che rappresenta il diagramma delle spinte che, per $i_T = 0$ è un triangolo, mentre per $i_T \neq 0$ è un trapezio. Quest'ultimo può essere scomposto, ai fini del calcolo della posizione del baricentro, in un rettangolo più un triangolo, con il triangolo di area costante ed il rettangolo di area crescente con i_T . Di conseguenza, l'eccentricità del trapezio diminuisce all'aumentare dell'immersione, con la conseguenza sopra indicata.

c) Superficie piana completamente immersa inclinata dell'angolo α rispetto all'orizzontale.

In Fig. 1.2.2.3 sono rappresentati l'andamento delle pressioni sulla traccia della superficie e la superficie stessa ottenuta mediante ribaltamento del piano di giacitura intorno all'asse y . L'asse r rappresenta la retta intersezione del piano di giacitura della superficie con il pelo libero.

Posto $i = y \cdot \sin \alpha$, la posizione y_B del centro geometrico B della superficie si ottiene dal rapporto tra il momento statico dell'area, rispetto all'asse r , e l'area stessa:

$$y_B = \frac{M_{Ar}}{A} = \frac{\int y \cdot dA}{A}$$

mentre la spinta totale agente su una faccia (ad esempio la superiore) è data da:

$$F = \int_A p \cdot dA = \int_A \gamma \cdot i \cdot dA = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot M_{Ar} = p(i_B) \cdot A$$

cioè è uguale al prodotto dell'area per la pressione agente nel suo centro geometrico.

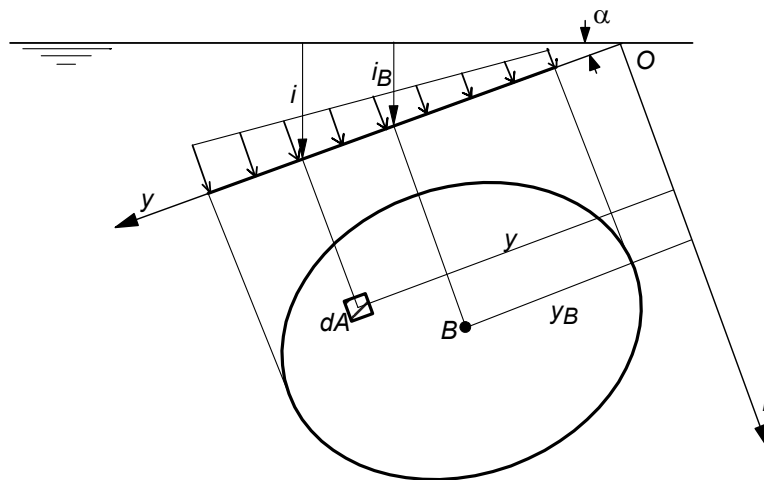


Fig. 1.2.2.2.3. Andamento delle pressioni su una faccia di una superficie piana inclinata completamente immersa.

Calcolando infine il momento statico della spinta rispetto all'asse r , si ha:

$$M_{F_r} = \int_A y \cdot dF = \gamma \cdot \sin \alpha \int_A y^2 \cdot dA = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot I_{A_r}$$
 essendo I_{A_r} il momento d'inerzia (geometrico) dell'area A rispetto all'asse r .

La posizione del centro S (centro di pressione) del sistema di vettori paralleli costituiti dalla spinta sui singoli elementi di superficie si ottiene allora dal rapporto:

$$y_S = \frac{M_{F_r}}{F} = \frac{I_{A_r}}{M_{A_r}} = y_B + \frac{I_{A_B}}{y_B \cdot A} > y_B$$

e dunque $i_S > i_B$ cioè ancora una volta il centro di pressione è *più immerso* del centro geometrico.

Nel ricavare questa conclusione si è fatto uso del Teorema di Steiner-Huygens sul momento d'inerzia rispetto ad assi paralleli:

$$I_{A_r} = I_{A_B} + A \cdot y_B^2$$

essendo I_{A_B} il momento d'inerzia calcolato rispetto ad un asse parallelo all'asse r e passante per il centro geometrico B (che indicheremo spesso con il termine *baricentro*). Il risultato

così ottenuto ($y_S = \frac{I_{A_r}}{M_{A_r}}$) ha valore del tutto generale. *Trasformato per ottenere la*

l'immersione del centro di pressione, diventa:

$$i_S = \frac{I_{A_r}}{M_{A_r}} \sin \alpha$$

generalizzando così il risultato ottenuto nel paragrafo precedente. Anche in questo caso, nel caso di superficie non completamente immersa, il risultato precedente si applica alla parte immersa.

1.2.2.3 Principio di Archimede – Spinta – Retta d'azione della spinta

Di fondamentale importanza per la Statica della Nave è poi il Principio di Archimede:

Un corpo immerso in un fluido (nel campo gravitazionale) riceve una spinta verticale orientata dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato.

La dimostrazione si basa sul fatto che il volume di fluido che sarà sostituito da una uguale parte di corpo (*volume di fluido spostato*) è in equilibrio con il resto del fluido e dunque riceve da questo una forza di pressione complessiva sulla superficie ideale di separazione (che poi diventerà la superficie bagnata del corpo) tale da fare completo equilibrio (risultante e momento risultante uguali a zero) al peso del volume di fluido. Questa stessa forza (in intensità, direzione, verso e punto di applicazione) sarà poi applicata alla porzione di corpo che *sposta* il fluido. Il fatto che la risultante sia uguale e contraria al peso del fluido spostato costituisce l'enunciato del Principio di Archimede. Ricordiamo che il termine *dislocamento* (dall'inglese *displacement*=spostamento proprio con riferimento al volume di fluido *spostato*) indica proprio la spinta, che in condizioni di equilibrio è uguale al peso del corpo. **Siccome avremo la necessità di differenziare le due quantità, nel seguito indicheremo la spinta con S , mentre il peso del corpo sarà indicato con P o più spesso con W , mentre nelle formule indicheremo con Δ il valore comune delle due quantità all'equilibrio.**

Risulta anche di grande importanza la considerazione delle conseguenze della seconda condizione di equilibrio, che noi studieremo con riferimento ad un liquido incompressibile (ed in presenza di un campo gravitazionale uniforme). (La forza)-peso del liquido spostato è applicata nel suo centro di gravità che, in questo caso particolare, ma di grande rilevanza per il nostro studio, *coincide con il centro geometrico del volume*. La spinta è una forza distribuita sulla superficie bagnata del corpo (Fig. 1.2.2.3.1) dovuta alla risultante delle pressioni e si può considerare applicata in un punto S (*centro di spinta*) del quale diremo più avanti. Dovendo però il momento della spinta equilibrare quello del peso del liquido spostato, la retta d'azione della spinta passa necessariamente per il centro geometrico del volume di liquido spostato e dunque passa anche per il centro geometrico della parte immersa del corpo.

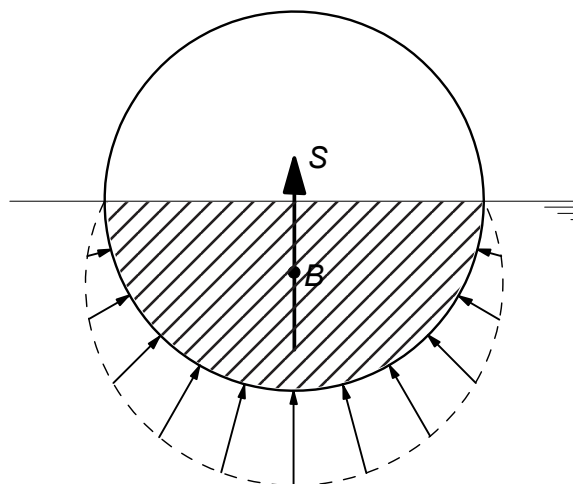


Fig. 1.2.2.3.1 Andamento delle pressioni sulla superficie bagnata di un corpo.

Si suole indicare questo punto con B (da *buoyancy*=spinta). Il risultato è di grande importanza pratica, perché la conoscenza della posizione della retta d'azione della spinta sarà sufficiente per la discussione dell'equilibrio e della sua stabilità per un galleggiante e per un corpo completamente (ma liberamente) immerso.

1.2.2.3.1 L'unità di misura del dislocamento

Il *Principles of Naval Architecture* (Lewis, E. V. (Editor), Vol. I, Edizione 1988) adottò, con scelta molto infelice, la seguente simbologia:

- $W = \rho g \nabla$ per indicare il “*displacement weight*”, cioè il *peso* del volume di acqua spostata;
- $\Delta = \rho \nabla$ per indicare il “*mass displacement*”, cioè la *massa* del volume di acqua spostata.

Questa differenziazione è stata introdotta nel passaggio dal sistema di unità anglosassoni (che, al pari del Sistema Pratico, usa come grandezze fondamentali lunghezza, *forza* e tempo) al Sistema Internazionale (S.I.) di unità di misura (che invece usa come grandezze fondamentali lunghezza, *massa* e tempo):

“In regard to units of measure, it was decided that the basic policy would be to use the International System of Units (S.I.). Since this is a transition period, conventional U.S. (or "English") units would be given in parentheses throughout the book. This follows the practice adopted for the Society's companion volume, *Ship Design and Construction*. The U.S. Metric Conversion Act of 1975 (P.L. 94-168) declared a national policy of increasing the use of metric systems of measurement and established the U.S. Metric Board to coordinate voluntary conversion to S I. The Maritime Administration, assisted by a SNAME Ad Hoc Task Group, developed a Metric Practice Guide to "help obtain uniform metric practice in the marine industry," and this guide was used here as a basic reference. Following this guide, ship displacement in metric tons (1000 kg) represents mass rather than weight. (In this book the familiar symbol, Δ , is reserved for the displacement mass). When forces are considered, the corresponding unit is the kilo-Newton (kN), which applies, for example, to resistance and to displacement weight (symbol W , where $W = \Delta \cdot g$) or to buoyancy forces. (See Chapter I.) When conventional or English units are used, displacement weight is in the familiar long ton unit (2240 lb), which numerically is $1.015 \cdot \text{metric ton}$ ”.

La scelta è stata (saggiamente) riveduta nell'edizione successiva del *Principles of Naval Architecture* (Letcher, 2009):

“Although the United States committed in 1975 to adopt SI units as the primary system of measurement, the transition is not yet complete. In shipbuilding as well as other fields, we still find usage of three systems of units: English or foot-pound-seconds, SI or meter-newton-seconds, and the meter-kilogram(force)-second system common in engineering work on the European continent and most of the non-English speaking world prior to the adoption of the SI system. In the present work, we have tried to adhere to SI units as the primary system but other units may be found particularly in illustrations taken from other, older publications. The Marine Metric Practice Guide developed jointly by MARAD and SNAME recommends that ship displacement be expressed as a mass in units of metric tons. This is in contrast to traditional usage in which the terms displacement and buoyancy are usually treated as forces and are used more or less interchangeably. The physical mass properties of the ship itself,

expressed in kilograms (or metric tons) and meters, play a key role in, for example, the dynamic analysis of motions caused by waves and maneuvering while the forces of buoyancy and weight, in newtons (or kilo- or mega-newtons), are involved in such analyses as static equilibrium and stability. In the present publication, the symbols and notation follow the standards developed by the International Towing Tank Conference where Δ is the symbol for weight displacement, Δ_m is the symbol for mass displacement, and ∇ is the symbol for volume of displacement.”

Si noti che una certa confusione tra *massa* e *peso* esisteva da tempo in campo navale, come testimoniato dalla seguente definizione tratta da un testo che ha avuto una notevole diffusione (Munro-Smith, 1973):

“*Light Weight or Light Mass.* This is the displacement of the ship when complete and ready for sea but no crew, passengers, baggage, stores, fuel, water or cargo on board. Boilers, if any, are filled with water to working level.”

Come accennato, nel seguito di questo testo useremo invece i simboli nel loro più tradizionale significato sopra indicato, cioè:

- W per indicare il *peso* della nave;
- Δ per indicare il *valore comune di peso e spinta all'equilibrio*, cioè il dislocamento della nave;
- S per indicare la *spinta*;
- m o M per indicare la *massa* della nave.

Ricordiamo, ancora una volta, che a livello internazionale il S.I. è stato adottato per tutte le grandezze di interesse tranne il dislocamento, che continua ad essere indicato in t_f (invece che in N o kN). Questo complicherà un po' le formule, nelle quali sarà talvolta necessario aggiungere 9.81 come fattore di ragguglio ($1t_f = 9.81kN$).

1.2.2.3.2 Applicazioni del principio di Archimede

a) Parallelepipedo

Si consideri dapprima un parallelepipedo di lati L , B e H (Fig. 1.2.2.3.1a), immerso con la faccia superiore in corrispondenza della superficie libera del liquido cioè con l'immersione $i = H$. In Fig. 1.2.2.3.1b è invece rappresentato l'andamento della pressione esercitata dal fluido sulla superficie bagnata del corpo, come previsto dalla legge di Stevino.

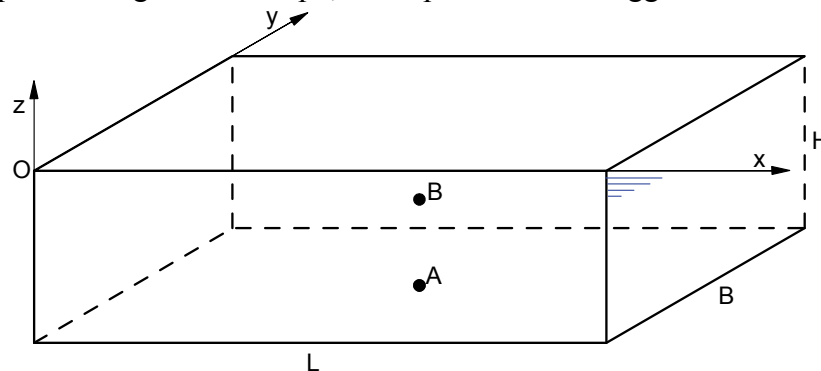


Fig. 1.2.2.3.1a Geometria del parallelepipedo completamente immerso

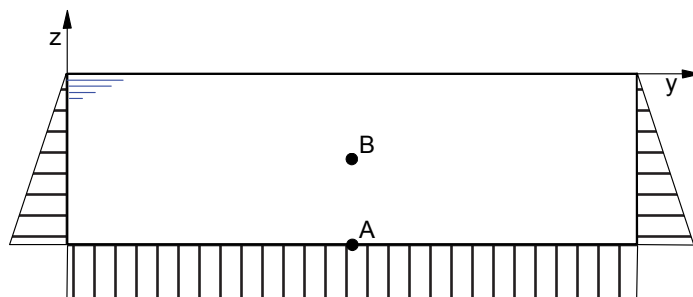


Fig. 1.2.2.3.1a Andamento della pressione sulla superficie bagnata del pontone

Ricordando le considerazioni svolte nei paragrafi 1.2.2.2.1a e 1.2.2.2.1b, si verifica immediatamente che l'integrale delle pressioni sulle facce verticali, e dunque sull'intera superficie laterale, è nullo, mentre la pressione è uniforme sul fondo con il valore $p = \gamma \cdot i = \gamma \cdot H$ ed ha come forza risultante una forza verticale verso l'alto pari a $S = p \cdot L \cdot B = \gamma \cdot H \cdot L \cdot B = \gamma \cdot \nabla$, che è esattamente la spinta prevista dal Principio di Archimede. Va notato che tale forza è applicata nel centro del fondo, cioè nel punto A (centro di spinta), che è ad una immersione doppia del centro B del volume di liquido spostato (centro di carena del corpo). Lestesse considerazioni valgono, ovviamente, per un pontone parallelepipedo che abbia immersa la parte rappresentata in Fig. 1.2.2.3°.

b) Cono rovesciato

Si verifichi mediante calcolo diretto (integrazione delle pressioni sulla superficie bagnata) il Principio di Archimede per il cono rovesciato di Fig. 1.2.2.3.2, avente la base sulla superficie libera del liquido, e si determini la posizione verticale del centro geometrico del volume e quella del centro di spinta.

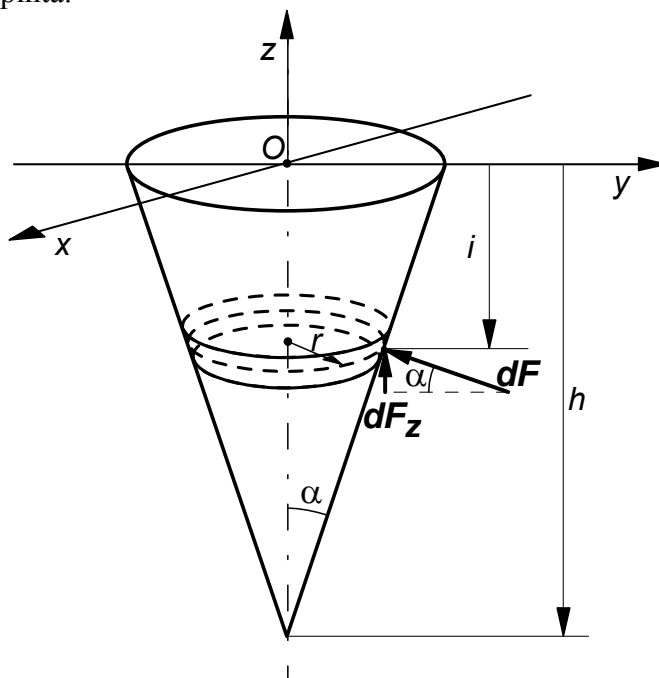


Fig. 1.2.2.3.2. Cono circolare retto completamente immerso con la base in corrispondenza della superficie libera del liquido.

Detta h l'altezza del cono ed i l'immersione dei singoli elementi, è $r = (h - i) \cdot \operatorname{tg} \alpha$ mentre il volume del tronco di cono di altezza di tra i ed $i + di$ è dato da $dV = \pi \cdot r^2 \cdot di$. Il volume ed il momento statico verticale (calcolato rispetto al piano xy) dell'intero cono sono allora rispettivamente dati da:

$$V = \int_0^h \pi \cdot r^2 \cdot di = \frac{1}{3} \pi \cdot h^3 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h$$

essendo $R = h \cdot \operatorname{tg} \alpha$ il raggio di base del cono, e

$$M_{V_z} = \int_0^h i \cdot dV = \int_0^h \pi \cdot i \cdot r^2 \cdot di = \frac{1}{12} \pi \cdot h^4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \quad \text{da cui si può ricavare la posizione}$$

verticale del centro B del volume:

$$i_B = \frac{M_{V_z}}{V} = \frac{1}{4} h$$

che sono risultati noti dalla geometria elementare (il volume di un cono è pari ad un terzo del volume del cilindro avente stessa base e stessa altezza; il centro di un cono si trova ad un quarto dell'altezza sopra la base...).

Passiamo ora al calcolo della spinta totale e del suo momento rispetto al piano del pelo libero. Si può procedere in due modi:

- integrare la pressione relativa sulla sola superficie laterale A_L ;
- integrare la pressione assoluta tenendo anche conto del contributo (negativo) della pressione atmosferica sulla base.

Per semplicità seguiremo la prima via, tenendo inoltre conto che le componenti orizzontali della spinta hanno risultante nulla. Considerando la striscia elementare di superficie laterale dA_L compresa tra i ed $i + di$ ed avente lunghezza $2 \cdot \pi \cdot r$ e larghezza $di / \cos \alpha$ si ha:

$$\begin{aligned} F_z &= \int_{A_L} p \cdot dA_L = \int_0^h \gamma \cdot i \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{di}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \\ &= 2 \cdot \gamma \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \int_0^h i \cdot (h - i) \cdot di = \frac{1}{3} \gamma \cdot \pi \cdot R^2 h = \gamma \cdot V \end{aligned}$$

che conferma il principio di Archimede. Per il momento, si ha:

$$\begin{aligned} M_{F_z} &= \int_{A_L} i \cdot p \cdot dA_L = \int_0^h \gamma \cdot i^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{di}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \\ &= 2 \cdot \gamma \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \int_0^h i^2 \cdot (h - i) \cdot di = \frac{1}{6} \gamma \cdot \pi \cdot R^2 h^2 \end{aligned}$$

e dunque il centro di spinta si trova alla quota:

$$i_S = \frac{M_{Fz}}{F} = \frac{1}{2}h = 2 \cdot i_B$$

cioè è più immerso (il doppio) del centro geometrico del volume!

c) Cono diritto con il vertice sul pelo libero (Fig. 1.2.2.3.3)

In questo caso bisogna tenere esplicitamente conto della spinta sulla base. Facendo i calcoli si trova che:

$i_B = \frac{3}{4}h$ ed ancora $i_S = 2 \cdot i_B$ cioè il centro di spinta sta addirittura fuori del corpo.

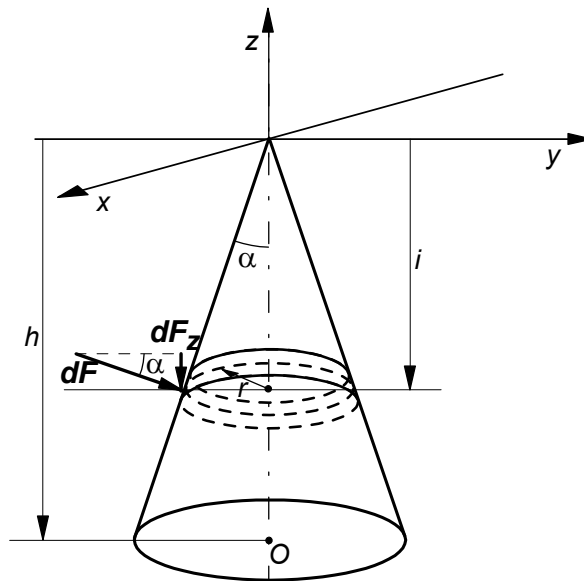


Fig. 1.2.2.3.3. Cono circolare retto completamente immerso con il vertice in corrispondenza della superficie libera del liquido.

1.2.2.3.4 Conclusioni

Il principio di Archimede permette di sostituire i fastidiosi integrali di pressioni sulla superficie bagnata di carena con calcoli di volumi e momenti di volumi. Il fatto che il centro geometrico B del volume ed il centro di spinta S non coincidano non ci deve preoccupare perché, come conseguenza del Principio di Archimede, la retta d'azione della spinta passa comunque per il centro geometrico B della parte immersa del corpo. Tanto basta per lo sviluppo della Statica della Nave. Potremo pertanto dimenticarci, d'ora in avanti, che la spinta non è applicata in B . Si noti, peraltro, che talvolta si indica impropriamente il punto B come *centro di spinta*.

1.2.3 Considerazioni vettoriali sulla formulazione delle leggi dell'idrostatica

Introducendo la nozione di gradiente di una quantità scalare A come il vettore¹⁷:

¹⁷ Si noti che, sebbene il gradiente di uno scalare A venga solitamente indicato con ∇A , tale notazione non verrà utilizzata nel seguito di questo testo per evitare confusioni con il volume di carena.

$$\mathbf{grad}(A) = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial A}{\partial z} \cdot \mathbf{k}$$

si può scrivere la legge di Stevin nella forma:

$$\mathbf{grad}(p) = -\gamma \cdot \mathbf{k}$$

essendo $\mathbf{k}$ il versore della verticale (*di gravità*) orientato verso l'alto.

Le formule di Gauss-Green permettono allora di ricavare la spinta $\mathbf{S}$, cioè la risultante delle forze di pressione esercitate dal fluido sulla superficie bagnata A , attraverso l'integrale del gradiente di pressione sul volume di carena:

$$\mathbf{S} = \int_A \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} \cdot dA = - \int_V \mathbf{grad}(p) \cdot dV = \int_V \gamma \cdot \mathbf{k} \cdot dV = \mathbf{k} \cdot \int_V \gamma \cdot dV = \gamma \cdot \nabla \cdot \mathbf{k}$$

ritrovando così il principio di Archimede. Il segno meno nella precedente equazione, che differisce da quella comunemente indicata nei testi di Analisi Matematica, corrisponde al fatto che $\mathbf{n}$ rappresenta il versore normale *entrante* dell'elemento di superficie dA . In maniera analoga si può calcolare il momento della spinta rispetto ad un polo qualunque.

Anche la proprietà vista negli esercizi di cui ai § 1.2.2.3.1 a) ed b), è dimostrabile in generale. E' infatti:

$$i_S = \frac{\int_A p \cdot i \cdot n_z \cdot dA}{S} = \frac{\int_V grad_z(p \cdot i) \cdot dV}{\rho g \nabla} = \frac{\int_V grad_z(\rho g \cdot i^2) \cdot dV}{\rho g \nabla} = 2 \rho g \cdot \frac{\int_V i \cdot dV}{\rho g \nabla} = 2 \cdot i_B$$

In maniera analoga:

$$x_S = \frac{\int_A p \cdot x \cdot n_z \cdot dA}{S} = \frac{\int_V grad_z(p \cdot x) \cdot dV}{\rho g \nabla} = \frac{\int_V grad_z(\rho g x \cdot i) \cdot dV}{\rho g \nabla} = \rho g \cdot \frac{\int_V x \cdot dV}{\rho g \nabla} = x_B$$

e

$$y_S = \frac{\int_A p \cdot y \cdot n_z \cdot dA}{S} = \frac{\int_V grad_z(p \cdot y) \cdot dV}{\rho g \nabla} = \frac{\int_V grad_z(\rho g y \cdot i) \cdot dV}{\rho g \nabla} = \rho g \cdot \frac{\int_V y \cdot dV}{\rho g \nabla} = y_B$$

Il principio di Archimede permette quindi di sostituire i fastidiosi integrali di pressioni sulla superficie bagnata di carena con calcoli di volumi e momenti di volumi. *Questa sostituzione è evidente in mare calmo dove la pressione è di tipo idrostatico e dunque vale il principio di Stevin. La situazione è più complicata in mare ondoso, come si vedrà nel § 7.8.6, a causa del contributo dinamico alla pressione dovuto alla presenza di onde.*

1.3 I METODI DI QUADRATURA APPROSSIMATA ED ALTRI PROBLEMI RELATIVI A FUNZIONI DATE PER PUNTI

Le forme di carena non sono in generale definite mediante delle funzioni matematiche. Il punto di partenza per il calcolo delle quantità alle quali faremo riferimento in questo Corso

(aree, volumi, centri, momenti statici, momenti d'inerzia, etc.) è perciò spesso costituito dalle *tabelle delle semilarghezze (offsets)* rilevate, in generale, su un reticolo regolare di ordinate e linee d'acqua. Il problema del calcolo dell'integrale (determinazione dell'area sottesa da una curva) di una funzione nota per punti può allora essere risolto in maniera approssimata per via grafica mediante l'uso dei *planimetri* o per via numerica mediante l'uso dei *metodi di quadratura approssimata*. Per comodità del lettore, riportiamo qui di seguito le formule principali relative ai metodi di Bezout e di Simpson. In questi due metodi l'andamento della funzione viene rappresentato, tra ogni coppia di punti, mediante un segmento di retta nel primo o mediante un segmento di parabola (di secondo grado) nel secondo¹⁸.

Supponiamo dunque che della funzione $y = f(x)$ si conoscano, nell'intervallo $[a, b]$ gli $n + 1$ punti $P_0 \equiv (x_0 = a, y_0), \dots, P_n \equiv (x_n = b, y_n)$ corrispondenti ad n intervalli di *ampiezza costante* $h = (b - a)/n$ e supponiamo di voler calcolare:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

1.3.1 Metodo di Bezout o dei trapezi

In questo caso, la funzione viene rappresentata mediante la spezzata congiungente i punti $P_0, P_1, \dots, P_n$ e l'area viene approssimata, nel generico intervallo i (di ampiezza h), mediante l'area del trapezio avente come lato obliquo il segmento $\overline{P_{i-1}P_i}$:

$$I_i \approx (y_{i-1} + y_i) \cdot h / 2$$

Sommando tutti i contributi, e tenendo conto delle ripetizioni, si arriva così a:

$$I \approx \sum_{i=1}^n I_i = \frac{h}{2} (y_0 + 2y_1 + \dots + 2y_{n-1} + y_n) = \frac{h}{2} \sum_0^n m_i y_i \quad \text{con} \quad \text{ i } \quad \text{moltiplicatori}$$

$$m_i = 1, 2, 2, \dots, 2, 1$$

Il vantaggio principale del metodo consiste nella sua estrema semplicità. La precisione (*teorica*) è inferiore a quella di altri metodi, ma in pratica, avendo a disposizione, come spesso succede, un gran numero di punti, il risultato è più che accettabile.

Se l'ampiezza degli intervalli *non è costante*, la formula precedente viene generalizzata come segue:

$$I \approx \frac{1}{2} \sum_0^n m_i y_i h_i \quad \text{con} \quad m_i = 1, 2, 2, \dots, 2, 1 \quad \text{e} \quad h_i = x_i - x_{i-1}$$

¹⁸ Questi metodi sono due casi particolari del Metodo di Côtes o delle Parabole, nel quale la funzione viene rappresentata in ogni intervallo mediante un polinomio di grado n

$$P(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$$

detto sinteticamente "parabola di grado n ". I metodi sotto riportati corrispondono rispettivamente ai casi $n = 1$, $n = 2$ ed $n = 3$.

1.3.2 Metodi di Simpson o delle parabole

1.3.2.1 I Metodo di Simpson o delle parabole di secondo grado

In questo caso, la funzione viene rappresentata mediante la parabola per tre punti consecutivi. L'area sottesa viene pertanto approssimata, in ogni coppia di intervalli consecutivi a partire da a , con quella sottesa dalla corrispondente parabola:

$$I_{12} = \int_a^{a+2h} f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

Da qui, la formula per l'intero intervallo $[a, b]$:

$$I = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) = \frac{h}{3} \sum_0^n m_i y_i$$

con i moltiplicatori $m_i = 1, 4, 2, 4, \dots, 4, 1$

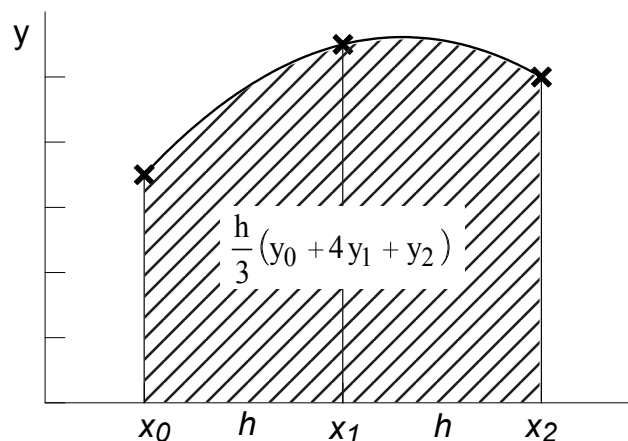


Fig. 1.3.1. Integrazione con il metodo di Simpson per tre punti consecutivi.

Il vantaggio principale del metodo consiste nella sua maggiore precisione (*teorica*) rispetto al metodo dei trapezi. Lo svantaggio è costituito dalla necessità di operare su coppie di intervalli e quindi su un numero totale *pai* di intervalli (cioè numero dispari di punti). Per calcolare l'area sottesa dalla curva nel singolo intervallo di una coppia, si può procedere con la cosiddetta *regola del 5, 8, -1*. Per il primo e rispettivamente per il secondo dei due intervalli facenti capo alla stessa parabola per tre punti, valgono, infatti, le formule seguenti:

$$I_1 = \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx \frac{h}{12}(5y_0 + 8y_1 - y_2) \quad I_2 = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \approx \frac{h}{12}(-y_0 + 8y_1 + 5y_2)$$

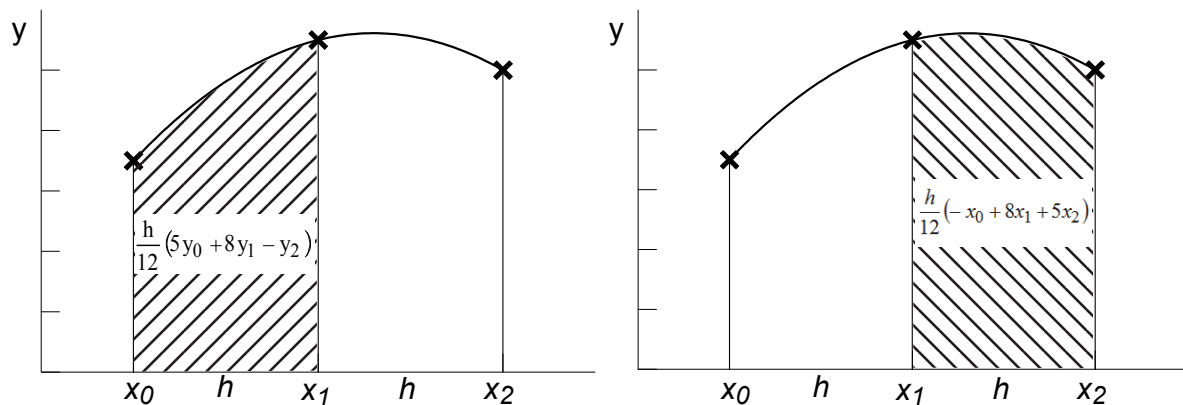


Fig. 1.3.2. I metodi del (5,8,-1) e del (-1,8,5).

1.3.2.2 Il Metodo di Simpson o delle parabole di terzo grado

Si chiama “metodo delle parabole cubiche” perchè si calcola l’area sottesa dalla parabola di terzo grado passante per *quattro* punti successivi.

$$I_{12} = \int_a^{a+3h} f(x) dx \approx \frac{3}{8} h (y_0 + 3y_1 + 3y_2 + y_3)$$

$$I \approx \frac{3}{8} h \sum_0^n m_i y_i \quad \text{con} \quad m_i = 1, 3, 3, 2, \dots, 2, 1$$

1.3.3 Note applicative sui metodi di integrazione approssimata

1.3.3.1 Il caso in cui si abbiano gruppi di intervalli

Abbiamo visto che il metodo dei trapezi può essere facilmente generalizzato al caso in cui gli intervalli abbiano ampiezze diverse. Il I metodo di Simpson nasce invece per coppie di intervalli uguali ($h = (b - a) / n = \text{const}$), ma può essere comunque applicato al caso di *gruppi di intervalli all’interno di ognuno dei quali ci sia un numero **pari** di intervalli uguali*. Basta spezzare l’integrale complessivo nella somma di più integrali, uno per ogni gruppo. L’ultima ordinata di ciascun gruppo è anche la prima del gruppo successivo. Ad esempio, se abbiamo due intervalli con intervallo h_1 e quattro intervalli con intervallo h_2 , si ha:

$$I = \int_a^b f(x) dx \approx I_1 + I_2 = \frac{h_1}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) + \frac{h_2}{3} (y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 4y_5 + y_6)$$

1.3.3.1 Considerazioni sulla funzione integranda

Volendo calcolare il momento statico dell’area rappresentata dalla funzione $y = f(x)$, ad esempio rispetto all’asse y , occorre calcolare l’integrale

$$M_{A,y} = \int x \cdot y \cdot dx$$

che, nella formulazione discreta si calcola con le sommatorie viste nei paragrafi precedenti, ove al posto di y_i , si mettono i prodotti $x_i y_i$. Prendendo ad esempio il metodo di Simpson, si ha, cioè:

$$M_{A,y} = \int_a^b xy dx \approx \frac{h}{3} \sum_0^n m_i x_i y_i$$

Analogamente, per il momento d'inerzia rispetto al medesimo asse y , si ha:

$$I_{A,y} = \int x^2 \cdot y \cdot dx \rightarrow I_{A,y} = \int_a^b x^2 y dx \approx \frac{h}{3} \sum_0^n m_i x_i^2 y_i$$

etc.

1.3.4 La derivata di una funzione data per punti

Più raramente, occorre calcolare la *derivata* di una funzione nota per punti. Per via grafica si misura la pendenza della curva ottenuta avviando i punti con un flessibile, mentre per via numerica si considera la pendenza di una funzione che avvii i punti stessi. Si usano a questo fine funzioni dotate di particolari proprietà dette *funzioni spline*. Ricordiamo che il problema della derivazione numerica è in generale di soluzione più complessa di quello della quadratura in quanto il valore della derivata è fortemente influenzato dalle inevitabili irregolarità nei punti di partenza. Per questo, nell'avviamento si cerca di eliminare le irregolarità mediante un processo di "lisciatura" (*fairing*) della curva, rinunciando spesso al requisito che la curva *passi esattamente* per tutti i punti.

1.3.5 L'interpolazione lineare

Può capitare di voler calcolare il valore di una funzione $f(x)$ data per punti $(x_i, i=1,n)$ (in un punto diverso da quelli dati, ma contenuto nell'intervallo $[x_1, x_n]$ di definizione della funzione (problema di estrapolazione), o al di fuori dell'intervallo medesimo (problema di estrapolazione). Mentre il problema dell'extrapolazione si presenta di grande difficoltà in quanto non è noto il trend della funzione fuori dell'intervallo di definizione, il problema dell'interpolazione si presenta più semplice e per esso vengono fornite diverse soluzioni basate sull'utilizzo di funzioni, più o meno semplici, che si appoggiano ai punti dati o che li approssimano.

Il caso più semplice è quello in cui la funzione utilizzata sia lineare in ogni intervallo e quindi graficamente corrisponda alla spezzata poligonale per i punti stessi. Per quanto esistano molti altri modi di risolvere il problema, ricorrendo a funzioni a tratti, basati su parabole di grado secondo o maggiore, e queste funzioni possano essere ottimizzate imponendo la continuità della funzione e di alcune sue derivate nel passaggio da un intervallo all'altro, l'interpolazione lineare è senz'altro la più usata nella pratica.

Supponiamo allora di voler calcolare il valore della funzione $f(x)$ nel punto $x \in [x_i, x_{i+1}]$. Si ha:

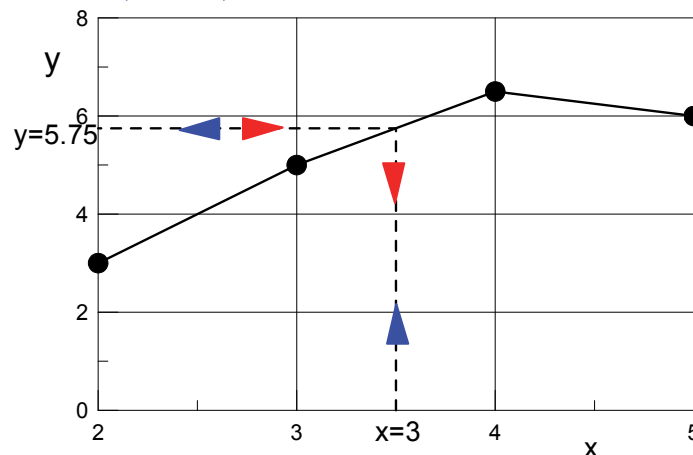
interpolazione diretta $x \rightarrow y$

retta per $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \cdot (x - x_1) + y_1$$

Se $y_1 \leq y \leq y_2$ si può anche fare l'interpolazione inversa $y \rightarrow x$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow x = \frac{(x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1)} \cdot (y - y_1) + x_1$$



Osserviamo che l'interpolazione inversa può avere più soluzioni se la funzione $f(x)$ non è sempre crescente o decrescente in senso stretto.

CAPITOLO 2 EQUILIBRIO E STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO

2.1 CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO

Considereremo, in questo paragrafo, il caso in cui sul corpo agiscano solamente il peso e la spinta. Per l'equilibrio, in questo caso, occorre e basta che peso e spinta costituiscano una coppia di braccio nullo. Le due forze devono infatti essere uguali e contrarie perché la risultante deve essere nulla e devono avere la stessa retta d'azione perché anche il momento deve essere nullo. Le condizioni di equilibrio sono pertanto tutte e sole quelle per cui la spinta bilancia esattamente il peso, e dunque il peso specifico medio del corpo è uguale a quello dell'acqua, ed inoltre il centro di gravità G ed il centro geometrico B sono sulla stessa verticale.

2.2 STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO

La posizione di equilibrio così definita è indifferente rispetto alle traslazioni del corpo nel piano orizzontale e rispetto alle rotazioni del corpo intorno ad un asse verticale. Se liquido e corpo sono incompressibili, l'equilibrio è anche indifferente rispetto alle traslazioni verticali (fintantoché il corpo è completamente immerso).

Ha dunque interesse pratico la sola discussione della stabilità dell'equilibrio rispetto ad inclinazioni intorno ad assi orizzontali. L'equilibrio è indifferente rispetto alle inclinazioni

qualora B e G coincidano (terza parte di Fig. 2.2.1). Negli altri casi l'inclinazione ha come effetto un disassamento di peso e spinta. In questi casi, studiamo la nuova situazione nel piano individuato dalle due forze (prime due parti della figura).

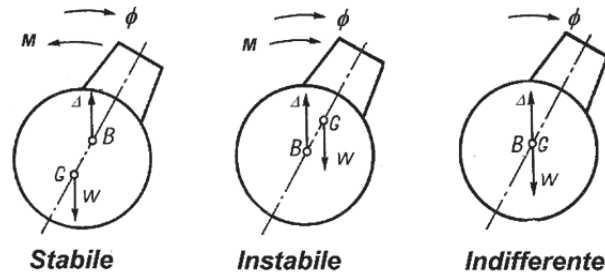


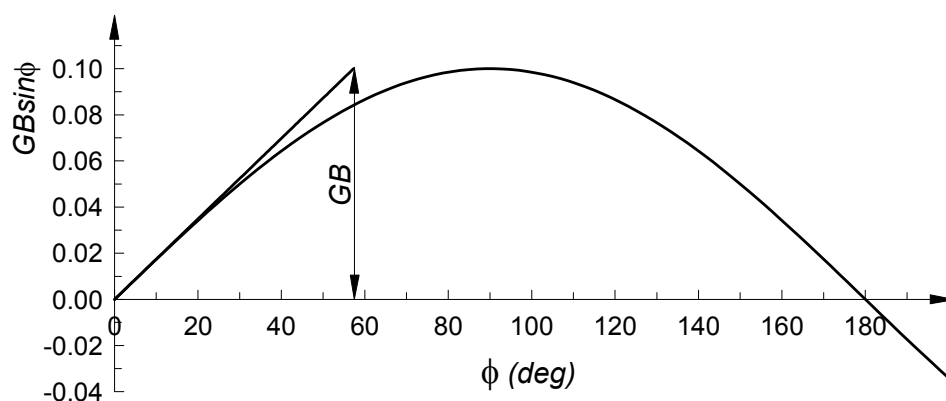
Fig. 2.2.1 Stabilità dell'equilibrio di un corpo completamente immerso.

Con riferimento alla Fig. 2.2.1 nella quale viene data al corpo un'inclinazione a destra di ampiezza ϕ , nel primo caso nasce un momento M raddrizzante, cioè tendente a riportare il corpo verso la posizione di equilibrio, mentre nel secondo caso un momento M sbandante, cioè tendente ad allontanare ulteriormente il corpo dalla posizione di equilibrio. La posizione di equilibrio sarà pertanto stabile o instabile a seconda che il centro di gravità si trovi sotto o sopra, ma sulla stessa verticale, del centro geometrico del corpo. Ovviamente, per una rotazione di 180° , la posizione di equilibrio stabile diventa instabile e viceversa.

Il momento raddrizzante M_R , che nasce in conseguenza di un'inclinazione intorno ad un asse orizzontale è espresso da¹⁹:

$$M_R = \Delta \cdot \overline{GB} \cdot \sin \phi$$

indipendentemente dalla direzione (orizzontale) dell'asse di inclinazione. In Fig. 2.2.2 viene rappresentato il braccio di stabilità $\frac{M_R}{\Delta} = \overline{GB} \cdot \sin \phi$ di un corpo completamente immerso avente, nella posizione di equilibrio stabile, $\overline{GB} = 0.10 \text{ m}$:



¹⁹ Si noti che la notazione adottata nella definizione di M_R , tipica della Statica della Nave, non segue le convenzioni della Meccanica in base alle quali un momento assiale, come il presente, è raddrizzante se ha segno opposto a quello dell'angolo di sbandamento dalla posizione di equilibrio, cioè $M_R = -\Delta \cdot \overline{GB} \cdot \sin \phi$

Fig. 2.2.2 Braccio di stabilità di un corpo completamente immerso.

L'indipendenza del momento raddrizzante dalla direzione dell'asse *orizzontale* intorno al quale avviene l'inclinazione, è evidente nella Fig. 2.2.3, dove è rappresentato un sottomarino in immersione. Si noti, in particolare, che il momento necessario a variare l'assetto di un certo angolo è uguale a quello necessario a produrre uno sbandamento trasversale della stessa entità (cioè dello stesso angolo) ²⁰, in quanto la distanza GB è la stessa in entrambi i casi.

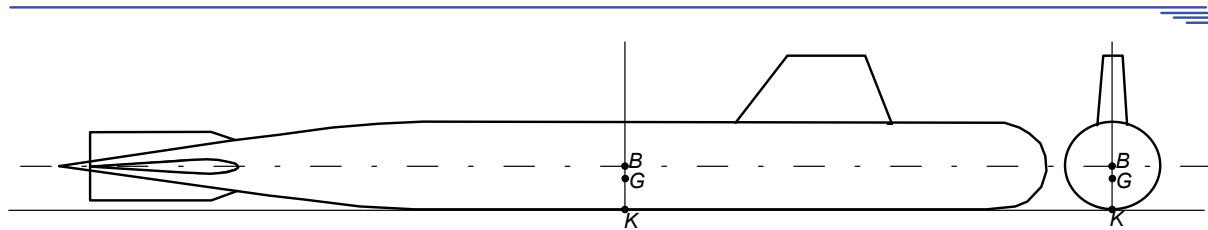


Fig. 2.2.3. Posizione di centro di carena e baricentro dei pesi per un sottomarino in immersione (in azzurro la superficie libera dell'acqua).

²⁰ Astraendo, ovviamente da attriti ed inerzie.

CAPITOLO 3 GEOMETRIA DEI GALLEGGIANTI

Consideriamo ora un corpo il cui peso specifico medi sia inferiore a quello dell'acqua o, in maniera equivalente, tale che la spinta corrispondente al suo volume completamente immerso (pensato stagno – ritorneremo su questo punto) sia maggiore del suo peso. In queste condizioni, un corpo “galleggia sull'acqua. Nel seguito di questo capitolo saranno riportati i teoremi classici della Geometria dei Galleggianti senza dimostrazione, ad eccezione del Teorema di Eulero in vista della sua importanza.

3.1 DEFINIZIONI

Considerato un galleggiante generico come in figura, si definiscono:

- *piano di galleggiamento*, o semplicemente *galleggiamento*, (*waterplane*) il piano che coincide con il pelo libero del liquido nel quale si trova il galleggiante;
- *figura di galleggiamento* (*waterplane area*) è quella ottenuta come sezione del galleggiante con il piano di galleggiamento;
- *linea di galleggiamento* (*waterline*) è il bordo della figura di galleggiamento;
- *centro di galleggiamento* (*center of floatation* o *centroid of the waterplane area*) F è il centro geometrico della figura di galleggiamento;
- *carena* (*hull*) è quella immersa delle due parti in cui il galleggiante risulta diviso dal piano di galleggiamento;
- *centro di carena* (*center of buoyancy*) B è il centro geometrico del volume di carena.

L'area della figura di galleggiamento ed il volume di carena saranno indicati rispettivamente con A_w e ∇ .

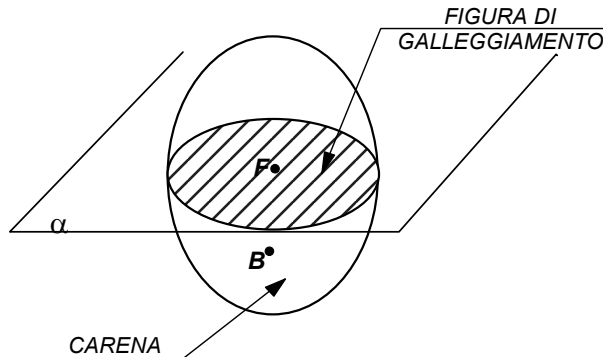


Fig. 3.1.1.1 Nomenclatura per un galleggiante.

Naturalmente la situazione può essere un po' più complicata. Ad esempio, per un catamarano la figura di galleggiamento e la carena risultano composte di due parti sconnesse ed i loro centri non appartengono alla figura di galleggiamento e rispettivamente al volume di carena (Fig. 3.1.1.2):

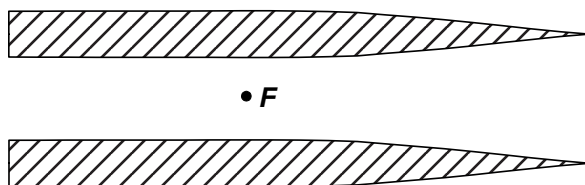


Fig. 3.1.1.2 Figura di galleggiamento di un catamarano.

Noi chiameremo poi (Fig. 3.1.1.3):

- *isocarene* (*equivolume hulls*) le carene dello stesso volume ottenute da un medesimo galleggiante con diversi piani di galleggiamento;
- *isocline* le carene individuate su uno stesso galleggiante da una serie di piani di galleggiamento paralleli tra loro.
- *isobate* le carene individuate su uno stesso galleggiante dai piani di galleggiamento appartenenti ad una stella di piani (o in particolare dai piani di un fascio);

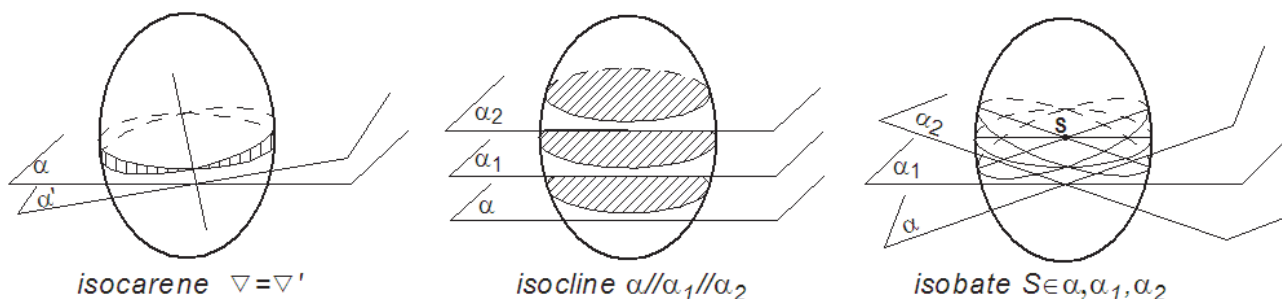


Fig. 3.1.1.3 Isocarene, carene isocline e carene isobate di un galleggiante.

3.1.1 Le carene associate ad una direttrice

Ragionando in maniera generalizzata, dato un galleggiante qualunque, si definiscono *carene associate ad una direttrice* le carene delimitate da piani di galleggiamento tangenti ad una superficie cilindrica avente per direttrice una determinata curva piana fissa al galleggiante e generatrici normali alla giacitura del piano che contiene la direttrice. Si può allora vedere che le carene associate ad una direttrice comprendono come casi particolari:

- le carene *isocline* se la direttrice si riduce ad un punto improprio in quanto in questo caso il cilindro si riduce ad un fascio di piani paralleli;
- le carene *isobate* se la direttrice si riduce ad un punto proprio in quanto in questo caso il cilindro si riduce ad una stella di piani;
- le *isocarene* (*equivolume*) se la direttrice si riduce alla proiezione sul piano di inclinazione della curva dei centri di galleggiamento delle isocarene relative ad un dato volume ed alla direzione di inclinazione coincidente con quella della generatrice della superficie cilindrica.

3.2 GEOMETRIA DELLE ISOCARENE

Consideriamo due galleggiamenti isocarenici individuati dai galleggiamenti α e α' (Fig. 3.2.1). Sia y la retta intersezione dei due galleggiamenti e ϕ l'angolo tra di essi. La nuova carena definita dal galleggiamento α' può allora essere ottenuta inclinando il corpo dell'angolo ϕ intorno all'asse y (rotazione di ampiezza ϕ). Chiameremo l'asse y *asse di inclinazione*, mentre un piano perpendicolare ad esso, ad esempio il piano passante per il centro B della carena iniziale, sarà detto *piano di inclinazione*. L'angolo ϕ sarà allora l'angolo tra le tracce sul piano di inclinazione dei due piani di galleggiamento α ed α' .

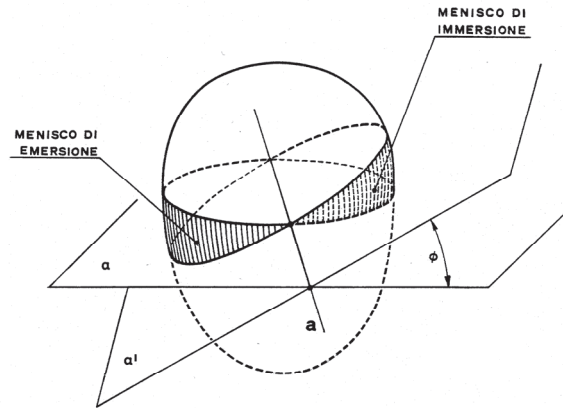


Fig. 3.2.1 I menischi nell'inclinazione isocarenica di un galleggiante.

In Fig. 3.2.1, si è inclinato il corpo verso destra, ma è risultato più conveniente, per l'economia della rappresentazione, ottenere lo stesso risultato inclinando il galleggiamento verso sinistra. Come conseguenza dell'inclinazione isocarenica, nascono due menischi, uno di immersione (che prima era "all'asciutto") ed uno di emersione, che prima faceva parte della carena.

Consideriamo ora il caso di due galleggiamenti isocarenici infinitamente vicini (angolo di inclinazione ϕ infinitesimo). Vale per essi il fondamentale teorema di Eulero:

3.2.1 Il Teorema di Eulero

La retta intersezione di due galleggiamenti isocarenici infinitamente vicini si trova a distanza infinitesima dai loro centri. In altri termini, a meno di infinitesimi dell'ordine dell'angolo di inclinazione $d\phi$, l'asse di inclinazione è baricentrico per entrambe le figure di galleggiamento.

Per la dimostrazione si considera che, essendo i due galleggiamenti isocarenici, il volume ∇_{M_E} del menisco di emersione deve essere uguale a quello ∇_{M_I} del menisco di immersione. Se A_{wI} ed A_{wE} sono le parti della figura di galleggiamento A_w che definiscono i rispettivi menischi, ed introducendo un asse x sul galleggiamento iniziale e passante per il centro di galleggiamento iniziale F , si ha (Fig. 3.2.1.1):

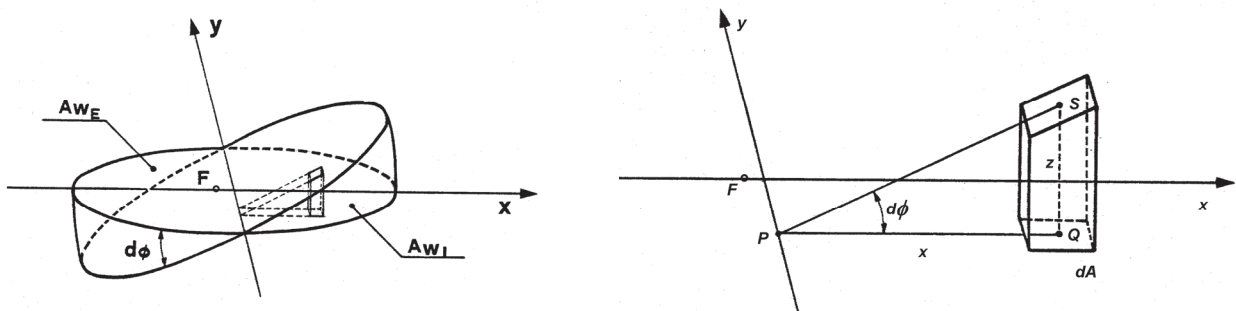


Fig. 3.2.1.1 Calcolo del volume del menisco di immersione.

$$\nabla_{M_I} = \int d\nabla_{M_I} = \int_{A_{wI}} z \cdot dA + \varepsilon_1(\phi) = \operatorname{tg}(\phi) \cdot \int_{A_{wI}} x \cdot dA = \operatorname{tg}(\phi) \cdot M_{A_{wI},y} + \varepsilon_1(\phi)$$

essendo $z = x \cdot \operatorname{tg}(\phi)$ ed $M_{A_{wI},y}$ il momento statico della figura di galleggiamento del menisco di immersione rispetto all'asse di inclinazione ed $\varepsilon_1(\phi)$ una quantità infinitesima di ordine superiore a ϕ . Ripetendo il calcolo per il menisco di emersione, si trova analogamente:

$$\nabla_{ME} = \int d\nabla_{ME} = - \int_{A_{wE}} z \cdot dA + \varepsilon_2(\phi) = \operatorname{tg}(\phi) \cdot \int_{A_{wE}} x \cdot dA = \operatorname{tg}(\phi) \cdot M_{A_{wE},y} + \varepsilon_2(\phi)$$

La condizione di uguaglianza dei due volumi:

$$|\nabla_{MI}| = |\nabla_{ME}|$$

si trasforma allora nella¹:

$$M_{A_{wI},y} = -M_{A_{wE},y} + \varepsilon(\phi)$$

Con $\varepsilon(\phi)$ infinitesimo con ϕ . Si ha, cioè

$$M_{A_{wI},y} + M_{A_{wE},y} = M_{A_w,y} = x_F A_w = \varepsilon(\phi)$$

e dunque x_F (cioè la distanza del centro di galleggiamento iniziale) è infinitesima con l'angolo di inclinazione. Ripetendo il ragionamento a partire dal galleggiamento finale A_w' , si ottiene lo stesso risultato per x_F' .

3.2.1.1 Considerazioni sugli ordini di infinitesimo del Teorema di Eulero

Il fatto che il volume di un menisco, ad esempio di quello di immersione possa essere definito dall'integrale $\int_{A_{wI}} z \cdot dA$ a meno di infinitesimi di ordine superiore al primo in ϕ può essere mostrato

mediante calcolo diretto. Con riferimento, ad esempio, al menisco di immersione di un galleggiante avente sezione costante lungo l'asse di inclinazione y e lunghezza $\bar{y}$ come in Fig. 3.2.1.1, si ha che il volume può essere ridotto alla somma del volume del cuneo e di quello dell'unghia:

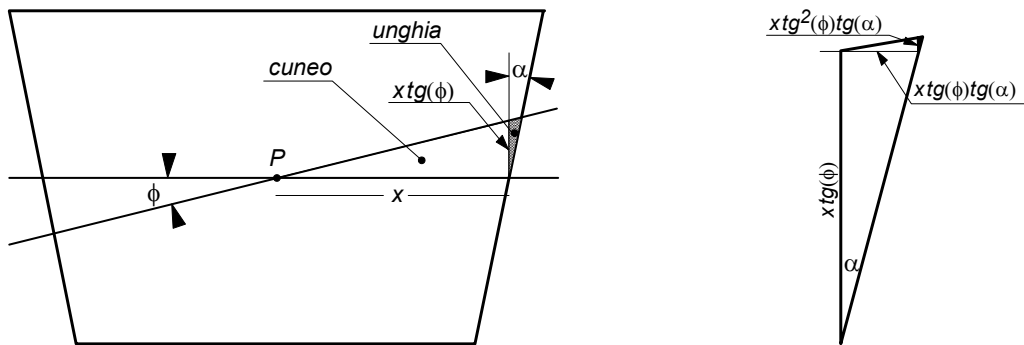


Fig. 3.2.1.1 Gli ordini di infinitesimo del Teorema di Eulero.

$$\nabla_{MI} = \int d\nabla_{MI} = \nabla_{cuneo} + \nabla_{unghia} = x^2 \cdot \bar{y} / 2 \cdot \left[\operatorname{tg}(\phi) + \left\{ \operatorname{tg}^2(\phi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}^3(\phi) \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) + \dots \right\} \right]$$

La parte in parentesi graffa rappresenta il volume dell'unghia, che, come si può vedere, è infinitesimo di ordine superiore al primo in ϕ .

¹ Si noti che, in base al riferimento adottato, ∇_{ME} è negativo.

3.2.2 Le superfici dei centri isocarenici di galleggiamento e dei centri isocarenici di carena

Una prima conseguenza del Teorema di Eulero è il seguente:

Corollario

Il piano α che individua il galleggiamento è tangente alla superficie dei centri di galleggiamento in F .

Una seconda conseguenza è costituita dalla seguente proprietà:

Inclinando un galleggiante di un angolo infinitesimo rispetto ad un asse giacente sul piano di galleggiamento e passante per il centro di galleggiamento si ottiene un nuovo galleggiamento isocarenico. In altri termini, le inclinazioni infinitesime intorno ad assi orizzontali baricentrici sulla figura di galleggiamento sono isocareniche².

Al variare dell'asse di inclinazione (baricentrico sulla figura di galleggiamento), per inclinazioni infinitesime, si ha allora una nuova figura di galleggiamento con un nuovo centro isocarenico alla precedente. Il centro di galleggiamento si sposta dalla posizione iniziale e descrive una superficie detta *Superficie dei centri isocarenici di galleggiamento*. Corrispondentemente, si ha anche uno spostamento del centro di carena, che a descrivere una superficie detta *Superficie dei centri isocarenici di carena*.

Convieni a questo punto introdurre:

- la *superficie dei centri isocarenici di galleggiamento* cioè il luogo dei centri di galleggiamento di tutte le isocarene ad una carena data³;
- la *superficie dei centri isocarenici di carena* cioè il luogo dei centri di tutte le isocarene ad una carena data;

Si introducono anche due sistemi di riferimento

- uno, $Fxyz$ centrato in F ed avente per asse y l'asse di inclinazione, l'asse z verticale orientato verso l'alto e l'asse x a fare terna destra con i primi due;
- l'altro, $BXYZ$ centrato nel centro B della carena iniziale e con gli assi paralleli ed equiversi al precedente.

² Si noti che la condizione di appartenenza alla figura di galleggiamento per l'asse baricentrico di inclinazione affinché un'inclinazione infinitesima sia isocarenica, *non è necessaria*. Si consideri che una rotazione infinitesima è rappresentabile mediante un vettore avente la direzione orientata dell'asse di rotazione ed intensità pari all'ampiezza della rotazione (questo non è possibile per le rotazioni di ampiezza finita perché la loro somma non è commutativa). Preso un asse baricentrico r qualunque, si può dunque scomporre la rotazione infinitesima secondo due assi r_1 ed r_2 complanari all'asse di inclinazione e concorrenti in F . Le ampiezze delle due rotazioni (infinitesime) si compongono infatti con le regole del calcolo vettoriale per dare l'ampiezza risultante. Se in particolare si considera il piano per r perpendicolare al galleggiamento e si indica con y la traccia di questo piano sul galleggiamento, la coppia formata dall'asse y , che passa ovviamente per F e dall'asse verticale per F è adatta a realizzare la scomposizione della rotazione intorno ad r . Basta a questo punto osservare che la componente di rotazione infinitesima intorno ad y realizza l'isocarena, mentre quella intorno all'asse verticale non ha alcun effetto sulla carena.

³ Alternativamente definita come la superficie involuppo dei piani di galleggiamento isocarenici.

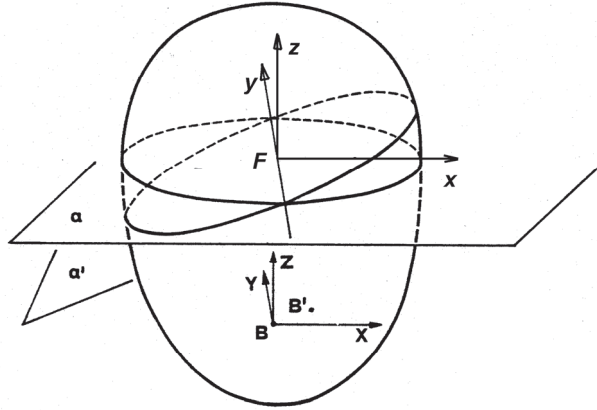


Fig. 3.2.2.1 Lo spostamento del centro di carena nel corso di un'inclinazione infinitesima isocarenica (da Cardo, 1974).

Considerando ora un'inclinazione infinitesima isocarenica $d\phi$, si ha che il centro di carena si sposta dalla posizione iniziale B ad una posizione, prossima, B' (Fig. 3.2.2.1). Le coordinate X, Y, Z della nuova posizione B' nel riferimento $BXYZ$ (e quindi le componenti dello spostamento infinitesimo $\overline{BB'}$), sono date da^{4,5}:

$$\begin{cases} X = \frac{I_{A_W, y}}{\nabla} d\phi \\ Y = \frac{I_{A_W, xy}}{\nabla} d\phi \\ Z = \frac{I_{A_W, y}}{2 \cdot \nabla} (d\phi)^2 \end{cases}$$

essendo:

$$I_{A_W, y} = \int_{A_W} x^2 \cdot dA_W$$

e

$$I_{A_W, xy} = P_{A_W} = \int_{A_W} x \cdot y \cdot dA_W$$

rispettivamente il *momento d'inerzia* ed il *prodotto d'inerzia* o *momento centrifugo* (geometrici) della figura di galleggiamento rispetto all'asse di inclinazione.

Si può introdurre il *raggio d'inerzia*, o *raggio di girazione*, k_y ⁶ geometrico per la figura di galleggiamento relativamente all'asse y :

$$k_y = \sqrt{\frac{I_{A_W, y}}{A_W}}$$

⁴ Queste formule sono anche ottenibili a partire dalle equazioni di Scribanti di cui al § 3.6 più avanti.

⁵ Ad esse si può anche giungere per calcolo diretto, seguendo lo schema individuato nel § 3.2.1, calcolando le variazioni dei momenti statici di volume dovute ai menischi e le conseguenti variazioni delle coordinate del centro di tale volume, come sarà mostrato in dettaglio nel successivo § 3.2.2.1. Trattandosi di inclinazioni infinitesime, si può porre: $\text{tg}(\phi) \cong \phi$.

⁶ Non usiamo la tradizionale notazione ρ per il raggio d'inerzia, per evitare confusione con il raggio metacentrico.

Riguardo la notazione usata per indicare le componenti dello spostamento di B , va notato che si tratta di quantità infinitesime anche se tradizionalmente vengono indicate come quantità finite. Si può osservare immediatamente che gli spostamenti X ed Y sono quantità del primo ordine, mentre quello Z è infinitesimo del secondo ordine. L'espressione analitica della traiettoria di B proiettata sul piano XZ si ottiene eliminando l'angolo tra le equazioni che danno X e Z . Si ottiene:

$$Z = \frac{\nabla}{2 \cdot I_{A_w, y}} \cdot X^2$$

che è una parabola. Per quanto riguarda lo spostamento Y , va osservato che, dipendendo dal prodotto d'inerzia, esso è nullo se l'asse di inclinazione è asse principale d'inerzia.

Le equazioni date per X , Y e Z costituiscono, in piccolo, le equazioni parametriche della superficie dei centri isocarenici di carena (Fig. 3.2.2.2) per la quale valgono i seguenti:

Teorema fondamentale

Il piano tangente β (in B) alla superficie dei centri isocarenici di carena è parallelo al galleggiamento α .

Corollario

La spinta è ortogonale (in B) alla superficie dei centri isocarenici di carena.

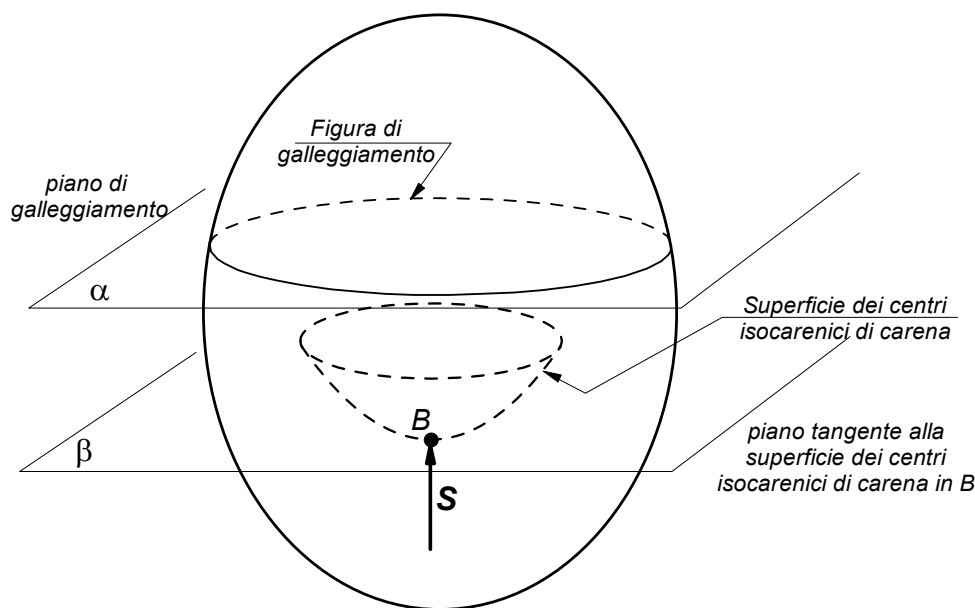


Fig. 3.2.2.2 La superficie dei centri isocarenici di carena.

Come si può vedere, lo spostamento del centro di carena in relazione ad una inclinazione infinitesima isocarenica dipende dalle caratteristiche della figura di galleggiamento, cioè dai suoi momenti d'inerzia rispetto all'asse di inclinazione e *non* dalle caratteristiche della carena, a parte il volume, che però non cambia nel corso dell'inclinazione. Questo fatto determinerà, come vedremo, *una profonda differenza di comportamento tra galleggianti e corpi completamente immersi relativamente alla condizione di stabilità dell'equilibrio.*

La superficie dei centri isocarenici di carena sta sopra il piano tangente β in B .

3.2.2.1 Dimostrazione delle equazioni che danno lo spostamento del centro isocarenico di carena

Per determinare la nuova posizione di B in seguito all'inclinazione infinitesima isocarenica di cui ai § 3.2.1 e 3.2.2, si adottano entrambi i riferimenti $Fxyz$ e $BXYZ$. Ricordiamo che, a parziale differenza della Fig. 3.2.1.1, il punto F appartiene all'asse di inclinazione y , in base al Teorema di Eulero.

Le nuove coordinate $B'(XYZ)$ del centro di carena si calcolano, al solito, come rapporto tra i nuovi momenti statici di volume ed il volume di carena (invariato). I nuovi momenti statici tengono conto del contributo negativo del menisco di emersione e di quello positivo del menisco di immersione, mentre il volume di carena rimane invariato essendo l'inclinazione isocarenica. Con ovvio significato dei simboli, si ha pertanto:

$$X = X_{B'} = \frac{M_{\nabla'(Y,Z)}}{\nabla'}, \quad Y = Y_{B'} = \frac{M_{\nabla'(X,Z)}}{\nabla'}, \quad Z = Z_{B'} = \frac{M_{\nabla'(X,Y)}}{\nabla'}, \quad \text{con}$$

$$M_{\nabla'(Y,Z)} = M_{\nabla(Y,Z)} + M_{\nabla_{MI}(Y,Z)} - M_{\nabla_{ME}(Y,Z)} \quad \text{cioè} \quad \nabla' \cdot X_{B'} = \nabla \cdot X_B + \nabla_{MI} \cdot X_{B_{MI}} - \nabla_{ME} \cdot X_{B_{ME}}$$

ed infine $\nabla' \cdot X = \nabla_{MI} \cdot X_{B_{MI}} - \nabla_{ME} \cdot X_{B_{ME}}$ in quanto $X_B = 0$ essendo il B iniziale origine del sistema di riferimento $BXYZ$ (ricordiamo che è anche $\nabla' = \nabla \Rightarrow \nabla_{MI} = \nabla_{ME}$).

Si hanno poi analoghe espressioni per le coordinate Y e Z .

Per il calcolo dei contributi dei menischi, si parte dalle stesse considerazioni svolte per la determinazione del loro volume (§ 3.2.1) nella Fig. 3.2.1.1, cioè utilizzando lo stesso volumetto prismatico ma tenendo presente il cambiamento di coordinate (traslazione) da $Fxyz$ a $BXYZ$:

$$\begin{cases} X_{B_{MI}} = X_F + x_{B_{MI}} \\ Y_{B_{MI}} = Y_F + y_{B_{MI}} \\ Z_{B_{MI}} = Z_F + z_{B_{MI}} \end{cases} \quad \text{ed analoghe per il menisco di immersione.}$$

Si ha dunque:

$$\begin{cases} \nabla' \cdot X = \nabla_{MI} \cdot X_{B_{MI}} - \nabla_{ME} \cdot X_{B_{ME}} = \nabla_{MI} \cdot (x_F + X_{B_{MI}} - x_F - X_{B_{ME}}) = M_{\nabla_{MI}(y,z)} - M_{\nabla_{ME}(y,z)} \\ \nabla' \cdot Y = \nabla_{MI} \cdot Y_{B_{MI}} - \nabla_{ME} \cdot Y_{B_{ME}} = \nabla_{MI} \cdot (y_F + Y_{B_{MI}} - y_F - Y_{B_{ME}}) = M_{\nabla_{MI}(x,z)} - M_{\nabla_{ME}(x,z)} \\ \nabla' \cdot Z = \nabla_{MI} \cdot Z_{B_{MI}} - \nabla_{ME} \cdot Z_{B_{ME}} = \nabla_{MI} \cdot (z_F + Z_{B_{MI}} - z_F - Z_{B_{ME}}) = M_{\nabla_{MI}(x,y)} - M_{\nabla_{ME}(x,y)} \end{cases}$$

Considerando ora che le coordinate del centro del volumetto elementare del menisco di immersione riportato in Fig. 3.2.1.1 sono $(x, y, z/2)$ con $z = x \cdot \tan(\phi)$, si ha, avendo ora trascurato i contributi infinitesimi di ordine superiore al primo per le prime due e superiore al secondo per la terza:

$$\left\{ \begin{aligned} M_{\nabla_{MI(y,z)}} &= \int dM_{\nabla_{MI(y,z)}} = \int_{A_{wI}} x \cdot d\nabla_{MI(y,z)} = \operatorname{tg}(\phi) \cdot \int_{A_{wI}} x^2 \cdot dA = \operatorname{tg}(\phi) \cdot I_{A_{wI},y} \\ M_{\nabla_{MI(x,z)}} &= \int dM_{\nabla_{MI(x,z)}} = \int_{A_{wI}} y \cdot d\nabla_{MI(x,z)} = \operatorname{tg}(\phi) \cdot \int_{A_{wI}} x \cdot y \cdot dA = \operatorname{tg}(\phi) \cdot P_{A_{wI},x,y} \\ M_{\nabla_{MI(x,y)}} &= \int dM_{\nabla_{MI(x,y)}} = \int_{A_{wI}} \frac{1}{2} z \cdot x \cdot d\nabla_{MI(x,y)} = \operatorname{tg}^2(\phi) \cdot \int_{A_{wI}} \frac{1}{2} x^2 \cdot dA = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2(\phi) \cdot I_{A_{wI},y} \end{aligned} \right.$$

si ricavano infine le relazioni cercate, tenendo conto che $\nabla' = \nabla$ e $\operatorname{tg}(d\phi) \cong d\phi$.

3.2.3 Metacentro e Raggio Metacentrico

3.2.3.1 Il caso in cui l'asse di inclinazione è asse principale (centrale) d'inerzia

In questo caso, il prodotto d'inerzia è nullo e si ha:

$$Y = \frac{I_{A_W,xy}}{\nabla} d\phi = 0$$

per cui il centro di carena rimane nel piano di inclinazione (piano XZ). Con riferimento alla Fig. 3.2.3a, si consideri la traiettoria del centro isocarenico di carena BB' e sia M il punto intersezione della retta d'azione della spinta (per B') con l'asse Z . Il punto M così ottenuto si chiama *metacentro* e la distanza $\overline{BM}$ *raggio metacentrico* (talvolta indicato con ρ).

- dal punto di vista *geometrico* il Metacentro è il *centro di curvatura* della proiezione sul piano XZ della traiettoria dei centri isocarenici di carena (centro del *circolo osculatore* alla curva⁷).
- dal punto di vista *fisico*, il Metacentro è il *punto per cui passa la retta d'azione della spinta* per tutte le piccole inclinazioni isocareniche intorno all'asse di inclinazione scelto.

In base alle considerazioni precedenti, possiamo ricavare l'espressione del raggio metacentrico considerando che l'arco BB'_{arco} è, a meno di infinitesimi di ordine superiore a $d\phi$ un arco di cerchio e che la sua lunghezza, sempre a meno dei suddetti infinitesimi, si può confondere con quella della tangente che coincide con X :

$$BB'_{arco} \cong \overline{BM} \cdot d\phi \cong X = \frac{I_{A_W,y}}{\nabla} d\phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{BM} = \frac{I_{A_W,y}}{\nabla}}$$

⁷ Ricordiamo che la Geometria Differenziale definisce *circolo osculatore* alla curva C in un suo punto P la posizione limite assunta dal circolo tangente a C in P e passante per un altro punto P_1 al tendere di P_1 a P lungo la curva. Il raggio ρ del circolo osculatore ed il suo inverso si dicono rispettivamente *raggio di curvatura* e *curvatura* di C in P . Alternativamente si può ottenere il centro del circolo osculatore come posizione limite raggiunta dal punto intersezione della normale in P e di quella in P_1 al tendere di P_1 a P lungo la curva. Se la curva è definibile da una

funzione esplicita $y = f(x)$, si ha $\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$.

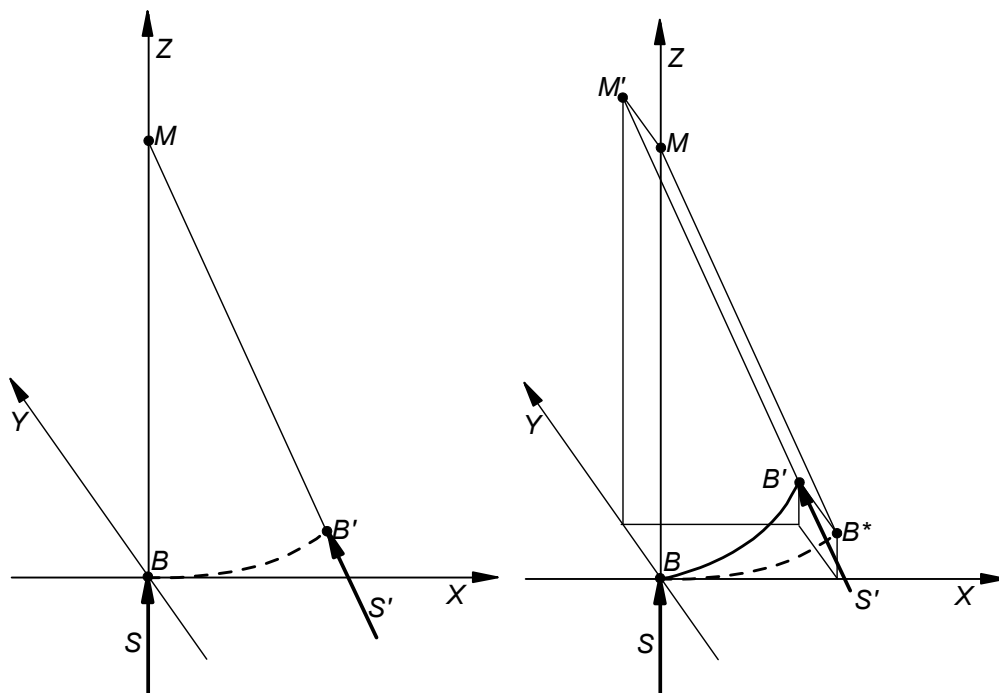


Fig. 3.2.3 Il metacentro nel caso di inclinazioni infinitesime isocareniche intorno ad:
a) un asse principale d'inerzia della figura di galleggiamento (a sinistra).
b) un asse generico passante per il centro della figura di galleggiamento (a destra).

3.2.3.2 Il caso generale

Passiamo ora al caso di asse d'inclinazione qualunque (per F). Con riferimento alla Fig. 3.2.3b, si consideri la proiezione BB^* della traiettoria del centro isocarenico di carena BB' sul piano XZ (parallelo al piano di inclinazione) e sia M il punto intersezione della proiezione della retta d'azione della spinta (per B^*) con l'asse Z .

Alternativamente, il punto M si ottiene proiettando sull'asse Z il punto M' intersezione della retta d'azione della spinta Δ' con il piano XZ ⁸. Il punto M così ottenuto si chiama *metacentro* e la distanza $\overline{BM}$ *raggio metacentrico* (talvolta indicato con ρ).

Come nel caso precedente, dal punto di vista *geometrico* il Metacentro è il centro di curvatura della proiezione sul piano XZ della traiettoria dei centri isocarenici di carena (centro del *circolo osculatore* alla curva⁹).

Differentemente dal caso precedente, dal punto di vista *fisico*, il Metacentro è il punto per cui passa la *proiezione della retta d'azione della spinta sul piano di inclinazione* per tutte le piccole inclinazioni isocareniche intorno all'asse di inclinazione scelto.

In base alle considerazioni precedenti, possiamo ricavare l'espressione del raggio metacentrico considerando che l'arco BB^*_{arco} è, a meno di infinitesimi di ordine superiore a $d\phi$ un arco di cerchio e che la sua lunghezza, sempre a meno dei suddetti infinitesimi, si può confondere con quella della tangente che coincide con X :

⁸ Il punto M è la posizione limite assunta da M' al tendere di ϕ a 0.

⁹ Ricordiamo che la Geometria Differenziale definisce *circolo osculatore* alla curva C in un suo punto P la posizione limite assunta dal cerchio tangente a C in P e passante per un altro punto P_1 al tendere di P_1 a P lungo C . Il raggio del cerchio osculatore ed il suo inverso si dicono rispettivamente *raggio di curvatura* e *curvatura* di C in P .

$$BB^*_{arco} \cong \overline{BM} \cdot d\phi \cong X = \frac{I_{A_W, y}}{\nabla} d\phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{BM} = \frac{I_{A_W, y}}{\nabla}}$$

Nel seguito indicheremo $I_{A_W, y}$ semplicemente con I_y . Osserviamo innanzitutto che la posizione del metacentro varia in generale al variare dell'asse di inclinazione (sempre rimanendo quest'ultimo baricentrico sulla figura di galleggiamento) in conseguenza della variazione del momento d'inerzia della figura di galleggiamento. Come si vedrà meglio nel paragrafo seguente, la variabilità del momento d'inerzia è rappresentata in maniera sintetica dall'ellisse d'inerzia i cui assi sono gli assi principali d'inerzia della figura.

In corrispondenza degli assi principali d'inerzia, il momento d'inerzia è rispettivamente massimo o minimo ed il prodotto d'inerzia è nullo e di conseguenza non c'è spostamento del centro di carena nella direzione dell'asse di inclinazione¹⁰. Vedremo che è proprio questo il caso nel quale la nozione di metacentro viene più comunemente utilizzata (Stabilità Iniziale della Nave). Sempre in corrispondenza degli assi principali d'inerzia il momento d'inerzia ha un estremo (massimo o minimo) e di conseguenza si ha la posizione più alta $M_{\max}$ (grande metacentro – talvolta indicato con M) o più bassa $M_{\min}$ (piccolo metacentro – talvolta indicato con m) per il metacentro e rispettivamente il massimo o minimo valore del raggio metacentrico $\overline{BM}$ (classicamente indicati rispettivamente con r e R).

3.2.4 Gli assi principali d'inerzia e l'ellisse d'inerzia della figura di galleggiamento

Si consideri il generico asse y_α per F . Considerando un'inclinazione infinitesima intorno a quest'asse, si ha un'isocarena e si può definire il raggio metacentrico $\rho_\alpha = \frac{I_{y_\alpha}}{\nabla}$, essendo I_{y_α} il momento d'inerzia della figura di galleggiamento rispetto all'asse y_α . Ripetendo le considerazioni svolte nel § 1.1.5.3, si possono introdurre gli assi principali d'inerzia per F , cioè gli assi centrali d'inerzia. Essi godono delle stesse proprietà viste nel § 1.1.5.3, ed in più godono delle proprietà conseguenti al Teorema di Eulero, cioè le inclinazioni infinitesime intorno ad essi sono isocareniche.

Nel caso della Geometria dei Galleggianti si introduce l'ellisse d'inerzia (§ 1.1.5.4) della figura di galleggiamento corrispondente al volume di carena ∇ . Sul piano di galleggiamento si traccia un'ellisse con centro in F ed avente per assi gli assi principali centrali d'inerzia x ed y e semiassi rispettivamente pari agli inversi dei momenti d'inerzia della figura di galleggiamento rispetto a quegli assi. Riferita ai propri assi, l'ellisse ha dunque equazione¹¹:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{I_x}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{I_y}}\right)^2} = 1 \quad \text{cioè} \quad I_x \cdot x^2 + I_y \cdot y^2 = 1,$$

¹⁰ Questo vale per inclinazioni infinitesime. Torneremo su questo punto per le inclinazioni di ampiezza finita nel § 6.3.

¹¹ In Scienza delle Costruzioni tipicamente si utilizza l'ellisse (del Culmann) avente come semiassi i raggi d'inerzia k_y e k_x , avente cioè equazione: $x^2/k_y^2 + y^2/k_x^2 = 1$. Quella riportata sopra corrisponde invece al caso piano dell'ellissoide d'inerzia (del Poinot) che viene utilizzato in Meccanica Razionale per studiare i moti di un corpo rigido (si vedano ad esempio i corsi di $\rightarrow$ Tenuta al Mare e $\rightarrow$ Manovrabilità delle Navi).

Considerando il generico asse centrale x_α che incontri l'ellisse in P , si ha $\overline{FP} = \frac{1}{\sqrt{I_{x_\alpha}}}$.

Nel caso di una nave di forme convenzionali, si ha $BM_x = r$ e $BM_y = R$ (con $R \gg r$); un esempio, relativo ad un piccolo traghetto, è riportato nella figura sottostante.

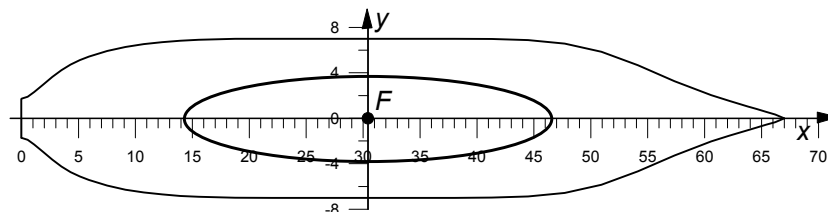


Fig. 3.2.5 L'ellisse d'inerzia della figura di galleggiamento di un piccolo traghetto.

Ricordiamo infine che, per un dato asse di inclinazione rispetto al quale si abbia il raggio metacentrico $\overline{BM}$, si ha:

$$k = \sqrt{\frac{I_{A_W}}{A_W}} = \sqrt{\frac{\overline{BM} \cdot \nabla}{A_W}} = \sqrt{\frac{\overline{BM} \cdot \Delta}{w \cdot A_W}}$$

Nel seguito della presente trattazione non faremo uso delle proprietà connesse con l'ellisse d'inerzia della figura di galleggiamento ed in particolare della proprietà relativa ai diametri coniugati vista nel § 1.1.5.5. In generale, ci limitiamo a ricordare che, in presenza di un'inclinazione isocarenica intorno ad un asse qualunque, formante l'angolo α con l'asse x , la direzione della (proiezione sul galleggiamento della) tangente in B alla traiettoria dei centri isocarenici di carena è coniugata a quella dell'asse di inclinazione. Un cenno al caso delle inclinazioni infinitesime sarà dato nel § 6.2.1.2.

3.3 LA ZONA – METACENTRO DI ZONA

Consideriamo ora la porzione di carena compresa tra due galleggiamenti α_1 ed α_2 paralleli che individuano rispettivamente due carene di volume ∇_1 e ∇_2 . Tale porzione si chiama *zona* ed ha volume $\nabla_z = \nabla_2 - \nabla_1$ positivo o negativo a seconda che il secondo galleggiamento corrisponda ad un'immersione superiore o inferiore. Effettuando una inclinazione infinitesima isocarenica della zona, cioè inclinando separatamente le due figure di galleggiamento intorno ad assi paralleli e baricentrici sulle rispettive superficie, il centro di zona si sposta dalla posizione B_z alla posizione B_z' come in Fig. 3.3.1:

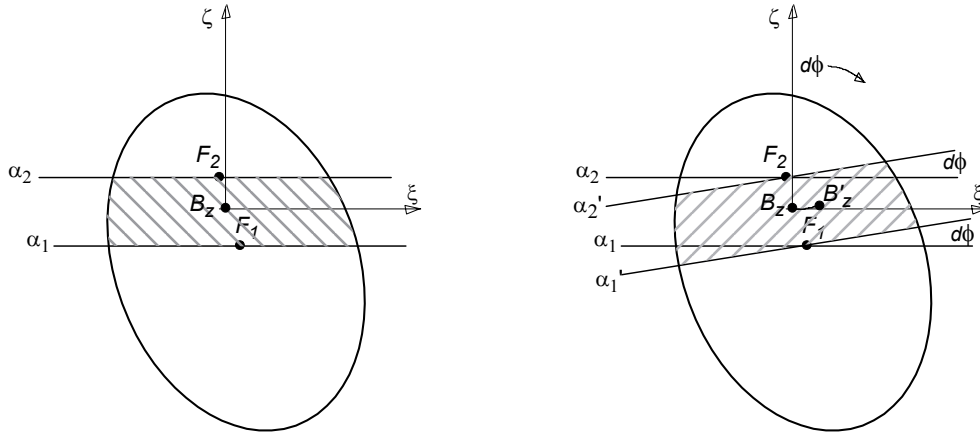


Fig. 3.3.1 La zona isocarenica.

Le equazioni che forniscono lo spostamento del centro di zona nel riferimento $B_z \xi \eta \zeta$ centrato nel centro di zona iniziale sono formalmente simili a quelle per il centro di carena:

$$\begin{cases} \xi = \frac{I_{y2} - I_{y1}}{\nabla_2 - \nabla_1} d\phi = \frac{\Delta(I_y)}{\Delta(\nabla)} d\phi \\ \eta = \frac{I_{xy2} - I_{xy1}}{\nabla_2 - \nabla_1} d\phi = \frac{\Delta(I_{xy})}{\Delta(\nabla)} d\phi \\ \zeta = \frac{1}{2} \frac{I_{y2} - I_{y1}}{\nabla_2 - \nabla_1} (d\phi)^2 = \frac{1}{2} \frac{\Delta(I_y)}{\Delta(\nabla)} (d\phi)^2 \end{cases}$$

con ovvio significato dei simboli.

Procedendo in maniera analoga a quanto fatto per il centro di carena, si può definire una superficie dei centri isocarenici di zona che rimarrà ancora tutta da una parte rispetto al piano orizzontale $\xi\eta$ e precisamente sopra se la variazione di momento d'inerzia (nel passaggio tra il galleggiamento α_1 e quello α_2) è positiva e simultaneamente il galleggiamento α_2 sta sopra quello α_1 o se la variazione di momento d'inerzia (nel passaggio tra il galleggiamento α_1 e quello α_2) è negativa e simultaneamente il galleggiamento α_2 sta sotto quello α_1 . La superficie dei centri isocarenici di zona sta sotto il piano $\xi\eta$ negli altri casi (come in Fig. 3.3.2).

Valgono le seguenti proprietà:

Il piano tangente alla superficie dei centri isocarenici di zona in B_z è parallelo ai piani di galleggiamento che individuano la zona;

La spinta agente sulla zona è normale alla superficie dei centri isocarenici di zona.

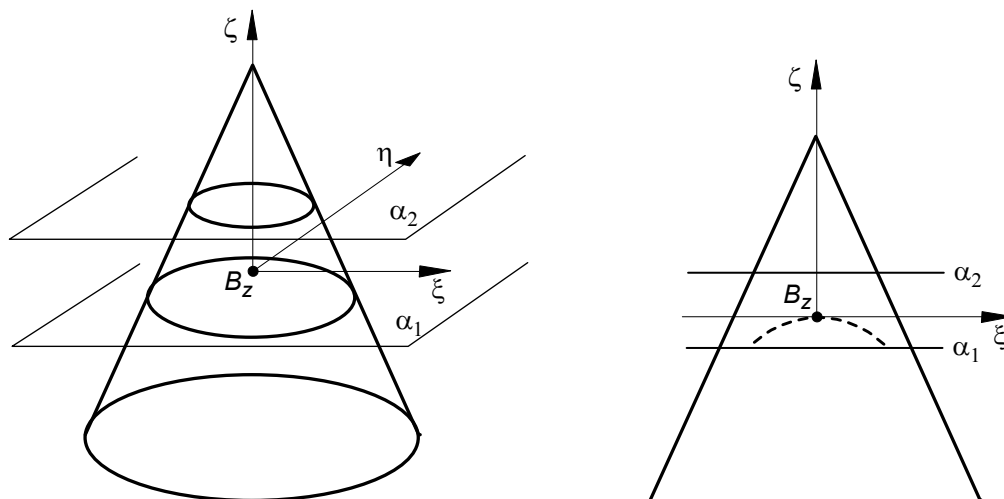


Fig. 3.3.2 Illustrante la superficie dei centri isovolumici di zona. A sinistra zona tagliata su un cono dai galleggiamenti α_1 e α_2 ; a destra traccia della superficie dei centri isovolumici di zona sul piano $\xi\zeta$

Anche nel caso della zona si può definire un metacentro (metacentro di zona) N con le stesse proprietà geometriche e fisiche del metacentro di carena (Fig. 3.3.3). Il raggio metacentrico di zona, spesso indicato con τ , è definito da:

$$\overline{B_z N} = \tau = \frac{\Delta(I_y)}{\Delta(\nabla)}$$

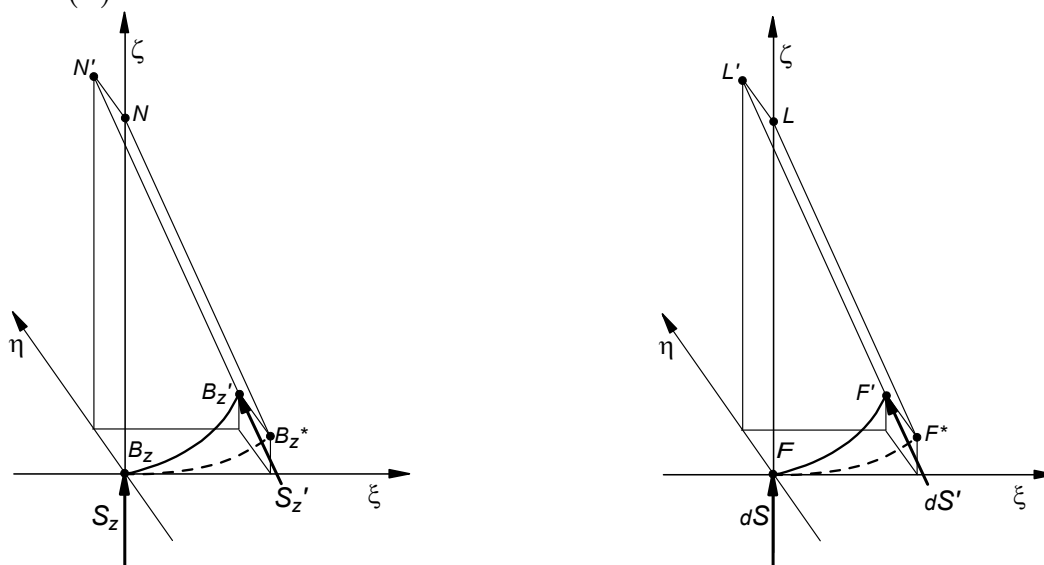


Fig. 3.3.3 Metacentro di zona e metacentro di galleggiamento.

3.4 SUPERFICIE DEI CENTRI ISOCARENICI DI GALLEGGIAMENTO – METACENTRO DIFFERENZIALE

La figura di galleggiamento si può considerare equivalente ad una zona di spessore infinitesimo (zona *differenziale*). Si considera la superficie dei centri isocarenici di galleggiamento tenendo conto che in una inclinazione infinitesima isocarenica il centro di galleggiamento F si sposta nella posizione F' le cui coordinate, nel riferimento $Fxyz$ centrato in F (con y asse di inclinazione) sono definite dalle equazioni:

$$\begin{cases} x = \frac{dI_y}{d\nabla} d\phi \\ y = \frac{dI_{xy}}{d\nabla} d\phi \\ z = \frac{1}{2} \frac{dI_y}{d\nabla} (d\phi)^2 \end{cases}$$

a partire dalle quali si possono poi definire, come caso limite della zona, un *metacentro di galleggiamento o differenziale* L (Fig. 3.3.3) ed un raggio metacentrico di galleggiamento o differenziale $\overline{FL}$ (talvolta indicato con σ) mediante la seguente espressione:

$$\overline{FL} = \sigma = \frac{dI_y}{d\nabla}$$

Il raggio metacentrico differenziale (ed il suo segno) è legato alla pendenza delle murate del galleggiante rispetto alla verticale ed è nullo per murate verticali come conseguenza del:

Teorema di Doyère: Consideriamo al solito un asse y di inclinazione trasversale, l'asse x ad esso ortogonale per F sul galleggiamento α e l'asse z verticale verso l'alto. Si portino per ogni punto P dell'asse y dal galleggiamento α le due perpendicolari alla linea intersezione della superficie esterna del galleggiante con il piano verticale per P parallelo all'asse x in corrispondenza al galleggiamento α . Le due perpendicolari condotte fino ad incontrare il piano yz , individuano un solido, detto *solido di Doyère*, di volume Ω e base corrispondente alla figura di galleggiamento (Fig. 3.4.1 e 3.4.2). Si può dimostrare che:

$$\overline{FL} = \sigma = \frac{2 \cdot \Omega}{A_w}$$

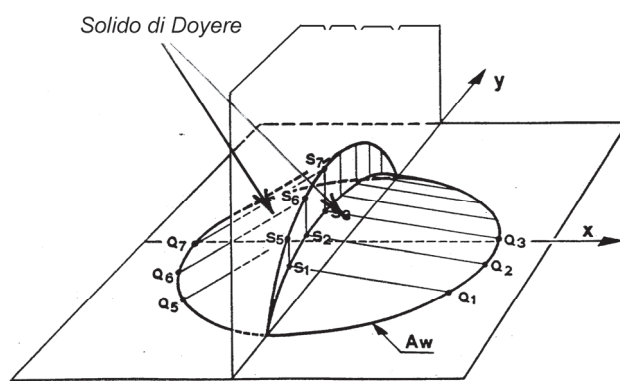
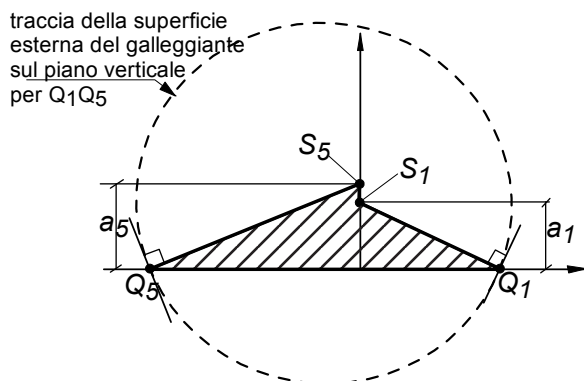


Fig. 3.4.1 La costruzione del solido di Doyère. Fig. 3.4.2 La costruzione del solido di Doyère.

Nel caso del galleggiante prismatico, riportato in Fig. 3.4.3, è immediatamente $\overline{FL} = \sigma = a$. Nel caso infine di galleggiante parallelepipedo, o comunque a murate verticali al galleggiamento, è $\overline{FL} = \sigma = 0$. E' ad esempio questo il caso delle navi molto piene.

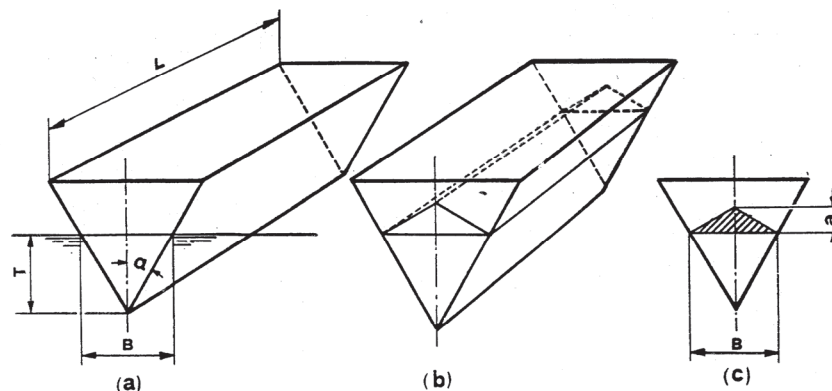


Fig. 3.4.3. Costruzione del solido di Doyère e raggio metacentrico differenziale per un prisma a sezione triangolare.

Anche la superficie dei centri isocarenici di galleggiamento, al pari di quella di zona, può stare sopra o sotto il galleggiamento iniziale.

Useremo più avanti le proprietà del metacentro di zona e di quello differenziale per valutare la variazioni di stabilità iniziale di una nave in conseguenza di un imbarco (sbarco) di carico rispettivamente di entità rilevante o rispettivamente *piccolo*.

A conclusione di questa parte, riportiamo nelle figure seguenti per un piccolo traghetto (Fig. 3.4.4 - fino ad un angolo di inclinazione di 60°) e per una portarinfuse (3.4.6 - fino ad un angolo di inclinazione di 60°) le tracce sul piano trasversale delle superfici dei centri di isocarenici carena e di galleggiamento (cioè le traiettorie dei centri isocarenici corrispondenti ad inclinazioni trasversali) e l'andamento dei rispettivi cerchi oscuratori (rispettivamente Fig. 3.4.5 e 3.4.7):

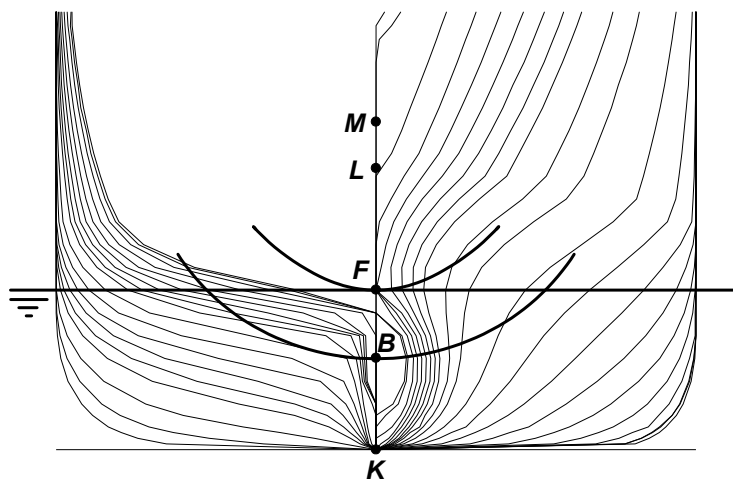


Fig. 3.4.4 Traccia delle superficie dei centri isocarenici di zona e di galleggiamento per un piccolo traghetto.

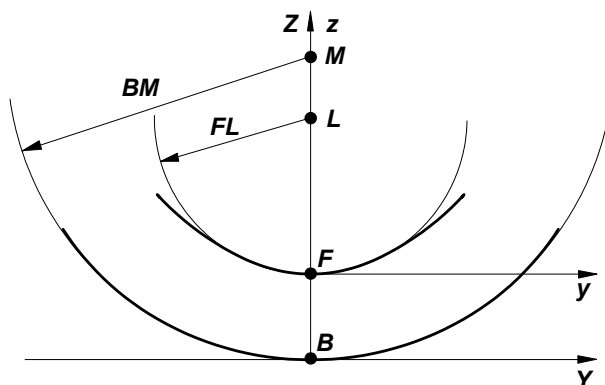


Fig. 3.4.5 Traccia delle superficie dei centri isocarenici di zona e di galleggiamento per un piccolo traghetto. Le curve a tratto sottile indicano il circolo osculatore (approssimazione metacentrica).

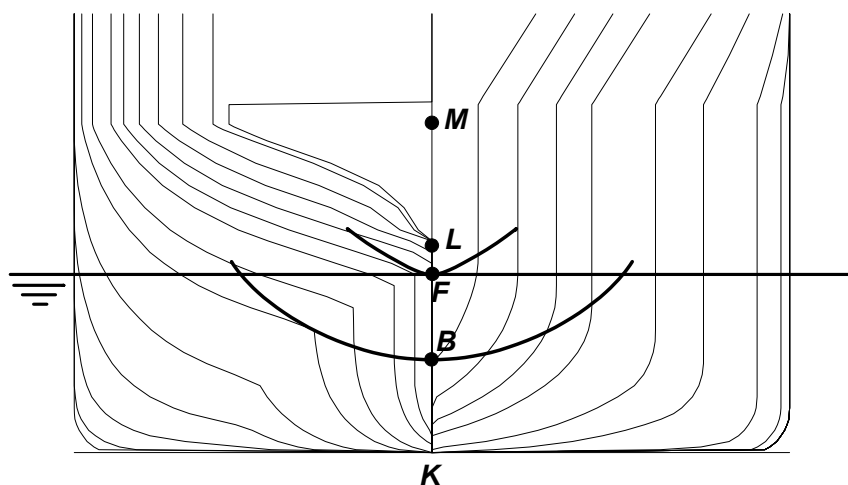


Fig. 3.4.6 Traccia delle superficie dei centri isocarenici di zona e di galleggiamento per una portarinfuse.

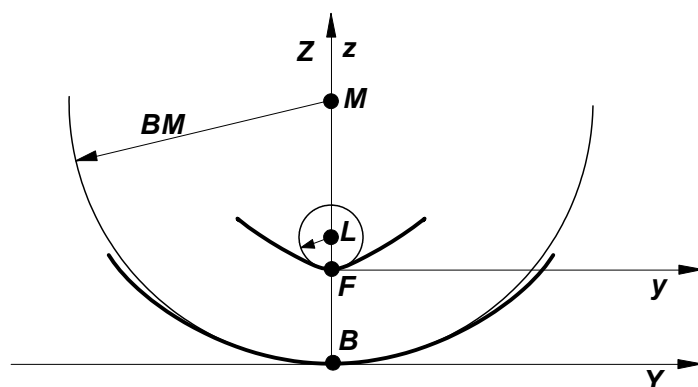


Fig. 3.4.7 Traccia delle superficie dei centri isocarenici di zona e di galleggiamento per una portarinfuse. Le curve a tratto sottile indicano il circolo osculatore (approssimazione metacentrica).

3.5 RELAZIONI TRA I DIVERSI RAGGI METACENTRICI – FORMULE DI LECLERT

I raggi metacentrici precedentemente definiti sono legati tra loro dalle seguenti relazioni formulate dal Leclert nel 1870:

$$\tau = \rho + \nabla_1 \cdot \frac{\Delta(\rho)}{\Delta(\nabla)} \quad \text{e} \quad \sigma = \rho + \nabla \cdot \frac{d\rho}{d\nabla}$$

La prima si ottiene dall'espressione introdotta per il calcolo del raggio metacentrico di zona:

$$\tau = \frac{I_{y_1} - I_y}{\nabla_1 - \nabla} = \frac{\rho_1 \cdot \nabla_1 - \rho \cdot \nabla}{\nabla_1 - \nabla}$$

dalla quale, sommando e sottraendo al numeratore la quantità $\rho \cdot \nabla_1$, con semplici passaggi si ottiene il risultato cercato. La seconda si ottiene come caso limite della prima per zona di spessore infinitesimo.

3.6 INCLINAZIONI DI UN GALLEGGIANTE INTORNO AD UN ASSE ORIZZONTALE QUALUNQUE – LE EQUAZIONI DI SCRIBANTI

Si considerino due diversi galleggianti, W_0L_0 di volume ∇_0 e centro B_0 e WL di volume ∇ e centro B , per uno stesso galleggiante come in Fig. 3.6.1 e si vogliano calcolare il nuovo volume e lo spostamento del centro di carena. I due galleggianti abbiano in comune una retta orizzontale. Per effettuare il calcolo, conviene considerare una successione di galleggianti ognuno dei quali sia tangente ad una curva fissa (direttrice – a tratto in Fig. 3.6.1). Consideriamo le variazioni elementari corrispondenti al passaggio tra la carena individuata dal galleggiamento all'inclinazione ϕ a quello $\phi + d\phi$ ottenuto mediante rotazione infinitesima intorno all'asse orizzontale y .

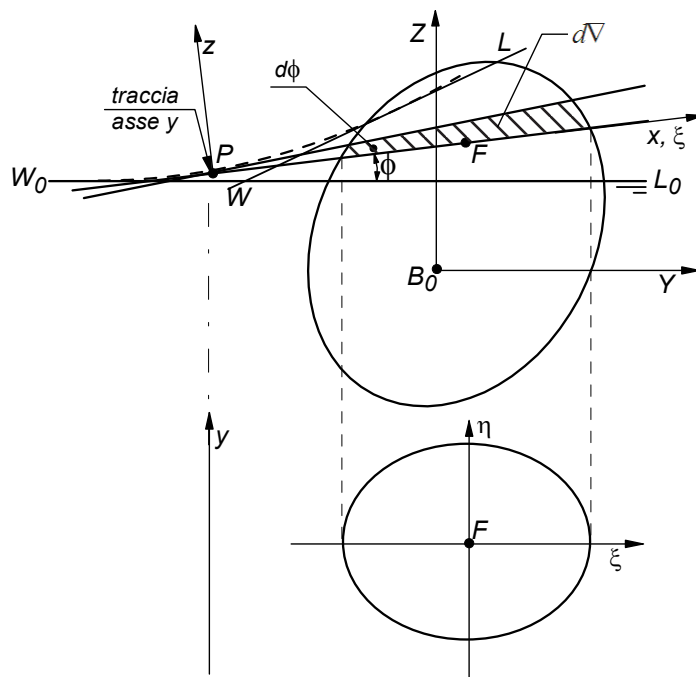


Fig. 3.6.1 Passaggio dal galleggiamento iniziale W_0L_0 al galleggiamento finale WL attraverso una successione di carene associate ad una direttrice (curva a tratto). Ogni coppia di piani di galleggiamento ha in comune una retta orizzontale.

Introducendo i tre sistemi di riferimento B_0XYZ , $Pxyz$, $F\xi, \eta, \zeta$, essendo $P(X_P, Z_P)$ il punto d'incontro tra i due galleggianti sul piano d'inclinazione XZ ed y la posizione istantanea dell'asse di inclinazione:

$$\begin{cases} \xi = x - x_F \\ \eta = y \\ \zeta = z \end{cases} \quad \begin{cases} X = X_P + x \cos \phi \\ Y = y \\ Z = X_P + z \cos \phi \end{cases}$$

Si trova¹² che (per chiarezza si sono in questo caso indicate con il pedice B le coordinate del centro di carena):

$$\begin{aligned} d\nabla &= M_y d\phi \\ dM_{yz} &= X_P M_y d\phi + I_{yy} \cos \phi d\phi \\ dM_{xz} &= I_{xy} d\phi \\ dM_{xy} &= Z_P M_y d\phi + I_{yy} \sin \phi d\phi \end{aligned}$$

o, alternativamente,

$$\begin{aligned} d\nabla &= M_y d\phi \\ dX_B &= \frac{X_F - X_B}{\nabla} d\nabla + \frac{I_{\eta\eta} \cos \phi}{\nabla} d\phi \\ dY_B &= \frac{Y_F - Y_B}{\nabla} d\nabla + \frac{I_{\eta\xi}}{\nabla} d\phi \\ dZ_B &= \frac{Z_F - Z_B}{\nabla} d\nabla + \frac{I_{\eta\eta} \sin \phi}{\nabla} d\phi \end{aligned}$$

Queste ultime si ottengono dalle prime utilizzando le relazioni tra i sistemi di coordinate e la prima relazione che collega la variazione elementare di volume all'angolo di inclinazione.

Dalle prime si ottengono per integrazione le equazioni seguenti, dette di Scribanti:

$$\begin{cases} \nabla = \nabla_0 + \int_0^\phi M_y d\phi \\ X_B = \frac{1}{\nabla} \left[\int_0^\phi X_P M_y d\phi + \int_0^\phi I_{yy} \cos \phi d\phi \right] \\ Y_B = \frac{1}{\nabla} \int_0^\phi I_{xy} \cos \phi d\phi \\ Z_B = \frac{1}{\nabla} \left[\int_0^\phi Z_P M_y d\phi + \int_0^\phi I_{yy} \sin \phi d\phi \right] \end{cases}$$

Dalle seconde si può facilmente separare il comportamento isocarenico ($d\nabla = 0$) da quello isoclino ($d\phi = 0$). Nel primo caso si possono ottenere le formule riportate nel § 3.3.2, seppure il procedimento non sia elementare in quanto richiede degli sviluppi in serie di Taylor.

¹² I dettagli di calcolo si possono trovare nei testi di Geometria dei Galleggianti.

CAPITOLO 4 EQUILIBRIO E STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO DI UN GALLEGGIANTE

“The metacentre, therefore, measures the height to which the centre of gravity may be raised, without rendering the vessel unstable when upright; and it was this property which led Bouguer, the great French writer to whom we owe the first investigations on this subject, to give the name metacentre to the point.”

White, W. H., *“A Manual of Naval Architecture for the Use of Officers of Royal Navy, Officers of the Mercantile Navy, Yachtsmen, Shipowners and Shipbuilders”*, London, 1894.

Siamo ora in grado di discutere l'equilibrio e la stabilità (*in piccolo*¹³) dell'equilibrio di un galleggiante. Come vedremo, quest'ultima risulterà abbastanza diversa da quella di un corpo completamente immerso.

Innanzitutto la condizione di *equilibrio* consisterà sempre nella duplice condizione:

- peso=spinta per avere l'annullamento della risultante delle forze;
- centro di carena e centro di gravità sulla stessa verticale per avere l'annullamento del momento risultante delle forze (che vengono così a costituire una coppia di braccio nullo). Il metacentro M invece non è definito relativamente ad una posizione di equilibrio, ma viene definito univocamente solo con riferimento ad un asse di inclinazione.

Per la stabilità dell'equilibrio, occorre anche qui ricordare che il galleggiante, pensato come corpo rigido, ha sei gradi di libertà, tre traslazionali e tre rotazionali corrispondenti al sistema di riferimento adottato. E' immediato concludere che l'equilibrio è indifferente rispetto alle traslazioni sul piano orizzontale (direzioni x ed y) ed alle rotazioni intorno all'asse verticale z . E' invece sicuramente stabile rispetto alle traslazioni in direzione verticale in quanto se si solleva il corpo la spinta diventa minore del peso e viceversa se si sovraimmerge il corpo (un po' di attenzione è dovuta, come vedremo, qualora il corpo non sia completamente stagno al di sopra del galleggiamento). Restano dunque le (piccole) inclinazioni intorno ad assi orizzontali che sono isocareniche quando avvengono intorno ad un qualunque asse orizzontale baricentrico su A_w .

Anche qui, come nel caso del corpo completamente immerso, la condizione di stabilità dell'equilibrio corrisponde ad una limitazione verticale per la posizione del centro di gravità G . Mentre nel caso del corpo completamente immerso la limitazione superiore alla posizione di G è data dal centro di carena B , nel caso di un galleggiante essa è data, fissata la direzione dell'asse di inclinazione, dalla posizione del metacentro M relativa a quell'asse. La stabilità di un galleggiante andrà dunque verificata rispetto al metacentro più basso o corrispondentemente rispetto alla minima altezza metacentrica. Quest'ultima si ha quando l'asse di inclinazione è l'asse principale d'inerzia che definisce l'asse maggiore dell'ellisse d'inerzia. Come si è visto, in questo caso il prodotto d'inerzia è nullo, e di conseguenza lo è lo spostamento Y di B , ed il problema può essere analizzato semplicemente sul piano XZ , come in Fig.4.1.

¹³ Esamineremo più avanti la differenza tra stabilità *in piccolo* e stabilità *in grande*. Per ora consideriamo il caso di piccoli spostamenti dalla posizione di equilibrio.

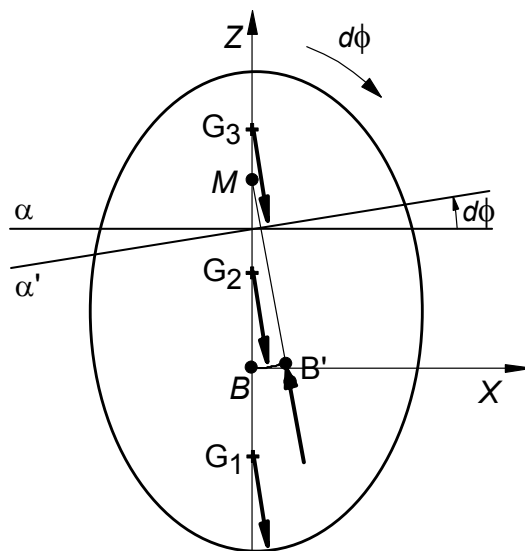
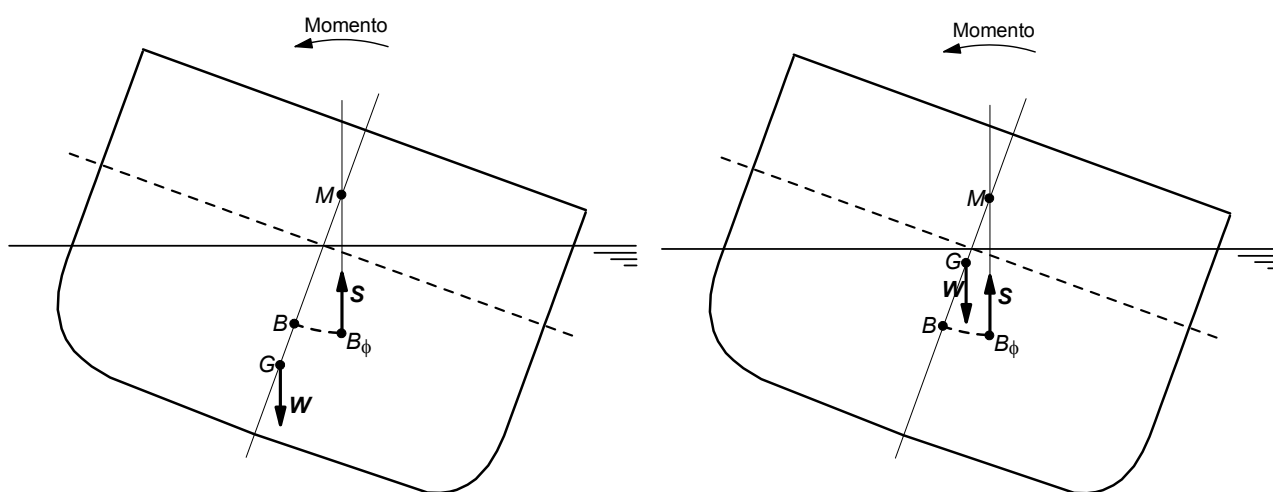


Fig. 4.1 Posizioni del centro di gravità in relazione alla posizione del metacentro corrispondenti a posizioni di equilibrio stabile (G_1 e G_2) o instabile (G_3) del galleggiante.

Come precisato sopra, un'altra differenza con il caso del corpo completamente immerso è costituita dal fatto che la condizione di stabilità come prima definita si riferisce di regola a piccole inclinazioni (ed è dunque una condizione di stabilità *in piccolo*, a differenza di quella del corpo immerso che è invece valida per tutti gli angoli diversi da 180°).

Vengono considerate in Fig. 4.1 diverse posizioni del centro di gravità. Come si può vedere, la coppia peso-spinta dà un momento raddrizzante quando il centro di gravità è nelle posizioni G_1 e G_2 , mentre dà momento ribaltante quando il centro di gravità è nella posizione G_3 . La posizione di equilibrio (B e G sulla stessa verticale) è dunque di equilibrio stabile se G sta sotto $M_{\min}$, instabile se G sta sopra $M_{\min}$. Se infine $G \equiv M_{\min}$ la coppia peso-spinta ha braccio nullo e dunque l'equilibrio è indifferente¹⁴.

Ricordiamo ancora che, seppure la Meccanica faccia questa distinzione dell'equilibrio in tre categorie, dal punto di vista della Statica della Nave noi distinguiamo l'equilibrio in *stabile* (Fig. 4.2.1)) e *non stabile* (Fig. 4.2.2).



¹⁴ In realtà, questa condizione è ambigua (vedi § 7.3.5.4) a causa del fatto che con l'inclinazione si sposta il centro di carena.

Fig. 4.2.1 Posizioni *I* e *II* del centro di gravità in relazione alla posizione del metacentro corrispondenti a posizioni di equilibrio stabile.

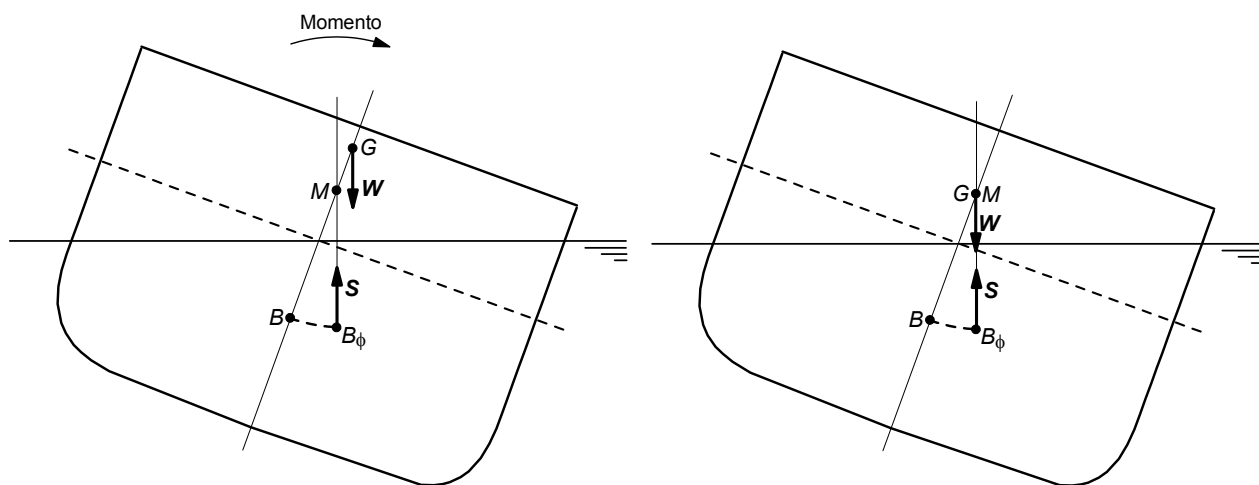


Fig. 4.2.2 Posizioni *III* e *IV* del centro di gravità in relazione alla posizione del metacentro corrispondenti a posizioni di equilibrio instabile (a sinistra) e rispettivamente indifferente (a destra) del galleggiante.

In particolare, dal confronto tra le posizioni *I* e *II* si deduce che la condizione “*G* sotto *B*”, necessaria e sufficiente per un corpo completamente immerso, non è più necessaria per la stabilità dell’equilibrio di un galleggiante.

4.1 Esempio: La stabilità di un parallelepipedo omogeneo

Si studi l’equilibrio e la stabilità dell’equilibrio di un parallelepipedo omogeneo di lati *B*, *H* ed *L*, costruito con materiale di peso specifico w_S galleggiante in un liquido di peso specifico w_L

$$(0 < \frac{w_S}{w_L} < 1).$$

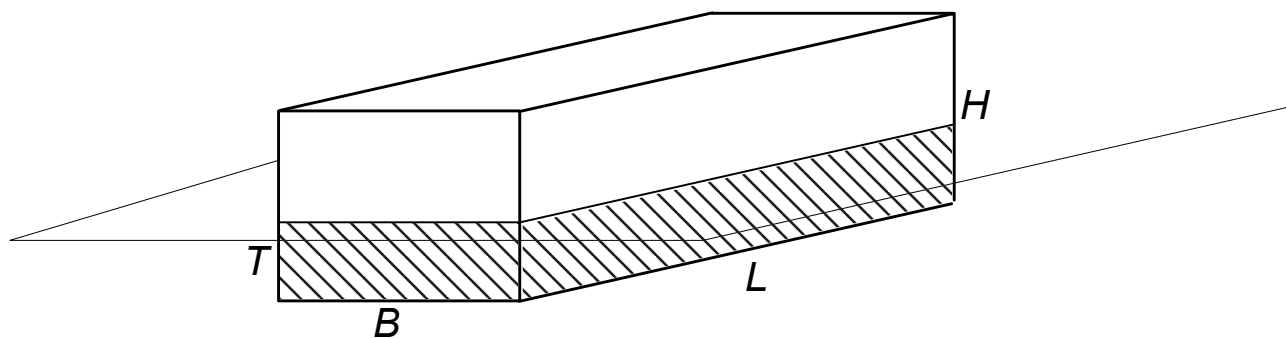


Fig. 4.1.1 Il galleggiante parallelepipedo.

Per i calcoli, si assuma il caso $B = H$. Cosa succede, in particolare, per $w_S = \frac{w_L}{2}$?

CAPITOLO 5 GEOMETRIA DELLA NAVE

Qualora un costruttore di navi costruisca una barca per qualcuno, e non la faccia stagna, se durante quello stesso anno quella barca è inviata lontano e patisca danno, il costruttore di navi smonterà la barca e la rimonterà stagna a proprie spese. La barca stagna egli darà al proprietario.

Codice delle leggi di Hammurabi (1972-1750 a.C.)

5.1 DEFINIZIONI GENERALI

La storia del galleggiante e poi della nave come mezzo di trasporto è una storia antichissima. Un galleggiante è stato probabilmente il primo mezzo di trasporto. Lo sviluppo fino alle forme attuali si è svolto attraverso l'utilizzo dell'ingegno individuale e dell'evoluzione attraverso trial-and-error. L'esperienza maturata si è consolidata in una tradizione che è stata a sua volta progressivamente incorporata nella Teoria della Nave che molto più tardi si è sviluppata. Molti concetti e definizioni sono stati perciò introdotti a livello locale molto tempo prima che i primi tentativi di unificazione prima nazionale e poi internazionale (operati questi ultimi dall'Associazione Internazionale delle Società di Classificazione - IACS, dalla Conferenza Internazionale delle Vasche Navali – ITTC e dall'Organizzazione Marittima Internazionale – IMO) fossero efficaci. Esistono tuttora diversi modi di indicare alcuni elementi di riferimento importanti per la Statica della Nave, come ad esempio le *perpendicolari* (ma non solo queste!). Nel seguito, anche in parziale accordo con le posizioni assunte nell'ambito della progettazione delle navi mercantili, faremo riferimento al *Piano di Costruzione*, che rappresenta la superficie avviata fuori ossatura. Vedremo che la Convenzione Internazionale sul Bordo Libero (§5.3) introduce definizioni diverse.

Si chiama innanzitutto *scafo* (*hull*¹) l'insieme degli elementi che realizzano la struttura principale esterna (fasciame del fondo, dei fianchi e del ponte principale con i relativi rinforzi) ed interna (paratie trasversali, longitudinali e ponti strutturali con i rispettivi rinforzi), e delle varie strutture di collegamento, resistenti alle diverse sollecitazioni cui una nave è soggetta a causa dei carichi interni ed esterni ad essa. La *superficie fuori ossatura* è la superficie esterna dello scafo privo del fasciame. Una nave presenta in generale una simmetria destra-sinistra rispetto ad un piano detto *piano diametrale*. Più raramente presenta anche una simmetria prora-poppa.

5.1.1 Riferimenti principali

Il riferimento principale per una nave è il galleggiamento di pieno carico normale o di progetto *DWL* (*design waterline*). Rispetto ad esso si definiscono (Fig. 5.1.2.1), nel piano di costruzione che, come vedremo, rappresenta la *superficie avviata fuori ossatura* della nave:

- *perpendicolare avanti* (*fore perpendicular*) *FP* la perpendicolare al *DWL* giacente sul piano diametrale e passante per la faccia *poppiera* del dritto di prora (cioè fuori ossatura), come mostrato in Fig. 5.1.1.4;
- *perpendicolare addietro* (*after perpendicular*) *AP* la perpendicolare al *DWL* giacente sul piano diametrale e passante per il dritto² (*rudder post*) (o, in sua assenza, l'asse) del timone;
- *perpendicolare al mezzo* (*middle perpendicular*) *MP* la perpendicolare al *DWL* giacente sul piano diametrale e posta a mezz'ora tra *AP* ed *FP*. La perpendicolare al mezzo incontra la superficie avviata fuori ossatura del fondo nel punto di chiglia *K* e la faccia inferiore

¹ Il termine inglese è ambiguo essendo anche impiegato per indicare la carena.

² Si veda la Fig. 5.1.1.5a

della chiglia in un punto K' . Qualora nella zona del fondo la situazione sia come in Fig. 5.1.1.5b, si considera una superficie avviata fuori ossatura definita per continuità;

- *linea di costruzione LC (baseline BL)* è la parallela al *DWL* condotta per K . Non si confonda il termine baseline con quello di linea di base che, nella letteratura nazionale, spesso indica la parallela ad *LC* per K' ;
- *retta di sottochiglia (Molded Keel Line MKL)*³ è la retta per K ottenuta come prolungamento della parte rettilinea dell'intersezione della superficie avviata del fondo fuori ossatura con il piano diametrale. Se la nave è senza differenza di immersioni di progetto⁴, la retta di sottochiglia coincide con la linea di costruzione;
- *linea di sottochiglia (Under Keel Line UKL)* è la parallela alla precedente condotta per K' ;

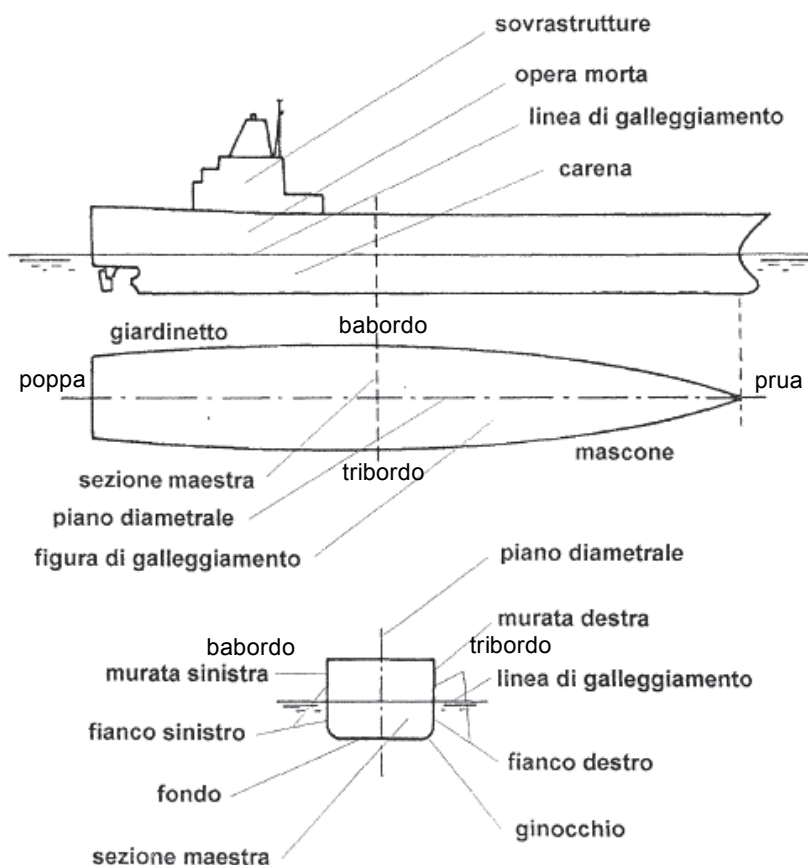


Fig. 5.1.1.1. Nomenclatura (da Russo Krauss, 1998)

³ detta "keel line" secondo la SOLAS (Regulation 2): Keel line is a line parallel to the slope of the keel passing amidships through:

1. the top of the keel at centreline or line of intersection of the inside of shell plating with the keel if a bar keel (chiglia massiccia) extends below that line, on a ship with a metal shell; or
2. in wood and composite ships, the distance is measured from the lower edge of the keel rabbet. When the form at the lower part of the midship section is of a hollow character, or where thick garboards are fitted, the distance is measured from the point where the line of the flat of the bottom continued inward intersects the centreline amidships.

⁴ Vedi Cap. 8.

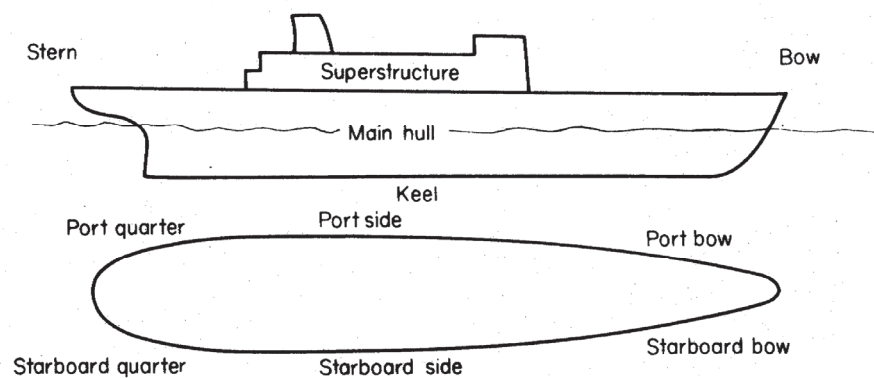


Fig. 5.1.1.2. Nomenclatura (da Rawson & Tupper, 1981)

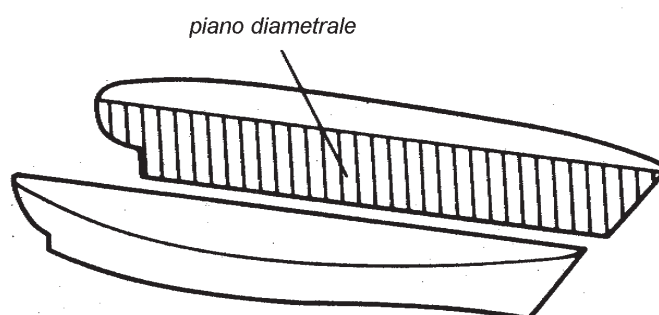


Fig. 5.1.1.3. Il piano diametrale

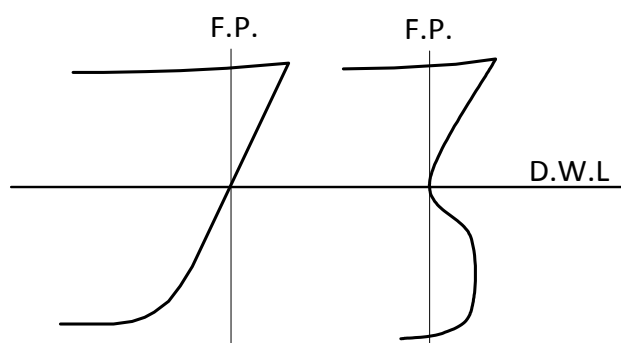


Fig. 5.1.1.4. Posizione della perpendicolare avanti per nave senza e con bulbo prodiero

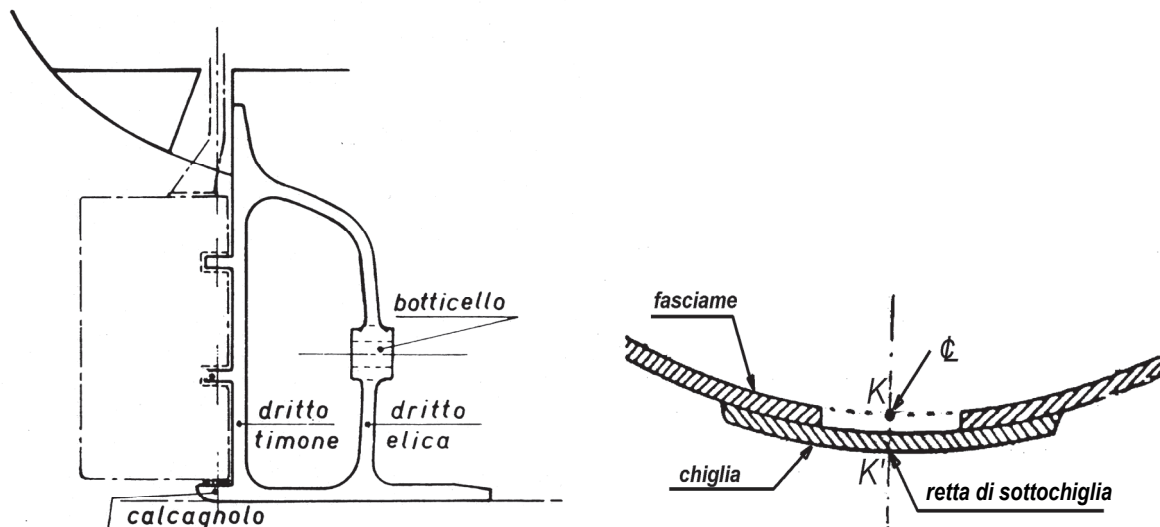


Fig. 5.1.1.5. Nomenclatura per la perpendicolare addietro (per nave con dritto del timone) e per quella al mezzo (per nave con scafo metallico).

Per agevolare la comprensione di alcuni termini di questo Capitolo (chiglia, baglio, trincarino, ...), riportiamo qui di seguito una struttura tipica di nave con scafo metallico. Con riferimento alla Fig. 5.1.1.6 ricordiamo che:

- *Trincarino (stringer plate)* è il corso di fasciame del ponte adiacente la murata ed è collegato alla *cinta (sheer strake)* che costituisce il primo corso del fasciame adiacente al ponte considerato;
- *Bagli (deck beam)* sono dei rinforzi trasversali che si estendono da murata a murata per sostenere il fasciame dei ponti;
- *Retta del baglio* è la retta orizzontale passante per le intersezioni delle facce interne del trincarino e della cinta al ponte considerato.

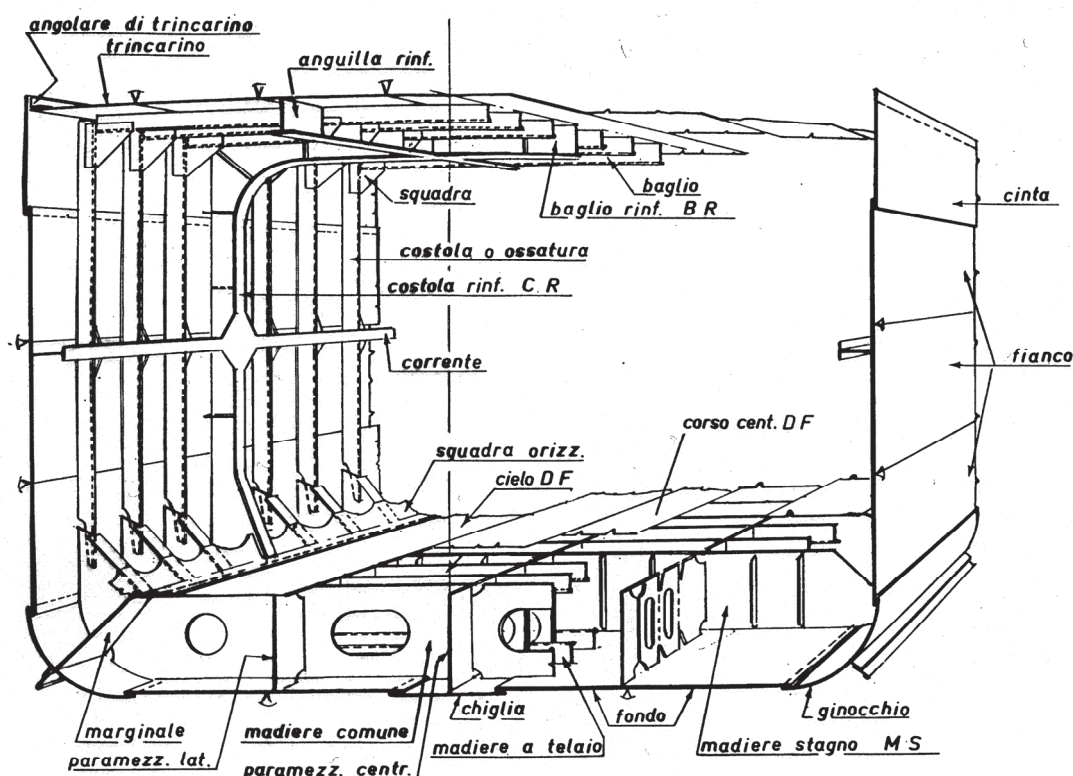


Fig. 5.1.1.6. Nomenclatura di una sezione tipica di nave con scafo metallico a struttura prevalentemente trasversale (da Lomeo, A., Voce: "Costruzioni Navali" in Enciclopedia dell'Ingegneria)

5.1.2 Lunghezze, larghezze ed immersioni

Di regola tutte le lunghezze della nave vengono misurate parallelamente al DWL (cioè alla LC), tutte le larghezze perpendicolarmente al piano diametrale (salvo qualche eccezione che sarà discussa nell'ambito delle normative di compartimentazione), tutte le altezze ed immersioni perpendicolarmente al DWL (cioè parallelamente alle perpendicolari).

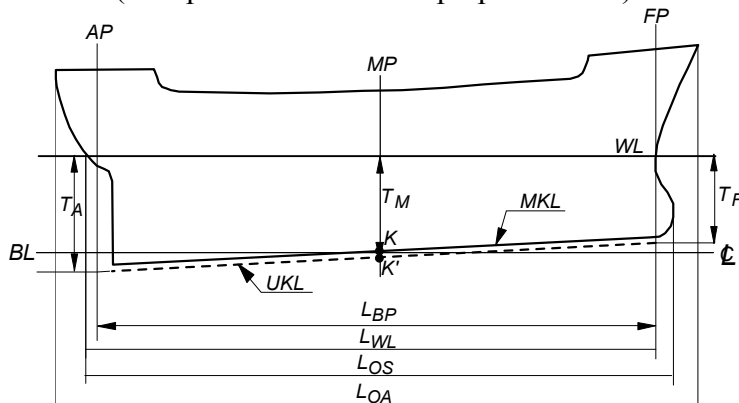


Fig. 5.1.2.1. Nomenclatura: le lunghezze e le immersioni

Per una nave si definiscono diverse lunghezze, quasi tutte di significato ovvio:

- *lunghezza tra le perpendicolari* L_{PP} (o L_{BP} *length beteewn perpendiculars*);
- *lunghezza al galleggiamento* L_{WL} (*length at waterline*);
- *lunghezza di carena* L_{OS} (*length over submerged*);
- *lunghezza fuori tutto* L_{OA} (*length overall*);
- *lunghezza di compartimentazione* L_s (*subdivision length*) che sarà studiata nel Capitolo omonimo (Corso di Statica della Nave II) in relazione alle diverse normative.

Quando si fa invece riferimento, nelle normative, alla lunghezza nave L , in mancanza di diverse indicazioni si intende la lunghezza come definita nella normativa sul Bordo Libero *ILLC* della quale parleremo più avanti (§ 5.3).

Esistono anche diverse larghezze B (*Beam or Breadth*)⁵. Quelle qui di seguito elencate fanno tutte riferimento alla superficie avviata fuori ossatura (*moulded*):

- *larghezza alla sezione maestra* B_X è la larghezza al galleggiamento di pieno carico normale in corrispondenza alla sezione maestra;
- *larghezza a metà nave* B_M è la larghezza al galleggiamento di pieno carico normale in corrispondenza delle perpendicolare al mezzo;
- *larghezza massima al galleggiamento* B_{WL} è la larghezza al galleggiamento di pieno carico normale;
- *larghezza al transom* B_T è la larghezza al galleggiamento di pieno carico normale in corrispondenza del transom;

⁵ Si vedano la normativa per il Bordo Libero (§ 5.3) ed il Capitolo sulla Compartimentazione per le definizioni delle diverse larghezze usate nelle normative.

- *larghezza per il Regolamento per la sicurezza della navigazione e della vita umana in mare* è la massima larghezza della nave fuori ossatura al di sotto del ponte di coperta;
- *larghezza per la SOLAS* è la massima larghezza della nave fuori ossatura al massimo galleggiamento di compartimentazione o sotto di esso⁶.
- *Per l'Intact Stability Code*: “*moulded breadth* is the maximum breadth of the ship measured amidships to the moulded line of the frame in a ship with a metal shell and to the outer surface of the hull in a ship with a shell of any other material.”. Coincide con la larghezza definita dalla normativa sul bordo libero (§ 5.3).

Le *immersioni* T (*draught* o *draft*), talvolta indicate con i o con d , vanno in generale misurate perpendicolarmente al DWL (sulle o parallelamente alle perpendicolari, nel qual caso bisogna effettuare la correzione indicata nel § 8.1.3):

- dal piano di galleggiamento in questione alla linea di costruzione (o alla retta di sottochiglia se la nave presenta differenza di immersioni di progetto) e costituiscono le immersioni fuori ossatura (*molded draft*);
- alla linea di sottochiglia, cioè tenendo conto anche dello spessore della chiglia (*keel draft*) e costituiscono le immersioni al sottochiglia che vengono riportate nelle scale delle immersioni a poppa e prua e talvolta anche al centro.

Esiste una certa confusione nella terminologia (le prime sono spesso indicate come *immersioni*, mentre le seconde come *pescagioni*), che nella letteratura Italiana definisce generalmente le due immersioni estreme T_A e T_F come quelle corrispondenti alla distanza, misurata sulle perpendicolari *tra il sottochiglia ed il galleggiamento* al quale si riferiscono e l'*immersione al mezzo* T_M , misurata in corrispondenza alla perpendicolare al mezzo e corrispondente

all'immersione media $T_m = \frac{T_A + T_F}{2}$ solo se la nave non si presenta inarcata o insellata.

Per l'applicazione delle normative internazionali, ad esempio i criteri di stabilità allo stato integro (Cap. 14), si usano le seguenti definizioni:

- *immersione* (T): “*Draught* is the vertical distance from the moulded baseline to the waterline”, cioè l'immersione viene misurata dalla linea di costruzione;
- *larghezza* (B): “*Breadth* is the maximum moulded breadth at waterline”.

Viene indicata spesso anche l'*immersione determinata dalle verifiche di robustezza* o *Scantling Draft*: “The maximum allowable draft at which a ship complies with the classification society requirements for the ship's frame and hull structural strength. Usually used when the scantling draft is different from the maximum design draft corresponding to the classification society's load line convention (§ 5.3), which assigns the minimum freeboard and maximum permissible draft.”. Generalmente è un pò maggiore della massima immersione per il bordo libero (vedi §5.3).

5.1.3 Paratie trasversali

Un oggetto galleggiante tale che il peso specifico dei materiali di cui è costituito sia superiore a quello del liquido in cui galleggia, cioè che galleggia in quanto ha all'interno un volume non suddiviso e vuoto (eventualmente occupato dall'aria), come uno scafo metallico, non può resistere alla presenza di una falla, per quanto piccola essa sia. Per combattere la falla si deve provvedere ad una suddivisione del volume interno in sottovolumi, o *compartimenti stagni* l'uno rispetto all'altro

⁶ Come vedremo più avanti, la vecchia normativa di compartimentazione con metodo probabilistico (Ris. IMO A.265) introduceva due diverse larghezze, mentre la normativa di compartimentazione “armonizzata” mantiene la definizione sopra riportata.

mediante delle paratie stagne (al liquido)⁷ che si estendono verticalmente in modo tale che l'allagamento di un certo numero di essi non comporti l'allagamento degli altri dall'alto.

Ricordiamo comunque che gli scopi della compartimentazione sono molteplici:

- limitare il volume allagabile in seguito a falla sul fasciame esterno in modo da limitarne gli effetti sulla galleggiabilità, la stabilità e l'assetto;
- limitare la diffusione di eventuali incendi;
- salvaguardare gli organi e sistemazioni vitali per la nave, in particolare l'apparato motore, sistemandoli in locali separati e stagni.

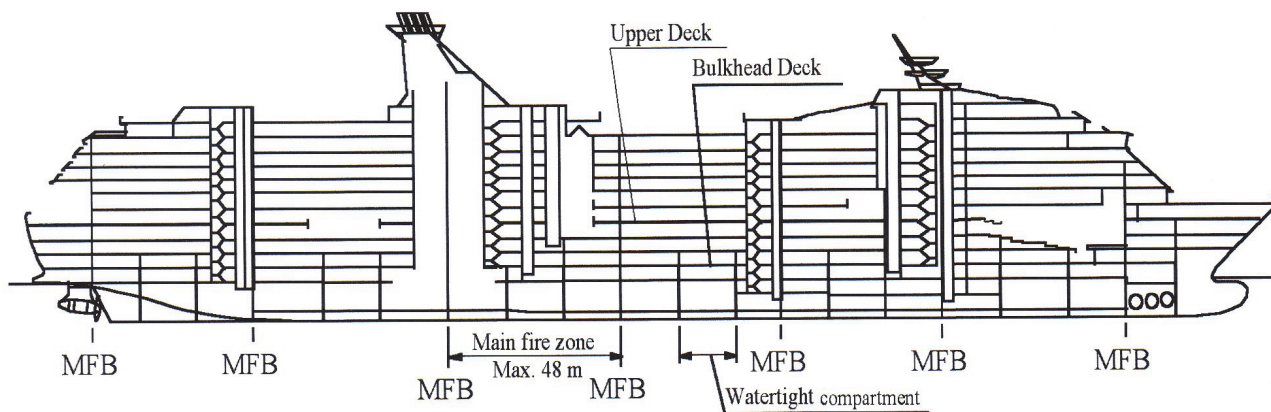


Fig. 5.1.3.1. Compartimentazione di galleggiabilità e compartimentazione tagliafuoco (MFB=Main Fire Bulkhead).

In tutte le navi ci sono alcune paratie stagne fondamentali:

- *paratia di collisione*;
- paratie delimitanti l'apparato motore;
- *paratia del gavone di poppa* (o del pressatrecce), se differente dalla paratia di poppa dell'apparato motore.

Le normative di Compartimentazione e Stabilità in Allagamento, in continua evoluzione a partire dalla prima Convenzione SOLAS convocata nel 1914 a Londra in risposta all'affondamento del Titanic nell'aprile del 1912, stabiliscono poi la disposizione delle ulteriori paratie stagne. Di esse si parlerà diffusamente nel Corso di Statica della Nave II. Sempre la SOLAS, stabilisce la disposizione delle paratie tagliafuoco. In Fig. 5.1.3.1 è rappresentata, in maniera indicativa, la disposizione delle paratie in una moderna nave da crociera.

5.1.4 Ponti

Si definiscono poi i seguenti ponti:

⁷ Si noti che in generale dobbiamo distinguere lo "stagno all'acqua (watertight)" dallo "stagno alle intemperie (weathertight § 5.3)". Nel seguito con "stagno" intenderemo il primo dei due significati, mentre l'altro sarà esplicitamente indicato. Più esattamente:

- *Stagno alle intemperie* significa che in qualunque condizione di mare l'acqua non penetrerà dentro la nave (*Weathertight* means that in any sea conditions water will not penetrate into the ship);
- *Stagno all'acqua* significa una chiusura in grado di evitare l'ingresso dell'acqua all'interno dello scafo sotto il battente per il quale le strutture circostanti sono state progettate (*Watertight* means capable of preventing the passage of water through the structure in either direction with a proper margin of resistance under the pressure due to the maximum head of water which it might have to sustain).

Ogni paratia stagna deve essere perciò costruita in modo da resistere, con un opportuno margine, alla pressione dovuta al massimo battente idrostatico (vedi § 1.2.2.2.1b) previsto dalle normative.

- *ponte principale o di bordo libero (freeboard deck)* è normalmente il ponte completo più alto esposto alle intemperie ed al mare avente mezzi di chiusura permanente a tutte le aperture di esso esposte alle intemperie e al di sotto del quale tutte le aperture nei fianchi della nave sono fornite di mezzi permanenti di chiusura stagni all'acqua⁸;
- *ponti di sovrastrutture*⁹ sono tutti i ponti sovrastanti il ponte di bordo libero. Vanno numerati verso l'alto. Se non sono completi si chiamano *casseri (quarterdecks)* se estesi parzialmente nel senso della lunghezza ma completi da murata a murata¹⁰ (il cassero prodiero viene indicato come *castello (forecastle)*¹¹), altrimenti si dicono *tughe (deckhouses)*;
- *ponte delle paratie (bulkhead deck)* è il ponte più alto al quale giungono tutte le paratie stagne trasversali. Il ponte delle paratie garantisce la suddivisione della parte sottostante in compartimenti stagni. Esso, od un ponte sovrastante, deve essere stagno alle intemperie in modo che, in condizioni normali di mare, l'acqua non possa penetrare attraverso di esso verso il basso;

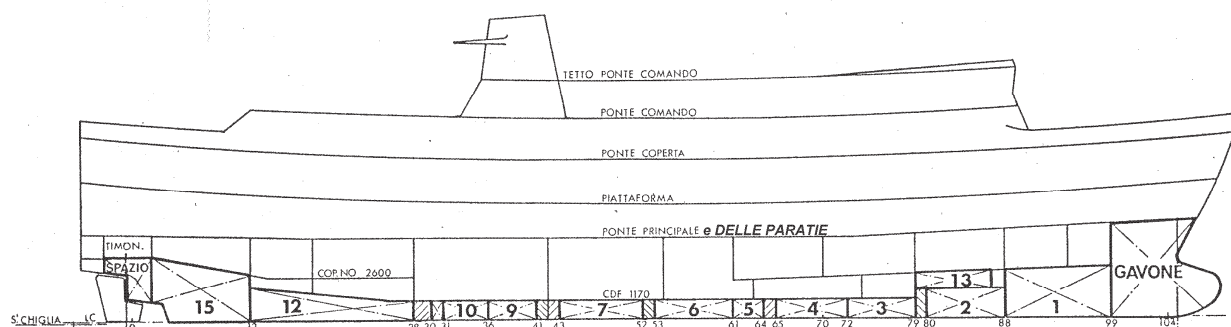


Fig. 5.1.8. Nomenclatura: i ponti di un piccolo traghetto passeggeri

- *ponte di forza* è il più alto ponte *resistente* (cioè che fa parte integrante della struttura resistente) completo. Esso può coincidere con il ponte principale o essere un ponte di sovrastruttura completo.

5.2 BOLZONE, INSELLATURA, ALTEZZA DI COSTRUZIONE

La superficie del ponte (facciamo qui riferimento al ponte completo esposto alle intemperie o ponte di coperta) presenta in generale una doppia curvatura tipo sella. Il rialzamento verso le estremità obbedisce alla richiesta di far imbarcare meno acqua possibile in conseguenza di onde e conseguenti ai moti verticali della nave (sussulto e beccheggio) che fanno periodicamente abbassare la prua e la poppa. Per le condizioni operative normalmente raccomandate, la situazione è più gravosa per la prua che, di conseguenza avrà un rialzamento più consistente. Il rialzamento in prossimità del piano diametrale obbedisce invece alla richiesta di far defluire fuori l'acqua che eventualmente fosse arrivata sul ponte.

Bolzone (camber) è la freccia di curvatura di un baglio rispetto alla retta dello stesso. Il bolzone può assumere valori diversi da nave a nave ma viene considerato regolamentare quando è uguale, nella sezione maestra, a $1/50$ della larghezza B fuori ossatura¹².

⁸ In generale le aperture sul ponte di bordo libero e nelle sovrastrutture devono essere provviste di chiusure stagne alle intemperie. Le aperture sotto il ponte di bordo libero nello scafo esterno devono essere dotate di mezzi di chiusura permanenti stagni all'acqua.

⁹ A superstructure deck is a deck forming the upper boundary of a superstructure.

¹⁰ Più esattamente: con i fianchi che non siano all'interno dei fianchi dello scafo più del 4 per cento della larghezza B .

¹¹ A forecastle is a superstructure which extends from the forward perpendicular aft to a point which is forward of the after perpendicular. The forecastle may originate from a point forward of the forward perpendicular.

¹² In realtà, questo non è mai diventato uno standard di normativa, ma una «common practice».

Linea d'insellatura o *cavallino* (*sheer*) è la proiezione sul piano diametrale della linea definita dall'intersezione tra la superficie inferiore del fasciame del ponte e la superficie interna del fasciame di murata. L'insellatura si considera *regolamentare* (secondo la ILLC – vedi paragrafo successivo) se è costituita da due rami di parabola ad asse verticale aventi il vertice comune a metà della lunghezza L ed i cui rialzamenti rispetto alla retta orizzontale ad essa tangente nel vertice comune hanno i seguenti valori (in millimetri):

$$s_F = 50 \cdot \left(\frac{L}{3} + 10 \right) \quad \text{sulla perpendicolare avanti;}$$

$$s_A = 25 \cdot \left(\frac{L}{3} + 10 \right) \quad \text{sulla perpendicolare addietro;}$$

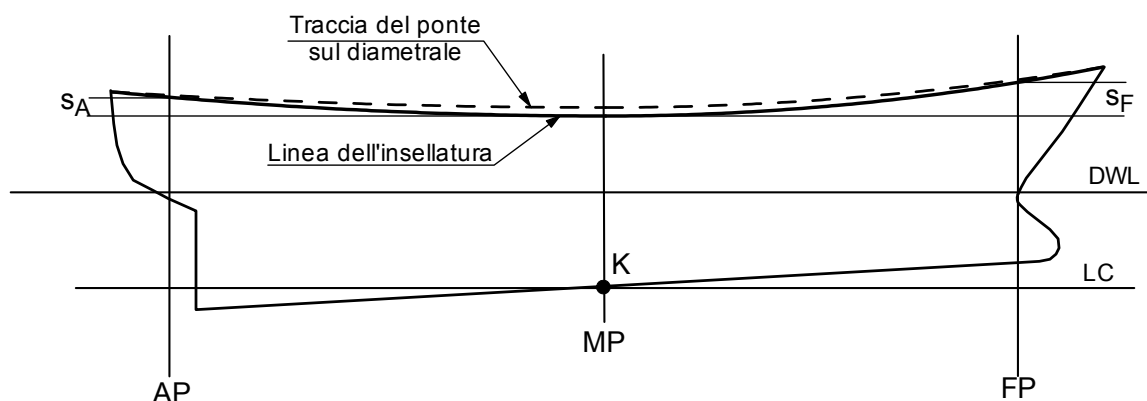


Fig. 5.2.1a. Nomenclatura: l'insellatura.



Fig. 5.2.1b. L'insellatura regolamentare.

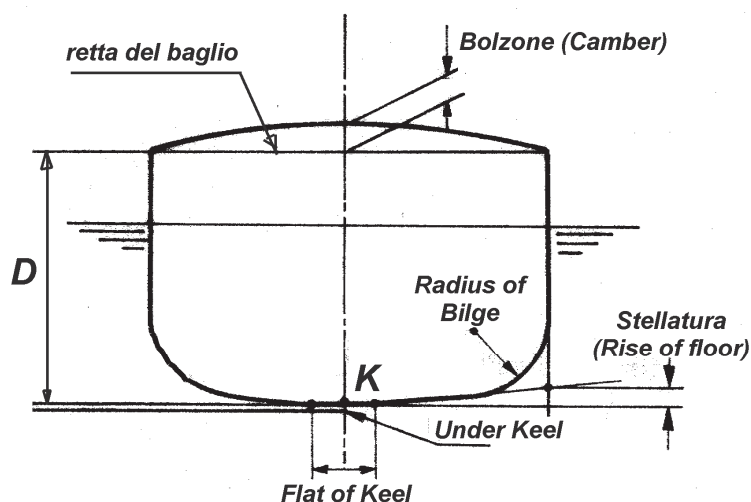


Fig. 5.2.2. Nomenclatura: il bolzone, l'altezza di costruzione ed altre caratteristiche.

Altezza di costruzione (moulded depth) è la distanza verticale, misurata a mezzeria nave, tra la linea di costruzione e la retta del baglio del ponte di bordo libero a murata¹³.

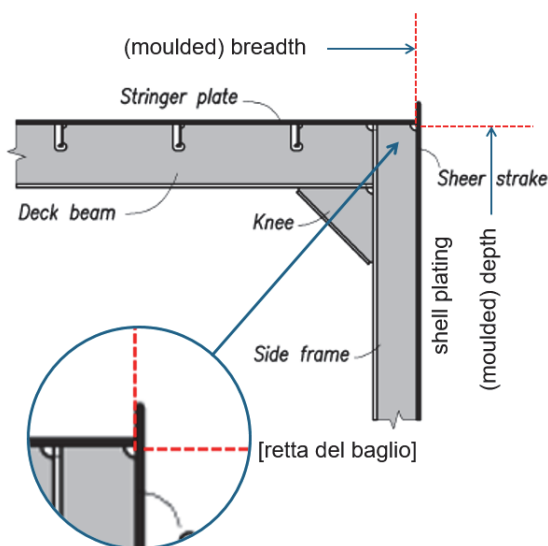


Fig. 5.2.3. Illustrante l'estremità superiore dell'altezza di costruzione per navi con cinta e trincarino uniti mediante l'angolare di trincarino.

Stellatura è l'angolo che la semiretta tangente all'ordinata nel fondo e passante per la linea di costruzione forma con il piano orizzontale. Un elevato valore della stellatura significa forme molto affinate nella sezione trasversale considerata (come ad esempio negli scafi a "V"). Ciò si verifica normalmente nelle zone di prora e di poppa¹⁴.

Qualora in corrispondenza di un'ordinata la murata sia svasata (cioè si allarghi verso l'esterno al di sopra del galleggiamento), si definisce *svasatura* la distanza tra la retta verticale passante per il profilo esterno dell'ordinata in corrispondenza del ponte di coperta e la retta verticale condotta per il punto in cui tale profilo incontra il *DWL*. Qualora la murata sia rientrante sopra il galleggiamento (*tumble-home*), si definisce invece *rientrata* la distanza tra le due rette di cui sopra.

5.3 IL BORDO LIBERO – CENNI SULLA CONVENZIONE INTERNAZIONALE SULLE LINEE DI MASSIMO CARICO (ILLC)

*ché veramente proveder bisogna
per lui, o per altrui, sì ch'a sua barca
carcata più d'incarco non si pogna.*
(Divina Commedia, Paradiso, VIII, 79)

5.3.1 Generalità, la marca di bordo libero, il bordo libero tabulare

Il ponte di bordo libero definisce, assieme alle sottostanti murate, il corpo stagno della nave. Come vedremo, esso riveste una grandissima importanza per la sicurezza della nave del carico e della vita umana in mare ed è pertanto soggetto a normativa. La normativa è contenuta nel testo della *Convenzione Internazionale sul Bordo Libero* (o *Convenzione Internazionale sulle Linee di Massimo Carico*) che va sotto il nome di ILLC (*International Load Lines Convention*) alla quale

¹³ Nel § 5.6.2, a partire da questa, verrà introdotta l'altezza di costruzione per la Convenzione Internazionale sul Bordo Libero.

¹⁴ Nel senso dell'altezza tutte le sezioni trasversali presentano un certo assottigliamento verso il basso. Le sezioni marcatamente assottigliate, e che nel punto più basso finiscono a punta si dicono sezioni stellate.

accenneremo in questo paragrafo, *rimandando comunque il lettore al testo completo per importanti aspetti che qui saranno omessi per esigenza di sintesi*. Faremo riferimento alla ILLC del 1966 e relativo Protocollo del 1978. Più avanti accenneremo ai cambiamenti introdotti dall'IMO nel 2003 (entrati in vigore nel 2005).

La ILLC *non* si applica a:

- navi di lunghezza inferiore a 24 m;
- navi da guerra;
- navi da diporto;
- navi da pesca.

La ILLC contiene anche:

- requisiti di robustezza connessi con la definizione di stagno all'acqua (*watertight*) e stagno alle intemperie (*weathertight*);
- requisiti sull'insellatura;
- requisiti sull'altezza minima di prora.

Il punto fondamentale della ILLC per quanto attiene il corso di Statica della Nave consiste nell'assegnazione, alle navi alle quali la normativa si applica, di un bordo libero minimo¹⁵.

Questo viene fatto attraverso l'individuazione della posizione e successiva tracciatura su entrambi i fianchi della nave, a mezz'ora della stessa, della *linea di riferimento del ponte di bordo libero (deck line)* e della *marca di bordo libero (load line mark)* (occhio di Plimsoll) consistente in una corona circolare intersecata da una linea orizzontale come nelle figure.

La linea di riferimento del ponte è disposta con l'orlo superiore in corrispondenza della quota alla quale il prolungamento verso l'esterno della faccia superiore del ponte di bordo libero interseca la superficie esterna dello scafo.

La marca di bordo libero è disposta in modo che l'orlo superiore passi per il centro della corona circolare e sia posto ad una distanza verticale al di sotto dell'orlo superiore della linea di riferimento pari al bordo libero estivo assegnato. Altre marche complementari relative a diverse aree e stagioni sono indicate a fianco della linea del bordo libero estivo.

Il bordo libero assegnato è la distanza misurata verticalmente a metà nave verso il basso dall'orlo superiore della linea di riferimento del ponte di bordo libero all'orlo superiore della marca corrispondente.

La normativa prevede che in nessuna condizione (partenza, arrivo o durante la navigazione) sia immersa la marca di bordo libero corrispondente alla stagione dell'anno ed alla zona nella quale la nave si trova.

¹⁵ Pur essendo divenuta normativa internazionale soltanto nel secolo scorso, si tratta in realtà di una regola antica, già in uso a Venezia, ad esempio, nel 1200 ma nota fin dai tempi dei Fenici. Per quanto riguarda la storia più recente, si veda l'APPENDICE 5.

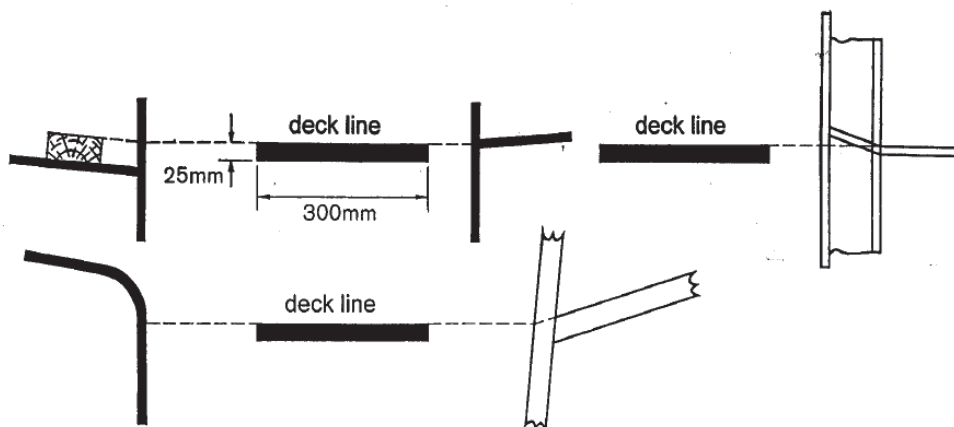


Fig. 5.3.1a. Nomenclatura per il bordo libero: la marca di riferimento del ponte di bordo libero. Il caso in basso a sinistra corrisponde ad una nave nella quale cinta e trincarino sono raccordati da una lamiera “a coppo” (*rounded gunwale*) diversamente dal caso di Fig. 5.2.3¹⁶.

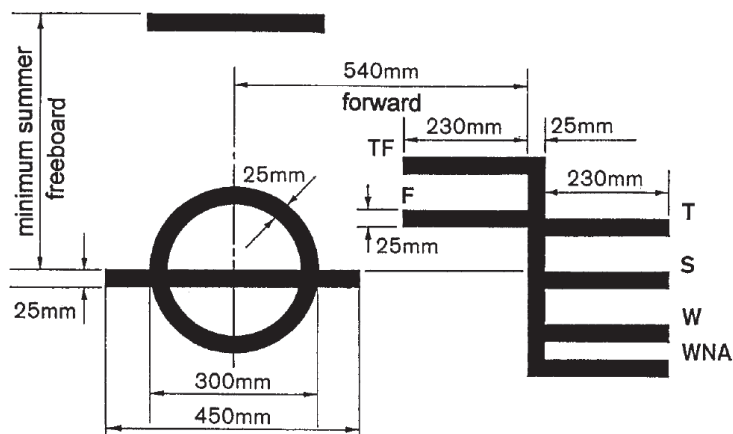


Fig. 5.3.1b. Nomenclatura per il bordo libero: la marca di bordo libero

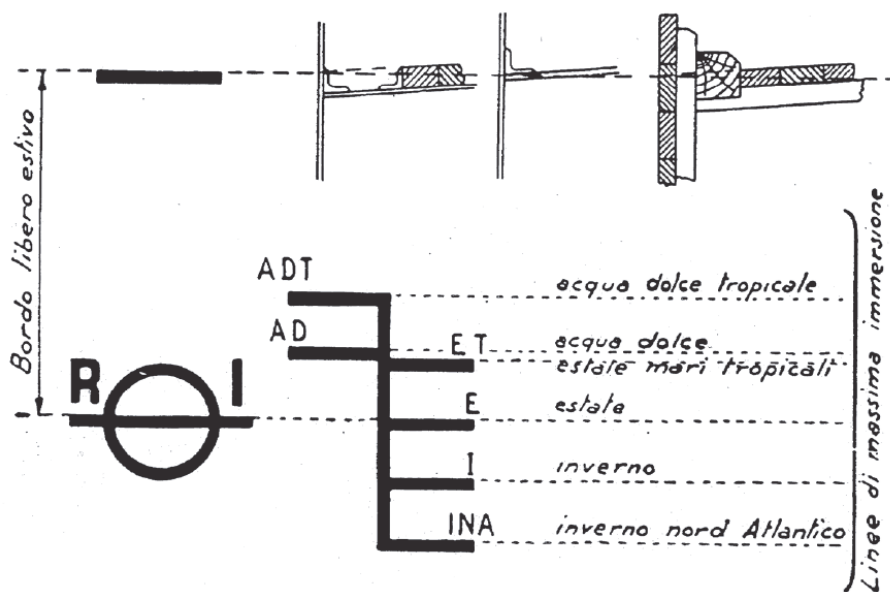


Fig. 5.3.1c. Nomenclatura per il bordo libero: la marca di bordo libero

¹⁶ Con riferimento alla Fig. 5.3.1, va osservato che la linea di riferimento del ponte può essere fissata in un altro punto: “the deck line may be placed with reference to another fixed point on the ship on condition that the freeboard is correspondingly corrected and that the reference point location and the identification of the freeboard deck is clearly indicated on the International Load Line Certificate. This is typical in the case of a ship having a rounded gunwale”

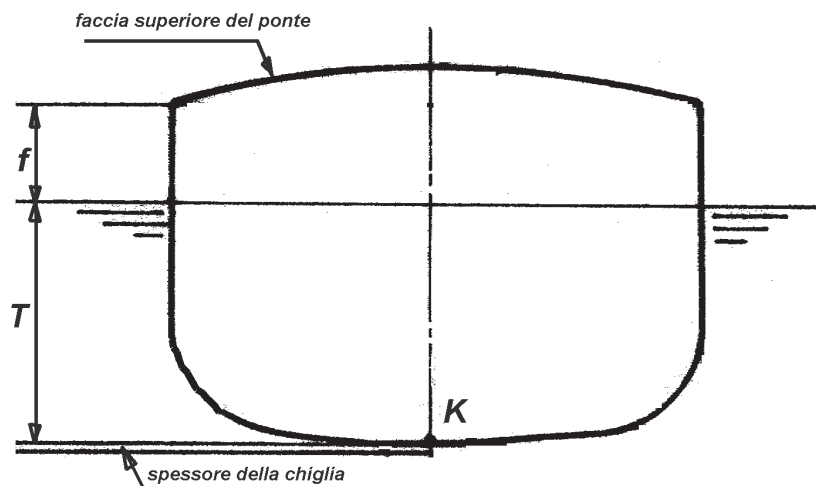


Fig. 5.3.2. Nomenclatura: il bordo libero.

Il bordo libero f , assegnato in forma tabulare, fa riferimento a due diverse tipologie di nave:

- A - Navi "Cisterna"¹⁷
- B - Altri tipi di nave

ed è riportato nel grafico di Fig. 5.3.3. Per completezza è riportata anche la curva corrispondente a navi tipo B che non soddisfano alle regole 15/7 e 16 della ILLC per quanto riguarda le chiusure delle boccaporte.

L'importanza del bordo libero è particolarmente evidente tenendo conto che esso, come si è detto, definisce il corpo stagno (in realtà, come si vedrà nel paragrafo seguente, anche parti della sovrastruttura possono essere incluse nei calcoli di stabilità) e di conseguenza dà origine a:

1. una riserva di galleggiabilità data dalla differenza tra il volume dislocante ed il volume dell'intero corpo stagno (per le navi cisterna, essendo esse progettate per viaggiare piene di liquidi è stata considerata la minore necessità di riserva di galleggiabilità);
2. una riserva di stabilità dovuta al fatto che in caso di sbandamento nascono un menisco di immersione ed uno di emersione. Si chiarirà più avanti nel § 7.7.2, ed in particolare nel § 7.7.6, il contributo dell'altezza del ponte sul galleggiamento sulla stabilità agli angoli finiti).

¹⁷ A type 'A' ship is one which:

- a) is designed to carry only liquid cargoes in bulk;
- b) has a high integrity of the exposed deck with only small access openings to cargo compartments, closed by watertight gasketed covers of steel or equivalent material; and
- c) has low permeability of loaded cargo compartments.

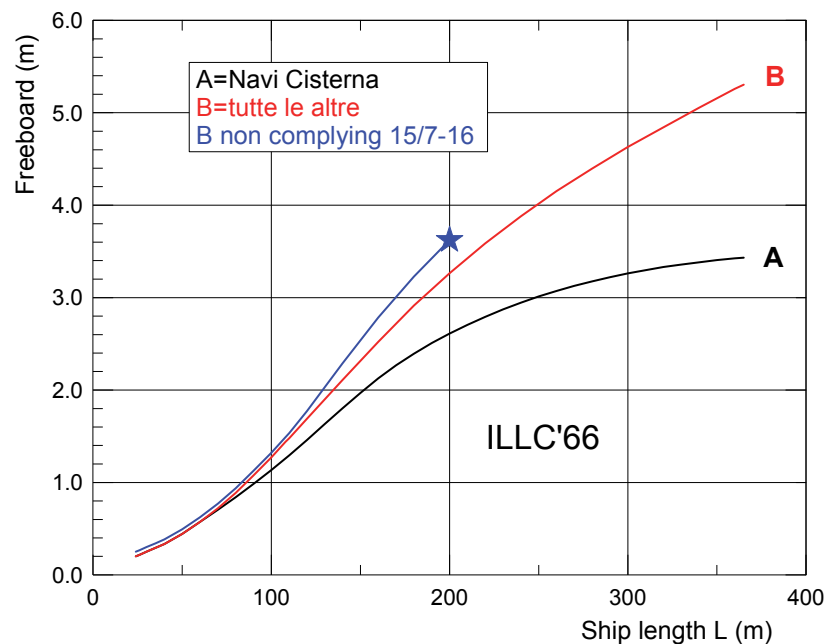


Fig. 5.3.3. Nomenclatura: il bordo libero tabulare per le diverse tipologie di navi

Tenendo conto che normalmente il ponte di bordo libero è il più alto esposto alle intemperie ed al mare, si ha anche un terzo contributo all'importanza del bordo libero in quanto esso:

3. tiene il ponte, e le persone ed attrezzature ivi presenti, lontane dai colpi di mare¹⁸.

Naturalmente, non è sempre questo il caso, come nella Fig. 5.3.4 che fa riferimento ad una grande nave da crociera.

Per quanto riguarda i bordi liberi diversi dal bordo libero estivo (Fig. 5.3.1b e Fig. 5.3.1c)¹⁹, si ha:

- a) bordo libero *Tropicale*, che si ottiene riducendo il bordo libero estivo di 1/48 della massima immersione estiva;
- b) bordo libero *Invernale*, che si ottiene aumentando il bordo libero estivo di 1/48 della massima immersione estiva;

¹⁸ Più in generale, lo scopo dell'assegnazione della linea di massimo carico è quello di garantire la "navigabilità" della nave allo stato integro, cioè in assenza di falle. Questo è realizzato dal:

- Garantire uno scafo robusto in grado di resistere alle gravose condizioni del mare (ovvero progettazione strutturale, costruzione e manutenzione);
- Garantire l'integrità stagna alle intemperie ed all'acqua (ad es. che mastre, porte esposte, boccaporte, valvole dello scafo, ecc., siano in buone condizioni di lavoro);
- Garantire che la nave abbia una riserva di galleggiabilità (riserva di spinta) e non sia sovraccaricata (limitando la massima immersione sotto carico);
- Garantire che la nave abbia una stabilità adeguata per tutte le condizioni di carico e di esercizio (mediante documentazione e istruzioni sulla stabilità approvate);
- Garantire un rapido drenaggio dell'acqua sul ponte (imbarchi d'acqua) (mediante un'adeguata sistemazione degli ombrinali a murata);
- Garantire la sicurezza dell'equipaggio mentre lavora sul ponte (grazie all'aumento del bordo libero per ridurre i colpi di mare, e la presenza di mancorrenti)
- Garantire che le modifiche alla nave non compromettano la navigabilità (le modifiche devono essere approvate dall'autorità di assegnazione del bordo libero)
- Effettuare ispezioni periodiche (a nave galleggiante e in bacino di carenaggio) per verificare che quanto sopra sia correttamente mantenuto (dall'autorità di assegnazione del bordo libero).

¹⁹ Si fa in questo caso riferimento al valore standard per la densità dell'acqua di mare fissato dalla SOLAS in $\rho = 1.025 \text{ t/m}^3$ ($= 1025 \text{ kg/m}^3$) mentre per l'acqua dolce viene assunto il valore $\rho = 1.0 \text{ t/m}^3$ ($= 1000 \text{ kg/m}^3$). Si ricorda che nelle unità inglesi questo corrispondeva a $\rho = 1/35 \text{ tons/ft}^3$ e $\rho = 1/36 \text{ tons/ft}^3$.

- c) un aumento sul bordo libero tabulare di 50 mm per le navi con $L \leq 100 m$ in transito *invernale nel Nord Atlantico*;
- d) bordo libero estivo in acqua dolce, che si si ottiene riducendo quello in acqua salata della quantità $\frac{\Delta}{40 \cdot D_u} cm$ essendo Δ il dislocamento al bordo libero estivo e D_u il dislocamento unitario (vedi §5.9), entrambi in acqua salata.

Mentre le altre variazioni hanno un carattere convenzionale, il *bordo libero estivo in acqua dolce* corrisponde effettivamente al diverso peso specifico relativo delle due acque. Si ha, infatti:

$$\Delta = \nabla_s w_s = \nabla_d w_d$$

e quindi

$$\delta T = \frac{\nabla_d - \nabla_s}{A_w} \cdot 100 = \frac{\nabla_d - \nabla_s}{D_u} \cdot w_s = \frac{\Delta}{D_u} \cdot \left(\frac{w_s}{w_d} - 1 \right)$$

5.3.2 Definizioni connesse con la normativa sul bordo libero

La ILLC introduce le seguenti definizioni (parzialmente alternative a quelle date in precedenza nei § 5.1 e 5.2):

- la *lunghezza* L è assunta pari al 96% della lunghezza totale al galleggiamento (L_{WL}) al galleggiamento situato all'85% della *più piccola* altezza di costruzione misurata dalla faccia superiore della chiglia²⁰, oppure la lunghezza misurata dalla faccia prodiera del dritto di prora all'asse di rotazione del timone a quel galleggiamento, se questa fosse maggiore²¹;

²⁰ Nelle navi con differenza di immersione di progetto, la minima altezza di costruzione si ricava tracciando una linea parallela alla linea di chiglia della nave, tangente al profilo dell'insellatura del ponte di bordo libero. Essa è la distanza verticale misurata dalla faccia superiore della chiglia alla faccia superiore del baglio del ponte di bordo libero a murata nel punto di tangenza (Fig. 5.3.5a).

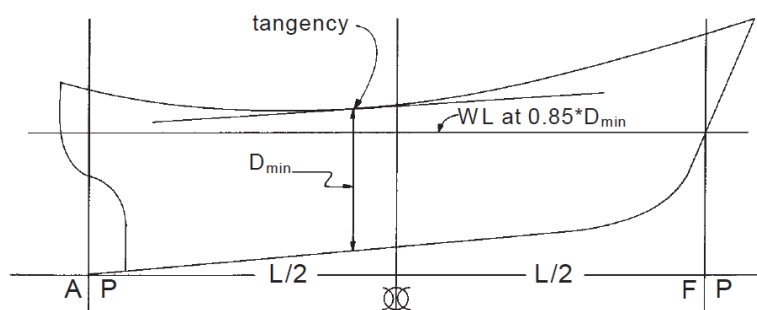


Fig. 5.3.5a. relativa alla definizione di minima altezza di costruzione nel caso di nave con differenza di immersioni di progetto

²¹ Nelle navi la cui ruota di poppa presenti un'incavatura al di sopra della minima altezza di costruzione, sia l'estremità prodiera della lunghezza totale, che l'estremità prodiera della ruota di poppa devono essere prese sulla verticale del punto più a poppavia del contorno della ruota di prora al di sopra del galleggiamento considerato (Fig. 5.3.5b)

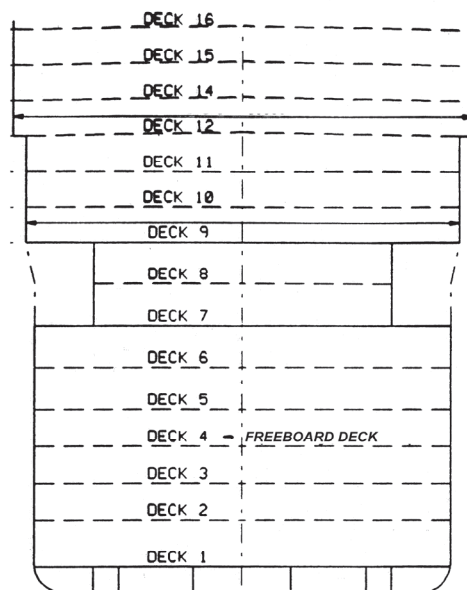


Fig. 5.3.4. I ponti di una moderna nave da crociera

2. la *larghezza* B è assunta pari alla massima larghezza della nave misurata a metà nave relativamente alla superficie fuori ossatura per navi con fasciame metallico e fuori tutto per navi con fasciame di altro materiale;
3. le perpendicolari saranno prese alle estremità prodiera e poppiera della lunghezza L . La perpendicolare avanti coincide con la faccia *prodiera* del dritto di prora al galleggiamento al quale è misurata la lunghezza;
4. mezzeria nave (amidships) è il punto medio della lunghezza L ²²;
5. l'*altezza per il bordo libero* D è l'altezza di costruzione a metà nave più lo spessore del ponte di bordo libero;

5.3.3 La minima altezza di prora

L'*altezza di prora* è la distanza verticale, sulla perpendicolare avanti, fra il galleggiamento corrispondente al bordo libero estivo assegnato ed all'assetto di progetto, e la faccia superiore del ponte esposto a murata. Essa non deve essere inferiore al seguente valore:

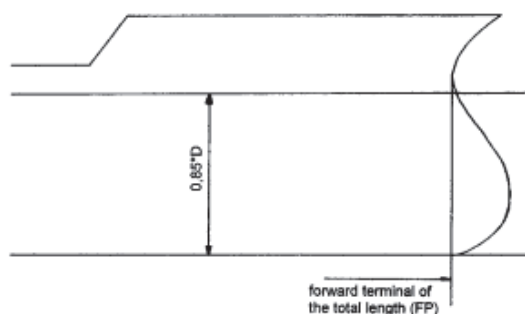


Fig. 5.3.5b. relativa alla definizione di minima altezza di costruzione nel caso di nave con concavità della ruota di poppa al di sopra del galleggiamento corrispondente alla minima altezza di costruzione

²² Come si può vedere, le perpendicolari estreme e la perpendicolare al mezzo non coincidono in generale con le analoghe definizioni date al § 5.1.2 con riferimento al piano di costruzione, cioè alla superficie fuori ossatura.

$$F_b = \left(6075 \cdot \left(\frac{L}{100} \right) - 1875 \cdot \left(\frac{L}{100} \right)^2 + 200 \cdot \left(\frac{L}{100} \right)^3 \right) \cdot \left(2.08 + 0.609 \cdot C_B - 1.603 \cdot C_{wf} - 0.129 \cdot \left(\frac{L}{d_1} \right) \right)$$

dove:

d_1 è pari allo 85% della minima altezza di costruzione;

C_{wf} è il coefficiente di finezza della metà prodiera della figura di galleggiamento, definito in analogia al coefficiente di finezza C_w della figura di galleggiamento definito nel § 5.9.2.2, ma riferito alla sola metà prodiera, cioè quella delimitata a poppavia dal piano trasversale passante per la perpendicolare al mezzo.

5.3.4 Riduzioni e correzioni al bordo libero tabulare

Esistono possibili riduzioni sul bordo libero assegnato per navi tipo B (navi $B-60$ o $B-100$) delle quali si parlerà nel capitolo della Compartimentazione. Esistono poi correzioni al bordo libero tabulare “base” riportato nella Fig. 5.3.3, in relazione:

- alla lunghezza (per navi tipo B tra 24 m e 100 m) – Regola 29;
- al coefficiente di finezza totale²³ C_B (qualora sia $C_B > 0.68$) – Regola 30;
- all'altezza di costruzione (la ILLC assume infatti un'altezza $D = L/15$) Regola 31;
- alla presenza di sovrastrutture e cofani – Regola 37;
- alla differenza tra l'insellatura attuale e quella regolamentare – Regola 38;

La differenza si calcola mediante la differenza nell'area sottesa tra l'insellatura regolamentare e quella attuale, separatamente nella parte prodiera e in quella poppiera.

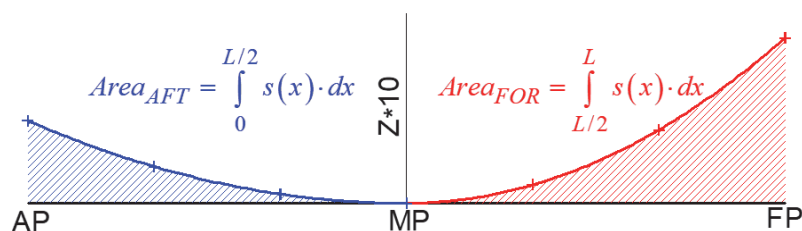


Fig. 5.6.4.1. L'area sottesa dall'insellatura regolamentare (ILLC – Regola 38)

Ai fini della correzione conta più la deficienza che l'eccesso e la parte prodiera rispetto a quella poppiera. Per semplificare l'applicazione, la ILLC fornisce il valore dell'ordinata della linea dell'insellatura in quattro punti e il relativo fattore da utilizzare per l'integrazione con la seconda regola di Simpson.

²³ Coefficiente di finezza totale di carena (*Block Coefficient*) $C_B = \frac{\nabla}{L B T}$ con ∇ , L , B e T rispettivamente volume, lunghezza, larghezza e immersione della carena corrispondente.

Standard sheer profile (Where L is in m)			
	Station	Ordinate (in mm)	Factor
After half	After perpendicular	$25 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	1
	$\frac{1}{6} L$ from A.P.	$11.1 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	3
	$\frac{1}{3} L$ from A.P.	$2.8 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	3
	Amidships	0	1
	Station	Ordinate (in mm)	Factor
Forward half	Amidships	0	1
	$\frac{1}{3} L$ from F.P.	$5.6 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	3
	$\frac{1}{6} L$ from F.P.	$22.2 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	3
	Forward perpendicular	$50 \left(\frac{L}{3} + 10 \right)$	1

Fig. 5.6.4.2. Tabella relativa all'insellatura regolamentare (ILLC – Regola 38)
f) alla deficienza dell'altezza di prora – Regola 39.

Le principali modifiche introdotte nella revisione al testo della ILLC ed entrate in vigore nel 2005 riguardano²⁴:

- la minima altezza di prora*, già riportata nel §5.6.3:
- la riserva di galleggiabilità*, “All ships assigned a type B freeboard, other than oil tankers, chemical tankers and gas carriers, shall have additional reserve buoyancy in the fore end”;
- la robustezza delle chiusure delle boccaporte*.

Esse sono state principalmente la conseguenza di una impressionante serie di incidenti occorsi a navi portarinfuse (Bulk Carrier) negli anni '90 del secolo scorso (vedi il Capitolo sulla *Compartimentazione* del testo di Statica della Nave II). Per maggiori dettagli si rimanda al testo della ILLC.

5.4 CASSERI, TUGHE ED ALTRE SOVRASTRUTTURE DA CONSIDERARE NEL CALCOLO DEI DIAGRAMMI DI STABILITÀ

Nel calcolo dei diagrammi di stabilità possono essere considerate efficienti le seguenti sovrastrutture:

- casseri chiusi del primo e del secondo ordine²⁵;
- tughe situate sul ponte di bordo libero;

²⁴ The amendments 2003 (entered into force 1.1.2005) to Annex B to the 1988 Load Lines Protocol include a number of important revisions, in particular to regulations concerning: strength and intact stability of ships; definitions; superstructure and bulkheads; doors; position of hatchways, doorways and ventilators; hatchway coamings; hatch covers; machinery space openings; miscellaneous openings in freeboard and superstructure decks; cargo ports and other similar openings; pipes and cable lockers; side scuttles; windows and skylights; calculation of freeing ports; protection of the crew and means of safe passage for crew; calculation of freeboard; sheer; minimum bow height and reserve buoyancy; and others.

²⁵ Additional tiers of similarly enclosed superstructures may also be taken into account. As guidance windows (pane and frame) that are considered without deadlights in additional tiers above the second tier if considered buoyant should be designed with strength to sustain a safety margin with regard to the required strength of the surrounding structure.

purché le sovrastrutture in questione corrispondano per quanto riguarda la robustezza ai dimensionamenti richiesti dai Registri di Classificazione, risultino chiuse in base alla ILLC, abbiano un accesso dal ponte superiore che permetta di raggiungere eventuali locali macchine od altri spazi in cui possa essere richiesta la presenza dell'equipaggio, (mantenendo chiuse le altre porte).

I diagrammi di stabilità devono essere considerati interrotti in corrispondenza dell'angolo di inclinazione ϕ_f oltre il quale si immergono aperture non stagne che possano dar luogo ad affondamento per allagamento progressivo.

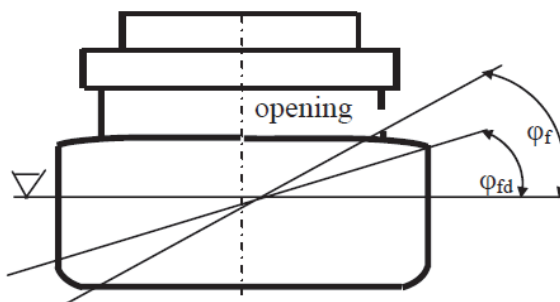


Fig. 5.4.1 Illustrante i concetti di angolo di immersione del ponte e di angolo di immersione della prima apertura non stagna (angolo di allagamento progressivo).

Nel calcolo del diagramma di stabilità si può tener conto di sovrastrutture che non possono essere considerate chiuse solo fino all'angolo in corrispondenza del quale le aperture vengono immerse. In corrispondenza di tale angolo il diagramma di stabilità statica presenta un gradino e nei successivi calcoli non deve essere tenuto conto dei volumi allagati.

5.5 DISLOCAMENTO, NAVE VACANTE E NAVE SCARICA ASCIUTTA

Come si è già detto, con il termine *dislocamento* si indica spesso il peso della nave, per quanto il termine stesso sembri indicare più il peso del volume di acqua spostata (che in condizioni di equilibrio peso-spinta è ovviamente uguale al peso della nave)²⁶. Si distinguono diversi dislocamenti di riferimento:

- *Nave scarica asciutta* è la nave finita, completamente vuota, cioè: del tutto allestita, con strumenti, attrezzi, corredi, dotazioni fisse e pezzi di rispetto regolamentari completi ed in posto, senza carico di merci, senza passeggeri ed equipaggio e loro effetti, senza combustibile e lubrificanti, senza provviste di qualsiasi specie, senza acqua nelle caldaie, nei condensatori e nelle tubolature, senza liquidi di raffreddamento e di circolazione nelle macchine principali ed ausiliarie impiegate per la propulsione, senza acqua di lavanda e potabile nei depositi, nelle casse e nelle tubolature relative, ma con la zavorra solida permanente.
- *Nave vacante (lightship)* è la nave scarica ed asciutta, con l'acqua nelle caldaie, nei condensatori e nelle tubolature, e con i liquidi di raffreddamento e di circolazione delle macchine principali ed ausiliarie impiegate per la propulsione²⁷.
- *Pieno carico normale o di progetto* corrispondente alla condizione di massimo carico consentito, con la nave completa di tutte le sistemazioni fisse e pronta a salpare. Ad esso corrisponde il galleggiamento di pieno carico normale (*Design Waterline* o DWL)

²⁶ Non si confonda il dislocamento di una nave con la sua stazza (*tonnage*), che è una misura dei volumi racchiusi dallo scafo e dalle sovrastrutture (*stazza lorda*) o degli spazi destinati al carico ed ai passeggeri (*stazza netta*).

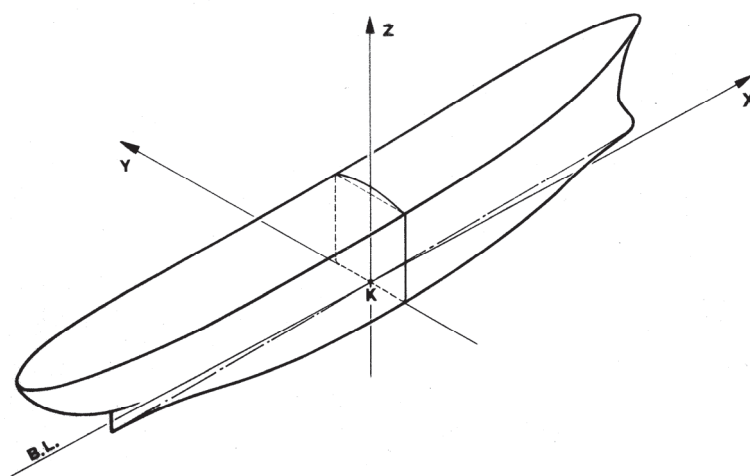
²⁷ "Lightship condition is a ship complete in all respects, but without consumables, stores, cargo, crew and effects, and without any liquids on board except that machinery and piping fluids, such as lubricants and hydraulics, are at operating levels.", tuttavia la unified interpretation contenuta nella MSC.1/Circ. 1537-Rev.1 del 4/7/2019 aggiunge: "The weight of mediums on board for the fixed fire-fighting systems (e.g. freshwater, CO₂, dry chemical powder, foam concentrate, etc.) should be included in the lightweight and lightship condition."

La differenza tra il dislocamento Δ_0 di pieno carico normale e quello Δ_L di nave vacante, detta *esponente di carico*²⁸, costituisce la *portata lorda (deadweight)* della nave. Corrispondentemente, la zona di superficie di carena compresa tra i due galleggiamenti estremi viene indicata con il suggestivo nome di *zona del bagnasciuga* o dell'esponente di carico.

Nelle navi militari, i pesi soggetti a variare sono in generale pochi. Si chiama allora *esponente di carico* l'elenco particolareggiato di tutti i pesi che compongono il dislocamento in carico normale.

5.6 IL SISTEMA DI RIFERIMENTO DELLE IDROSTATICHE

In Statica della Nave si usa di regola un sistema di riferimento solidale con la nave. Tale sistema può avere l'origine in K ed assi X, Y, Z (e versori $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$) come in Fig. 5.6.1.1 o l'origine nel centro di carena B ed assi x, y, z paralleli ed equiversi ai precedenti. Si noti che il riferimento con origine in B dipende dalla condizione di carico, per cui la preferenza verrà data al riferimento $KXYZ$.



²⁸ In Costruzioni Navali (Vedi ad es. F. Spinelli, "Costruzioni Navali - Vol. I") viene data la seguente definizione: L'esponente di carico è la distinta dei pesi costituenti il dislocamento in carico massimo della nave. Esso è diviso in due parti: peso della nave scarica e peso dei carichi mobili.

Il peso della nave scarica è suddiviso nelle 3 o 5 voci principali, a seconda che si tratti di navi mercantili o militari, come già è stato detto; e per ognuna di queste voci è data la distinta dei vari pesi componenti, raggruppati secondo un certo criterio. Ad esempio la voce peso scafo può essere così ripartita:

- 1) Strutture e legamenti longitudinali
- 2) Ossature trasversali
- 3) Imbagliature dei ponti e dei copertini
- 4) Paratie longitudinali
- 5) Paratie trasversali
- 6) Fasciame esterno
- 7) Fasciame interno
- 8) Fasciame dei copertini di stiva
- 9) Fasciame del ponte A
- 10) Fasciame del ponte B
- 11) Fasciame del ponte C
- 12) Sovrastrutture
- 13) Sostegni e rinforzi dell'apparato motore
- 14) Sostegni e rinforzi diversi
- 15) Diversi: puntelli, alette di rollio, timoni, garitte
- 16) Pernotti, viti e chiavarde.

Analogamente per quanto riguarda i pesi dei carichi mobili.

Insieme ad ogni peso elementare della distinta dell'esponente di carico, saranno indicate le rispettive coordinate baricentriche ZG ed XG ed i momenti statici rispetto alla L.C. ed alla Pp AD.

L'esponente di carico si presenterà quindi come un insieme di tabelle dettagliate.

Fig. 5.6.1.1. Il sistema di riferimento delle idrostatiche (da Cardo, 1974)

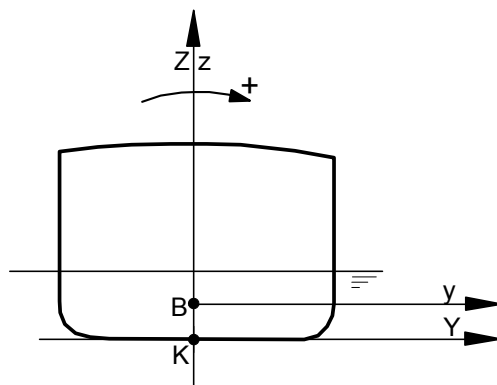


Fig. 5.6.1.2a. Il riferimento adottato per le inclinazioni trasversali.

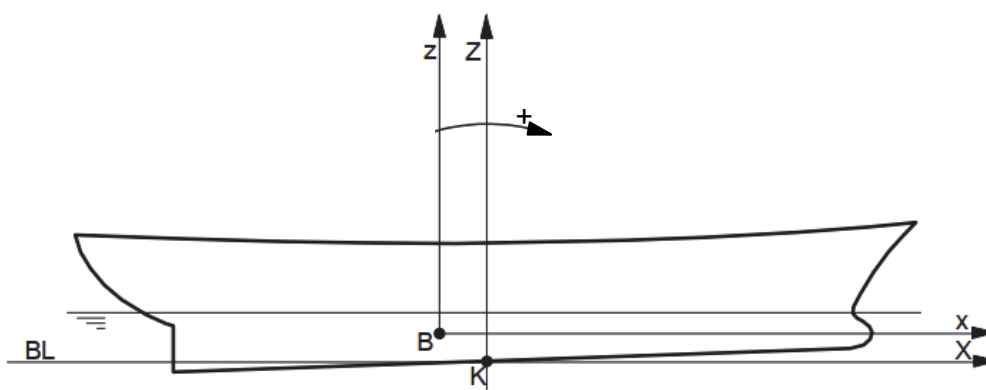


Fig. 5.6.1.2b. Il riferimento adottato per le inclinazioni longitudinali.

In base all'orientazione degli assi scelta, risultano positivi lo sbandamento che porta all'immersione della fiancata destra (angolo ϕ) e quello che porta ad un appruamento (angolo θ).

Pur essendo il sistema correttamente destrorso, alcune incongruenze nascono dai seguenti due fatti:

- In termini pratici, viene considerato “positivo” l'appoppamento in quanto normalmente a poppa si trovano gli organi di propulsione e manovra, che devono lavorare convenientemente immersi;
- nello studio della stabilità si fa spesso riferimento ad un piano trasversale nel quale l'asse Y è orientato verso destra (la nave viene vista da poppa Fig. 5.6.1.2a) contrariamente alla scelta di assi fatta nella Fig. 5.6.1.1.

Questo giustifica la scelta, spesso effettuata nei testi dedicati alla Statica della Nave, di adottare comunque un sistema di riferimento con l'asse Y orientato nel verso indicato nella Fig. 5.6.1.2.

In questo Corso, adottiamo la convenzione indicata nella Fig. 5.6.1.1, che è in accordo con gli standard internazionali, tra cui la SOLAS²⁹ per quanto riguarda i problemi d'assetto. Nella trattazione della Stabilità della nave ed in generale per i problemi connessi con le inclinazioni trasversali conserveremo la consuetudine di utilizzare un asse y orientato a destra per chi guarda la nave da poppa verso prua. Conviene anche considerare un riferimento solidale con la terra avente gli assi z_0 verticale (di gravità) ed x_0 e y_0 orizzontali e coincidenti in direzione e verso con X (o

²⁹ “Trim is the difference between the draught forward and the draught aft, where the draughts are measured at the forward and aft terminals respectively, disregarding any rake of keel.” (SOLAS, Regulation 2). Vedi anche la voce *Trim* nello ITTC Dictionary of Hydromechanics: “The difference between the draught forward TF and the draught aft TA for a ship with a designed even keel: $\text{Trim} = \text{TF} - \text{TA}$. It is referred to as trim by the bow or head if the forward draught is the greater, level trim if both are the same and trim by the stern if the draught aft is the greater. If the ship has a designed initial trim (raked keel or drag) the trim is generally measured with respect to this initial inclination”.

x) e rispettivamente Y (o y) per carena dritta ($\phi = \theta = 0$). Questo sistema di riferimento può avere origine in B o altro punto ed ha versori $\mathbf{i}_0, \mathbf{j}_0, \mathbf{k}_0$.

5.6.2 Nomenclatura di posizioni e moti della nave

Nella trattazione della Statica della Nave, la nave verrà generalmente considerata come un corpo rigido, avente i classici sei gradi di libertà ad i quali sono associati i sei moti, tre traslatori lungo gli assi e tre rotatori intorno a tali assi.

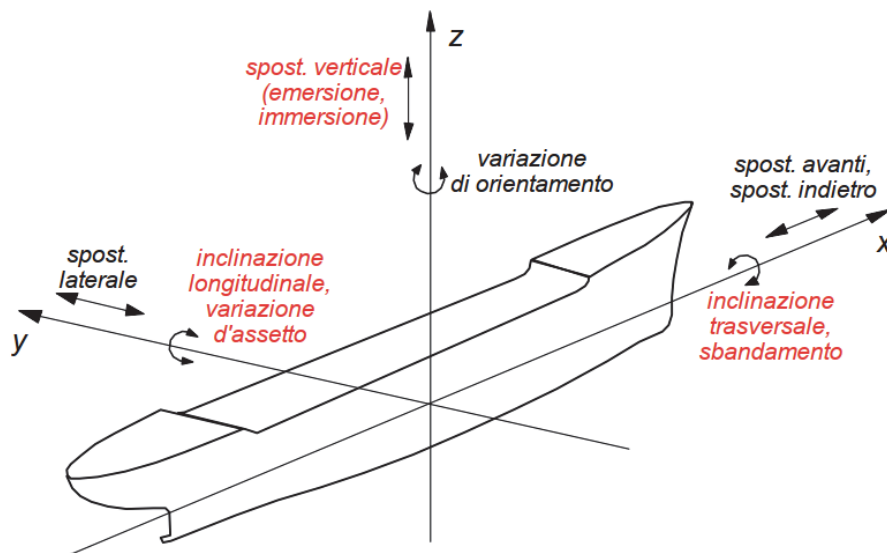


Fig. 5.6.2.1. Nomenclatura relativa agli spostamenti della nave da una posizione iniziale.

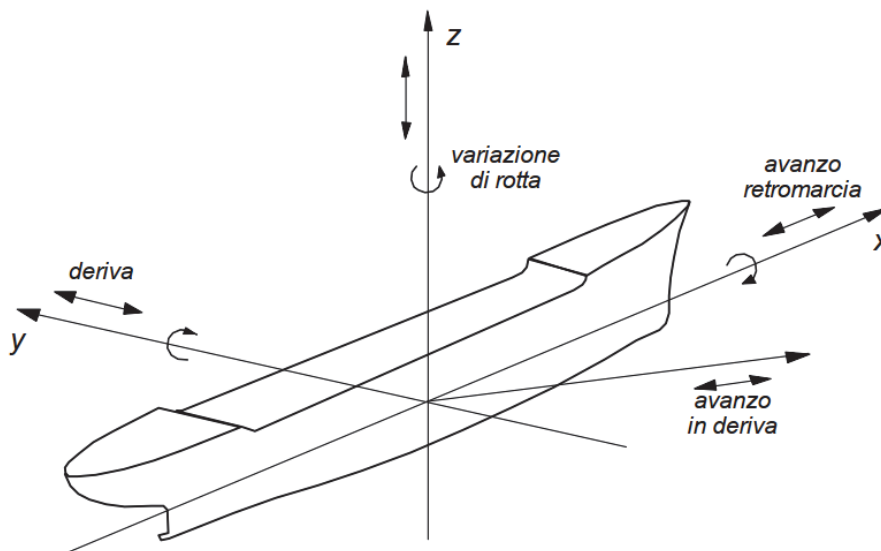


Fig. 5.6.2.2. Nomenclatura relativa movimenti continuativi della nave.

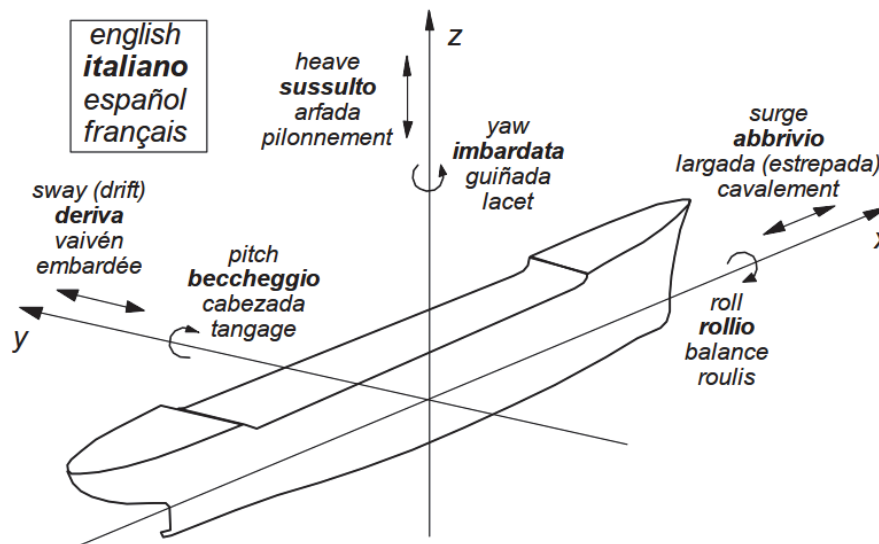
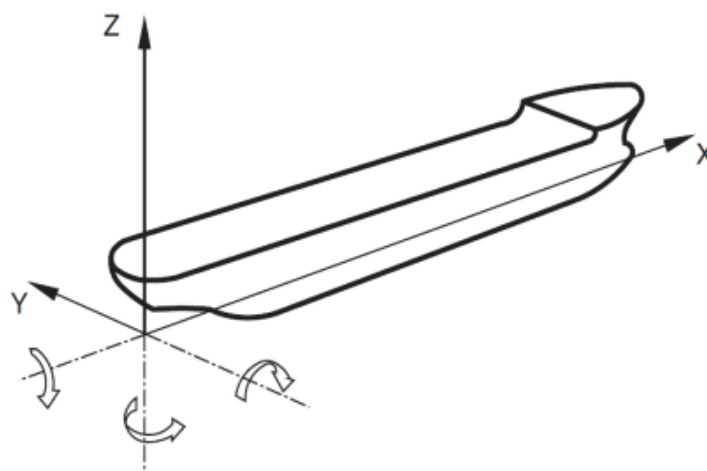


Fig. 5.6.2.3. Nomenclatura relativa ai moti oscillatori della nave³⁰.

Nella tradizionale suddivisione della trattazione, i moti continuativi lungo l'asse x , cui si possono aggiungere gli altri moti traslatori per le navi sottomarine, saranno trattati nel corso di Architettura Navale (Resistenza e Propulsione), quelli intorno all'asse z in Manovrabilità e Governo della Nave ed infine in Tenuta della Nave al Mare, tutti e 6 i moti oscillatori. In Statica della Nave saranno comunque considerati il moto di rollio (§ 7.8.4) ed il moto evolutivo intorno all'asse z (§ 7.11.1) in quanto rilevanti per la Stabilità. Gli approcci moderni alla Stabilità considerano anche i moti accoppiati di rollio, sussulto e beccheggio per la spiegazione del fenomeno del rollio parametrico. A questi ultimi si accennerà nel § 7.8.6 e in APPENDICE 2.

5.6.3 Il sistema di riferimento per le Costruzioni Navali

Il sistema di riferimento generalmente adottato nelle trattazioni relative alle Costruzioni Navali è mostrato in Fig. 5.6.3.1. Gli assi sono paralleli ed equiversi a quello adottato per la Statica della Nave, con l'asse X coincidente con la linea di costruzione, ma l'origine scelta nel punto d'incontro tra quest'ultima e la perpendicolare addietro. Il passaggio tra i due sistemi di riferimento consta dunque in una traslazione che cambia soltanto i valori della coordinata longitudinale X .



³⁰ Si noti che, dei sei gradi di libertà di una nave liberamente galleggiante, soltanto per tre di essi si può avere una posizione di equilibrio stabile: sussulto, rollio e beccheggio, mentre per gli altri la posizione di equilibrio è indifferente. Per questi ultimi il moto oscillatorio può avvenire solamente in presenza di una forzante oscillatoria come il mare ondoso.

Fig. 5.6.3.1. Il sistema di riferimento delle Costruzioni Navali.

Usando il pedice S per le coordinate di un punto nel riferimento idrostatico, e con il pedice C le coordinate dello stesso punto nel riferimento delle costruzioni, si ha:

$$\begin{cases} X_C = X_S + L_{PP} / 2 \\ Y_C = Y_S \\ Z_C = Z_S \end{cases}$$

5.7 PARAMETRI DESCRITTORI DI UNA CARENA COMUNQUE INCLINATA

5.7.1 Descrizione nel riferimento delle idrostatiche

Consideriamo la generica carena individuata dal piano di galleggiamento WL che taglia l'asse Z nel punto O , come in Fig. 5.7.1.1. Consideriamo una terna di assi $OXYZ$ paralleli ed equiversi alla terna $KXYZ$. Siano rispettivamente:

- r la retta intersezione del piano WL con il piano XZ ;
- s la retta intersezione del piano WL con il piano YZ ;
- t la retta intersezione del piano WL con il piano XY
- n la retta normale al piano WL ;

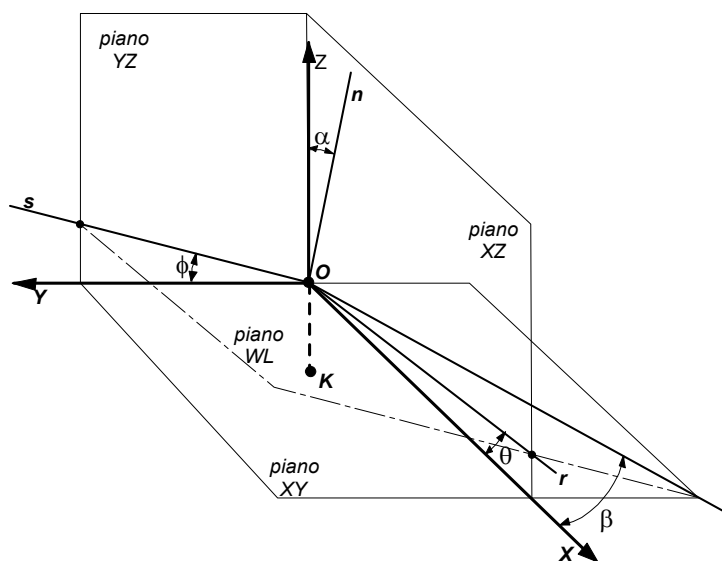


Fig. 5.7.1.1. Gli angoli che individuano una carena comunque inclinata

- ϕ l'angolo tra la retta s e l'asse Y ;
- θ l'angolo tra la retta r e l'asse X ;
- β l'angolo tra la retta t e l'asse X ;
- α l'angolo tra la retta n e l'asse Z . L'angolo α è l'angolo tra il piano WL del galleggiamento considerato ed il piano XY . Il piano di galleggiamento WL può cioè ottenersi dal piano XY mediante una rotazione di ampiezza α intorno all'asse t . In maniera analoga, la carena individuata dal galleggiamento WL può essere ottenuta dalla carena individuata dal galleggiamento XY mediante la rotazione dell'angolo $-\alpha$ intorno all'asse t giacente sulla figura di galleggiamento iniziale. Si noti che, in generale, le due carene non sono isocareniche in quanto siamo al di fuori dei limiti di validità del Teorema di Eulero.

Il piano di galleggiamento WL , e la carena da esso staccata sulla nave, possono allora essere individuati da:

➤ l'immersione al mezzo $T_m = \overline{KO}$;

➤ gli angoli ϕ e θ ;

o, alternativamente, da:

➤ l'immersione al mezzo $T_m = \overline{KO}$;

➤ gli angoli β e α ,

o per mezzo degli angoli di Eulero, ai quali si accennerà alla fine di questo paragrafo.

Il piano di galleggiamento avrà allora equazione:

$$X \cdot \operatorname{tg} \theta + Y \cdot \operatorname{tg} \phi - Z + T_m = 0$$

Gli angoli ϕ e θ (Fig. 5.7.1.2) individuano bene nel riferimento delle idrostatiche le inclinazioni trasversali (sbandamenti) e rispettivamente longitudinali (assetti). Essi *non coincidono* peraltro con gli angoli ϕ_s e θ_t che gli assi Y e rispettivamente X formano *con il piano* di galleggiamento inclinato WL e che vengono solitamente indicati come gli angoli di inclinazione trasversale e longitudinale (del piano di galleggiamento inclinato). Si può dimostrare che:

$$\operatorname{tg} \theta_t = \operatorname{tg} \theta \cdot \cos \phi$$

$$\operatorname{tg} \phi_s = \operatorname{tg} \phi \cdot \cos \theta$$

e

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta$$

Poiché spesso si ha $\phi = 0$ (inclinazioni puramente longitudinali) o $\theta = 0$ (inclinazioni puramente trasversali) ed in generale, per navi di forme convenzionali, si ha $\theta \ll 1$ ³¹ nelle normali condizioni operative, assumeremo nel seguito che $\phi_s = \phi$ e $\theta_t = \theta$.

³¹ Qui e nel seguito, salvo avviso in contrario, si intende che gli angoli sono misurati in radianti

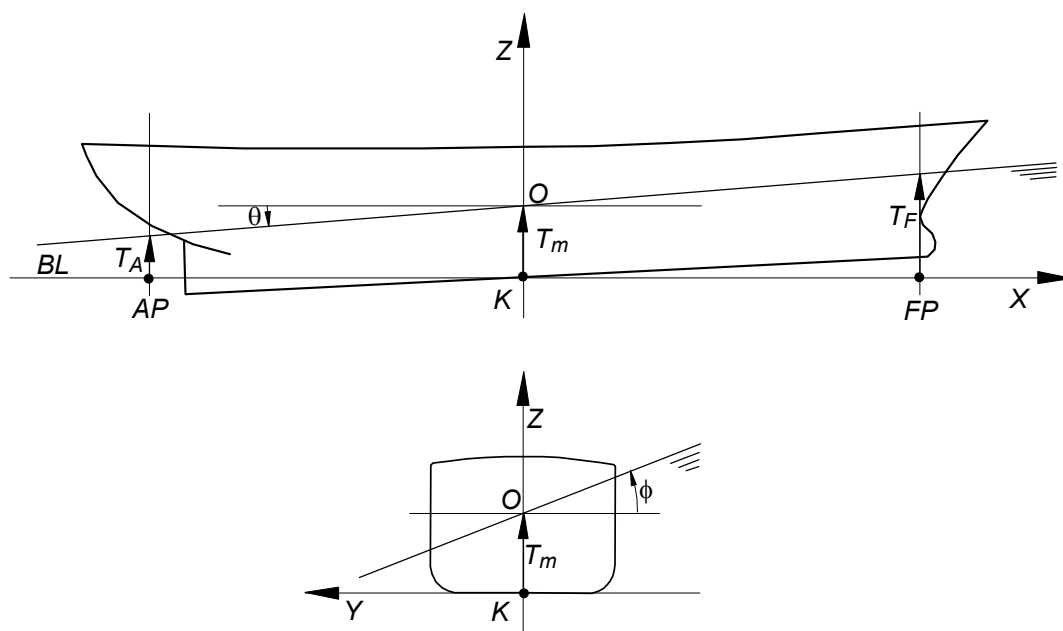


Fig. 5.7.1.2. Gli angoli ϕ e θ che individuano una carena comunque inclinata nel riferimento delle idrostatiche³²

Si noti che per $\beta = 0$ e $\beta = \pi$ si hanno inclinazioni puramente trasversali, mentre per $\beta = \pm \frac{\pi}{2}$ si hanno inclinazioni puramente longitudinali.

5.8 FAMIGLIE DI CARENE

Come già accennato al §3.1 (Fig. 3.1.1.3) per il galleggiante generico, noi considereremo nel seguito le seguenti famiglie di carene:

1. le *isocarene*, ossia tutte le carene aventi lo stesso volume ottenibili da un galleggiante;
2. le *isocline*, ossia tutte le carene ottenibili da un galleggiante con piani di galleggiamento paralleli. Un caso particolare, ma di grande importanza, è costituito dalle *carene diritte*, cioè quelle ottenute con piani di galleggiamento *paralleli al galleggiamento di pieno carico normale* (e dunque paralleli alla linea di costruzione)³³;

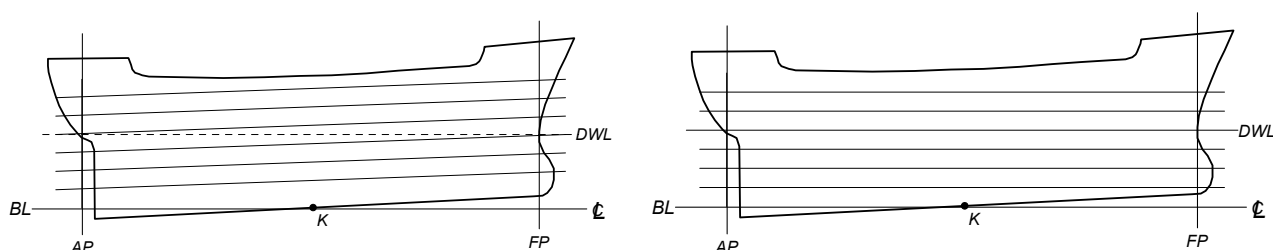


Fig. 5.8.1. Famiglie di isocline. Quelle a quelle a sinistra corrispondono a carene appruate; quelle a destra corrispondono a carene longitudinalmente diritte.

³² Non ci si faccia ingannare dal verso indicato in figura per gli angoli θ e ϕ , che sembra in contrasto con quanto indicato nel § 5.6 (Fig. 5.6.1.2a e 2b). Questa apparente discrepanza è dovuta al fatto che nei disegni, per questioni ergonomiche, si preferisce inclinare il mare invece che la nave. Così in Fig. 5.7.1.2, le due inclinazioni sono entrambe positive, indicando rispettivamente un appruamento ed una inclinazione a destra.

³³ *Indipendentemente* dall'andamento della chiglia (che, ad esempio, in Fig. 5.8.1, ed anche in Fig. 5.7.1.2, è con differenza di immersioni di progetto)!

3. le *isobate*, ossia tutte le carene ottenibili da un galleggiante con i piani di galleggiamento di una stella (insieme dei piani aventi un punto a comune). In realtà noi limiteremo la nostra attenzione al caso di un fascio (proprio) di piani.

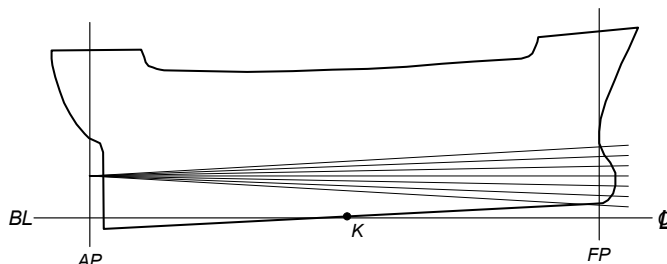


Fig. 5.8.2. Famiglia di isobate con stazione a poppa.

5.9 IL PIANO DI COSTRUZIONE ED IL DIAGRAMMA DELLE CARENE DIRITTE

Nel progetto di una nave esistono diversi piani importanti:

- il *Piano di Costruzione*, di cui si parlerà nel seguente paragrafo;
- i *Piani Generali*, cioè quell'insieme di disegni, in particolare dei ponti della nave, che definiscono la suddivisione degli spazi e la loro utilizzazione dettagliata;
- i *Piani di Capacità*, dei quali si parlerà nel Cap. 6;
- il *Piano dei Ferri*, di cui si parlerà nei Corsi di Costruzioni Navali, riguarda il proporzionamento delle strutture che avviene durante il progetto esecutivo (detto anche progetto di dettaglio) e si estrinseca in un insieme di tavole che rappresentano in modo completo le strutture della nave (scafo e sovrastrutture) e costituiscono la base per sviluppare altri disegni che sono indispensabili per realizzare ogni elemento dello scafo, fornendo tutte le indicazioni, di insieme, di dettaglio e di assemblaggio.

5.9.1 Il piano di costruzione

The term "laying off" is used to describe the methods adopted to obtain the form of a ship so that in the shipyard the materials can be shaped piece by piece, and after the erection at the ship the required fair ship-shape structure will be obtained.

Laying off is really the application of the principles of Descriptive Geometry to the particular case of a ship.

Attwood, E. L., Cooper, I. C. G., "A Text-book of Laying Off or The Geometry of Shipbuilding", Longmans, 1914.

Il piano di costruzione (*lines plan*) è la rappresentazione grafica della superficie fuori ossatura della nave³⁴.

La rappresentazione è fatta con tre famiglie di curve di livello opportunamente coordinate tra loro, poiché una proiezione ortogonale non può definire accuratamente le forme di una carena ma solo le viste esterne ed eventuali spigoli. Si sfrutta inoltre la simmetria destra-sinistra (port-starboard) della carena disegnandone solo la metà. A tale scopo si considerano i piani di riferimento fondamentali visti in precedenza, vale a dire il piano longitudinale o di simmetria, il piano orizzontale ed il piano trasversale.

³⁴ Questo paragrafo è sostanzialmente tratto dal testo "Geometria dei Galleggianti del prof. Bresciani.

Sezionando ora la nave con una serie di piani equidistanti e paralleli al piano coordinato XY (piano di base, parallelo al galleggiamento di pieno carico normale), ottengo una famiglia di curve denominate *linee d'acqua* che nel loro insieme costituiscono l'*orizzontale* o *piano delle linee d'acqua* (*half breadths or waterlines plan*). I piani di questa famiglia presentano intervalli unitari, tipicamente di 1 o 2 metri, e nella parte bassa della carena sono spesso inseriti alcuni piani intermedi. Le linee d'acqua sono numerate progressivamente dal basso verso l'alto, partendo dalla 0 per il piano corrispondente alla linea di costruzione.

Sezionando la nave con una serie di piani equidistanti e paralleli al piano coordinato XZ, ottengo una famiglia di curve denominate *longitudinali* (*buttocks*) che nel loro insieme costituisce il *longitudinale* (*profile or sheer plan*). I piani di questa serie sono solitamente distanziati di circa 1/5 della semilarghezza massima e sono numerati con cifre romane partendo da quello più vicino al piano diametrale.

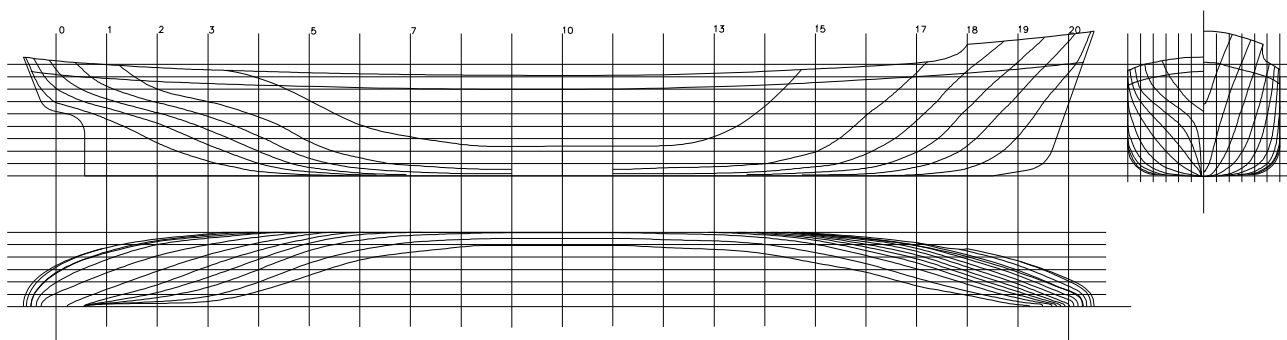


Fig. 5.9.1. Piano di Costruzione.

Sezionando infine la nave con una serie di piani equidistanti e paralleli al piano coordinato YZ (piano trasversale), si ottiene una famiglia di curve denominate *ordinate* che nel loro insieme costituisce la *proiezione verticale* o, più comunemente il *trasversale* (*body plan*). I piani di questa serie sono tipicamente sistemati in modo da dividere la lunghezza tra le perpendicolari in 20 parti uguali e sono numerati progressivamente da poppa a prora. L'ordinata più grande è tracciata per intero, mentre le ordinate prodriere sono disegnate alla destra dell'asse di simmetria e le ordinate poppiere alla sinistra.

Le tre famiglie di curve sono riunite in un unico disegno come si può vedere nella Fig. 5.9.1. Ogni vista è completata dal disegno delle tracce dei piani di livello relative alle due altre famiglie di curve, dalla proiezione della linea della suola, e della linea dell'orlo³⁵.

Normalmente sono usate tutte e tre le famiglie di curve per avere un perfetto accordo tra le forme in modo da ottenere una superficie dello scafo ben avviata priva di brusche variazioni di curvatura. A tale scopo, si può ricorrere anche a dei piani ausiliari ortogonali al piano trasversale, la cui traccia è il più possibile ortogonale alle ordinate. Le linee così ottenute, chiamate *forme* o *diagonali*, sono tracciate, opportunamente ribaltate, al di sotto della proiezione delle linee d'acqua dando così origine al cosiddetto *piano delle forme*.

La scala del disegno è normalmente 1:50 o 1:100, ma per navi molto grandi può essere anche 1:200; in genere si cerca di sfruttare il foglio nel miglior modo possibile, per questo si possono sovrapporre le diverse viste, come si può vedere nella Fig.5.9.2.

³⁵ La superficie fuori ossatura del ponte interseca la murata secondo una linea a doppia curvatura che prende il nome di linea della suola, mentre la linea che delimita il parapetto detta linea dell'orlo.

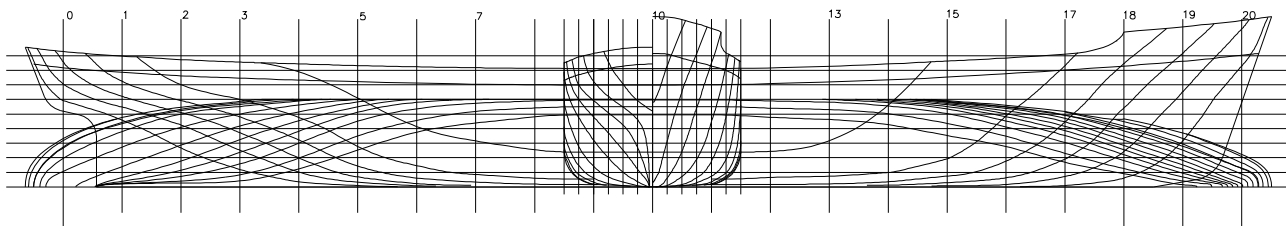


Fig. 5.9.2. Piano di costruzione in formato compatto.

Per disegnare bene un piano di costruzione occorre una notevole dose di pazienza, precisione ed esperienza perché è necessario far corrispondere esattamente le tre famiglie di curve. Tale operazione prende il nome di *bilanciamento* (*hull fairing*).

Partendo dal trasversale e dal profilo longitudinale della nave si va a disegnare il piano delle linee d'acqua; se le curve così ottenute non sono ben avviate, cioè presentano brusche variazioni di curvatura, bisogna ritoccare il trasversale, e ridisegnare le linee d'acqua. Quest'operazione va ripetuta iterativamente fino ad ottenere l'esatta corrispondenza delle immagini ed un buon avviamento delle curve stesse. Successivamente si procede alla tracciatura del piano longitudinale sfruttando contemporaneamente il trasversale e le linee d'acqua. Quest'operazione, simile alla precedente, è un po' più laboriosa poiché si tratta di bilanciare tre immagini contemporaneamente.

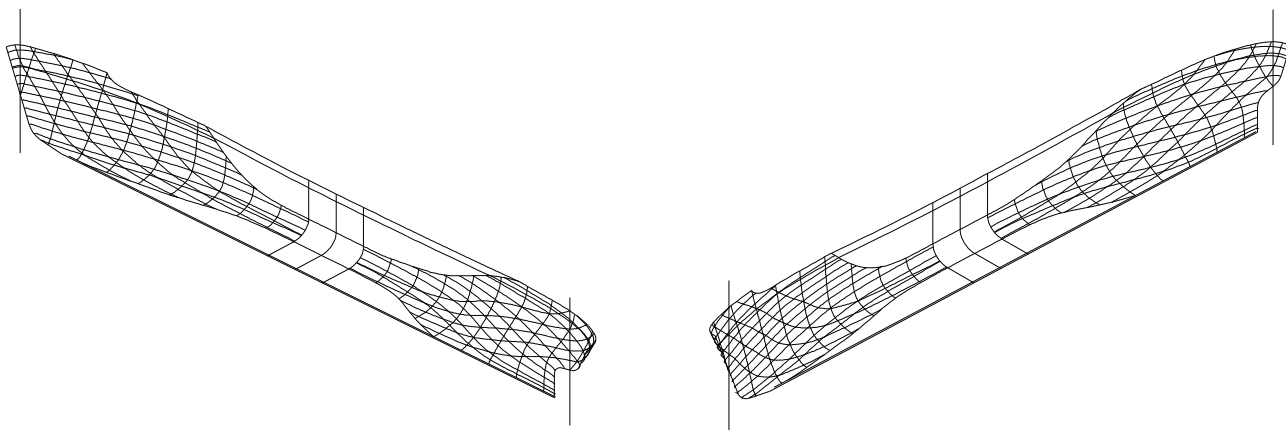


Fig. 5.9.3 Viste tridimensionali dello scafo

Oggi è molto diffusa la pratica di elaborare il piano di costruzione al computer. Esistono in commercio dei programmi che permettono sia di disegnare il tradizionale piano di costruzione che di elaborare direttamente la superficie di carena. Essi si basano sull'uso delle funzioni spline che sono dei particolari curvilinei matematici che permettono di descrivere curve di qualunque tipo. Ciò permette di visualizzare la carena in modo impensabile fino a pochi anni fa, come si può notare nella Fig. 5.9.3 dove, pur mantenendo l'utilizzo dei piani longitudinali, dei trasversali e delle linee d'acqua, si ha un'immagine tridimensionale dello scafo. Nella figura, che si riferisce allo scafo di una nave convenzionale, è anche possibile individuare il ginocchio, le parti piane del fianco (delimitate dalla *linea del fianco* – *flat of side*) e del fondo (delimitate dalla *linea del fondo* – *flat of bottom*) e il corpo cilindrico, cioè quello a sezione trasversale costante. Una rappresentazione di questo tipo dà un'immagine completa e viva della nave, ma dal punto di vista tecnico è inutilizzabile poiché è molto complesso rilevare le reali dimensioni della nave.

5.9.2 Calcoli e Diagramma delle Carene Diritte – Coefficienti di forma

5.9.2.1 Il rilevato del piano di costruzione

Per effettuare i calcoli delle *carene diritte* (*hydrostatic calculations*) tipicamente si parte dal *Piano di Costruzione*, che solitamente rappresenta la superficie avviata fuori ossatura, e si effettua un

rilevato delle *semilarghezze* in corrispondenza di un reticolo regolare³⁶ di *linee d'acqua*, ottenute tagliando la carena con piani a $z = \text{const}$, ed *ordinate*, ottenute tagliando la carena con piani a $x = \text{const}$, ed in particolare dal *trasversale* (*body plan*), cioè il disegno contenente tutte sul medesimo piano, le tracce delle ordinate, solitamente suddivise in poppiere (a sinistra della traccia del piano diametrale) e prodiere (a destra), come in Fig. 5.9.4. Si ottiene in tal modo una tabella di semilarghezze $y(x, z)$, a partire dalla quale, con opportune integrazioni, si ottengono gli elementi delle carene diritte in funzione dell'immersione z .

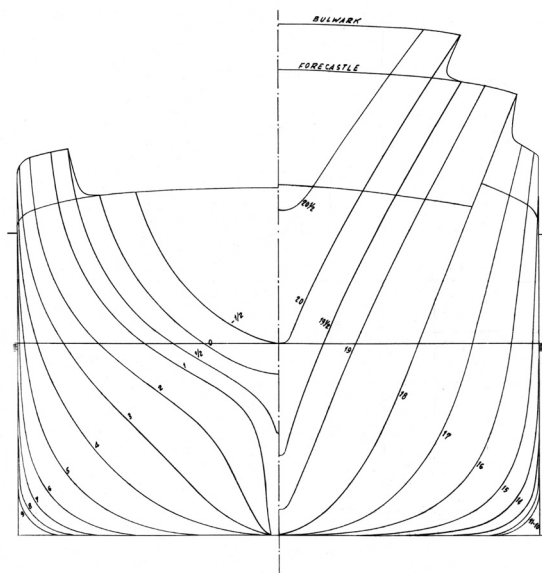


Fig. 5.9.4. *Trasversale* del piano di costruzione.

Numeriamo le ordinate con l'indice i , con i che va da 1 ad NFR a partire da poppa e le linee d'acqua con l'indice j , con j che va da 1 ad NWL a partire dal fondo. Le semilarghezze sono allora misurate in corrispondenza dei punti del reticolo formato sul piano diametrale dalle tracce delle ordinate e delle linee d'acqua. La funzione continua $y(x, z)$ viene allora rappresentata dalla tabella $y_{i,j}$.

Tipicamente, si considera che la nave possieda simmetria destra-sinistra³⁷, per cui basta, per ogni linea d'acqua, la lettura delle semilarghezze di tutte le ordinate, cioè delle distanze tra la superficie avviata fuori ossatura ed il piano diametrale alle varie ordinate di quella linea d'acqua.

5.9.2.2 Aree, volumi, centri e metacentri

Si procede poi al calcolo degli elementi della generica linea d'acqua, che si trova all'immersione z misurata dalla LC , ed estendentesi tra le ascisse x_{after} ed x_{forward} rispettivamente a poppa ed a prora (Fig. 5.9.5a):

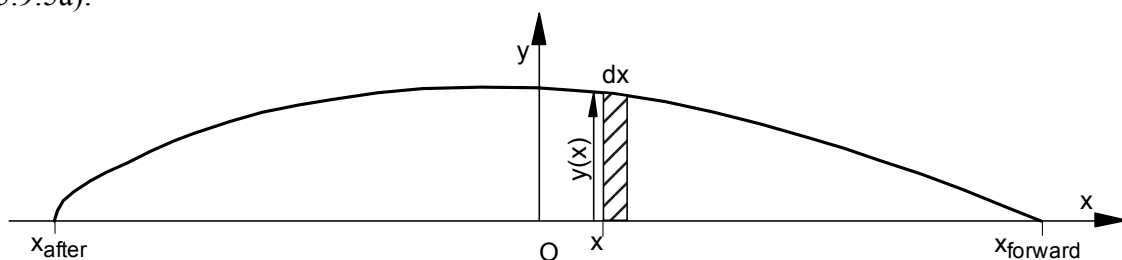


Fig. 5.9.5a. Semifigura di galleggiamento corrispondente alla generica immersione z .

³⁶ “Regolare” nel senso richiesto per l'applicazione dei metodi di quadratura approssimata descritti nel § 1.3.

³⁷ Esistono anche carene che presentano (lievi) asimmetrie. In questo caso le due semilarghezze non sono uguali ed il calcolo non può più essere fatto per simmetria.

Si ha allora, per l'area A_w e la posizione longitudinale del centro di galleggiamento x_F :

$$A_w(z) = 2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) dx \quad X_F(z) = \frac{M_{A_w, y}}{A_w} = \frac{2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) \cdot x \cdot dx}{A_w},$$

essendo l'espressione a numeratore il momento statico longitudinale $M_{A_w, x}$ della figura di galleggiamento.

Si calcolano poi gli elementi di volume (in questo caso si tratta del volume “fuori ossatura” o ∇_{fo}):

$$\nabla(z) = \int_0^z A_w(z) dz \quad {}^{38} \quad \overline{KB}(z) = \frac{\int_0^z A_w(z) \cdot z \cdot dz}{\nabla} \quad {}^{39}$$

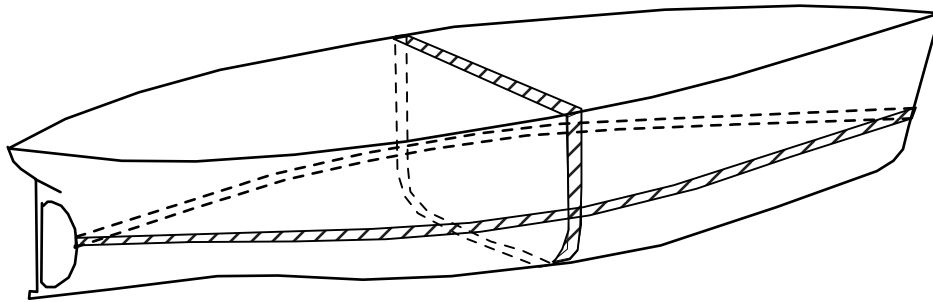


Fig. 5.9.5b. Illustrante i due modi, per linee d'acqua (qui sopra) e per sezioni (vedi § 5.10.1), di calcolare il volume di carena.

essendo il numeratore il momento statico verticale di volume $M_{\nabla, z} = \int_0^z A_w(z) \cdot z \cdot dz$. I raggi metacentrici sono definiti da:

$$\overline{BM}(z) = \frac{\frac{2}{3} \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y^3(x, z) \cdot dx}{\nabla(z)} \quad \overline{BML}(z) = \frac{2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) \cdot (x - X_F)^2 \cdot dx}{\nabla(z)},$$

³⁸ Questo calcolo permette di ottenere il volume integrando *per linee d'acqua*. Come si vedrà più avanti (§ 5.10.1), lo stesso volume si può ottenere integrando *per ordinate*. Per la dimostrazione di queste formule e delle seguenti, si consulti il testo di Geometria dei Galleggianti. Qui e in altri casi, si sono indicati la variabile di integrazione e l'estremo superiore dell'integrale con lo stesso nome. Più corretto sarebbe stato introdurre una variabile ausiliaria per

l'integrazione, es. $\nabla(z) = \int_0^z A_w(t) dt$, ma ci è sembrata abbastanza chiara la notazione utilizzata nel testo.

³⁹ L'ascissa longitudinale del centro di carena $X_B = LCB$ sarà introdotta nel §5.10.1, dopo aver definito l'area della generica sezione trasversale in funzione dell'immersione dalla Linea di Costruzione.

essendo i numeratori rispettivamente il *momento d'inerzia trasversale* $I_x = \frac{2}{3} \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y^3(x, z) \cdot dx$ e

longitudinale $I_{y_F} = 2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) \cdot (x - X_F)^2 \cdot dx$ centrali della figura di galleggiamento, etc.

5.9.2.3 Rapporti dimensionali e coefficienti di forma

Si calcolano poi alcuni coefficienti tipici delle forme di carena:

- Coefficiente di finezza della figura di galleggiamento $C_w = \frac{A_w}{L B}$ con “L” e “B” rispettivamente lunghezza e larghezza al galleggiamento corrispondente;
- Coefficiente di finezza totale di carena (*Block Coefficient*) $C_B = \frac{\nabla}{L B T}$ con “L” e “B” rispettivamente lunghezza e larghezza della carena corrispondente, mentre per “T” si considera l’immersione alla perpendicolare al mezzo;
- Coefficiente di finezza della sezione maestra $C_x = \frac{A_x}{B T}$ con “A_x” area della sezione maestra, “B” larghezza massima della sezione immersa e “T” l’immersione alla perpendicolare al mezzo del galleggiamento considerato;
- Coefficiente di finezza prismatico longitudinale⁴⁰ $C_p = \frac{\nabla}{A_x L}$ con “L” lunghezza totale di carena.

Bisogna tenere conto che alcune volte questi coefficienti sono riferiti alla lunghezza tra le perpendicolari.

Esistono poi le *costanti di forma* o *costanti cerchiare*, utilizzate nella presentazione dei risultati delle prove di rimorchio di modelli in vasca⁴¹. Esse fanno riferimento alla lunghezza $L_{1/3} = \nabla^{(1/3)}$, che rappresenta il lato di un cubo avente lo stesso volume della carena al galleggiamento di pieno carico normale:

$$\textcircled{M} = \frac{L_{WL}}{L_{1/3}} \quad \textcircled{B} = \frac{B}{L_{1/3}} \quad \textcircled{T} = \frac{T}{L_{1/3}} \quad \textcircled{S} = \frac{WS}{L_{2/3}}$$

Vista l’importanza del *dislocamento unitario* (*Tons to change draft 1 cm* o, in unità inglesi, *TPI – Tons per Inch*) e del *momento unitario d’assetto* (*Moment to change trim 1 cm* o, in unità inglesi *MCTI – Moment to Change Trim one Inch*) ai fini della soluzione approssimata dei problemi tipici della Statica della Nave (tra cui la determinazione delle variazioni di immersione ed assetto in conseguenza dell’imbarco di un piccolo peso di cui al § 9.2.3), conviene riportare qui di seguito anche le loro definizioni:

⁴⁰ Esistono anche un Coefficiente prismatico verticale $C_{VP} = \frac{\nabla}{A_w T}$, importante nello studio della tenuta al mare ed

uno laterale $C_{LP} = \frac{\nabla}{A_D B}$, essendo A_D l’area del piano di deriva. Quest’ultimo coefficiente è molto meno usato.

⁴¹ vedi Architettura Navale.

- *Dislocamento unitario* è la variazione, in più o in meno, che subisce il dislocamento, relativo ad un certo galleggiamento, quando si passa da questo galleggiamento a ciascuno degli altri due paralleli ad esso e distanti un centimetro dal medesimo. Si misura in t_f / cm e si ha⁴²:

$$D_u = \frac{w \cdot A_w}{100};$$

- *Momento unitario d'assetto* è il valore del momento inclinate (in $t_f \cdot m$) capace di produrre una inclinazione longitudinale tale che la differenza delle immersioni lette sulle perpendicolari vari di 1 cm. Si ha⁴³:

$$M_u = \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{100 \cdot L_{pp}}$$

5.9.2.3 La superficie bagnata di carena

Un calcolo più complesso è quello della superficie bagnata di carena WS in quanto tale superficie presenta in generale doppia curvatura. La superficie bagnata di carena non presenta in generale grande interesse per il Corso di Statica della Nave, ma è di grande importanza per i calcoli di Resistenza al Moto, dove è anche rappresentata attraverso la costante cerchiata $\textcircled{S} = \frac{WS}{L_{2/3}}$. Sono

state pertanto storicamente sviluppate numerose formule empiriche, ognuna più o meno legata ad alcune tipologie particolari.

In Geometria Differenziale, data la funzione $y = f(x, z)$ si dimostra che l'area del pannello elementare di superficie avente come dominio il rettangolo compreso tra x e $x + dx$ e tra z e $z + dz$, è data da:

$$dWS = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} dx \cdot dz \quad \text{da cui} \quad WS = 2 \iint \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} dx \cdot dz$$

essendo $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial z}$ rispettivamente le pendenze orizzontale e verticale dei lati del pannello

(rispettivamente linee d'acqua e ordinate). Per il calcolo da effettuare su un reticolo di linee d'acqua ed ordinate mediante i metodi di integrazione approssimata descritti al § 1.3, si considera il pannello di superficie compreso tra le ordinate i e $i+1$ e le linee d'acqua j e $j+1$. Per questo si calcolano la pendenza media tra i due bordi del pannello paralleli all'asse x e quella tra i due bordi del pannello paralleli all'asse z . Detti $y_{i,j}$, $y_{i+1,j}$, $y_{i+1,j+1}$ e $y_{i,j+1}$ i quattro vertici del pannello avente come

base (sul piano diametrale) il reticolo di punti (x_i, y_j) , (x_{i+1}, y_j) , (x_{i+1}, y_{j+1}) , (x_i, y_{j+1}) , si ha:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{y_{i+1,j} - y_{i,j} + y_{i+1,j+1} - y_{i,j+1}}{2\Delta x} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{i,j} \approx \frac{y_{i,j+1} - y_{i,j} + y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j}}{2\Delta y}$$

essendo $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ e $\Delta z = z_{j+1} - z_j$. Si ha, infine:

⁴² La formula indicata si ottiene determinando il dislocamento corrispondente alla zona di carena di altezza 1 cm, assumendo che le murate siano verticali nell'ambito della zona medesima.

⁴³ La derivazione della formula ed il suo uso saranno precisati nel § 8.1.2.2.

$$WS \approx 2 \sum_j \sum_i \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{i,j}^2} \Delta x_i \Delta z_j \quad \text{con } i=1, NFR \quad j=1, NWL.$$

5.9.2.4 Il volume fuori tutto

Per ottenere il volume fuori tutto ∇_{ft} , bisogna aggiungere al volume fuori ossatura ∇_{fo} , definito precedentemente, il volume del fasciame, ottenendo il volume fuori fasciame ∇_{ff} , ed il volume delle eventuali appendici (alette e pinne antirollio, ringrossi porta eliche, timone, etc.). Spesso, specialmente nelle prime fasi del progetto, queste “aggiunte” vengono considerate attraverso un aumento percentuale del volume fuori ossatura. Ad esempio, il volume del fasciame si ottiene moltiplicando il valore della superficie bagnata di carena per lo spessore medio del fasciame. In prima, approssimazione data la difficoltà del calcolo di WS , si considera il volume del fasciame come una percentuale del volume di carena, per cui il volume fuori fasciame (spesso il volume fuori tutto) sarà:

$$\nabla_{ff} = \nabla_{fo} \cdot (1 + k)$$

dove $k = 1.005 \div 1.010$ per le navi saldate, e maggiore per navi con scafo in altro materiale (legno, vetroresina...). Talvolta, seppure in maniera molto impropria, il prodotto $w \cdot (1 + k)$ si indica come “peso specifico corretto”.

5.9.2.5 L'applicazione dei metodi di integrazione approssimata ai calcoli delle Carene Diritte

Per applicare i metodi di integrazione approssimata di cui al § 1.3, occorre individuare di volta in volta la funzione da integrare. Così per esempio, applicando il metodo di Simpson, ad *integrali orizzontali*, cioè *per ordinate*, supponendo che la spaziatura delle ordinate sia costante e pari a Δx , e che ci si riferisca alla linea d'acqua j all'immersione z , si ha:

$$A_w(z) = 2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) dx \quad \rightarrow \quad A_w(z) = A_{w,j} \cong \frac{2 \cdot \Delta x}{3} \cdot \sum_{i=1}^{NFR} f_i \cdot y_{i,j}$$

dove $y_{i,j}$ sono le semilarghezze delle ordinate alla linea d'acqua considerata. Analogamente, si hanno le espressioni per il calcolo dei *momenti d'inerzia centrali* della figura di galleggiamento:

$$I_x = \frac{2}{3} \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y^3(x, z) \cdot dx \quad \rightarrow \quad I_{x,j} \cong \frac{2 \cdot \Delta x}{9} \cdot \sum_{i=1}^{NFR} f_i \cdot (y_i)^3$$

$$I_y = 2 \cdot \int_{x_{after}}^{x_{forward}} y(x, z) \cdot (x - X_F)^2 \cdot dx \quad \rightarrow \quad I_{y,j} \cong \frac{2 \cdot \Delta x}{3} \cdot \sum_{i=1}^{NFR} f_i \cdot \left[y_{i,j} \cdot (x_i - X_F)^2 \right]$$

etc.

Nel caso di *integrazione verticale per linee d'acqua*, supponendo che la spaziatura delle linee d'acqua sia costante e pari a Δz e che la linea d'acqua all'immersione z sia individuata da j_z , si ha:

$$M_{\nabla,z} = \int_0^z A_w(z) \cdot z \cdot dz \quad \rightarrow \quad M_{\nabla,z}(z) = M_{\nabla,j_z} \cong \frac{\Delta z}{3} \cdot \sum_{j=1}^{j_z} f_j \cdot (A_{w,j} \cdot z_j)$$

etc.

Per quanto riguarda la superficie bagnata di carena, questa si trasforma in una sommatoria doppia generalmente fatta prima *per ordinate* (cioè rispetto alla x), in modo da avere la superficie della fascia compresa tra due linee d'acqua successive, e poi *per linee d'acqua* (cioè rispetto alla z). Se le spaziature non sono uguali⁴⁴, occorre spezzare le sommatorie in tanti pezzi quanti sono i gruppi di intervalli all'interno dei quali la spaziatura è costante. Va da sé che, come richiesto dal metodo di Simpson, all'interno di ogni gruppo ci deve essere un numero pari di intervalli uguali.

5.9.2.6 Il Diagramma delle Carene Diritte

I risultati dei calcoli descritti nei paragrafi precedenti sono riportati in forma tabulare o grafica. Quest'ultima ha la forma tipica riprodotta in Fig. 5.9.6. Tutte le grandezze rilevanti (che comprendono *almeno* le seguenti: il volume ∇ , il dislocamento Δ relativo ad una data densità w_s dell'acqua di mare; il dislocamento unitario D_u ; il momento unitario d'assetto M_u ; l'altezza $\overline{KM}$ del metacentro sulla linea di costruzione o il raggio metacentrico trasversale $\overline{BM}$; l'altezza $\overline{KM}_L$ del metacentro longitudinale sulla linea di costruzione o il raggio metacentrico longitudinale $\overline{BM}_L$; l'altezza del centro di carena $\overline{KB}$; la posizione longitudinale del centro di galleggiamento $LCF = X_F$; la posizione longitudinale del centro di carena $LCB = X_B$ ed i principali coefficienti di finezza) vengono diagrammate in funzione dell'immersione dal sottochiglia o dalla linea di costruzione. In entrambi i casi deve essere indicato lo spessore della chiglia.

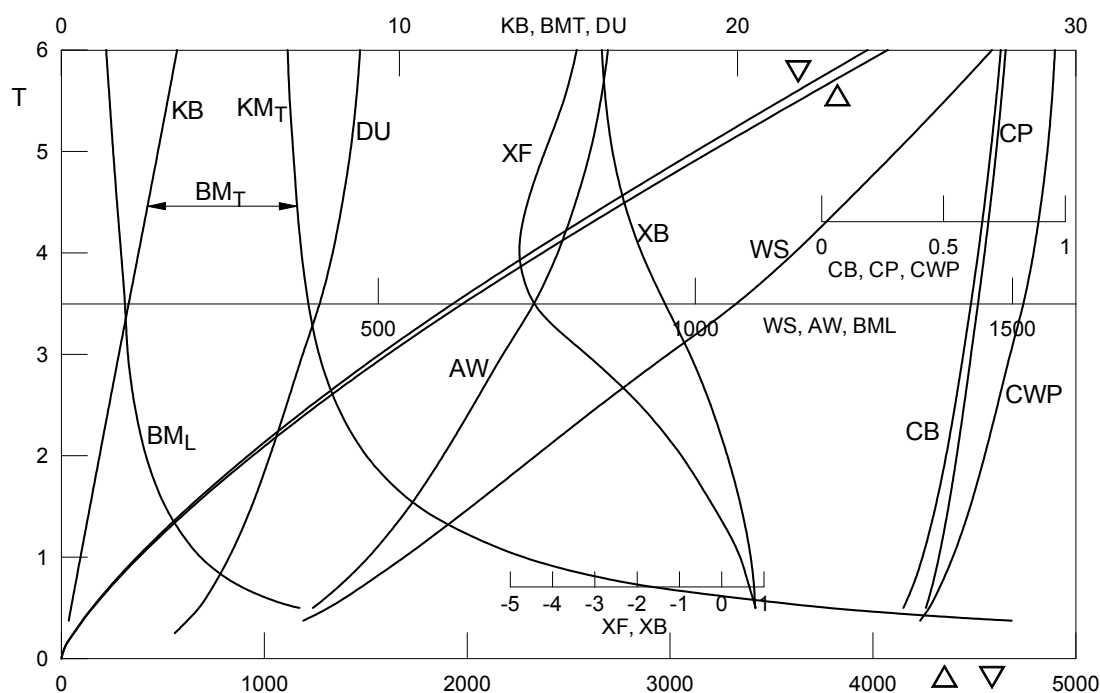


Fig. 5.9.6. Diagramma delle carene diritte del piccolo traghetto passeggeri di cui alla Fig. 3.4.4.

Per comodità di rappresentazione conviene usare riferimenti e scale diverse per le diverse famiglie di grandezze.

5.10 ALTRI DIAGRAMMI

I diagrammi che saranno descritti qui di seguito sono stati sviluppati per lo studio dei problemi relativi alle inclinazioni longitudinali (problemi di galleggiabilità ed assetto). I diagrammi Russo,

⁴⁴ Tipicamente si prende un reticolo più fitto, cioè un Δx più piccolo, laddove le curvature della superficie dello scafo sono più grandi (prora, poppa, fondo, ponti) o ci sono discontinuità.

tuttavia, sono stati sviluppati per risolvere in maniera esatta i problemi suddetti e la stabilità iniziale (trasversale).

I diagrammi del Bonjean ed il Verticale Integrale possono anche essere usati per il calcolo delle quantità caratteristiche delle carene inclinate trasversalmente.

Va notato che, a differenza dei diagrammi di carene inclinate trasversalmente che verranno riportati nei capitoli seguenti e per i quali esiste una uniformità di approccio e di linguaggio a livello internazionale, i diagrammi di carene inclinate longitudinalmente non hanno in generale un carattere internazionale. Ad esclusione del diagramma del Bonjean, infatti, esistono una grande varietà di diagrammi impiegati a livello nazionale ma che non hanno avuto diffusione internazionale. Questo è anche il caso dei diagrammi Universale degli Assetti e, soprattutto, dei diagrammi Russo che non hanno avuto il riconoscimento che meritavano e, di conseguenza, anche a causa del diffuso impiego del computer, sono oggi pochissimo utilizzati. Nel seguito di questa trattazione, verranno comunque impiegati nella soluzione dei problemi tipici della Statica della Nave, assieme ad altri metodi, in generale approssimati e basati sui diagrammi delle carene diritte ma ampiamente usati almeno per un calcolo di massima.

I primi due diagrammi (Bonjean e Verticale Integrale) riportano grandezze *primitive* quali aree e momenti delle sezioni trasversali, mentre gli altri riportano già grandezze immediatamente utilizzabili nella risoluzione dei problemi, quali volumi, centri, metacentri, etc.

Tutti questi diagrammi sono solitamente descritti in dettaglio nei Corsi di Geometria dei Galleggianti, per cui qui di seguito si riporta solo una descrizione sintetica. Per ragioni storiche, i diagrammi Russo, Universale degli Assetti, Van der Ham, sono riportati utilizzando la convenzione dei segni degli angoli d'assetto che considera positivo l'appoppamento.

5.10.1 Il Diagramma del Bonjean, la curva di pienezza e la distribuzione longitudinale delle spinte

Il diagramma del Bonjean (*Bonjean Diagram*) si ottiene riportando le aree progressive delle sezioni trasversali in funzione dell'immersione dalla linea di costruzione accanto alle tracce delle sezioni alle quali si riferiscono, come nella Fig. 5.10.1.1 (curve a tratto continuo).

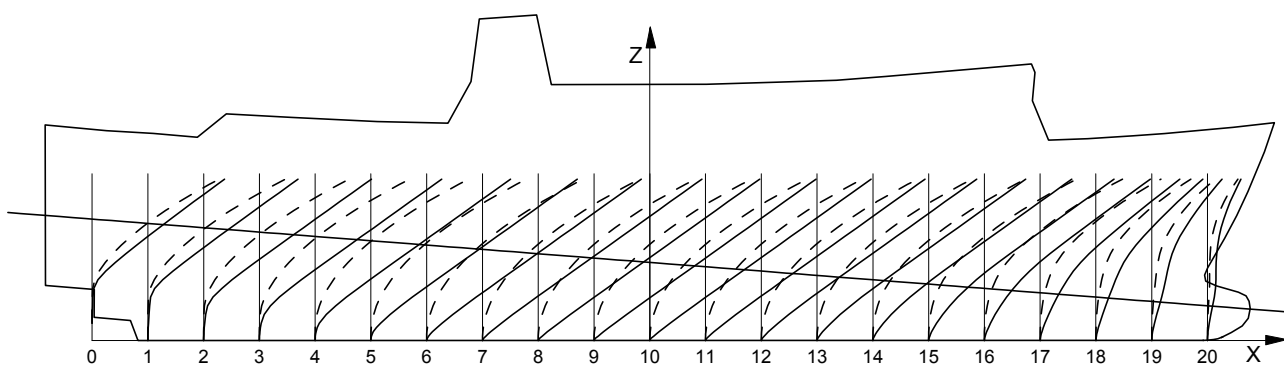


Fig. 5.10.1.1. Il diagramma del Bonjean per il piccolo traghetto di cui alla Fig. 3.4.4. Le curve delle aree progressive delle sezioni trasversali sono a linea continua, mentre quelle dei momenti verticali d'area sono a tratto.

Se $A_T(x)$ è l'area della sezione trasversale all'ascissa x misurata dalla perpendicolare al mezzo, si hanno le seguenti espressioni per il volume di carena e l'ascissa del suo centro, essendo l'espressione a numeratore della seconda formula il momento statico longitudinale di volume:

$$\nabla = \int_{x_{after}}^{x_{forward}} A_T(x) dx \quad ^{45} \quad X_B = LCB = \frac{\int_{x_{after}}^{x_{forward}} A_T(x) \cdot x \cdot dx}{\nabla}$$

Nel diagramma del Bonjean, accanto alle curve delle aree, vengono spesso riportate, in scala diversa, anche le curve dei momenti statici (curve a tratto in Fig. 5.10.1.1) $M_{T,z}(x)$ di tali aree rispetto al piano di base (X,Y) . A partire da queste, si possono calcolare il momento statico verticale del volume e l'ordinata $Z_B = \overline{KB}$ del centro di carena:

$$Z_B = \overline{KB} = \frac{\int_{x_{after}}^{x_{forward}} M_{T,z}(x) \cdot dx}{\nabla} \quad \text{con} \quad A_{T,z} = \int_0^z 2y(z) dz \quad \text{e} \quad M_{T,z} = \int_0^z 2y(z) z dz \quad .$$

Gli integrali sopra riportati vengono poi calcolati con uno dei metodi di quadratura approssimata a partire da un rilevato del trasversale del piano di costruzione (Fig. 5.10.1.2)⁴⁶.

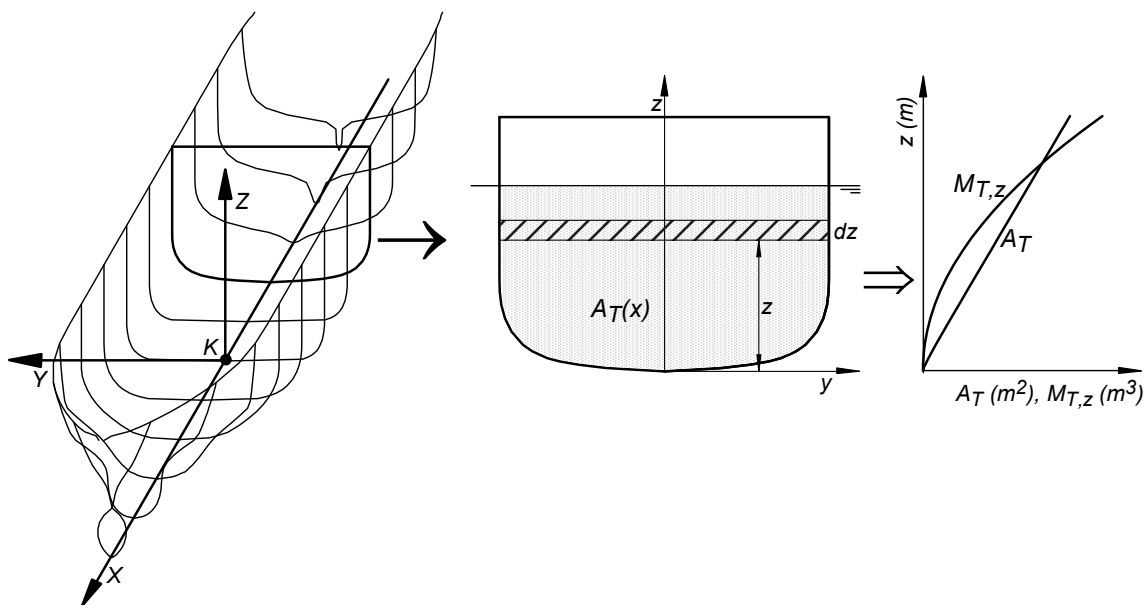


Fig. 5.10.1.2. La costruzione del diagramma del Bonjean

Il modo corretto di leggere le curve delle aree relativamente ad una data linea d'acqua WL inclinata longitudinalmente è indicato in Fig. 8.2.1.2.1.

5.10.1.1 La curva di pienezza e la distribuzione longitudinale della spinta

⁴⁵ Si noti che questa formula costituisce un metodo di calcolo del volume di carena alternativo, ma equivalente a quello indicato nel § 5.9.

⁴⁶ Viceversa, a partire dalle aree progressive delle sezioni $A_{T,z}$, in forma tabulare o grafica, mediante differenziazione è possibile ottenere il tabulato delle semilarghezze $y(\bar{z}) = \frac{1}{2} \frac{\partial A_T}{\partial z} \bigg|_{z=\bar{z}}$. L'operazione di differenziazione da dati discreti richiede però particolare attenzione come indicato nel § 1.3.3.

Si chiama curva di pienezza (*transversal area curve*) la curva che rappresenta le aree delle sezioni trasversali in funzione della distanza misurata da poppa per un dato galleggiamento della nave. L'area sottesa da tale curva e la coordinata longitudinale del suo baricentro rappresentano rispettivamente il volume della carena individuata dal galleggiamento dato e l'ascissa del centro di tale carena. La coordinata verticale del baricentro di figura non ha invece importanza. In Fig. 5.10.1.4 sono rappresentate le curve di pienezza del piccolo traghetto e della portarinfuse delle Fig. 3.4.4 e 3.4.6 rispettivamente.

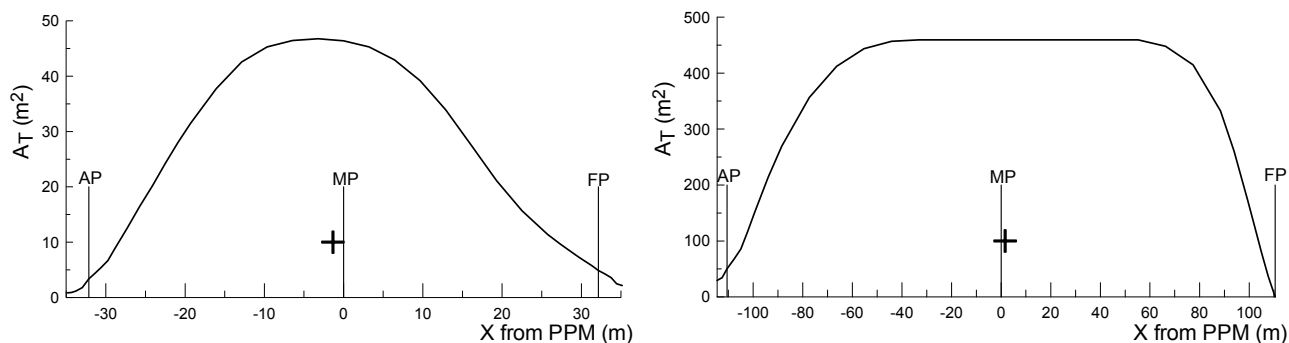


Fig. 5.10.1.4. Curve di pienezza del piccolo traghetto (sinistra) e della portarinfuse (destra) di cui alle Figg. 3.4.4 e 3.4.6 rispettivamente.

Nel confronto delle due curve si evidenzia la maggiore estensione del corpo cilindrico (identificato con il tratto ad A_T costante) della portarinfuse, quasi inesistente nel traghetto.

Le curve di pienezza trovano applicazione in Architettura Navale, relativamente alla resistenza al moto, e in Costruzioni Navali, dove rappresentano la distribuzione longitudinale del volume dislocante e quindi delle spinte.

La curva di pienezza rappresenta, infatti, la distribuzione longitudinale del volume di carena, come evidenziato in Fig. 5.10.1.5. La parte compresa tra le ascisse x ed $x+dx$ rappresenta il volume elementare $d\nabla = A_T(x)dx$ (Fig. 5.10.1.5), quindi l'area A_T della sezione trasversale rappresenta la densità lineare di volume.

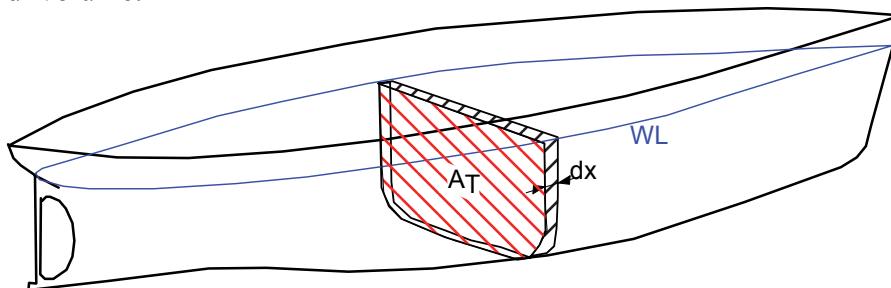


Fig. 5.10.1.5. Illustrante l'elemento di volume utilizzato per il calcolo del volume di carena mediante integrazione per sezioni trasversali.

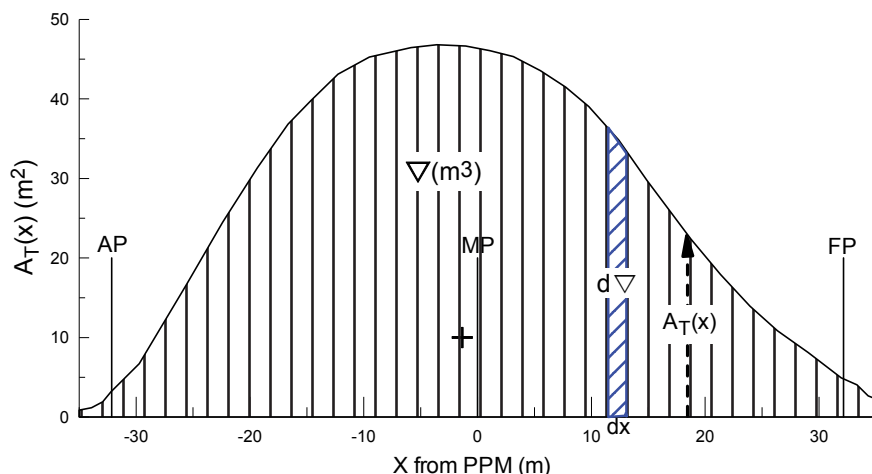


Fig. 5.10.1.6. La Curva di Pienezza come distribuzione longitudinale del volume di carena.

La curva rappresentante la distribuzione longitudinale delle spinte (Fig. 5.10.1.6) si ottiene moltiplicando la precedente per il peso specifico w_s dell'acqua nella quale la nave si trova in condizioni di galleggiamento libero. All'elemento di volume $d\nabla = A_T(x)dx$ della Fig. 5.10.1.5 corrisponde un peso di acqua spostata, e dunque una spinta data da $dS = d\nabla w_s = A_T w_s dx = s(x)dx$, avendo indicato con $s(x) = A_T w_s = \frac{dS}{dx}$ la densità lineare di spinta (Fig. 5.10.1.7).

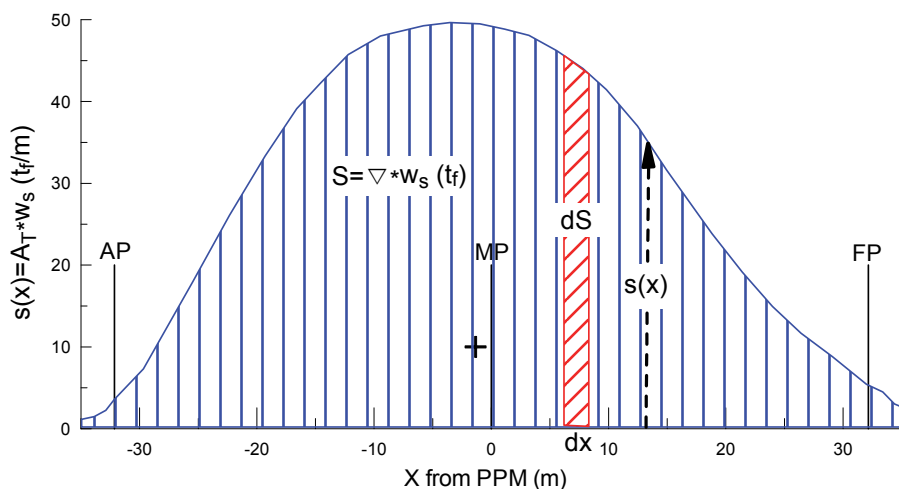


Fig. 5.10.1.7. La distribuzione longitudinale della spinta agente sulla carena.

5.10.2 Il Diagramma Verticale Integrale

Il diagramma del Bonjean descritto al paragrafo precedente si presenta di facile interpretazione e lettura. La precisione ottenibile non è però molto grande per il fatto che, per riportare la curva progressiva delle aree e del momento accanto alla sezione alla quale si riferiscono, bisogna utilizzare scale molto grandi.

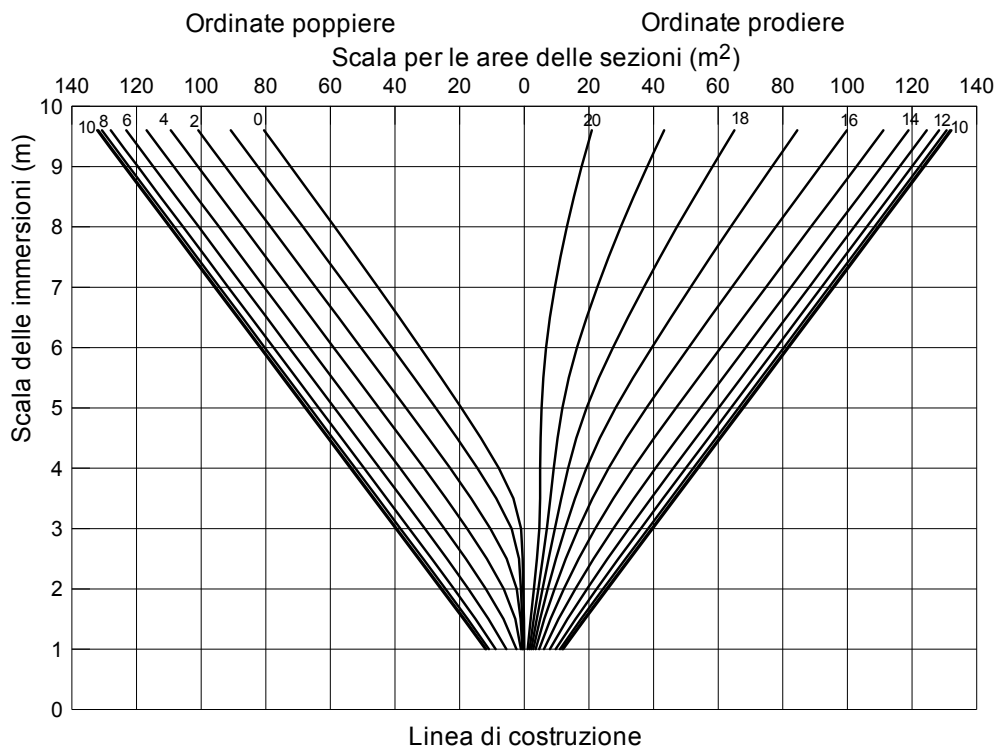


Fig. 5.10.2.1. Il diagramma del Bonjean riferito ad un unico asse o diagramma Verticale Integrale del piccolo traghetto di cui alla Fig. 3.4.4

Si può ovviare a questa difficoltà riportando le curve delle aree con riferimento ad una base comune (Fig. 5.10.2.1), ottenendo il diagramma Verticale Integrale (detto anche *Bonjean riferito ad un asse comune*).

5.10.3 Il Diagramma Universale degli Assetti

Il Diagramma Universale degli Assetti (*Universal trim diagram*) consta in realtà di due diagrammi. Il primo di essi, detto *diagramma ausiliario* (Fig. 5.10.3.1a), generalizza al caso di carene inclinate longitudinalmente la curva fondamentale del diagramma delle carene diritte, cioè quella che riporta il volume di carena in funzione dell'immersione.

Indicando con ΔT e con ΔT_0 la differenza di immersioni estreme che definisce la generica carena inclinata longitudinalmente e rispettivamente la differenza di immersioni di progetto, il diagramma ausiliario riporta in forma parametrica l'immersione addietro T_A corrispondente al volume ∇ di carena. Ognuna delle curve riportate nel diagramma si riferisce ad un valore costante del parametro $\Delta T - \Delta T_0$ e dunque ad una famiglia di isocline.

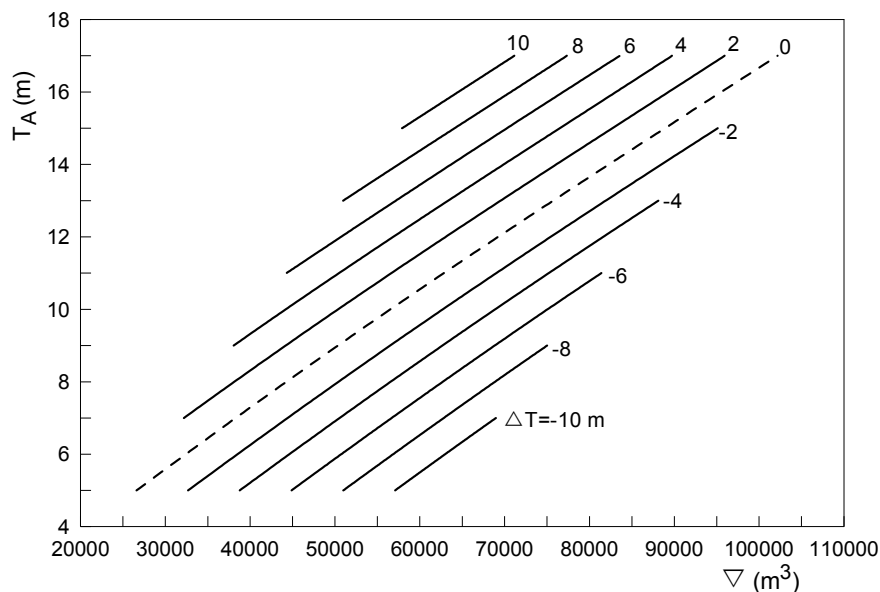


Fig. 5.10.3.1a. Il diagramma Universale degli Assetti (diagramma Ausiliario) della portarinfuse di Fig. 3.4.6.

Il diagramma Universale degli Assetti (Fig. 5.10.3.1b) riporta invece le coordinate del centro di carena relativamente a due diverse parametrizzazioni:

- curve con $\Delta T - \Delta T_0 = \text{const}$ o isocline, sono le curve pseudo-verticali;
- curve con $\nabla = \text{const}$ o isocarene, sono le curve pseudo-orizzontali.

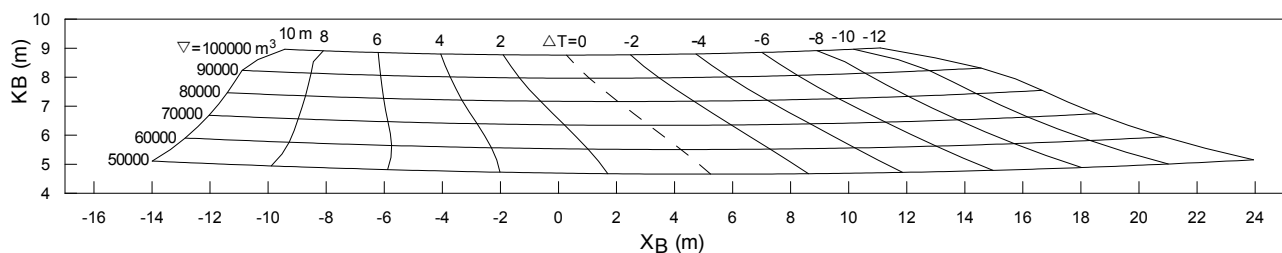


Fig. 5.10.3.1b. Il diagramma Universale degli Assetti della portarinfuse di cui alla Fig. 3.4.6.

5.10.4 I Diagrammi Russo (Diagrammi Galleggiabilità-Stabilità-Assetti)

Anche i diagrammi ideati dal Generale Russo del Genio Navale Italiano constano di due diagrammi, entrambi ottenuti effettuando il calcolo del volume di carena le coordinate del centro di carena ed il raggio metacentrico trasversale per tutte le carene inclinate longitudinalmente ottenute combinando una serie di immersioni sulla perpendicolare addietro con una serie di immersioni sulla perpendicolare avanti. I risultati vengono riportati in diagramma in forma parametrica:

- curve a $T_F = \text{const}$ corrispondenti a famiglie di isobate con stazione a prua (curve continue in Fig. 5.10.4.1a);
- curve a $\Delta T - \Delta T_0 = \text{const}$ corrispondenti a famiglie di isocline (curve a tratto in Fig. 5.10.4.1a);

Il primo diagramma generalizza la scala dei volumi di carena in funzione dell'immersione dei diagrammi delle carene diritte al caso di carene inclinate longitudinalmente e riguarda la galleggiabilità (o solidità).

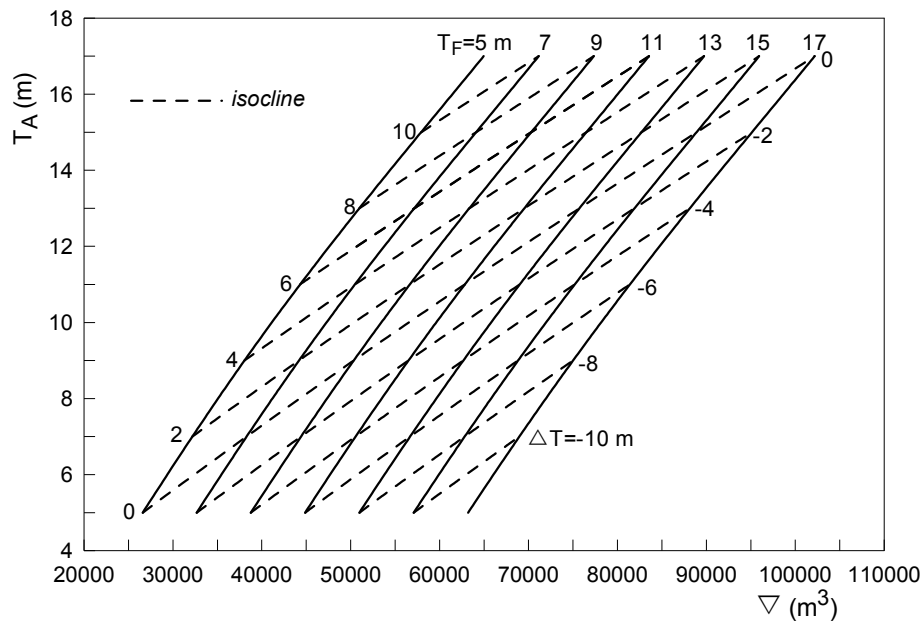


Fig. 5.10.4.1a. Primo diagramma degli Assetti Russo della portarinfuse di cui alla Fig. 3.4.6.

Il secondo diagramma contiene due parti:

- nella parte inferiore vengono riportate le coordinate del centro di carena;
- nella parte superiore vengono riportati i raggi metacentrici trasversali;

entrambe per famiglie di isobate con stazione a prua e con stazione a poppa.

Per avere l'esatta posizione del metacentro trasversale, i raggi metacentrici andrebbero riportati a partire dal centro di carena corrispondente lungo la verticale al corrispondente galleggiamento. Per semplificare la costruzione e la lettura del diagramma Russo, ed anche in virtù dell'inclinazione generalmente piccola dei piani di galleggiamento in questione, tuttavia, i raggi metacentrici vengono riportati sopra i rispettivi centri di carena con segmenti paralleli alle perpendicolari estreme (e dunque perpendicolarmente al galleggiamento diritto).

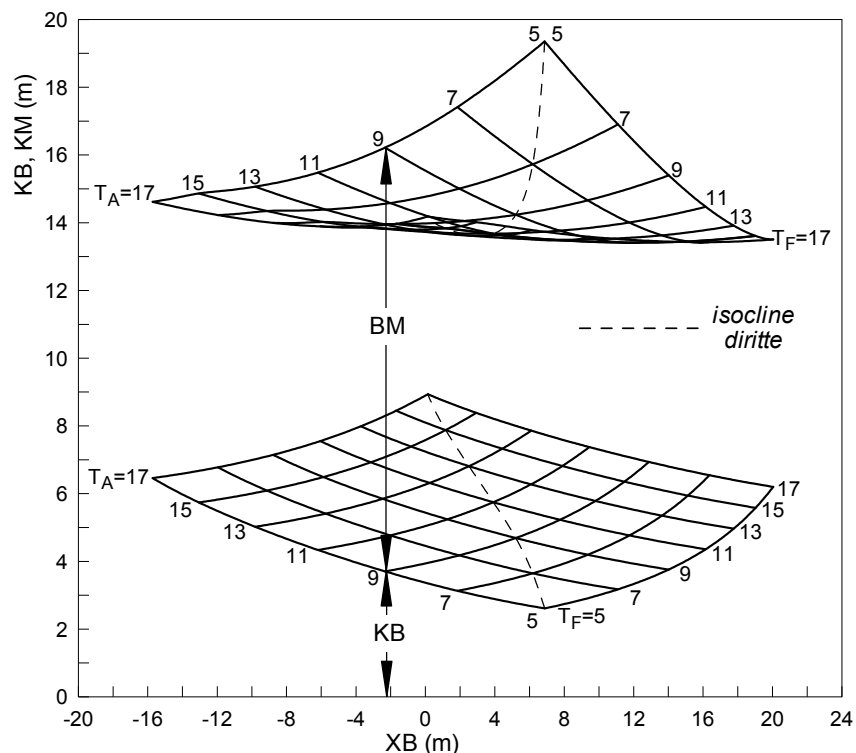


Fig. 5.10.4.1b. Secondo diagramma degli Assetti Russo della portarinfuse di cui alla Fig. 3.4.6.

5.10.5 I Diagrammi di Van der Ham e di Firsov

Nel diagramma di Van der Ham (*trim diagram*) di Fig. 5.10.5.1 vengono riportate, in funzione delle immersioni estreme, due famiglie di curve, rispettivamente a $\nabla = \text{const}$ (isocarene) ed a $X_B \cdot \nabla = \text{const}$, cioè a *momento d'assetto* (*characteristic moment taken around midship section*) costante.

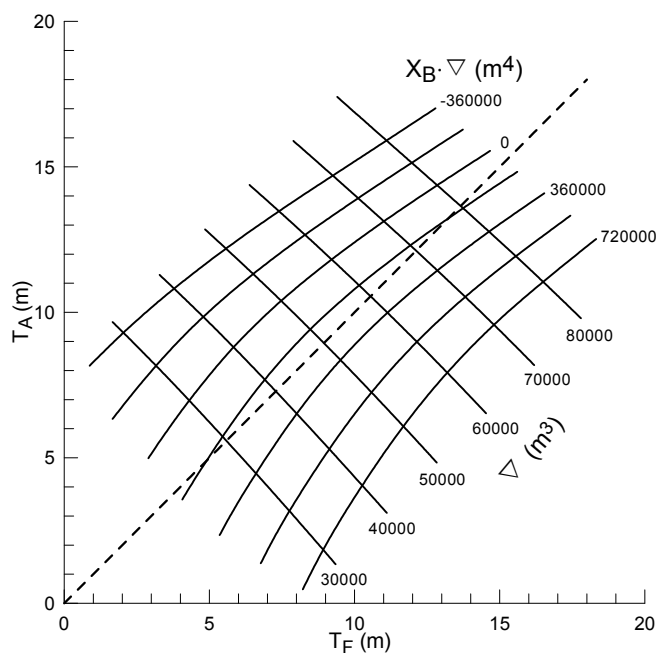


Fig. 5.10.5.1. Il diagramma di Van der Ham della portarinfuse di cui alla Fig. 3.4.6. Il segno negativo indica che il centro di carena si trova a poppavia della PPM.

Esiste un diagramma analogo sviluppato dalla scuola Russa, detto *diagramma di Firsov*, che è analogo al diagramma di Van der Ham con la differenza che le due famiglie di curve sono definite da $\nabla = \text{const}$ e rispettivamente $X_B = \text{const}$ (si veda ad esempio il testo di Semyonov-Tyan-Shansky).

CAPITOLO 6 LE INCLINAZIONI ISOCARENICHE DI UN GALLEG- GIANTE

6.1 IL CASO GENERALE – LA CONDIZIONE GENERALE DI EQUILIBRIO DI UN GALLEGGIANTE

Nel presente paragrafo riprenderemo la condizione generale di equilibrio di un galleggiante, già descritta nel corso di Geometria dei Galleggianti, particolarizzandola al caso della nave di forme convenzionali.

6.1.1 Le condizioni di equilibrio

Ricordiamo innanzitutto che la condizione generale di equilibrio di un galleggiante libero corrisponde al verificarsi simultaneo delle:

- *spinta* = *peso*;
- *centro di spinta* e centro di gravità sulla stessa verticale;

la seconda condizione può anche essere scritta, ricordando le conseguenze del Principio di Archimede (§1.4.3) e la proprietà fondamentale della superficie dei centri isocarenici di carena (§3.2.2):

- *centro di carena* e centro di gravità sulla stessa verticale;

oppure

- verticale per il centro di gravità normale alla superficie dei centri isocarenici di carena;

o ancora, sapendo che la retta d'azione della spinta è verticale e che, per il teorema fondamentale, è normale alla superficie dei centri isocarenici di carena,

- *il centro di gravità appartiene alla retta normale per B alla superficie dei centri isocarenici di carena.*

Facciamo appunto riferimento a quest'ultima formulazione e, supponendo la prima condizione di equilibrio ($W = \Delta$) già verificata, consideriamo la superficie dei centri isocarenici di carena relativa al volume ∇ . Sia inoltre α il generico galleggiamento di partenza che individua una carena di centro B . Consideriamo il riferimento $BXYZ$ avente gli assi X e Y orizzontali e Z verticale. Sia $B'(X', Y', Z')$ il generico punto della superficie dei centri isocarenici di carena.

Ricordiamo che, nella Geometria Analitica nello spazio, un piano è rappresentato da un'equazione del tipo:

$$a \cdot X + b \cdot Y + c \cdot Z + d = 0$$

mentre una retta viene rappresentata mediante (l'intersezione di) due piani. Ad esempio i piani coordinati XY , YZ e ZX corrispondono rispettivamente alle equazioni: $Z = 0$, $X = 0$ e $Y = 0$. Analogamente una superficie viene rappresentata in forma implicita da un'equazione del tipo $F(X, Y, Z) = 0$ che, sotto opportune condizioni (dettate dal Teorema del Dini), può essere resa in forma esplicita ad esempio come $Z = f(X, Y)$. Quest'ultima sarà per noi la forma generica della superficie dei centri isocarenici di carena.

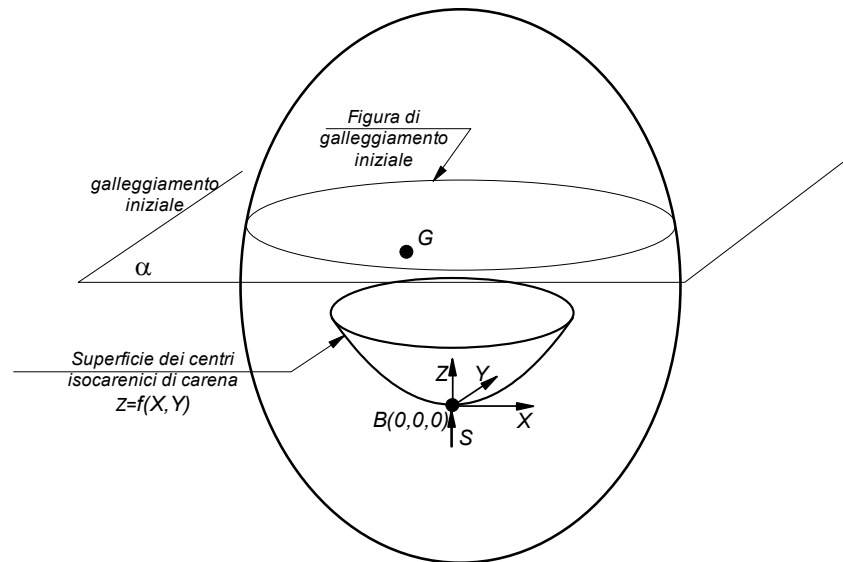


Fig. 6.1.1.1. La ricerca della posizione di equilibrio di un galleggiante libero

La retta normale alla superficie in questione in un suo dato punto è la retta normale al piano tangente alla superficie in quel punto. Invece del piano tangente alla superficie in B' , è più semplice scrivere il piano ε ad esso parallelo ma passante per l'origine B , che è del tipo sopra indicato ma con assenza del termine noto d :

$$a \cdot X + b \cdot Y + c \cdot Z = 0$$

Questo piano deve avere le tracce sui piani coordinati parallele alle proiezioni sugli stessi delle tangenti parallele agli stessi piani condotte alla superficie in B' . Cominciando con il piano coordinato XZ , la traccia su di esso del piano ε è costituita dalla retta:

$$Z = -\frac{a}{c} \cdot X = m_x \cdot X$$

ottenuta imponendo appunto la condizione $Y = 0$. La pendenza di questa retta deve essere uguale alla pendenza della tangente alla superficie in B' parallela al piano XZ , dunque:

$$m_x = \left(\frac{\partial f}{\partial X} \right) \quad \text{essendo la derivata parziale calcolata in } B'.$$

Analogamente si ha $m_y = \left(\frac{\partial f}{\partial Y} \right)$. Il piano α ha allora equazione: $m_x \cdot X + m_y \cdot Y - Z = 0$.

In base alle note regole di perpendicolarità di due rette (applicate alle tracce sui piani coordinati) la retta r normale al piano ε passante per B' è allora definita dai due piani:

$$Z - Z' = \frac{1}{m_x} \cdot (X' - X) = \frac{1}{m_y} \cdot (Y' - Y)$$

e dunque la seconda condizione di equilibrio, cioè $G \in r$, si scrive:

$$Z_G - Z' = \frac{1}{\left(\frac{\partial f}{\partial X} \right)} \cdot (X' - X_G) = \frac{1}{\left(\frac{\partial f}{\partial Y} \right)} \cdot (Y' - Y_G)$$

e corrisponde a due equazioni.

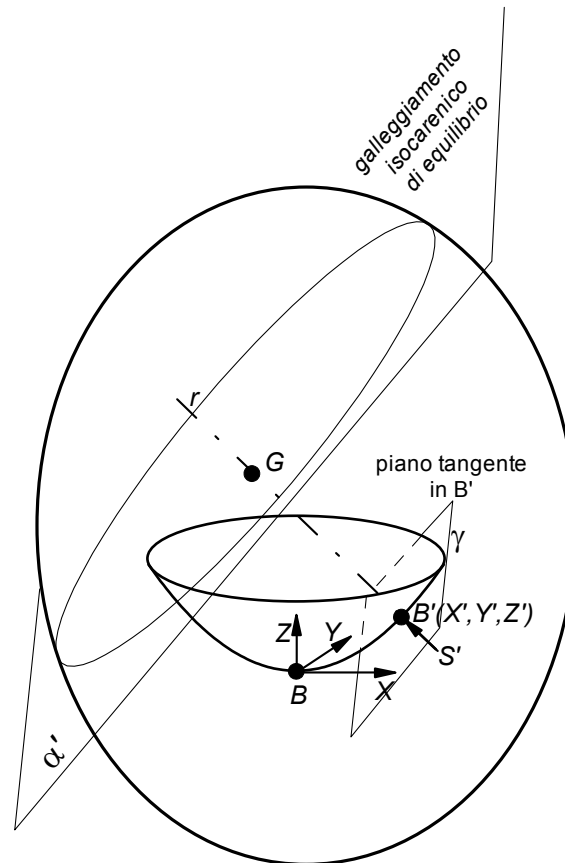


Fig. 6.1.1.2. La posizione di equilibrio di un galleggiante libero

Queste, assieme alla prima equazione di equilibrio:

$$W = S$$

costituiscono le equazioni cercate.

6.1.2 La ricerca della configurazione di equilibrio

Partendo da una condizione di nave diritta con il volume dislocante cercato ∇ , il generico piano ε per B parallelo al piano tangente alla superficie dei centri isocarenici di carena nel suo generico punto B' viene individuato, come visto al § 5.7 dagli angoli ϕ e θ o, alternativamente, dagli angoli α e β , tali che:

$$tg\phi = \left(\frac{\partial f}{\partial X} \right) = tg\alpha \cdot \sin\beta \quad \text{e} \quad tg\theta = \left(\frac{\partial f}{\partial Y} \right) = tg\alpha \cdot \cos\beta$$

Le due equazioni scalari che esprimono l'annullamento del momento risultante della coppia peso-spinta, diventano allora:

$$\begin{cases} X'-X_G = (Z_G - Z') \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta \\ Y'-Y_G = (Z_G - Z') \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta \end{cases}$$

Gli angoli α e β possono essere presi come parametri per introdurre l'equazione della superficie dei centri isocarenici di carena in forma parametrica:

$$\begin{cases} X = X(\alpha, \beta) \\ Y = Y(\alpha, \beta) \\ Z = Z(\alpha, \beta) \end{cases}$$

Se si dispone di una tale rappresentazione in forma analitica, le pendenze m_x ed m_y possono essere calcolate con la regola della derivata di funzione di funzione:

$$m_x = \left(\frac{\partial f}{\partial X} \right) = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial Z}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial Z}{\partial \beta} & \frac{\partial Y}{\partial \beta} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial X}{\partial \beta} & \frac{\partial Y}{\partial \beta} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{\partial(Z, Y)}{\partial(\alpha, \beta)}}{\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\alpha, \beta)}} \quad \text{ed analogamente per } m_y.$$

Il sistema di equazioni di equilibrio può essere risolto con i metodi descritti in Analisi Matematica o in Analisi Numerica. La conoscenza della coppia (α, β) individua completamente la giacitura del galleggiamento di equilibrio.

Se non si dispone di una rappresentazione analitica della superficie dei centri isocarenici di carena, la soluzione del problema viene fatta per tentativi, partendo da una griglia di valori $(\alpha_i, \beta_j)_{i=1, n; j=1, m}$.

Una soluzione esatta per galleggianti particolari ed approssimata per gli altri, può essere ottenuta applicando il metodo metacentrico o quello dei galleggianti cilindrici, dei quali parleremo più avanti (§ 7.5). La soluzione con questi metodi non viene qui riportata (si veda ad esempio il testo del Gleijeses).

6.2 INCLINAZIONI TRASVERSALI ED INCLINAZIONI LONGITUDINALI.

Considereremo nel § 6.2.1 il caso dei veicoli marini *convenzionali*, mentre considereremo nel § 6.2.2 il caso più generale in cui tale restrizione verrà abbandonata, avvertendo fin d'ora che il seguito della trattazione contenuta in questo testo è sostanzialmente limitato al caso delle navi convenzionali.

Come vedremo, la distinzione si basa sulla possibilità di individuare l'asse longitudinale x come *asse critico*, cioè come asse rispetto al quale il veicolo marino presenta le minori capacità reattive rispetto alle inclinazioni, sia allo stato integro che in allagamento. Questo avviene tipicamente per navi monoscafo aventi $L/B \gg 1$, anche se altri veicoli marini possono rientrare in questa categoria. Molti mezzi dell'industria offshore appartengono invece ad un'altra categoria e per essi è necessaria una ricerca apposita per individuare l'asse critico, anche tenendo conto dei momenti sbandanti a cui possono essere sottoposti.

6.2.1 Il caso delle navi di forme convenzionali – Problemi di stabilità e problemi di assetto

6.2.1.1 Inclinazioni trasversali ed inclinazioni longitudinali

Con riferimento ad una nave di forme convenzionali, come in Fig. 6.2.1.1, dove è rappresentata la figura di galleggiamento di un piccolo traghetto nella condizione di pieno carico normale, si vede che il momento d'inerzia della figura di galleggiamento intorno all'asse longitudinale $I_{AW,x}$ (al quale corrispondono inclinazioni trasversali) x è molto minore di quello $I_{AW,y}$ intorno all'asse y (al quale corrispondono inclinazioni longitudinali).

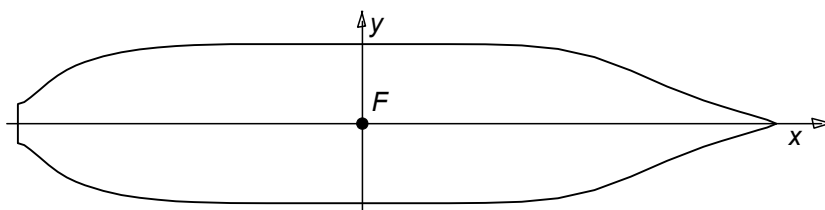


Fig. 6.2.1.1. La figura di galleggiamento di una nave trasversalmente dritta

Di conseguenza, la verifica di stabilità dell'equilibrio della posizione dritta va fatta relativamente alle inclinazioni intorno all'asse x . Così pure rispetto all'asse longitudinale vanno affrontati i problemi di sicurezza dal capovolgimento in conseguenza di sbandamento trasversale per imbarco/spostamento di carico o per azione di un momento sbandante o per allagamento in conseguenza di falla¹. Questo complesso di problemi va sotto il nome, in verità alquanto improprio da punto di vista fisico-matematico, ma universalmente accettato in campo navale, di *Stabilità della Nave*.

I problemi relativi alle inclinazioni longitudinali, per imbarco/spostamento di carico o per azione di momento sbandante o per allagamento in conseguenza di falla, vanno invece sotto il nome complessivo di *Problemi di Assetto*.

Vista la minore resistenza di una nave rispetto agli sbandamenti trasversali, questi presentano di regola ampiezze molto maggiori di quelle raggiunte in condizioni normali di esercizio dagli sbandamenti longitudinali. Questo comporta, nonostante una similitudine di principio, le seguenti differenze tra i due casi:

- le inclinazioni trasversali si misurano solitamente mediante l'angolo di sbandamento ϕ e raramente attraverso le differenze di immersione destra-sinistra, al contrario di quelle longitudinali per le quali si usa la differenza di immersioni $\Delta T = T_A - T_F$ e raramente l'angolo ϑ ;
- per le inclinazioni longitudinali il Teorema di Eulero costituisce spesso un'approssimazione accettabile, mentre questa è raramente accettabile per le inclinazioni trasversali;

6.2.1.2 Le carene comunque inclinate

La separazione del problema delle inclinazioni trasversali da quelle longitudinali ha origini storiche legate alla fattibilità di un approccio basato sull'utilizzo di diagrammi parziali, pantocarene isocline o curva dei bracci di stabilità per le inclinazioni trasversali e diagrammi del Bonjean, Russo o Universale degli Assetti o ... per le inclinazioni longitudinali, non essendo praticamente agevole lo sviluppo e l'utilizzo di diagrammi di carene *comunque inclinate*. La complessità della soluzione generale "esatta" del problema della ricerca della posizione di equilibrio è stata discussa nel paragrafo precedente. In questa trattazione si assumerà che la componente trasversale e quella longitudinale di un'inclinazione qualunque (Fig. 6.2.2.1) siano *indipendenti* e dunque si possa

¹ Come abbiamo già accennato nell'Introduzione, l'allagamento non sarà trattato in questo corso che è, invece, interamente dedicato al caso della nave integra.

ottenere il risultato finale mediante il *Principio di Sovrapposizione degli Effetti*. Tale assunzione in generale non è vera, per cui si otterrà solo un risultato di prima approssimazione. Il caso generale non può peraltro essere risolto a mano in maniera esatta...

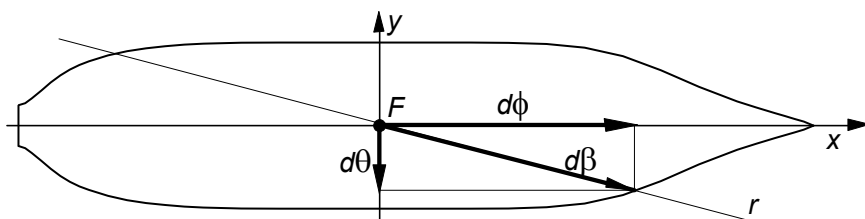


Fig. 6.2.2.1. Illustrante la sovrapposizione degli effetti per una carena comunque inclinata

La sovrapposizione degli effetti è esatta nel caso di inclinazioni infinitesime². Ammettendo allora di aver ottenuto, con i metodi che saranno descritti più avanti, un'inclinazione trasversale di ampiezza $d\phi$ ed una longitudinale di ampiezza $d\theta$, si ha un'inclinazione complessiva di ampiezza

$d\beta = \sqrt{d\phi^2 + d\theta^2}$ intorno ad un asse r giacente sul piano di galleggiamento e formante l'angolo α tale che $\tan \alpha = \frac{d\theta}{d\phi}$ con l'asse x .

6.2.2 Il caso dei veicoli marini non convenzionali

Citando Vassalos et al. (1985), si può dire che:

"It is generally accepted that the critical axis of a vessel is defined as the axis of inclination about which its self-restoring capacity is minimum. This definition refers implicitly only to the inclination of an intact vessel in calm water without any external excitation.

With ships, a fore-and-aft axis has traditionally been taken as the critical axis, an obvious choice, considering the shape of the ship. This orientation of the critical axis in a ship is not generally expected to alter, even in extreme cases of damage or external excitation or both.

With semisubmersibles, however, the critical axis is not as obvious and, in intact cases in still water, it has to be found by computing an array of restoring moments about axes of inclination with orientation varying through 360 deg in the general case.

Furthermore, if a semisubmersible is considered under external excitation and/or damage, it has to be emphasized that these factors will bring about a change in the orientation of the critical axis, depending on the direction and magnitude of the excitation and/ or the position and extent of the damage. This in turn will bring a change in the self-restoring capacity of the vessel, and vice versa."

6.3 INCLINAZIONI TRASVERSALI SENZA E CON VARIAZIONE D'ASSETTO

In realtà, anche il problema di una "semplice" inclinazione trasversale infinitesima non può essere risolto in maniera banale se si tiene conto di tutte e tre le componenti dello spostamento infinitesimo del centro di carena B , che per comodità riportiamo qui di seguito.

Nella Fig. 6.3.1a sono riportati i calcoli effettuati, sul piccolo traghetto di cui alla Fig. 6.2.1.1, mediante un codice per i calcoli di geometria e statica della nave. Si può osservare quanto segue, *relativamente alla parte iniziale delle curve*:

² Si ricordi quanto detto in nota al § 3.2.2.

$$\begin{cases} X = \frac{I_{A_W,xy}}{\nabla} d\phi \\ Y = \frac{I_{A_W,x}}{\nabla} d\phi \\ Z = \frac{I_{A_W,x}}{2 \cdot \nabla} d\phi^2 \end{cases}$$

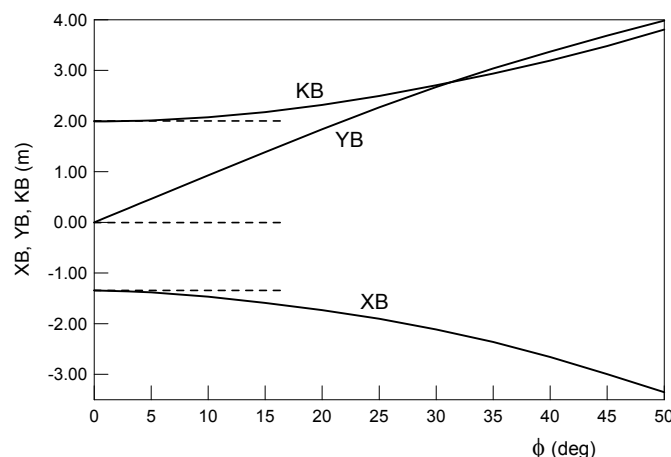


Fig. 6.3.1a. Illustrante lo spostamento del centro di carena per inclinazioni puramente trasversali.

- la componente Y_B dello spostamento di B nella direzione Y , ortogonale all'asse di inclinazione sul piano orizzontale XY parallelo al galleggiamento iniziale, cresce linearmente con l'angolo. Questo è evidente dalla figura;
- la componente $Z_B = \overline{KB}$ nella direzione verticale è quadratica con l'angolo. Questo è rappresentato dall'andamento parabolico di figura;
- infine la componente nella direzione X , parallela all'asse di inclinazione (che porta B fuori dal piano di inclinazione) si allontana molto lentamente dal valore iniziale. Questo è conseguenza del fatto che essa dipende dal prodotto d'inerzia $I_{A_W,xy}$ che, nella condizione diritta di partenza è nullo in quanto l'asse di inclinazione è asse principale d'inerzia della figura di galleggiamento. Al crescere dell'inclinazione, il centro di carena B si allontana progressivamente anche nella direzione X in quanto l'asse principale d'inerzia della figura di galleggiamento inclinata non è più parallelo all'asse X iniziale, come si vede nella figura seguente, che rappresenta la figura di galleggiamento corrispondente ad una inclinazione trasversale di 40° .

Supponendo di essere partiti da una condizione di equilibrio iniziale, quindi con B e G sulla stessa verticale, al procedere dello sbandamento trasversale si ha un allontanamento progressivo dalla condizione di equilibrio longitudinale. Di conseguenza, assunto che l'inclinazione trasversale, isocarenica, sia effettuata con nave libera in assetto, quest'ultimo cambia comportando in generale un appruamento della nave (per una nave convenzionale avente la parte poppiera più piena di quella prodiera), come in Fig. 6.3.1b.

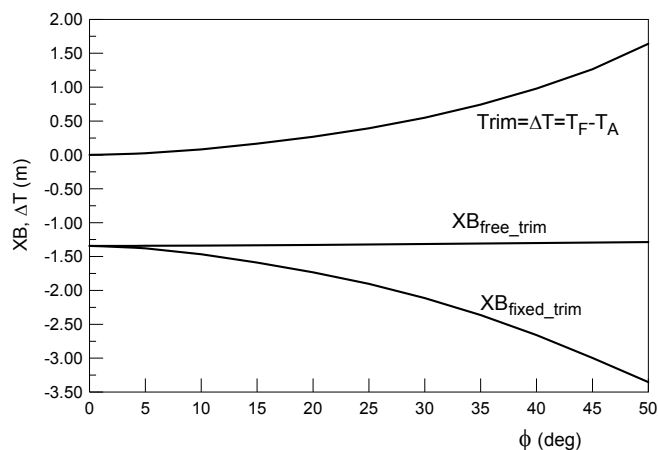


Fig. 6.3.1b. Illustrante lo spostamento longitudinale del centro di carena per inclinazioni puramente trasversali e lo spostamento longitudinale del centro di carena e la variazione d'assetto qualora si consideri l'equilibrio longitudinale (inclinazione trasversale con variazione d'assetto).

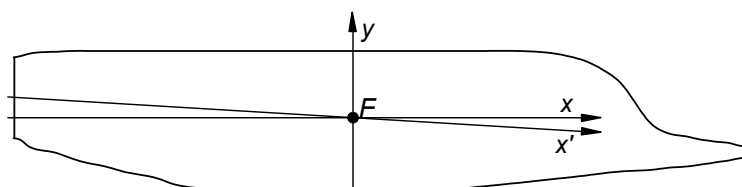


Fig. 6.3.2. Illustrante lo spostamento dell'asse principale d'inerzia per inclinazioni puramente trasversali di grande ampiezza

Il risultato è che il calcolo del braccio $\overline{GZ}$ del momento raddrizzante, del quale parleremo ampiamente più avanti, fornisce risultati diversi a seconda che i calcoli siano effettuati con o senza variazione d'assetto, come mostrato in Fig. 6.3.3.

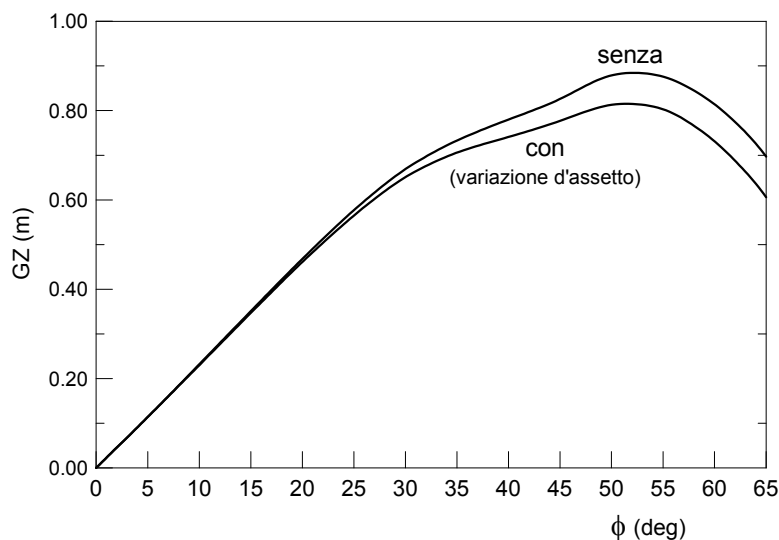


Fig. 6.3.3. Variazione della curva dei bracci di stabilità statica nel caso di inclinazioni trasversali senza e con variazione d'assetto

Va notato che le normative internazionali sulla stabilità della nave hanno recentemente (ISC 2008) introdotto la necessità di effettuare il calcolo dei diagrammi di stabilità tenendo conto della variazione d'assetto.

CAPITOLO 7 LA STABILITA' DELLE NAVI

7.1 CONSIDERAZIONI GENERALI

La trattazione della stabilità viene classicamente suddivisa in:

- *Stabilità Iniziale;*
- *Stabilità agli Angoli Finiti.*

Quest'ultima viene poi suddivisa in:

- *Stabilità Statica;*
- *Stabilità Dinamica.*

La prima delle due suddivisioni è determinata in base al fatto che la Stabilità Iniziale, come dice la parola, si occupa della stabilità della posizione di equilibrio nel senso della meccanica e può essere in generale trattata avendo a disposizione i diagrammi delle carene diritte in quanto basata sul Teorema di Eulero e sulle sue conseguenze. La Stabilità agli angoli finiti è rappresentata dal momento raddrizzante agli angoli finiti, cioè al di là dei limiti di validità del teorema di Eulero, e può essere in generale trattata in maniera esatta solo avendo a disposizione i diagrammi di carene inclinate trasversalmente. La Stabilità Dinamica è infine rappresentata dal lavoro fatto per portare la nave dalla posizione di equilibrio allo sbandamento generico.

Nel seguito di questo capitolo limiteremo la nostra attenzione al caso in cui l'inclinazione avvenga intorno ad un asse parallelo all'asse X , cioè considereremo carene longitudinalmente diritte. Le modifiche necessarie per una trattazione generale saranno discusse più avanti (§ 7.3.9).

7.2 STABILITA' INIZIALE

Considerando un'inclinazione isocarenica infinitesima intorno all'asse x sulla figura di galleggiamento (siamo nell'ambito di validità del Teorema di Eulero) di una nave a partire da una posizione iniziale di equilibrio stabile (Fig. 7.2.1), si ha la nascita di un momento raddrizzante³:

$$dM_R = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin(d\phi)$$

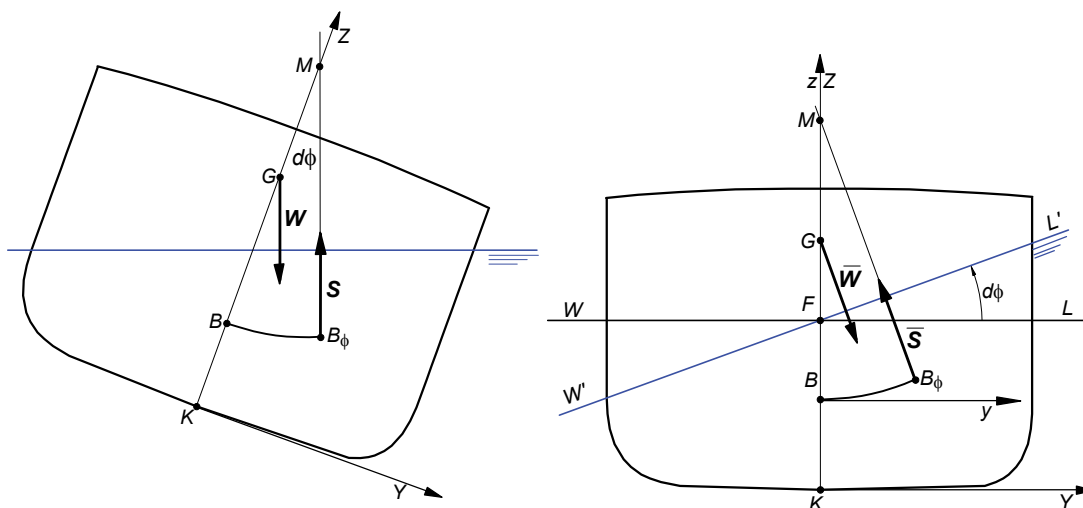


Fig. 7.2.1. Illustrante l'effetto di una piccola inclinazione isocarenica. A sinistra l'effettiva posizione della nave. A destra la figura ottenuta applicando la convenzione, ergonomica, di *inclinare il mare* invece della nave. Questo corrisponde ad inclinare la verticale di gravità.

³ Per quanto riguarda il segno del momento raddrizzante, si ricordi la nota 19 al § 2.2.

Si chiama *coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali*⁴ (*restoring moment coefficient*) o *coefficiente di stabilità* la quantità:

$$C_R = \Delta \cdot \overline{GM}$$

La quantità che *in tutte* le normative di stabilità⁵ caratterizza la stabilità iniziale è invece l'altezza metacentrica iniziale $\overline{GM}$ ⁶ che può essere scomposta in due modi diversi a seconda che si faccia riferimento al punto B o al punto K :

$$\begin{cases} \overline{GM} = \overline{KM} - \overline{KG} = \overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG} \\ \overline{GM} = \overline{BM} - \overline{BG} = (r - a) \end{cases}$$

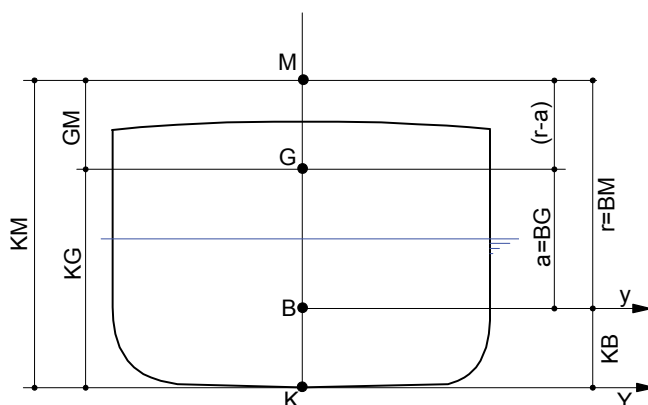


Fig. 7.2.2. Nomenclatura relativa al caso della stabilità iniziale.

La scomposizione rispetto al centro di carena B porta alla scrittura dell'altezza metacentrica iniziale come differenza $(r - a)$ tra il raggio metacentrico r e l'altezza a del centro di gravità sul centro di carena, come di solito indicato nella letteratura classica⁷.

La scomposizione effettuata rispetto al punto di chiglia K risulta invece particolarmente significativa ai fini della separazione del contributo all'altezza metacentrica iniziale $\overline{GM}$ *delle forme*, o *geometrico*, rappresentato dall'altezza $\overline{KM}$ del metacentro sul punto di chiglia, dal contributo *meccanico*, o *di peso*, rappresentato dall'altezza del centro di gravità $\overline{KG}$ ⁸.

La scomposizione in componenti (di forma e di peso) può essere effettuata rispetto al punto B o al punto K . Spesso in letteratura viene scelto il primo. In questo testo sceglieremo il secondo perché, come già accennato nel § 5.6, il riferimento con origine in B dipende dalla condizione di carico.

7.2.1 Componente geometrica dell'altezza metacentrica iniziale

⁴ La dizione “coefficiente” è impropria in quanto si tratta di una quantità dimensionale ($t_f \cdot m$ o $kN \cdot m$). Certi autori usano la dizione “Indice di stabilità”.

⁵ I Criteri di Stabilità a nave integra saranno presentati nel Cap. 14.

⁶ Nelle normative (Criteri di stabilità) si prescinde infatti dal dislocamento della nave imponendo degli standard minimi all'altezza metacentrica iniziale ed ai bracci di stabilità di cui al § 7.3.

⁷ Le notazioni $r = \overline{BM}$ e $a = \overline{BG}$ facevano parte della tradizione Francese.

⁸ Si noti che, in generale, B , G ed M non stanno, almeno longitudinalmente, sulla verticale nave di K . Parlando di $\overline{KB}$, $\overline{KM}$ e $\overline{KG}$, così come per $\overline{GM}$, si indicano però le distanze tra queste coppie di punti misurate lungo la verticale nave (asse Z).

Il coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali e l'altezza metacentrica iniziale possono essere scomposti in elementi dipendenti dalle forme, o geometrici, $\overline{KM} = \overline{KB} + \overline{BM}$ e meccanici, o di peso, rispettivamente Δ e $\overline{KG}$. Di seguito studieremo la dipendenza di queste quantità dall'immersione, con particolare interesse all'intervallo compreso tra l'immersione T_L di nave vacante e quella T_0 di pieno carico normale.

7.2.2 Calcolo di $\overline{KB}$ e $\overline{BM}$ in funzione dell'immersione

7.2.2.1 Calcolo di $\overline{KB}$ e $\overline{BM}$ per solidi geometrici tipici

Considereremo in questo paragrafo tre galleggianti prismatici di lunghezza L e sezione trasversale rispettivamente a) rettangolare, b) parabolica e c) triangolare, aventi la stessa larghezza B_0 al galleggiamento (di pieno carico normale) T_0 .

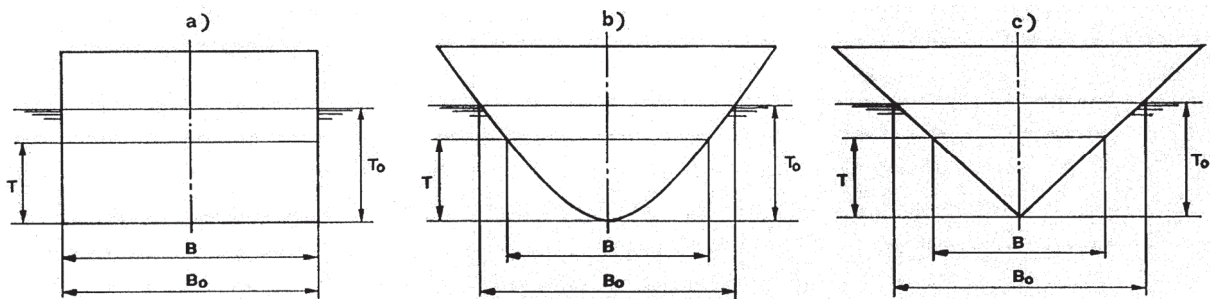


Fig. 7.2.2.1 Calcolo di $\overline{KB}$ e $\overline{BM}$ in funzione dell'immersione per tre prismi (da Cardo, 1974)

Eseguendo il calcolo per la determinazione dell'altezza del centro di carena e per il raggio metacentrico trasversale, si trovano i seguenti risultati:

$$\overline{KB} = \frac{M_{\nabla, xy}}{\nabla} \quad \left\{ \begin{array}{l} a) \quad \overline{KB} = \frac{1}{2} T \\ b) \quad \overline{KB} = \frac{3}{5} T \\ c) \quad \overline{KB} = \frac{2}{3} T \end{array} \right. \quad \overline{BM} = \frac{I_T}{\nabla} \quad \left\{ \begin{array}{l} a) \quad \overline{BM} = \frac{1}{12} \frac{B_0^2}{T} \\ b) \quad \overline{BM} = \frac{1}{8} \frac{B_0^2}{T_0} \\ c) \quad \overline{BM} = \frac{1}{6} \left(\frac{B_0}{T_0} \right)^2 T \end{array} \right.$$

Gli andamenti sono quelli riportati in Fig. 7.2.2.2:

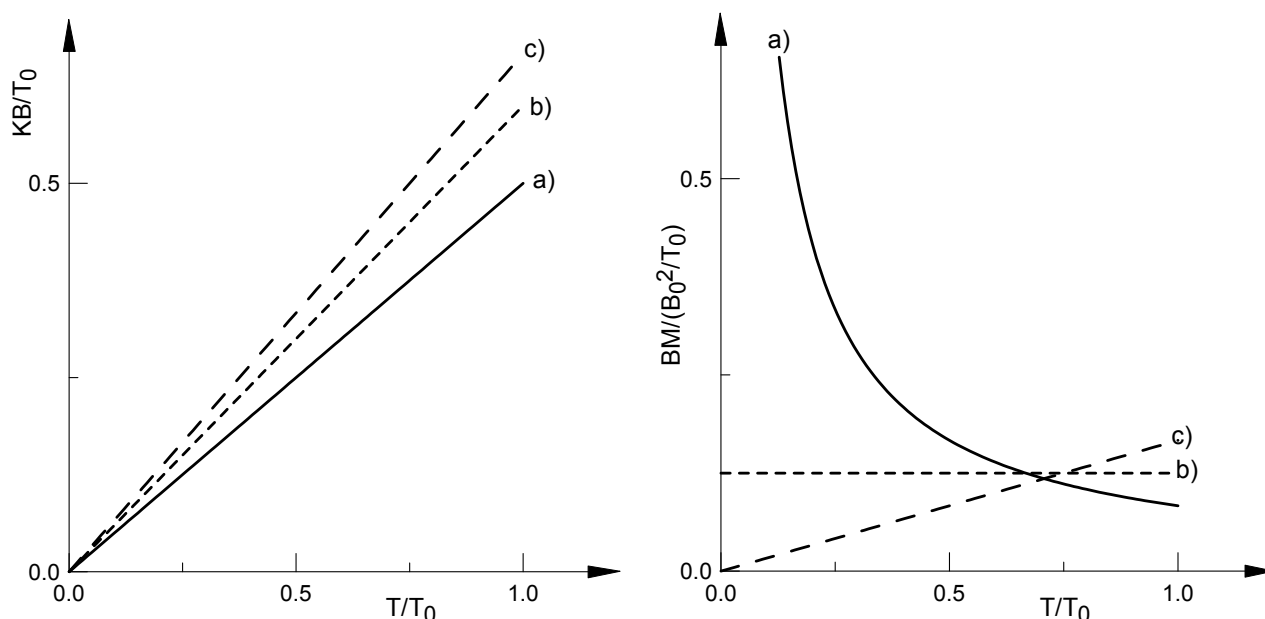


Fig. 7.2.2.2. Andamento di $\overline{KB}$ e $\overline{BM}$ in funzione dell'immersione per i tre prismi di Fig. 7.2.1

e complessivamente nel grafico del $\overline{KM}$ di Fig. 7.2.2.3:

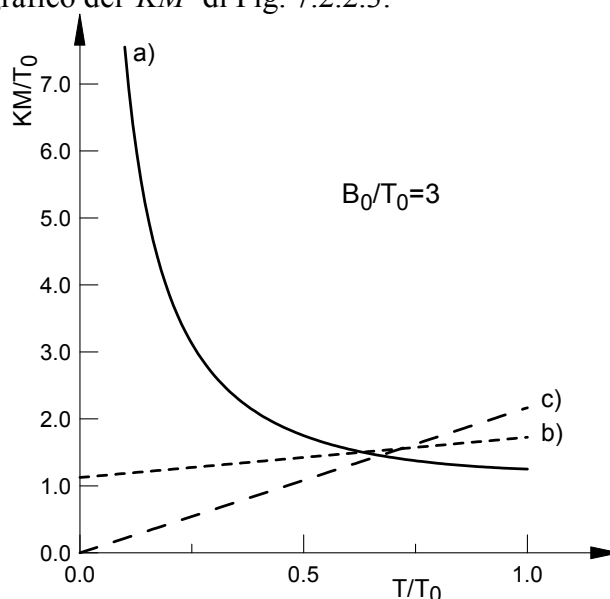


Fig. 7.2.2.3. Andamento di $\overline{KM}$ in funzione dell'immersione per un parallelepipedo

Prendendo in considerazione una nave abbastanza piena, si possono riassumere i risultati precedenti nella formula di Sellentin:

$$\overline{KM} = c \cdot T + m \frac{B^2}{T}$$

i valori delle costanti c ed m variano nel tempo seguendo l'evoluzione della progettazione navale. Volendo un'indicazione di massima, per navi convenzionali, si può assumere al pieno carico $0.51 \leq c \leq 0.57$ e $0.076 \leq m \leq 0.090$, ed oltre per le navi traghetto, (ricordiamo che per il parallelepipedo si ha rispettivamente $c = 0.5$ ed $m = 0.083$). In dipendenza principalmente del rapporto B_0/T_0 la curva dell'altezza del metacentro sul punto di chiglia può presentare andamenti

diversi, con un punto di minimo al di sotto del galleggiamento di pieno carico normale per bassi valori di tale rapporto. Se questo succede, la curva non è monotona crescente nel passaggio dal pieno carico alla condizione di nave vacante e la situazione va analizzata con attenzione al fine di garantire una adeguata stabilità in tutte le condizioni di carico (naturalmente, qui stiamo prendendo in considerazione solo la componente geometrica di $\overline{GM}$). In Fig. 7.2.4 la situazione descritta è rappresentata con riferimento a parallelepipedi aventi differenti valori del rapporto B_0/T_0 :

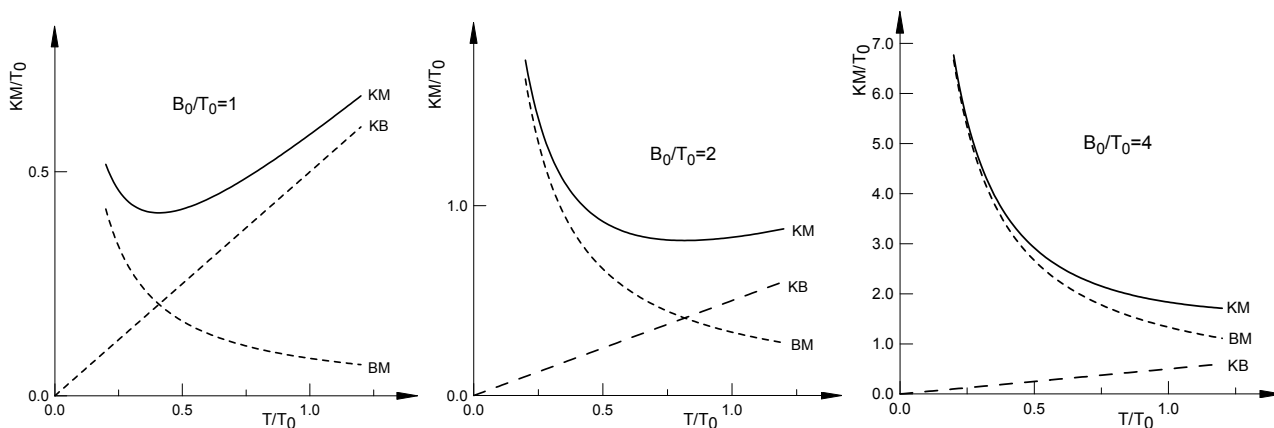


Fig. 7.2.2.4. Andamento di $\overline{KM}$ in funzione dell'immersione per un parallelepipedo al variare del rapporto B_0/T_0

Un esempio del comportamento tipo “prisma a sezione triangolare”, si ha nel caso di scafi a V con alzata di madiere, come nell'esempio in Fig. 7.2.2.5, riferentesi alla serie NPL di carene dislocanti veloci (primo in basso a sinistra in Fig. 7.2.2.6):

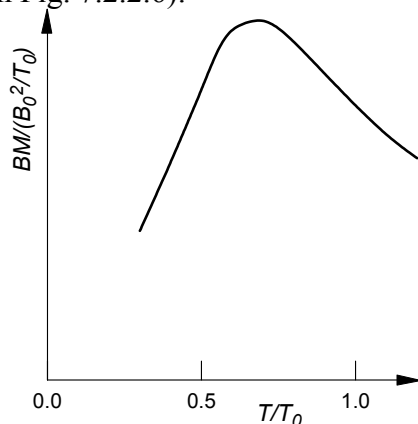


Fig. 7.2.2.5. Andamento del raggio metacentrico in funzione dell'immersione per uno scafo veloce dislocante della serie NPL (adattato da Cassella e Russo Krauss, 1981)

7.2.2.2 Andamento di $\overline{KB}$ e $\overline{BM}$ in funzione dell'immersione per carene di diverse tipologie

Consideriamo ora l'andamento delle componenti geometriche dell'altezza metacentrica iniziale per una serie di carene di navi di tipologie diverse, nell'ordine: un piccolo traghetto, una portarinfuse, uno scafo veloce serie NPL ed una fregata, rappresentate in Fig. 7.2.2.6.

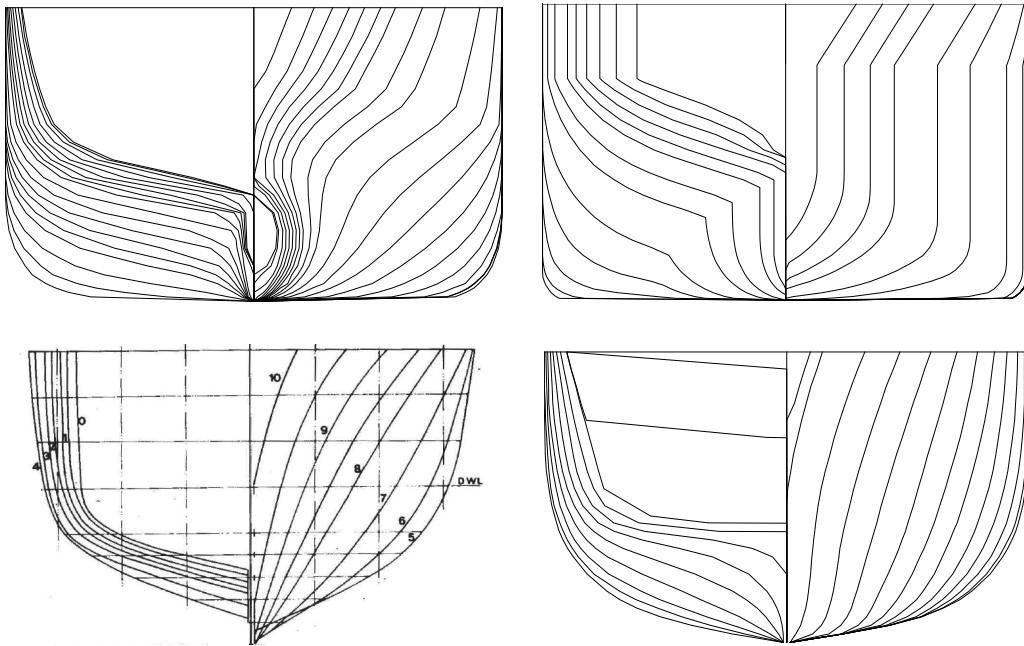


Fig. 7.2.2.6. Dall'alto in senso orario: Piccolo traghetto, Portarinfuse, Fregata, Carena veloce serie NPL.

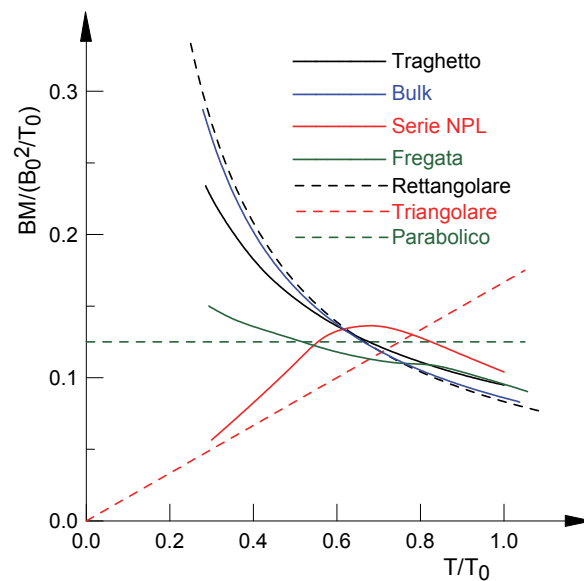


Fig. 7.2.2.7. Andamento del raggio metacentrico trasversale con l'immersione per le carene di Fig. 7.2.2.7 a confronto con quello dei prismi di Fig. 7.2.2.1.

7.2.3 Il dislocamento - La portata

Passando ora in rassegna gli altri due elementi che concorrono alla determinazione del coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali, incontriamo innanzitutto il dislocamento Δ . La sua variabilità con l'immersione è rappresentata nel diagramma seguente che si chiama, con nome significativo, *scala di solidità (displacement curve)*:

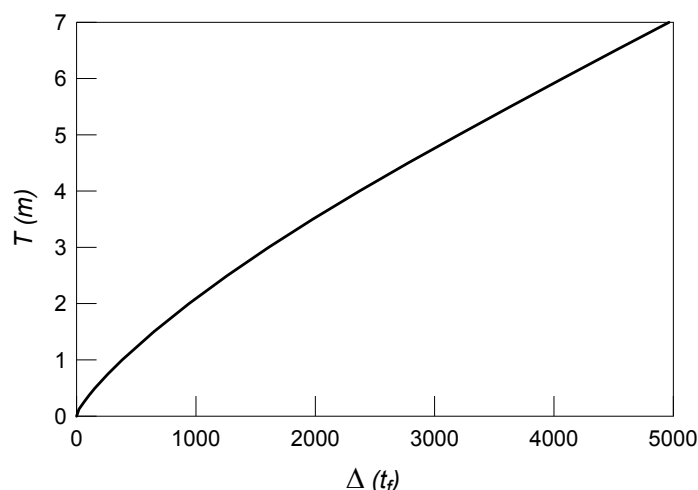


Fig. 7.2.3.1 Scala di solidità per un piccolo traghetto

Il campo di variabilità del dislocamento è compreso tra la condizione di nave vacante e quella di pieno carico normale (§5.5). La differenza tra il dislocamento di pieno carico normale e quello di nave vacante individua la (massima) *portata lorda* (deadweight). Sottraendo alla portata lorda una serie di voci, comprendenti equipaggio e suoi effetti, combustibili, lubrificanti, acqua potabile, acqua di lavanda, etc., si ha la *portata netta* o carico pagante.

Si definisce coefficiente di portata lorda il rapporto tra la (massima) portata lorda ed il dislocamento di pieno carico normale:

$$c_{DW} = \frac{\Delta_0 - \Delta_L}{\Delta_0}$$

Il coefficiente di portata lorda ha un campo di variabilità estremamente esteso per le navi mercantili $0.12 \div 0.87$ e piuttosto limitato per le navi militari $0.20 \div 0.35$ (con esclusione delle navi da carico impiegate in servizio militare):

Tipologia di nave	c_{DW}	L/B	B/T	C_B
Liners (pre-1970)	0.23-0.35	7.0-9.0	2.8-3.3	0.52-0.58
Passenger, Cruise	0.13-0.23	6.4-8.0	3.9-4.6	0.60-0.70
Ro-pax	0.20-0.40	5.5-6.5	3.8-4.7	0.57-0.68
Ro-Ro cargo	0.40-0.60	5.9-7.1	3.2-4.2	0.63-0.73
Containerships	0.62-0.78	6.0-7.5	2.8-3.5	0.65-0.80
Oil, Chemical, Product tanker	0.66-0.87	5.4-6.2	2.6-3.0	0.80-0.90
Gas carriers	0.65-0.72	5.5-6.2	2.5-3.8	0.70-0.85
Bulkers	0.75-0.87	5.8-6.8	2.4-2.9	0.81-0.90
PCC	≈ 0.55	5.85-6.0	3.4-3.65	0.60-0.70

Tab. 7.2.3.1 Coefficienti di portata lorda e coefficienti di forma per diverse tipologie di nave

7.2.4 Il peso e l'altezza del centro di gravità nella condizione di nave vacante

Il peso di nave vacante è composto di tre parti:

1. Peso scafo: è costituito dall'insieme delle lamiere del fasciame, dalle strutture trasversali, da quelle longitudinali, dal basamento del motore;

2. Peso allestimento: macchinari di coperta, servizio per il governo della nave, servizio del carico, servizi acqua dolce e salata, refrigerazione, ventilazione e riscaldamento, arredamento, cucine e servizi igienici, impianto elettrico, servizi marinareschi, servizi di sicurezza, timone;
3. Peso apparato motore: motrici principali ed ausiliarie, impianto evaporatore, impianto condensatore, ausiliari di macchina e di caldaia, linee d'alberi ed eliche, tubolature varie, impianto ventilazione, scarico gas combustibili, paglioli, sistemazioni speciali.

La posizione del centro di gravità nella generica condizione di carico, come il dislocamento, dipendono dalla condizione di carico. Anche una volta che sia stato fissato il dislocamento, in generale, il centro di gravità può avere diverse posizioni (in particolare riguardo alla posizione verticale) in quanto gli stessi pesi imbarcati possono essere posti in stive diverse. L'unica condizione di carico univocamente determinata è quella di nave vacante in quanto ... non c'è alcun carico.

Le caratteristiche di nave vacante (Δ , $\overline{KG}$, X_G , ...) sono oggetto di determinazione obbligatoria per ogni nave nuova, o che abbia subito sostanziali modifiche, attraverso la *Prova di Stabilità* (Cap. 11) della quale parleremo più avanti.

In mancanza di indicazioni migliori, viene talvolta consigliato di assumere:

$$\overline{KG}_L \approx 0.6 \cdot D$$

dove D è l'altezza al ponte di forza. La bontà di questa assunzione è spesso questionabile, specialmente per le moderne navi da crociera, per le quali il concetto di ponte di forza tende a perdere di significato. Per queste ultime si ha $\overline{KG}_L > 1.0 \cdot D$, essendo ora D l'altezza al ponte di bordo libero, in relazione al grande valore di B/T_0 .

7.2.5 Dalla condizione di nave vacante alla generica condizione di carico

Le caratteristiche della nave nella generica condizione di caricazione vengono calcolate, a partire dalla condizione di nave vacante, mediante utilizzo dei cosiddetti *piani di capacità* (*capacity plans*).

7.2.5.1 Il piano di capacità

Il piano di capacità rappresenta in forma sintetica la quantità di carico, combustibile, lubrificante, acqua dolce e di lavanda, zavorra e altri consumabili che la nave può imbarcare e gli spazi ad essi destinati. C'è sempre una vista longitudinale che mostra la posizione di cisterne, magazzini e spazi per il carico e ci sono spesso piani dei ponti, che mostrano la disposizione di questi spazi, e viste di sezioni trasversali in diverse posizioni sulla lunghezza nave. Il piano di capacità comprende le dimensioni principali della nave e, di solito in forma tabulare (anche se oggi frequentemente si usa a bordo il loading computer), nome, posizione, volume, coordinate del centro di volume di ogni cassa, cisterna, stiva, deposito, etc. In alcuni casi il volume e le coordinate del centro (verticale, longitudinale e, in presenza di asimmetria, anche trasversale) vengono date in funzione del livello di riempimento (*tabelle delle sonde*), mentre in altri si riferiscono alla stiva "piena".

Il riferimento adottato per la posizione longitudinale delle stive è quello delle *ossature di costruzione* in quanto su queste si appoggiano le *paratie* (*bulkheads*) che delimitano longitudinalmente le stive stesse. Il riferimento laterale per i centri dei volumi delle stive è di regola il piano diametrale, mentre i riferimenti longitudinale e verticale possono invece variare da piano di capacità a piano di capacità, ma sono sempre specificati (per esempio la MP e la LC , come adottato in questo testo, oppure FP ed LC , o altro...). Qualora si tratti di una cassa o cisterna destinata al trasporto di liquidi, vengono forniti anche i momenti d'inerzia delle figure di

galleggiamento⁹. Nel caso di navi traghetto ci sono le tabelle per la centratura del carico, nelle passeggeri anche le tabelle relative ai passeggeri ed ai loro effetti. I volumi relativi ad una stiva possono infine essere forniti con riferimento a diverse modalità di caricazione (alla rinfusa, in balle, etc.). Il piano di capacità comprende anche una scala del carico (deadweight scale), della quale si parlerà al prossimo paragrafo.

Ricordiamo che le stive (*holds*) sono compartimenti delimitati da due paratie stagne trasversali e si distinguono numerandole a partire da prora (stiva n. 1 è quella compresa tra la paratia di collisione e la seconda paratia). In caso di scafo con più ponti, il termine stiva si usa per indicare il volume che si trova al di sotto dell'ultimo ponte. Si chiamano invece interponti o corridoi i volumi compresi tra due ponti successivi, numerando verso il basso (1° interponte è quello compreso tra il ponte di coperta ed il ponte successivo).

Nelle figure sono rappresentati, in forma sintetica, i piani di capacità:

- di una nave da carico generale (Fig. 7.2.4.1)¹⁰:

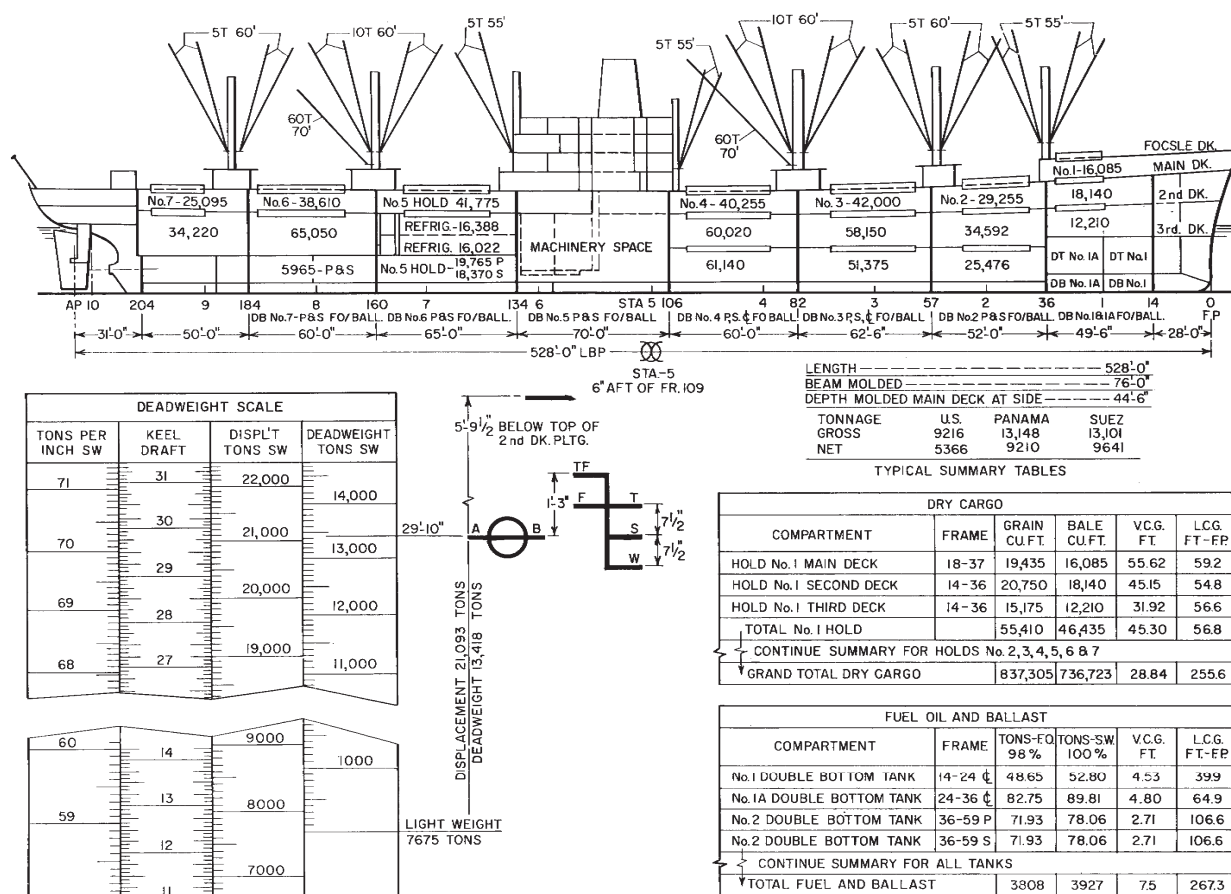


Fig. 7.2.4.1. Piano di Capacità di una nave da carico generale (da PNA, Vol. I, 1988)

⁹ Noi ci riferiremo in questo capitolo, ed in particolare nelle formule del § 7.2.5.4, al carico come carico solido e fisso. Discuteremo in dettaglio nel seguito i problemi derivanti dai carichi liquidi (§ 7.10) e dai dei carichi sospesi (§ 7.13). Per brevità daremo invece solo dei brevi cenni ai problemi connessi alla formazione di ghiaccio sulle superfici esposte (§ 7.12) ed ai carichi scorrevoli (§ 7.14).

¹⁰ In questo piano di capacità si segue la *convenzione americana* consistente nel numerare le ordinate, sia quelle del piano di costruzione che quelle di costruzione, a partire da prua. In questa nave, le ordinate di costruzione n. 14, 106, 134 e 204 indicano rispettivamente la posizione della paratia di collisione, delle paratie prodiera e poppiara che delimitano apparato motore e della paratia prodiera gavone di poppa (*paratia del pressatrecce*).

A cross-sectional diagram of a ship's hull structure. The hull is divided into three main hold compartments labeled 'NO. 3 HOLD', 'NO. 2 HOLD', and 'NO. 1 HOLD' from left to right. The hull is supported by two vertical pillars. The deck is shown with various structural elements, including a large rectangular hatch cover on the right side of the No. 1 hold. The hull tapers towards the right, indicating the bow of the ship.

- di un piccolo traghetto passeggeri (Fig.7.4.2.3):

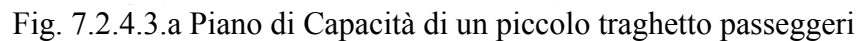


Fig. 7.2.4.3.b Tabelle annesse al Piano di Capacità del un piccolo traghetto passeggeri relativamente

al carico costituito da autovetture sul ponte principale. Si noti che le “ordinate” indicate sono quelle di costruzione.

CENTRAMENTO EQUIPAGGIO (peso unitario 0.075 t) ED EFFETTI (peso unitario 0.125 t)				
POSIZIONE	N	PESO (t)	CENTRO DA PPA (m)	CENTRO DA LC (m)
Pte COMANDO	12	0.90	48.50	13.50
Pte COPERTA	6	0.45	42.00	11.00
COPERTINO	7	0.53	24.70	3.60
EFFETTI EQUIPAGGIO ALLOGGI Pte COMANDO	7	0.87	46.10	13.60
EFFETTI EQUIPAGGIO COPERTINO	18	2.25	48.50	3.80
TOTALE	25	5.00	44.06	8.35

Fig. 7.2.4.3.c Tabelle annesse al Piano di Capacità del piccolo traghetto passeggeri

7.2.5.2 La scala del carico o della portata

In luogo della scala di solidità, si usa una rappresentazione, come quella di figura, detta *scala del carico o della portata*, che permette di conoscere, in funzione dell'immersione, il dislocamento, la corrispondente portata (lorda), il dislocamento unitario e spesso anche il momento unitario d'assetto (quantità che, come vedremo più avanti, permettono di risolvere in maniera approssimata il problema della ricerca dell'equilibrio in conseguenza di un imbarco/sbarco di peso ed in generale i problemi d'assetto). Sulla scala del carico sono riportati i dislocamenti di nave vacante e quello di pieno carico normale assieme alla marca di bordo libero che indica il massimo galleggiamento compatibile con la zona di mare e la stagione dell'anno nelle quali la nave si trova a navigare.

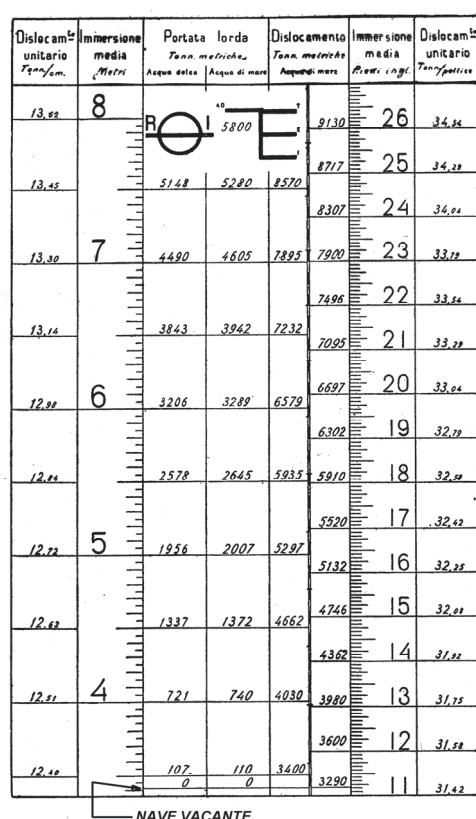


Fig. 7.2.5.2.1. La Scala del Carico o della Portata

7.2.5.3 I pesi medi all'ingombro

Come si è accennato, la capacità di una stiva dipende dal tipo di carico. Si assumono i seguenti coefficienti di riduzione del volume di stiva:

- caricazione di materiale in pezzatura fine, tipo granaglie 98%
- caricazione in balle 88%

- stiva refrigerata

72%

Si assumono poi dei pesi medi all'ingombro dati da tabelle dei manuali di caricazione del tipo del dettaglio qui sotto riportato:

Item	Packing	m ³ /t _f	Item	Packing	m ³ /t _f
Apples	Boxes	2.23	Lead, Pig	Neat Stowage	0.22
Autos	Assembled and Uncrated	7.52	Lard	Boxes	1.25
Barbed Wire	Rolls	1.53	Machinery	Crated	1.39
Bauxite	Bulk	1.07	Meat	Cold Storage	2.65
Beans	Bags	1.67	Molasses	Bulk	0.74
Beer	Bottled in Cases	2.23	Newspaper	Bales	3.34
Butter	Cases	1.67	Nitrate	Bags	0.72
Canned Goods	Cases	1.34	Oil	Drums	1.25
Carpets	Bales	3.90	Oranges	Boxes	2.17
Cement	Bags	0.97	Oysters	Barrels	1.67
Cement	Bulk	0.72	Paint	Cans	1.00
...			...		

Tab. 7.2.5.3.1. Pesi medi all'ingombro (*Stowage Factors*)

7.2.5.4 Determinazione del dislocamento e delle coordinate del centro di gravità in conseguenza della caricazione¹¹.

Supponendo di aver caricato¹² N pesi p_i in modo tale che i loro centri di gravità abbiano la posizione $G_i = (X_{G_i}, TCG_i, \overline{KG_i})$ e che la nave vacante abbia peso W_L ¹³ (che, *in condizioni di equilibrio*, corrisponderà ad una spinta S_L , per cui avremo $S_L = W_L = \Delta_L$) e centro di gravità $G_L = (X_{G_L}, TCG_L, \overline{KG_L})$, le caratteristiche della nave nella condizione di carico ottenuta sono date da:

$$W = W_L + \sum_i^N p_i \quad \text{e}$$

¹¹ Si noti che in questo testo valgono le seguenti omonimie di nomenclatura:

$XB = LCB \quad YB = TCB \quad ZB = KB = VCB$

$XG = LCG \quad YB = TCG \quad ZG = KG = VCG$

Le ultime si leggono rispettivamente “longitudinal, transversal, vertical” centre of “buoyancy” o “gravity”.

¹² Il caso dello scarico si ottiene, ovviamente, considerando pesi negativi.

¹³ Trattando degli elementi “di peso”, in questo paragrafo utilizzeremo il peso W_L della nave, con l'avvertenza contenuta nella parentesi che segue.

$$\left\{ \begin{array}{l} X_G = LCG = \frac{X_{G_L} \cdot W_L + \sum_{i=1}^N p_i \cdot X_{G_i}}{W} \\ Y_G = TCG = \frac{TCG_L \cdot W_L + \sum_{i=1}^N p_i \cdot TCG_i}{W} \\ Z_G = \overline{KG} = \frac{\overline{KG}_L \cdot W_L + \sum_{i=1}^N p_i \cdot \overline{KG}_i}{W} \end{array} \right.$$

Queste formule hanno, in realtà validità più generale, potendosi applicare per il calcolo delle caratteristiche di una nave (peso e coordinate del centro di gravità) come conseguenza dell'imbarco/sbarco di pesi, *a partire da una qualunque condizione (nota) di carico iniziale.*

7.2.5.5 Formule approssimate per il calcolo degli elementi geometrici delle carene diritte

Approximate formulae, provided they are sufficiently accurate, are often preferable to exact calculations.

They require much less time and care.

Their use may be entrusted to any ordinary draughtsman.

They are independent of that very important kind of error which may be called personal error.

...

Some calculations, especially those about trim, are tentative; in other words, they require, when great accuracy is needed, that the approximate results should be known. In that case, approximate formulae may be used with advantage.

Lastly, approximate formulae are very useful for checking results obtained by ordinary methods.

Normand, J. A., "On Approximate Formulae for the Calculation of Trim", Trans. INA, Vol. XXIII, 1882, pp. 241-245.

Vista l'importanza della valutazione della stabilità iniziale (che per lungo tempo costituiva l'unica verifica obbligatoria riguardante la stabilità) fin dalle prime fasi del progetto, sono state sviluppate una serie di formule approssimate per la valutazione degli elementi geometrici ($\overline{KB}$, $\overline{BM}_T$, $\overline{BM}_L$) per navi convenzionali, valide nella condizione di pieno carico normale ed altre valide per l'intervallo tra il pieno carico normale e la condizione di nave vacante, in funzione dei coefficienti ($C_B, C_P, C_{WP}, \dots$). Tali formule vengono generalmente descritte ed utilizzate nei corsi di Progetto Navi, ai quali si rimanda per approfondimenti. Nella tabella seguente sono comunque riportate le formule tipiche come indicate da alcuni autori¹⁴.

¹⁴ Per una trattazione più estesa, vedasi Russo Krauss, G., "Geometria dei Galleggianti", Edizioni Accademia Navale, Livorno.

$\overline{KB} = c \cdot T$	Munro-Smith	$c = 0.52$ prima approssimazione
	Normand (Morrish)	$c = \frac{1}{3} \left(\frac{5}{2} - C_{vp} \right)$ con $C_{vp} = \frac{C_B}{C_{wp}}$
	Munro-Smith	$c = \frac{1}{1 + C_{vp}}$
$\overline{BM} = m \cdot \frac{B^2}{T}$	Normand	$m = \frac{0.008 + 0.0745 \cdot C_{wp}^2}{C_B}$
	Munro-Smith	$m = \frac{C_{wp}}{2 \cdot (1 + C_{wp}) \cdot (1 + 2 \cdot C_{wp})} \cdot \frac{C_{wp}^2}{C_B}$
	Van der Fleet	$m = 0.0877 \cdot \frac{C_{wp}^2}{C_B}$
$\overline{BM}_L = \ell \cdot \frac{L_{wl}^2}{T}$	Normand	$\ell = \frac{0.008 + 0.077 \cdot C_{wp}^3}{C_B}$
	Van der Fleet	$\ell = 0.0714 \cdot \frac{C_{wp}^2}{C_B}$
C_{wp}	Munro-Smith	$C_{wp} = C_B + 0.1$
	Riddlesworth	$C_{wp} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} C_B$

Tab. 7.2.5.5.1. Alcune formule approssimate per il calcolo degli elementi della stabilità iniziale e degli elementi per la risoluzione dei problemi d'assetto nella condizione di pieno carico normale.

7.3 STABILITA' AGLI ANGOLI FINITI¹ (O AI GRANDI ANGOLI)

The first general theorem for the determination of the measure of a ship's stability was given by M. Bouguer, in his Traité du Navire, about a century ago. This measure of a ship's stability, although only strictly true when the angle of inclination from the upright is extremely small, yet gives the relative stabilities of ships of the usual form for a tolerably large angle of inclination with sufficient exactness for all practical purposes. Bouguer's measure, in consequence of the simplicity of the calculations for obtaining the height of the metacenter and its close approximation to the correct results, is that which is in general use: but a naval architect should also be familiar with the mechanical principles upon which the stability of a ship depends, and be able to determine the exact stability of a ship of any form whatever, at any given finite angle of inclination.

Barnes, F. K., "On a New Method of Calculating the Statical and Dynamical Stabilities of a Ship", Trans. INA, Vol. II, 1861, pag. 163.

Analizzeremo ora in dettaglio il caso in cui l'inclinazione trasversale sia di ampiezza finita. In questo caso, di grande rilevanza pratica sia ai fini della sicurezza che per la risoluzione dei problemi che si incontrano nella normale vita operativa della nave, in generale non sono più applicabili il teorema di Eulero e le sue conseguenze.

Ricordiamo che, seguendo il Bouguer, nel paragrafo precedente abbiamo introdotto l'altezza metacentrica come misura della stabilità iniziale di una nave. Questa nozione non è generalizzabile ai grandi angoli, per i quali bisogna introdurre il concetto di momento raddrizzante, come a suo tempo proposto da Eulero (si veda l'Appendice 2) in alternativa al metodo del Bouguer. Nel 1798, nel suo trattato "Stability of Ships", Atwood proponeva un metodo di calcolo del braccio di stabilità statica che porta il suo nome. Il metodo era basato sulla determinazione dello spostamento del centro di carena dovuto ai menischi di immersione ed emersione. Il noto² metodo di Barnes introdotto nel 1861, per il calcolo del braccio di stabilità, consiste sostanzialmente negli sviluppi di questo metodo.

Un altro metodo piuttosto usato è quello di Benjamin-Spence del 1884. Anche il metodo di Doyère (1894) permette di ottenere i dati per il tracciamento del diagramma detto delle "pantocarene isocline" (§7.3.4).

Nel seguito di questa parte, supponiamo che:

- il mare sia calmo;
- la condizione iniziale diritta sia di equilibrio stabile;
- le inclinazioni siano isocareniche;
- non ci siano attriti od altre azioni smorzanti;
- tutti i pesi a bordo siano fissati e tutti i liquidi "congelati", in modo che, nel riferimento solidale con la nave, non si abbia spostamento del centro di gravità G nel corso dell'inclinazione;
- le inclinazioni siano puramente trasversali³.

7.3.1 Il momento raddrizzante

¹ La denominazione "angoli finiti" è di origine inglese ed è in contrapposizione alla stabilità "iniziale" che è valida rigorosamente per "angoli infinitesimi".

² "noto" dal Corso di Geometria dei Galleggianti.

³ Questa ipotesi risponde solo al criterio di semplicità della trattazione. Vedi § 6.3.

Per effetto dello sbandamento, il centro di carena si sposta nella posizione B_ϕ ⁴ (Fig. 7.3.1.1). La retta d'azione della spinta passa sempre per il centro di carena ma, in generale, non passa più per il metacentro iniziale M . Il centro di curvatura M_ϕ della proiezione della traiettoria del centro isocarenico di carena sul piano di inclinazione, che è il metacentro della carena inclinata all'angolo ϕ , in generale non sta più sull'asse Z e si sposta al variare dell'angolo di inclinazione descrivendo una curva detta *evoluta metacentrica* (della quale si parlerà al § 7.3.6)⁵. La proiezione della retta d'azione della spinta sul piano di inclinazione (che qui di seguito indicheremo semplicemente come “retta d'azione della spinta”) incontra l'asse Z in un punto H detto *prometacentro* (*shifting metacentre*)⁶.

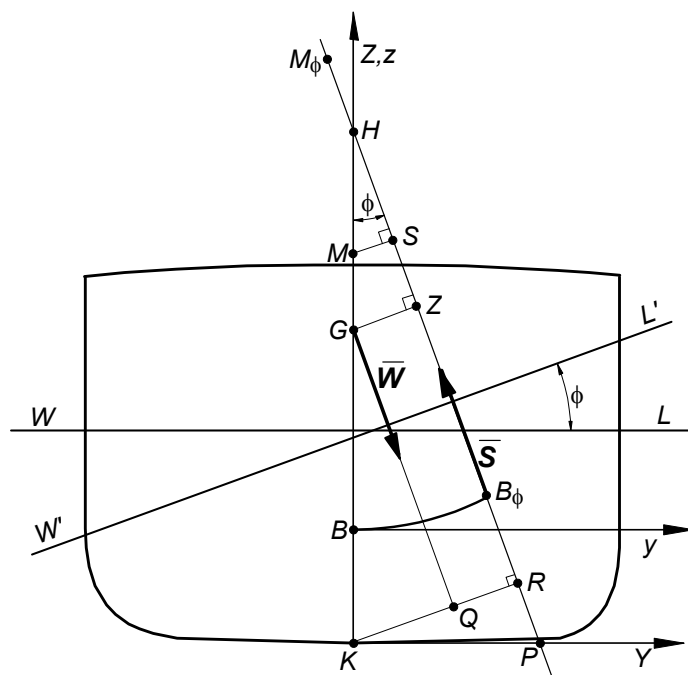


Fig. 7.3.1.1. Illustrante l'inclinazione isocarenica di una nave ai grandi angoli

Peso e spinta non sono più sulla stessa retta e danno origine ad una coppia avente momento:

$$M_R = \Delta \cdot \overline{GZ}$$

essendo Z il piede della perpendicolare condotta dal baricentro alla retta d'azione della spinta. Il momento M_R si chiama momento raddrizzante. Essendo la condizione iniziale una condizione di equilibrio stabile, esisterà un intorno di essa all'interno del quale il momento M_R è effettivamente

⁴ Si ricorda che la componente dello spostamento X_B di B nella direzione dell'asse di inclinazione è in generale non nulla per inclinazioni di ampiezza finita. Come già accennato al § 6.3, questa componente è importante in quanto determina una variazione d'assetto. Nell'ambito dello studio delle inclinazioni puramente trasversali, però, possiamo trascurare questo effetto e rivolgere l'attenzione alle proiezioni sul piano di inclinazione (piano trasversale per B). Ritorniamo su questo punto nel successivo § 7.3.9.

⁵ Il metacentro M_ϕ presenta le stesse caratteristiche viste nel § 3.2.3 per il metacentro iniziale M ma solo relativamente ad inclinazioni infinitesime isocareniche intorno all'angolo ϕ .

⁶ Also named “false metacenter”, i.e. the point of intersection between the vertical through the center of gravity at heel with the vertical through the center of buoyancy in the upright condition. Anche il prometacentro si sposta, in generale, al variare dell'angolo di inclinazione.

raddrizzante. In questo caso il suo braccio $\overline{GZ}$, detto braccio di stabilità statica, è positivo⁷. L'ampiezza dell'intervallo di stabilità positiva (cioè l'intervallo all'interno del quale è $\overline{GZ}(\phi) > 0$) agli angoli finiti gioca evidentemente un ruolo determinante ai fini della sicurezza della nave dal capovolgimento, come vedremo più avanti parlando della normativa (Cap. 14 - Criteri di Stabilità).

7.3.2 Il braccio di Stabilità Statica e quello di Stabilità Geometrica o di Forma

Sempre con riferimento alla Fig. 7.3.1.1, si vede che il braccio di stabilità statica $\overline{GZ}$ può essere scomposto nel braccio di *stabilità geometrica* (o *di forma*) $\overline{KR}$ e nel braccio di (in-) *stabilità di peso* (o meccanico) $\overline{KG} \cdot \sin \phi$ ⁸:

$$\overline{GZ} = \overline{KR} - \overline{KG} \cdot \sin \phi$$

Il braccio di stabilità geometrica $\overline{KR}$ può a sua volta essere espresso mediante le componenti $Y_{B\phi} = TCB_{\phi}$ e $Z_{B\phi} = \overline{KB}_{\phi}$ della posizione del centro di carena:

$$\overline{KR} = TCB_{\phi} \cdot \cos \phi + \overline{KB}_{\phi} \cdot \sin \phi$$

Questa scomposizione, che risulterà utilissima nel seguito, si ricava agevolmente dall'esame della Fig. 7.3.1.2 osservando che:

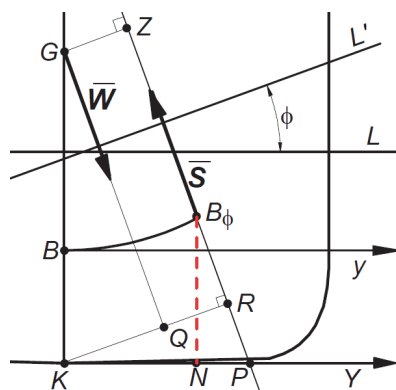


Fig. 7.3.1.2

$$\overline{KR} = \overline{KP} \cdot \cos \phi = (\overline{KN} + \overline{NP}) \cdot \cos \phi = (TCB_{\phi} + \overline{KB}_{\phi} \cdot \tan \phi) \cdot \cos \phi$$

Ricordiamo che in ogni caso si può scrivere:

$$\overline{GZ} = \overline{GH} \cdot \sin \phi$$

che però non è così significativa essendo la posizione del prometacentro H dipendente dall'angolo ϕ .

⁷ Si ricordi quanto detto in nota al § 2.2 relativamente al segno del braccio di stabilità.

⁸ Come già accennato al § 7.2, la scomposizione del braccio di stabilità statica in componente geometrica e di peso, viene spesso effettuata con riferimento al punto B . Si noti che il punto qui indicato con R viene spesso indicato con N nella letteratura internazionale. Ritourneremo su questo punto più avanti (§

7.3.2.1 Espressione generale delle coordinate correnti del centro di carena

Per le coordinate correnti del centro di carena, valgono le formule notevoli:

$$y_{B_\phi} = Y_{B_\phi} = \frac{1}{\nabla} \int_0^\phi I_T \cdot \cos \phi \cdot d\phi$$

$$z_{B_\phi} = \overline{KB_\phi} - \overline{KB} = \frac{1}{\nabla} \int_0^\phi I_T \cdot \sin \phi \cdot d\phi$$

che si ottengono considerando che l'inclinazione all'angolo ϕ generico si ottiene a partire dalla posizione diritta iniziale mediante una successione di inclinazioni di ampiezza infinitesima. Supponendo allora di essere allo sbandamento generico ϕ con la carena di centro B_ϕ e metacentro M_ϕ (centro di curvatura della traiettoria dei centri isocarenici di carena nell'intorno di ϕ), la lunghezza dell'arco $(B_\phi B_{\phi+d\phi})_{arco}$, che è un arco di cerchio di centro M_ϕ , rappresenta, a meno di infinitesimi di ordine superiore a $d\phi$, la lunghezza del segmento $\overline{B_\phi B_{\phi+d\phi}}$ che rappresenta lo spostamento infinitesimo del centro di carena in seguito all'inclinazione $\phi \rightarrow \phi + d\phi$. Le componenti cartesiane di questo spostamento sono allora:

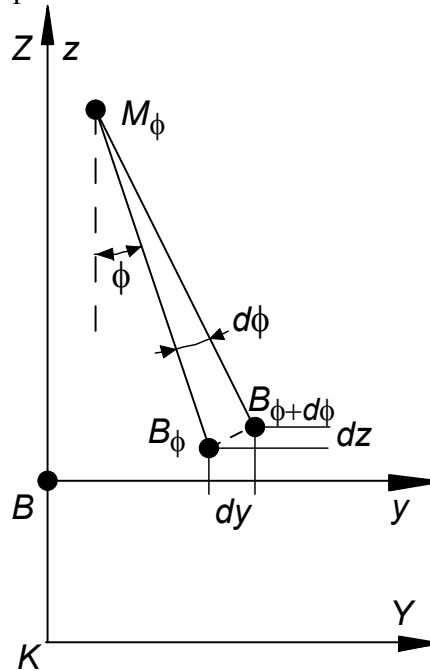


Fig. 7.3.2.1.1 Spostamento del centro di carena in seguito ad un'inclinazione infinitesima isocarenica a partire dalla carena inclinata all'angolo ϕ

$$dy = \overline{B_\phi B_{\phi+d\phi}} \cdot \cos \phi \cong (B_\phi B_{\phi+d\phi})_{arco} \cdot \cos \phi \cong \overline{B_\phi M_\phi} \cdot d\phi \cdot \cos \phi = \frac{I_T}{\nabla} \cdot \cos \phi \cdot d\phi$$

$$dz = \overline{B_\phi B_{\phi+d\phi}} \cdot \sin \phi \cong (B_\phi B_{\phi+d\phi})_{arco} \cdot \sin \phi \cong \overline{B_\phi M_\phi} \cdot d\phi \cdot \sin \phi = \frac{I_T}{\nabla} \cdot \sin \phi \cdot d\phi$$

da cui, per integrazione (per comodità si è lasciato alla variabile di integrazione lo stesso simbolo dell'estremo superiore di integrazione), il risultato⁹.

Per completezza, vale anche la:

$$x_{B\phi} = \frac{1}{\nabla} \int_0^{\phi} P_{xy} \cdot d\phi$$

7.3.3 Il braccio di Stabilità Residua

Fintantoché la retta d'azione della spinta passa per il metacentro iniziale M (come si verifica per tutti i galleggianti nel caso delle piccole inclinazioni e per i galleggianti “metacentrici” per inclinazioni qualunque), il braccio di stabilità statica è dato da:

$$\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \sin \phi$$

Nel caso di inclinazioni di ampiezza finita questo fatto in generale non si verifica ed il braccio di stabilità statica *differisce* da quello del “galleggiante metacentrico” (che sarà trattato al §7.5.1) per la quantità:

$$\overline{MS} = \overline{GZ} - \overline{GM} \cdot \sin \phi$$

detta *braccio di stabilità residua*. Il Prohaska (1947 e 1951) aveva sviluppato un approccio semplificato alla valutazione della stabilità residua, mediante opportuni diagrammi, e di conseguenza un approccio semplificato alla valutazione del braccio di stabilità statica.

Per quanto i diagrammi del Prohaska o altri metodi basati sulla regressione non si usino più, il braccio di stabilità residua conserva ancora un certo interesse in quanto *mostra*, da un punto di vista quantitativo, *la differenza nel corso dell'inclinazione isocarenica tra un galleggiante reale ed il galleggiante metacentrico avente stessa altezza metacentrica iniziale*. Vedremo dei diagrammi del braccio di stabilità residua nel § 7.5.2.2.

7.3.4 Il diagramma delle Pantocarene Isocline (Cross Curves of Stability)

Cross curves of stability are drawn to overcome the difficulty in defining waterlines of equal displacement at various angles of heel, particularly when deck edges are immersed and the bilges exposed.

Eric C. Tupper, *Introduction to Naval Architecture (Fifth Edition)*, 2013.

Si è visto che il braccio di stabilità statica $\overline{GZ}$ è calcolabile a partire da quello di stabilità geometrica $\overline{KR}$. La determinazione di quest'ultimo può essere effettuata agevolmente con i metodi descritti nel corso di Geometria dei Galleggianti¹⁰ per carene *isocline*. Non risulta invece agevole il calcolo per isocarene in quanto in questo caso bisogna di volta in volta determinare la posizione di equilibrio peso-spinta a carena inclinata ai vari angoli.

D'altra parte, il $\overline{KR}$ è funzione sia dell'angolo di inclinazione che del volume della carena, come mostrato in Fig. 7.3.4.1:

⁹ Queste formule sono un caso particolare delle equazioni di Scribanti (§ 3.6) nel caso di isocarene.

¹⁰ Si veda al riguardo il successivo § 7.3.10, dove viene descritto il metodo di calcolo detto di Benjamin-Spence.

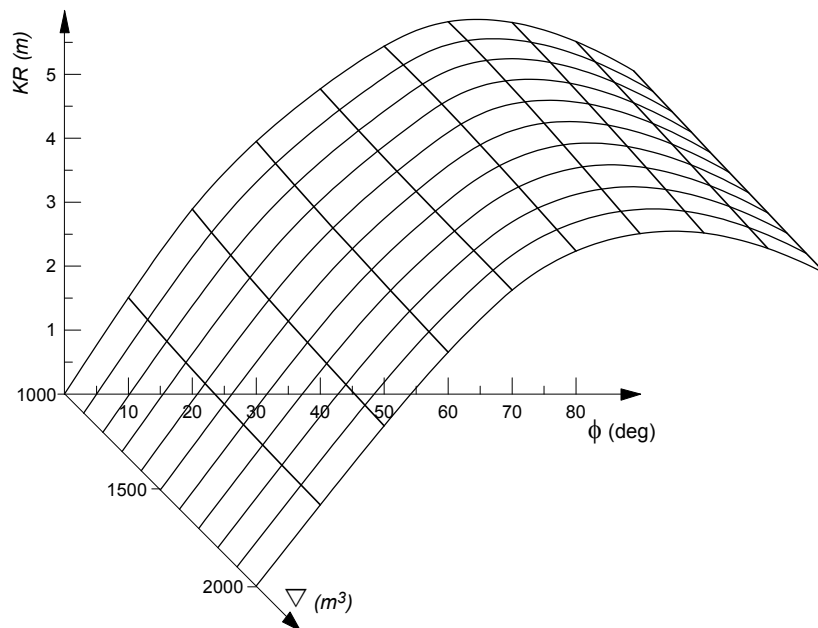


Fig. 7.3.4.1 Il braccio di stabilità geometrica $\overline{KR}(\nabla, \phi)$ in funzione dell'angolo di inclinazione e del volume di carena. Le due famiglie di curve tracciate in figura rappresentano l'andamento di $\overline{KR}(\phi)|_{\nabla=const}$ e di $\overline{KR}(\nabla)|_{\phi=const}$ rispettivamente.

A partire da queste considerazioni è stato sviluppato storicamente il diagramma detto delle *Pantocarene Isocline*, mostrato in Fig. 7.3.4.2, che rappresenta le sezioni a $\phi = const$ (isocline) del diagramma di Fig. 7.3.4.1.

A partire da questo diagramma è infine possibile calcolare e tracciare la curva dei bracci di stabilità geometrica *per ogni condizione di carico* (da cui il nome) semplicemente leggendo le ordinate delle varie isocline in corrispondenza del volume di carena corrispondente alla condizione di carico studiata.

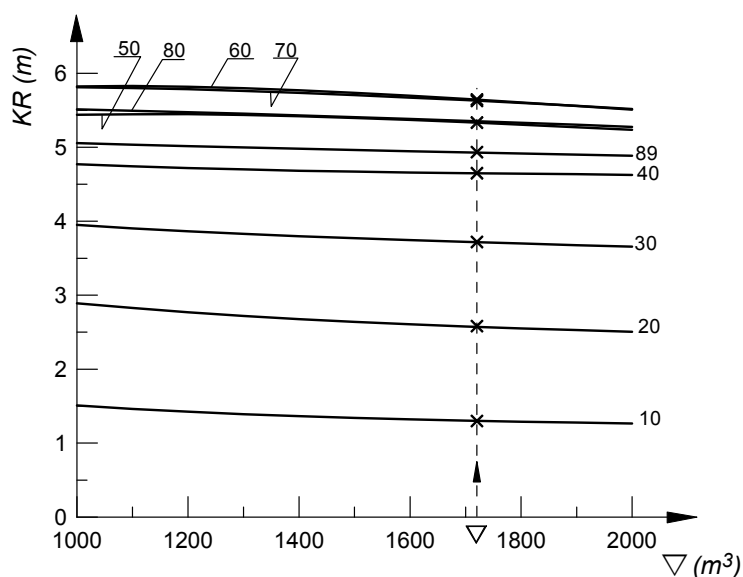


Fig. 7.3.4.2 Il braccio di stabilità geometrica $\overline{KR}(\nabla)$ in funzione del volume di carena per diversi valori dell'angolo di inclinazione ϕ (*Diagramma delle Pantocarene Isocline*)

Sottraendo poi il braccio di (in-)stabilità di peso $\overline{KG} \cdot \sin \phi$, si ottiene infine il diagramma di Fig. 7.3.4.3 dei *bracci di stabilità statica* $\overline{GZ} = \overline{KR} - \overline{KG} \cdot \sin \phi$ corrispondente alle inclinazioni trasversali isocareniche della nave nella condizione di carico studiata:

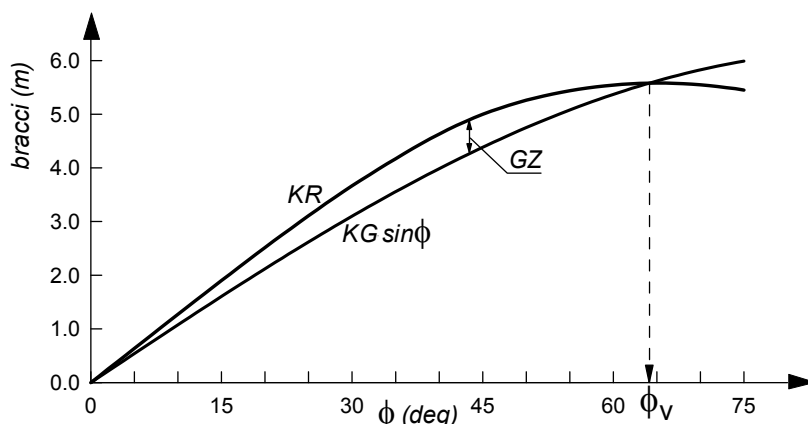


Fig. 7.3.4.3 Illustrante il passaggio dal braccio di stabilità geometrica al braccio di stabilità statica $\overline{GZ} = \overline{KR} - \overline{KG} \cdot \sin \phi$

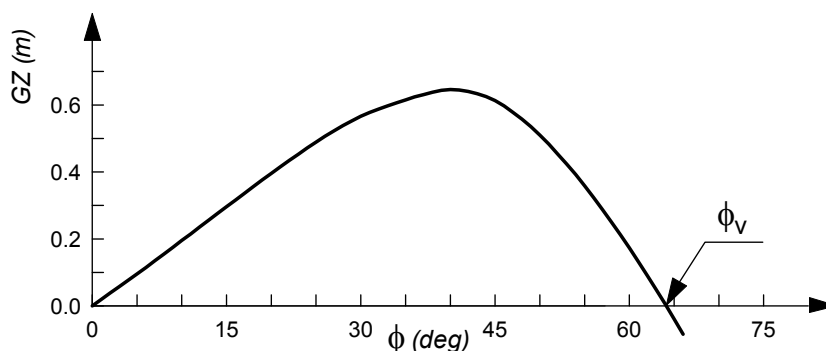


Fig. 7.3.4.4 Il braccio di stabilità statica per un dato dislocamento per diversi valori dell'angolo di inclinazione ϕ (*Diagramma dei bracci di stabilità statica*)

7.3.5 Caratteristiche del diagramma dei bracci di Stabilità Statica

La curva dei bracci di stabilità statica può presentare diverse forme a seconda del tipo di nave e della condizione di carico considerata. I tipi principali sono la curva tipo “teso” (Fig. 7.3.5.1), caratterizzata dal fatto che la curva dei bracci di stabilità sta sotto la tangente nell'origine, quella “ad S” (Fig. 7.3.5.2 - relativa ad una carena della “Serie60”) caratterizzata dal fatto che la curva dei bracci di stabilità, almeno per un certo tratto, sta sopra la tangente nell'origine.

La posizione del massimo della curva dei bracci di stabilità statica è di solito legata all'angolo di immersione dell'orlo del ponte più alto che delimita la parte che può essere inclusa nel calcolo dei diagrammi di stabilità (§ 5.4)¹¹;

¹¹ Si noti che, sebbene il massimo valore del raggio metacentrico sia legato al momento d'inerzia della figura di galleggiamento e dunque in generale si ha una diminuzione quando si oltrepassa l'angolo oltre il quale si scopre il fondo

o si immerge il ponte, il braccio di stabilità geometrica $\overline{KR}$ che si può scrivere $\overline{KR}(\phi) = \int_0^\phi \overline{KM}_{\phi,gen}(\phi) d\phi$,

essendo $\overline{KM}_{\phi,gen}(\phi)$ la distanza tra K ed M_ϕ misurata lungo la verticale di gravità all'inclinazione considerata, può continuare ad aumentare per un pò.

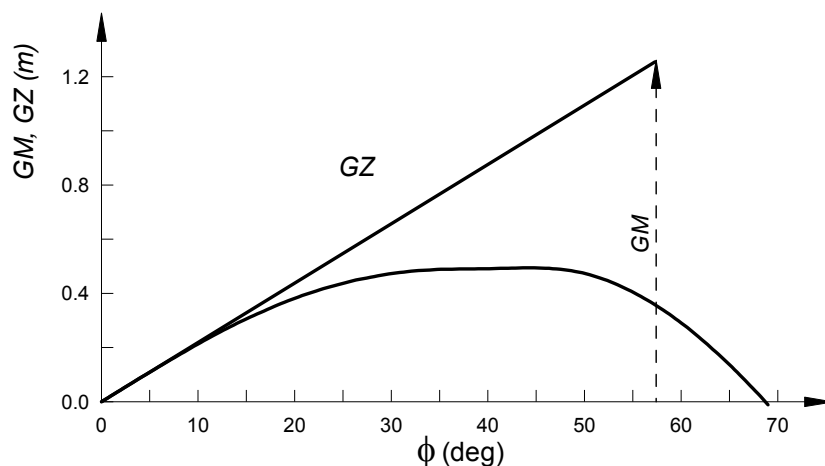


Fig. 7.3.5.1. Curva dei bracci di stabilità statica di tipo *teso* e sua tangente nell'origine

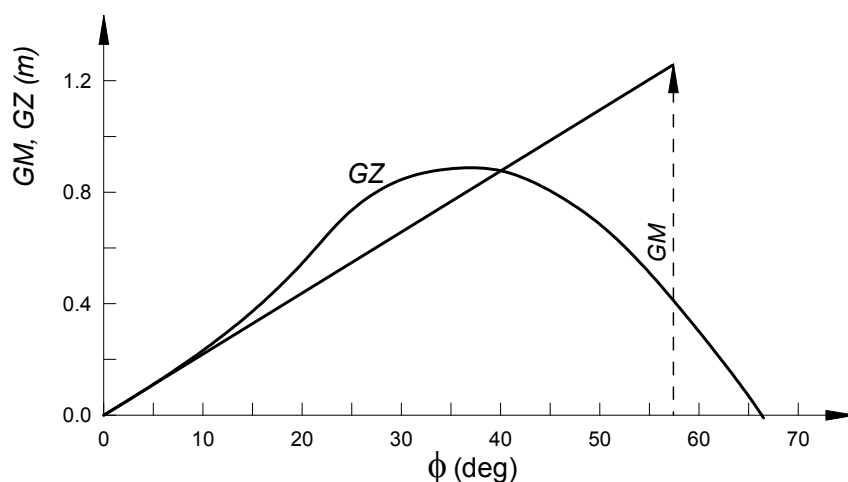


Fig. 7.3.5.2. Curva dei bracci di stabilità statica di tipo *ad S* e sua tangente nell'origine

In certi casi si hanno due massimi (Fig. 7.3.5.3) legati alla presenza di sovrastrutture stagne sopra il ponte principale e rientrate rispetto ad esso (ad esempio tughe).

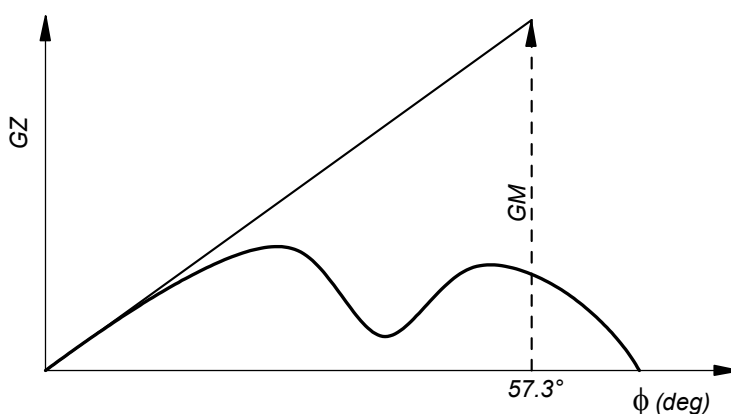


Fig. 7.3.5.3. Curva dei bracci di stabilità statica con doppio massimo e sua tangente nell'origine

Gli elementi caratteristici della curva dei bracci di stabilità statica sono:

- la pendenza della tangente nell'origine;
- la posizione e l'altezza del massimo (il primo massimo se più di uno);
- l'angolo di annullamento ϕ_v oltre il quale si ha il capovolgimento della nave.

Va ricordato che, come riportato nel § 5.4, le curve dei bracci di stabilità, seppure di solito tracciate fino a grandi angoli di sbandamento, hanno significato solo fino all'angolo ϕ_f , detto *angolo di allagamento progressivo*, oltre il quale si immergono una o più aperture attraverso le quali si possa avere allagamento progressivo. Perché questo avvenga occorre che le aperture in oggetto abbiano una certa dimensione e che non siano dotate di mezzi di chiusura permanente a norma della ILLC. In Fig. 7.3.5.4 è riportato il diagramma dell'angolo di allagamento progressivo per un piccolo traghetto, relativamente all'immersione di una porta, in funzione del dislocamento per diversi assetti.

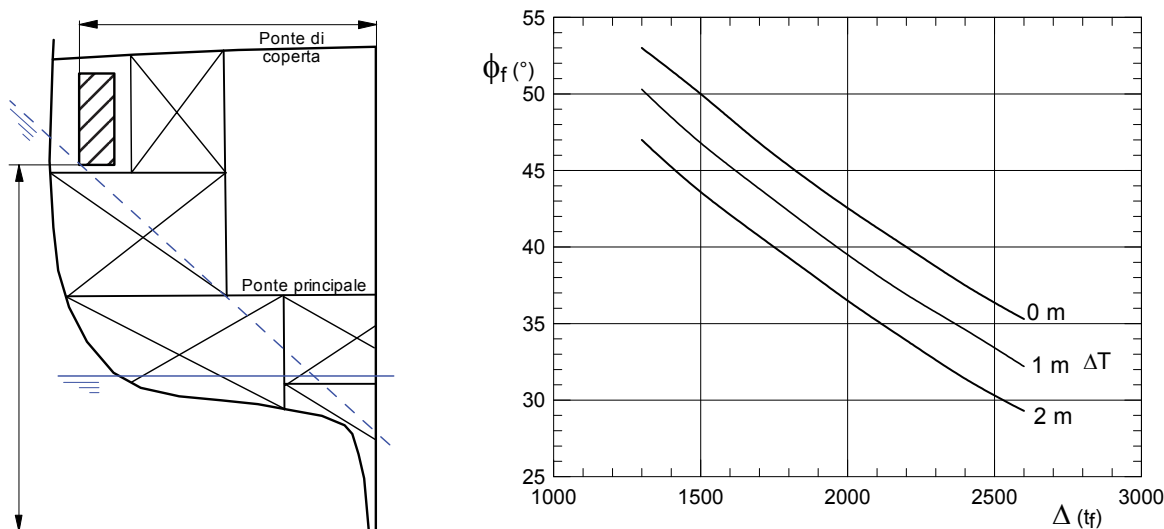


Fig. 7.3.5.4 a) Posizione dell'apertura non stagna di una piccola nave traghetto passeggeri;
b) Diagramma dell'angolo di allagamento progressivo per diversi assetti.

7.3.5.1 L'altezza metacentrica iniziale come pendenza nell'origine della curva dei bracci di stabilità statica – L'altezza metacentrica generalizzata

La pendenza della tangente condotta alla curva dei bracci di stabilità in corrispondenza della condizione di equilibrio iniziale (punto O in Fig. 7.3.5.1.1) si ottiene ricordando che la tangente in oggetto rappresenta la posizione limite della secante, condotta per O e per un altro punto generico P appartenente alla curva, al tendere di P ad O lungo la curva. Indicando con $\overline{GZ}(\phi)$ il valore del braccio di stabilità statica corrispondente all'angolo generico di sbandamento (punto P sulla curva):

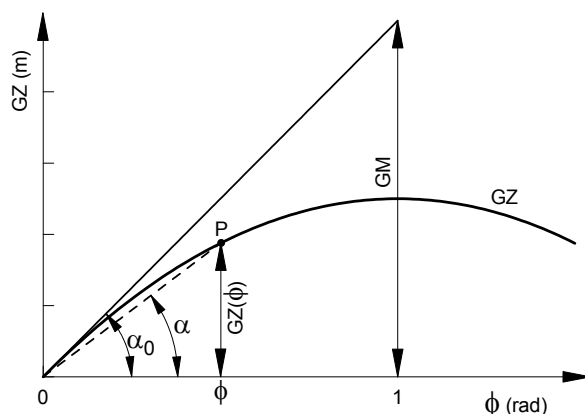


Fig. 7.3.5.1.1. Illustrante la determinazione della pendenza della tangente alla curva dei bracci di stabilità statica nell'origine.

$$\tan(\alpha_0) = \lim_{P \rightarrow O} \tan(\alpha) = \lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\overline{GZ}}{\phi} = \lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\overline{GH} \cdot \sin \phi}{\phi} = \overline{GM}$$

essendo $\overline{GM}$ il limite a cui tende $\overline{GH}$ nelle piccole inclinazioni ed avendo fatto uso del limite notevole (angolo misurato in radianti):

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\sin \phi}{\phi} = 1$$

Il risultato ottenuto:

$$\overline{GM} = \left. \frac{d\overline{GZ}}{d\phi} \right|_{\phi=0}$$

è di grande importanza. Il fatto che la pendenza iniziale della curva dei bracci di stabilità statica sia uguale all'altezza metacentrica iniziale costituisce il collegamento tra la stabilità iniziale e quella agli angoli finiti¹². Questo valore va indicato graficamente sul diagramma dei bracci di stabilità statica riportando la tangente nell'origine fino all'angolo unitario ($1 \text{ rad} \cong 57.3^\circ$), come nelle figure qui sopra riportate.

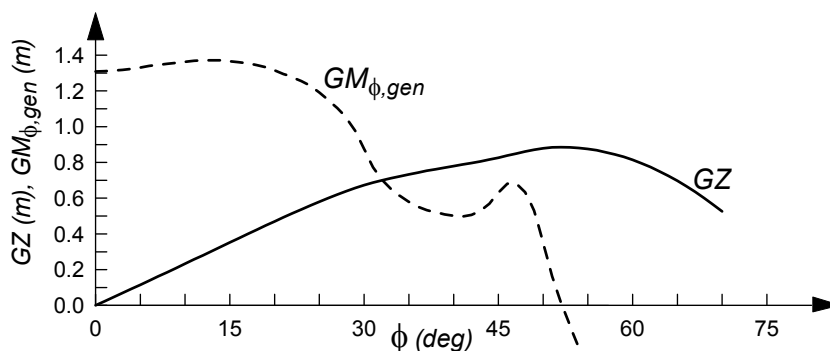
Si noti, per inciso, che è:

$$C_R = \left. \frac{dM_R}{d\phi} \right|_{\phi=0}$$

Definiamo ora *Altezza Metacentrica Generalizzata* la quantità $\overline{GM}_{\phi,gen}$:

$$\overline{GM}_{\phi,gen} = \frac{d\overline{GZ}}{d\phi}$$

cioè la derivata del braccio di stabilità statica ai vari angoli. $\overline{GM}_{\phi,gen}$ è la distanza tra G ed M_ϕ misurata lungo la verticale di gravità ai diversi angoli e risulta funzione dell'angolo di inclinazione.



Valgono le seguenti, ovvie, relazioni:

¹² Si noti che questo risultato è estendibile alla generica posizione di equilibrio, anche diversa dalla posizione dritta.

$$\overline{GM} = \overline{GM}_{\phi, gen}(0) \quad \text{e} \quad \overline{GZ}(\phi) = \int_0^{\phi} \overline{GM}_{\phi, gen}(\phi) d\phi$$

7.3.5.2 Altre caratteristiche

Per una nave simmetrica rispetto al piano diametrale e partendo dalla posizione trasversalmente dritta di equilibrio stabile, come condizione iniziale, il diagramma dei bracci di stabilità statica è rappresentato da una funzione dispari dell'angolo $\overline{GZ}(-\phi) = -\overline{GZ}(\phi)$ (come in Fig. 7.3.5.2), si ottiene cioè la parte corrispondente agli angoli negativi mediante doppio ribaltamento (rispetto all'asse delle ordinate e poi rispetto all'asse delle ascisse) della parte corrispondente agli angoli positivi.

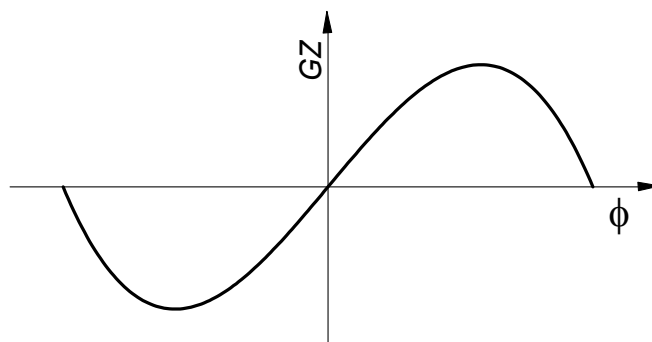


Fig. 7.3.5.2. Caratteristica anti-simmetrica della curva dei bracci di stabilità statica per nave simmetrica destra-sinistra

7.3.5.3 La stabilità delle posizioni di equilibrio

Ogni angolo ϕ di inclinazione tale $\overline{GZ}(\phi) = 0$ è angolo di equilibrio. Tali sono ad esempio le inclinazioni $\phi = 0$ e $\phi = \phi_v$ (e anche $\phi = 180^\circ$ ma quest'ultima non presenta un grande interesse per le condizioni normali di esercizio della nave!) rappresentano posizioni di equilibrio. Per discutere la stabilità di queste posizioni, conviene ricordare che, in base alle convenzioni fatte sulle rotazioni:

- l'angolo positivo è quello che corrisponde ad una inclinazione a destra (sovraimmersione del fianco destro della nave);
- il momento raddrizzante positivo è quello che, agendo da solo, comporterebbe una rotazione della nave verso sinistra.

Si può allora vedere facilmente che le posizioni di equilibrio stabile sono quelle tali che la tangente alla curva dei bracci di stabilità statica abbia pendenza positiva (come in O della Fig. 7.3.5.3.1) e viceversa instabili se la pendenza (che rappresenta l'altezza metacentrica iniziale corrispondente a quella posizione come posizione di equilibrio) della tangente è negativa (come in ϕ_v). Nel caso in cui si abbiano più di due posizioni di equilibrio, come nel caso della figura seguente, si ragiona di conseguenza (in figura S indica stabile mentre I indica instabile):

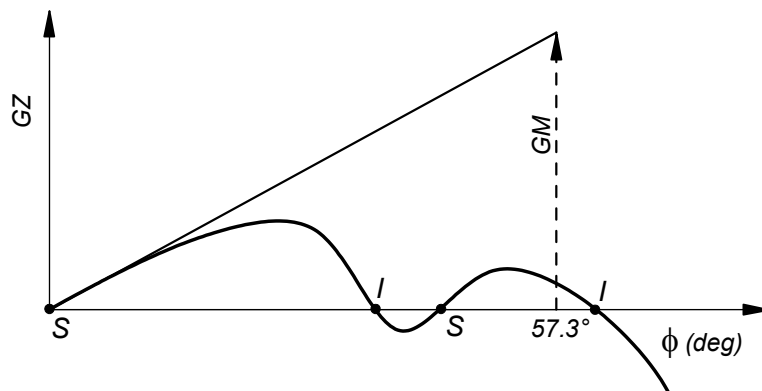


Fig. 7.3.5.3.1. I diversi sbandamenti di equilibrio possibili nel caso in cui la curva dei bracci di stabilità presenti due massimi con il minimo intermedio negativo.

7.3.5.4 Il caso $\overline{GM} = 0$

Come si è detto a suo tempo parlando della stabilità iniziale, noi distinguiamo, dal punto di vista pratico, il caso dell'*equilibrio stabile* da quello *instabile*. Anzi, vedremo che la normativa richiede un margine di sicurezza imponendo che, per la stabilità non sia soltanto $\overline{GM} > 0$, ma $\overline{GM} \geq \overline{GM}_{\min} > 0$. Mentre la condizione $\overline{GM} < 0$ è chiaramente una condizione di instabilità, la condizione intermedia $\overline{GM} = 0$ richiede un esame supplementare. Innanzitutto essa non significa necessariamente che la condizione sia di equilibrio indifferente, come mostrato ad esempio in figura. In generale, bisogna analizzare il coefficiente del primo termine non nullo dello sviluppo in serie di Taylor di $\overline{GZ}(\phi)$ in un intorno della condizione di equilibrio. Se il primo termine non nullo dello sviluppo in serie è un termine di ordine dispari (il coefficiente del primo è $\overline{GM}$) ed il coefficiente è positivo, allora la posizione è di equilibrio stabile. Se ad esempio la curva dei bracci di stabilità è di tipo “ad S”, la posizione può essere comunque di equilibrio stabile, come in Fig. 7.3.5.4.1.

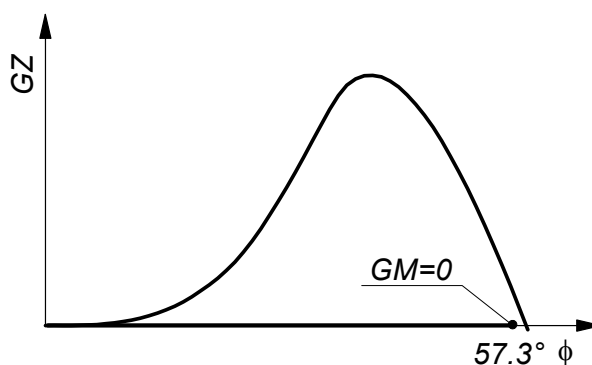


Fig. 7.3.5.4.1. Il caso in cui la curva dei bracci di stabilità sia del tipo ad S e l'altezza metacentrica iniziale sia nulla

7.3.5.5 Il caso $\overline{GM} < 0$ – L'ingavonamento

In questo caso la posizione è di equilibrio instabile. Nel caso in cui la curva sia “ad S” (come in Fig. 7.5.3.5.5.1), può essere ancora possibile raggiungere una condizione sbandata di equilibrio stabile ad un angolo ϕ_ℓ detto angolo di *ingavonamento* (*loll*). Non si deve, ovviamente confondere l'ingavonamento, che è dovuto ad insufficiente stabilità iniziale, con lo sbandamento dovuto a spostamento trasversale del centro di gravità, che sarà descritto al §7.3.9.

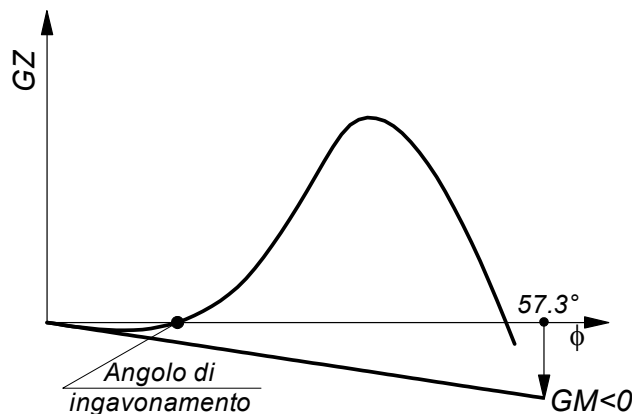


Fig. 7.3.5.5.1. Il caso in cui la curva dei bracci di stabilità sia del tipo ad S e l'altezza metacentrica iniziale sia negativa

7.3.5.6 Il caso $TCG \neq 0$ – La caricazione asimmetrica

Indichiamo il braccio del momento raddrizzante con il simbolo $\overline{GZ}_{(asym)}$ in quanto trattasi ora di funzione asimmetrica dell'angolo. Il braccio di stabilità statica $\overline{GZ}_{(asym)}$ è sempre dato dalla distanza di G dalla retta d'azione della spinta.

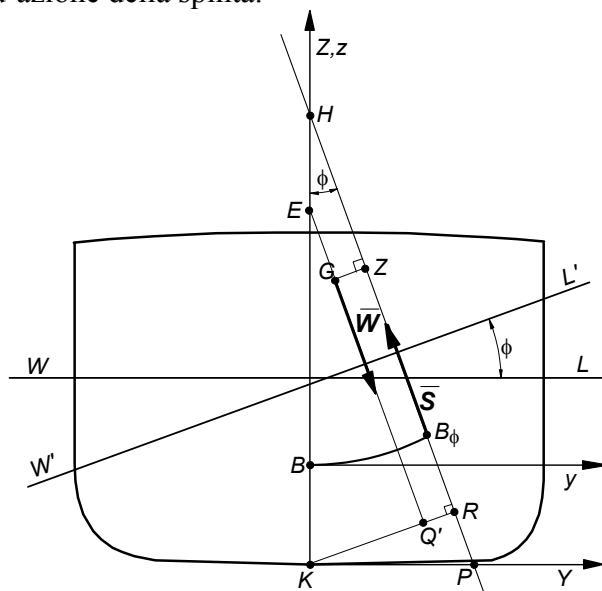


Fig. 7.3.5.6.1. Inclinazione trasversale ai grandi angoli in presenza di caricazione asimmetrica

In questo caso si ha¹³:

$$\overline{GZ}_{(asym)} = (TCB_{\phi} - TCG) \cdot \cos \phi + (\overline{KB}_{\phi} - \overline{KG}) \cdot \sin \phi$$

e la posizione verticale non è più di equilibrio ($\overline{GZ}_{(asym)}(0) \neq 0$). L'equilibrio si ha, al solito, per $\overline{GZ}_{(asym)}(\phi) = 0$, come nell'angolo ϕ' di Fig. 7.3.5.6.2.

¹³ Si osservi che, con riferimento alla figura, è:

$$\overline{GZ}_{(asym)} = \overline{KR} - \overline{KQ'} = \overline{KR} - \overline{KE} \cdot \sin \phi$$

$$\overline{KE} = \overline{KG} + TCG / \tan \phi$$

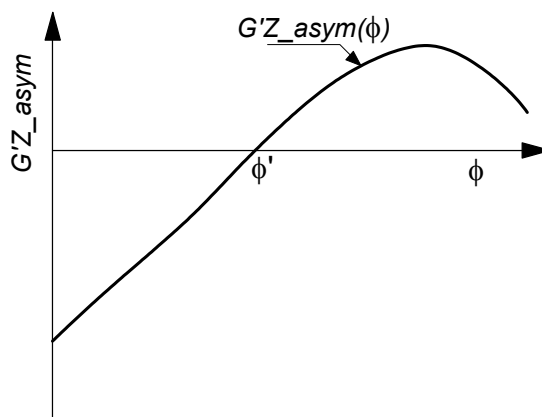


Fig. 7.3.5.6.2. Determinazione dello sbandamento di equilibrio in presenza di spostamento laterale del centro di gravità (caricazione asimmetrica) con il metodo delle pantocarene isocline utilizzando la condizione $\overline{G'Z}_{(asym)}(\phi) = 0$.

Supponendo, ora, che ϕ_0 sia una posizione di equilibrio, l'altezza metacentrica relativa a tale posizione (si veda la nota al § 7.3.5.1) è sempre rappresentata dalla pendenza della tangente nel punto di equilibrio:

$$\overline{GM} = \left. \frac{d\overline{G'Z}_{(asym)}}{d\phi} \right|_{\phi=\phi_0}$$

7.3.6 L'Evoluta Metacentrica

Ricordiamo dalla geometria analitica che:

- l'*evoluta* di una curva è il luogo geometrico dei suoi centri di curvatura;

o, alternativamente,

- l'*evoluta* di una curva è la *curva involuppo* delle normali condotte alla curva data.

Si è già accennato al fatto che il centro di curvatura della curva dei centri isocarenici di carena agli angoli finiti, cioè il metacentro M_ϕ relativo alla carena inclinata in questione, non coincide in generale con il metacentro iniziale M . In base alla definizione precedente, il luogo geometrico descritto dal metacentro nel corso dell'inclinazione è l'evoluta della traiettoria dei centri isocarenici di carena. Tale curva si chiama *evoluta metacentrica* ed è stata introdotta nello studio della stabilità di un galleggiante dal Dupin (1822). In base alla definizione alternativa data sopra, l'evoluta metacentrica è anche la curva involuppo delle, cioè la curva avente per tangenti le, normali condotte dai centri di carena corrispondenti alle varie inclinazioni isocareniche. Di conseguenza, l'evoluta metacentrica ha in ogni suo punto (che è il metacentro della carena inclinata all'angolo ϕ) per tangente la retta d'azione della spinta. Questa proprietà notevole viene utilizzata per la risoluzione dei problemi di sbandamento sotto l'azione di un momento sbandante o per spostamento del centro di gravità, come vedremo più avanti.

L'evoluta metacentrica è simmetrica rispetto al piano diametrale ed ha in generale un punto singolare in corrispondenza del metacentro iniziale. I due rami che da esso si originano (per inclinazioni positive e rispettivamente negative) possono avere in M la stessa tangente (verticale),

cioè una *cuspid*, oppure due tangenti distinte, ciascuna formante l'angolo α con la verticale, cioè un *vertice*. Infine l'evoluta metacentrica ha di solito i rami ascendenti, ma in certi casi può accadere il contrario. In Fig. 7.3.6.1 viene rappresentato un ramo (per inclinazioni a destra) dell'evoluta metacentrica a rami ascendenti con cuspid per un piccolo traghetto:

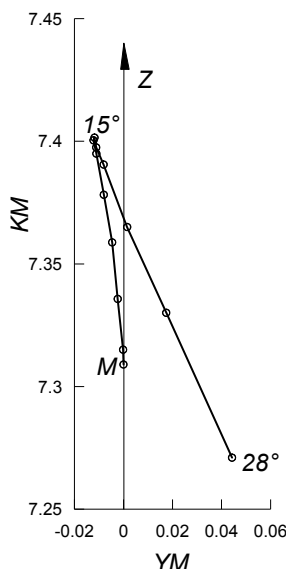


Fig. 7.3.6.1. L'evoluta metacentrica per un piccolo traghetto passeggeri

C'è ovviamente un legame stretto tra la forma dell'evoluta metacentrica, le forme di carena¹⁴ e la forma della curva dei bracci di stabilità statica.

Osserviamo che l'evoluta metacentrica, per quanto interessante dal punto vista teorico, non è più usata nel progetto di una nave, né nella valutazione delle sue caratteristiche di stabilità.

7.3.6.1 Costruzione dell'evoluta metacentrica a partire dalla curva dei bracci di stabilità statica e viceversa

Evoluta metacentrica e curva dei bracci di stabilità geometrica permettono entrambe di ricavare la posizione della retta d'azione della spinta alle varie inclinazioni. Quest'ultima, assieme alla posizione del centro di gravità è, come si è visto, sufficiente per lo studio della stabilità agli angoli finiti. La conoscenza dell'evoluta metacentrica è dunque *equivalente* alla conoscenza della curva dei bracci di stabilità geometrica in quanto nota una delle due si può costruire per punti l'altra.

7.3.6.1a Costruzione della curva dei bracci di stabilità statica a partire dall'evoluta metacentrica

Partendo dalla conoscenza dell'evoluta metacentrica si può procedere nel seguente modo:

dato un angolo ϕ si porta la tangente all'evoluta metacentrica avente quella inclinazione (rispetto alla verticale). La retta così ottenuta rappresenta la retta d'azione della spinta, e dunque passa per il centro B , dell'isocarena inclinata dell'angolo ϕ . Si porta da G la perpendicolare alla retta d'azione della spinta; detto Z il punto d'incontro, $\overline{GZ}$ è proprio il braccio di stabilità statica all'angolo di inclinazione ϕ . In questo modo, si costruisce per punti la curva $\overline{GZ}(\phi)$.

7.3.6.1b Costruzione dell'evoluta metacentrica a partire dalla curva dei bracci di stabilità statica

¹⁴ Ad esempio:

- L'evoluta metacentrica di un galleggiante metacentrico sui 360° degenera in un punto (M);
- L'evoluta di un galleggiante che sia metacentrico nell'intervallo $(-\alpha, \alpha)$ presenta in M un vertice di ampiezza 2α ;

Partendo invece dalla conoscenza della curva dei bracci di stabilità statica $\overline{GZ}(\phi)$, si può procedere nel seguente modo:

dato un angolo ϕ si rileva $\overline{GZ}(\phi)$ e si porta la retta inclinata dell'angolo ϕ (rispetto alla verticale) avente la distanza $\overline{GZ}$ da G . Ciò può ad esempio essere fatto portando la tangente al cerchio di centro G e raggio $\overline{GZ}$ avente la data inclinazione. Ancora una volta, la retta in questione è la retta d'azione della spinta dell'isocarena inclinata dell'angolo ϕ . Essa è anche tangente all'evoluta metacentrica nel corrispondente metacentro (non noto, in questo caso). In questo modo, si possono costruire diverse tangenti all'evoluta metacentrica, che resta dunque definita come curva involuppo delle tangenti.

7.3.7 Lo sbandamento per azione di un momento sbandante (metodi esatti)

Noi chiameremo *metodi esatti* per la risoluzione di un problema di inclinazioni trasversali quelli basati sull'utilizzo dei diagrammi (o tabelle) ottenute dai calcoli di carene inclinate trasversalmente e cioè i diagrammi delle pantocarene isocline (e la curva dei bracci di stabilità geometrica e statica che ne derivano in una data condizione di carico) e l'evoluta metacentrica. Chiameremo invece metodi approssimati tutti quelli, in generale basati sull'utilizzo dei diagrammi o tabelle delle carene diritte, che non fanno riferimento ai diagrammi o tabelle delle carene inclinate trasversalmente.

Supponiamo ora che sulla nostra nave agisca una causa sbandante rappresentabile da un puro momento di intensità $M_H(\phi)$. Sotto l'azione di questo momento, la nave sarà in posizione di equilibrio statico all'angolo ϕ_S di inclinazione (se esiste, cioè se il momento applicato non è tale da capovolgere la nave) tale che:

$$M_R(\phi_S) = M_H(\phi_S)$$

7.3.7.1 Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità statica

In questo caso la soluzione è semplice e può essere ottenuta sia per via grafica, avendo a disposizione il diagramma o per via numerica avendo a disposizione espressioni analitiche per i momenti in funzione dell'angolo o tabelle da interpolare. Si può lavorare con i momenti:

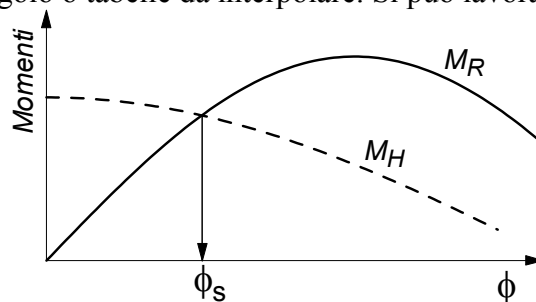


Fig. 7.3.7.1. Determinazione grafica dello sbandamento di equilibrio sotto l'azione di un momento sbandante

o equivalentemente, lavorando nel diagramma dei bracci con la posizione $\ell_H = \frac{M_H}{\Delta}$:

$$\overline{GZ}(\phi_S) = \ell_H(\phi_S)$$

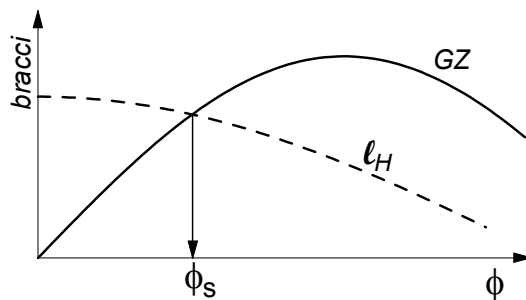


Fig. 7.3.7.2. Determinazione grafica dello sbandamento di equilibrio sotto l'azione di un momento sbandante nel piano dei bracci riportati al dislocamento nave

essendo ℓ_H il braccio del momento sbandante *riportato* al dislocamento nave.

Abbiamo già visto come dal diagramma delle pantocarene isocline si possa ottenere la curva dei bracci di stabilità statica relativa ad un dato dislocamento.

7.3.7.1 Soluzione con l'evoluta metacentrica

Anche in questo caso la soluzione è semplice: si può ottenere dall'evoluta metacentrica la curva dei bracci di stabilità statica sfruttando l'equivalenza vista al §7.3.6.1 e procedere come indicato nel paragrafo precedente. Nel caso in cui sia indipendente dall'angolo, basta tracciare il cerchio di centro G e raggio ℓ_H ; la pendenza della tangente comune al cerchio ed all'evoluta metacentrica rappresenta l'inclinazione di equilibrio della carena.

7.3.8 Le condizioni di equilibrio trasversali e lo sbandamento per spostamento del centro di gravità (metodi esatti)

Nel presente capitolo introdurremo le condizioni di equilibrio trasversali relative alla generica posizione G del centro di gravità. Tali condizioni, ed in particolare la seconda in presenza di sbandamento isocarenico, saranno poi utilizzate per risolvere il problema della ricerca dell'angolo di equilibrio rispetto allo spostamento trasversale del centro di gravità causato, ad esempio da uno spostamento di peso a bordo.

7.3.8.0 Le condizioni di equilibrio trasversale

Le condizioni di equilibrio trasversale sono al solito date dal fatto che le due forze peso e spinta costituiscano una coppia di braccio nullo. Queste si traducono in:

$$\left\{ \begin{array}{l} S = W \\ \operatorname{tg} \varphi_S = \frac{y_{B\varphi_S} - y_{G'}}{z_{G'} - z_{B\varphi_S}} \end{array} \right. \quad o \quad \operatorname{tg} \varphi_S = \frac{Y_{B\varphi_S} - Y_{G'}}{Z_{G'} - Z_{B\varphi_S}} = \frac{Y_{G'}}{Z_{H'} - Z_{G'}} = \frac{Y_{G'}}{G'H'}$$

La prima delle due esprime il fatto che peso e spinta costituiscono una coppia di forze. La seconda esprime il fatto che la coppia deve avere braccio nullo, cioè che le due forze abbiano la stessa retta d'azione, cioè che B ed H , o M per piccole inclinazioni, (in quanto punti appartenenti alla retta d'azione di S) e G (in quanto punto di applicazione di W) appartengano alla medesima retta verticale di gravità, cioè perpendicolare all'orizzontale di gravità rappresentata dal piano $W'L'$ di galleggiamento di equilibrio. Come $W'L'$ forma l'angolo ϕ con l'asse Y nave, allo stesso modo la retta BGH deve formare lo stesso angolo ϕ con la verticale nave, cioè con l'asse Z . rispettivamente nel riferimento con origine in B (dal triangolo $PB\phi_S G'$) ed in K (dal triangolo $QG'H$) di Fig. 7.3.8.1.0.

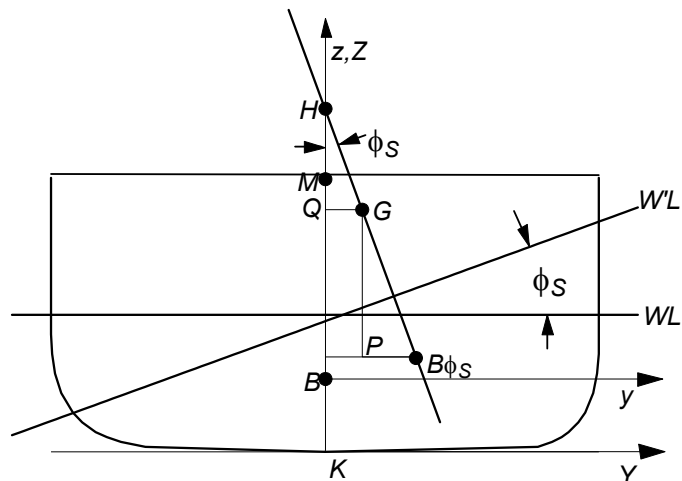


Fig. 7.3.8.1.0. Condizione di equilibrio trasversale.

7.3.8.1 Determinazione dello sbandamento di equilibrio per spostamento trasversale del centro di gravità - Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità geometrica

La soluzione si ottiene esplicitando la condizione di equilibrio scritta nelle coordinate con origine in K e ricordando l'espressione del braccio di stabilità geometrica $\overline{KR}$ in funzione delle coordinate correnti del centro di carena (§7.3.2):

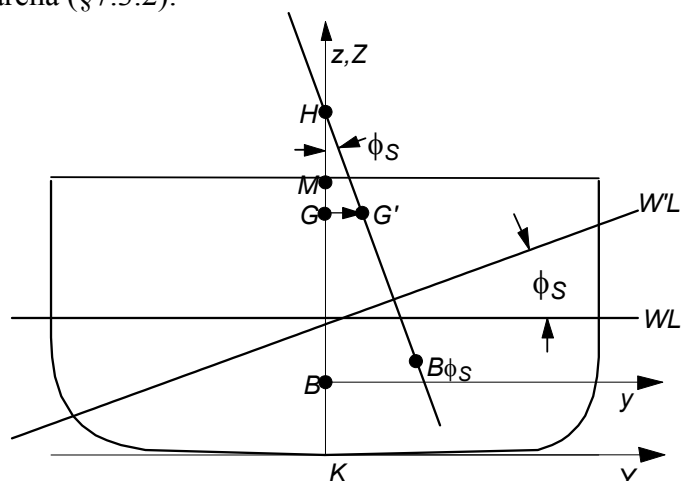


Fig. 7.3.8.1.1. Determinazione dello sbandamento di equilibrio in presenza spostamento laterale del centro di gravità (da G a G') o di sua posizione laterale G' (caricazione asimmetrica)

$$\sin \phi_S \cdot (Z_{G'} - Z_{B\phi_S}) = \cos \phi_S \cdot (Y_{B\phi_S} - Y_{G'}) \quad \text{cioè} \quad \sin \phi_S \cdot (\overline{KG'} - \overline{KB\phi_S}) = \cos \phi_S \cdot (TCB_{\phi_S} - TCG')$$

da cui

$$\overline{KB\phi_S} \cdot \sin \phi_S + TCB_{\phi_S} \cdot \cos \phi_S = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

e infine:

$$\overline{KR}(\phi_S) = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

La soluzione viene trovata per via grafica tracciando il diagramma della funzione a secondo membro sopra il diagramma dei bracci di stabilità geometrica (Fig. 7.3.8.1.2a).

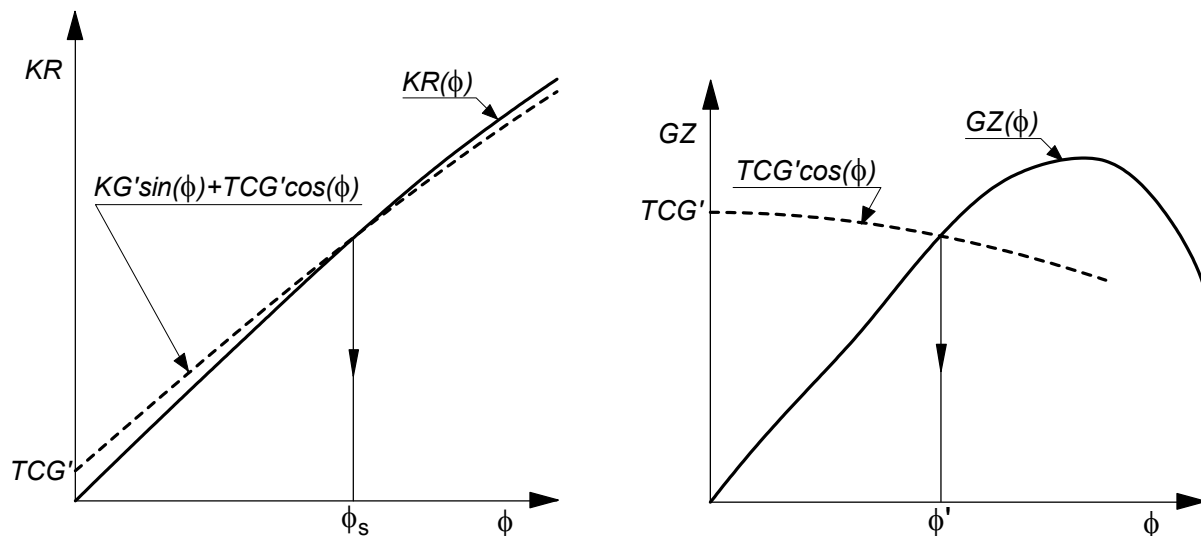


Fig. 7.3.8.1.2. Determinazione dello sbandamento di equilibrio in presenza di spostamento laterale del centro di gravità (caricazione asimmetrica) con il metodo delle pantocarene isocline:

- a sinistra utilizzando il braccio di stabilità geometrica;
- a destra utilizzando il braccio di stabilità statica.

La soluzione così ottenuta è esatta, ma l'esiguità dello spostamento trasversale di G nei casi pratici, fa sì che la sua individuazione grafica dell'angolo di equilibrio non sia agevole.

7.3.8.2 Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità geometrica – Lo spostamento trasversale di peso come momento sbandante

Una soluzione alternativa, graficamente più agevole, è costituita dall'utilizzo della curva del braccio di stabilità statica in luogo di quello di stabilità geometrica. Sottraendo ad entrambi i membri $\overline{KG'} \sin \phi_S$ si ha, infatti:

$$\overline{KR}(\phi_S) = \overline{KG'} \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S \quad \Rightarrow \quad \overline{G'Z}(\phi_S) = TCG' \cos \phi_S$$

come nel grafico di Fig. 7.3.8.1.2b.

La formula cui si è così pervenuti permette di interpretare lo spostamento trasversale del centro di gravità come un momento sbandante di braccio, riportato al dislocamento nave:

$$\ell_H(\varphi) = TCG' \cos \varphi$$

variabile con l'angolo di inclinazione.

Più in generale, lo spostamento trasversale del peso p per una distanza y è equivalente ad un momento sbandante di momento $M_H(\varphi) = p \cdot y \cdot \cos \varphi$ e braccio, riportato al dislocamento nave:

$$\ell_H(\varphi) = \frac{p \cdot y}{\Delta} \cos \varphi$$

Ritorniamo su questo punto nel § 9.1.2.

Infine, si può considerare (§ 7.3.5.6) che, in presenza di caricazione asimmetrica che porti ad un $TCG' \neq 0$, il braccio di stabilità della nave è dato da:

$$\overline{G'Z}_{(asym)}(\phi) = TCB_{\phi} \cdot \cos \phi + \overline{KB}_{\phi} \cdot \sin \phi - \overline{KG'} \cdot \sin \phi - TCG' \cdot \cos \phi \quad .$$

Le posizioni di equilibrio sono sempre date dagli zeri della funzione $\overline{G'Z}_{(asym)}(\phi)$, come in Fig. 7.3.5.6.2.

7.3.8.3 Soluzione con l'evoluta metacentrica

La soluzione in questo caso è banale in quanto basta portare la retta per G' tangente all'evoluta metacentrica. Tale retta, la cui inclinazione ϕ_s rappresenta lo sbandamento di equilibrio, è la retta d'azione della spinta della carena di equilibrio con la nuova posizione G' del centro di gravità ed incontra la curva dei centri isocarenici di carena (se nota) nel centro B_{ϕ_s} .

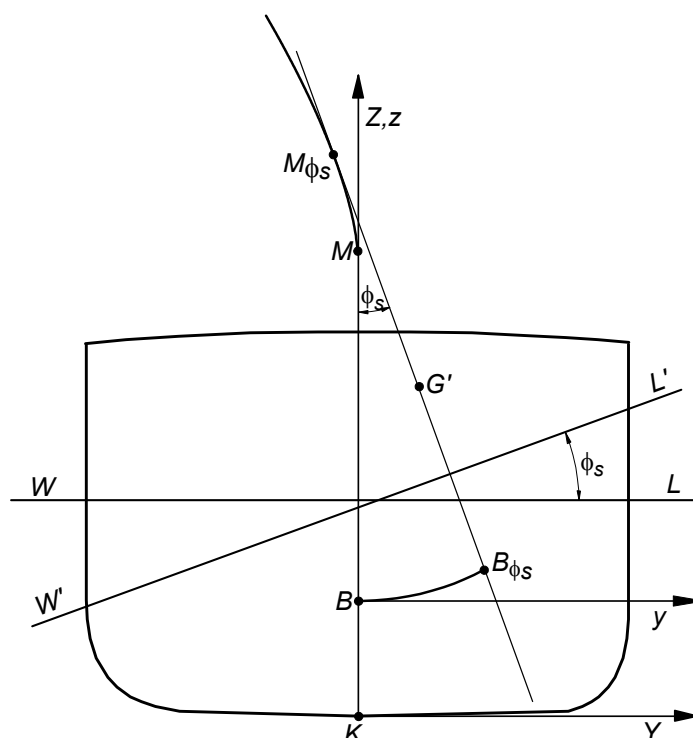


Fig. 7.3.8.3.1. Determinazione dello sbandamento di equilibrio in presenza di spostamento laterale del centro di gravità (caricazione asimmetrica) con il metodo dell'evoluta metacentrica.

7.3.9 Considerazioni vettoriali sulla stabilità statica agli angoli finiti – Carene comunque inclinate

Conviene considerare la retta t intersezione del piano di galleggiamento $W'L'$ attuale con il galleggiamento (trasversalmente e longitudinalmente) diritto isocarenico WL . Tale retta formerà in generale un angolo β con l'asse x su WL (§ 5.7.1), mentre le normali ai due piani formeranno tra loro un angolo α . In queste condizioni, una rotazione di ampiezza α attorno alla retta t , asse di inclinazione, porterà il galleggiamento diritto su quello inclinato isocarenico¹⁵. Possono verificarsi tre casi:

1) $t // x$; in questo caso l'inclinazione è puramente trasversale ($\beta = 0, \pm\pi$ vedi trattazione fatta finora e successivo § 7.3.9.1 con $\phi = \alpha$);

¹⁵ Si noti che, pur essendo i due galleggiamenti, iniziale e finale, isocarenici, non è detto che lo siano quelli intermedi, in quanto nel caso di inclinazioni di ampiezza finita non vale in generale il teorema di Eulero.

- 2) $t \perp x$; in questo caso l'inclinazione è puramente longitudinale ($\beta = \pm\pi/2 \rightarrow$ Cap. 8 con $\vartheta = \alpha$);
- 3) in tutti gli altri casi si ha una carena comunque inclinata; si applica il principio di sovrapposizione degli effetti se l'inclinazione è infinitesima ($\alpha \ll 1$). Si veda in generale il successivo § 7.3.9.2.

7.3.9.1 Il caso della carena longitudinalmente diritta

Peso e spinta sono entrambi paralleli al piano di inclinazione, come in Fig. 7.3.9.1.1, ma in generale la coppia peso-spinta non giace su un piano parallelo al piano di inclinazione yz per cui il momento totale:

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{KB}_\phi \times \mathbf{S} + \mathbf{KG} \times \mathbf{W} = \mathbf{BB}_\phi \times \mathbf{S} + \mathbf{BG} \times \mathbf{W} = \mathbf{GB}_\phi \times \mathbf{S}$$

non ha la direzione dell'asse X , ma è comunque parallelo al galleggiamento, per cui $\mathbf{M}_r \cdot \mathbf{k}_0 = 0$.

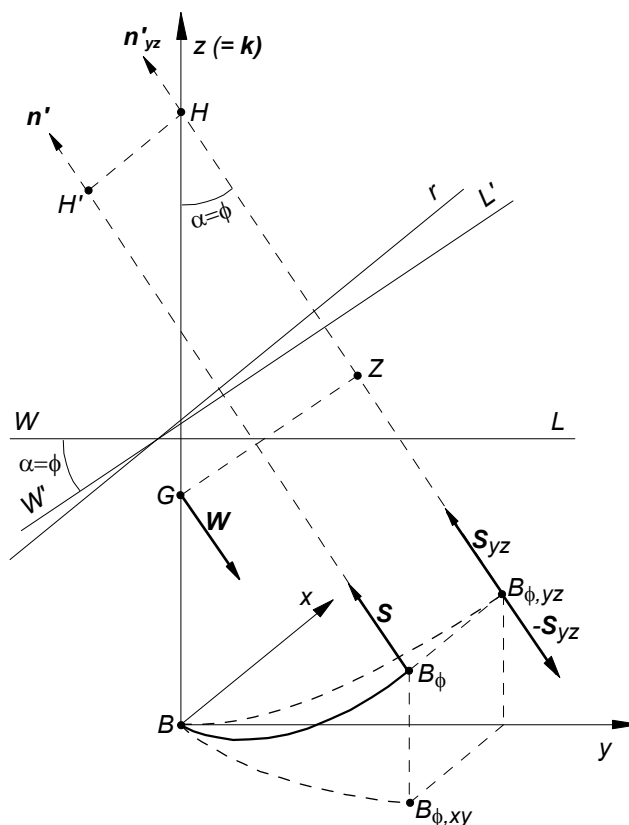


Fig. 7.3.9.1.1. Considerazioni vettoriali sul momento di stabilità

Conviene allora scomporlo nel momento della coppia di stabilità ($\mathbf{W}, \mathbf{S}_{yz}$):

$$\mathbf{M}_{r,x} = -\Delta \cdot \overline{GZ} \cdot \mathbf{i}$$

ed in quello della coppia ($\mathbf{S}, -\mathbf{S}_{yz}$), detto *momento ortogonale*:

$$\mathbf{M}_{r,ort} = \Delta \cdot (LCB_\phi - LCG) \cdot \mathbf{n}$$

essendo $\mathbf{n}$, coincidente con $\mathbf{j}$ per $\phi = 0$, il versore ortogonale al piano verticale (di gravità) per B_ϕ e parallelo all'asse x .

Al solito, Z è il piede della perpendicolare condotta da G alla proiezione della retta d'azione della spinta sul piano di inclinazione. Seguendo il Glejeses, chiamiamo *momento raddrizzante* la componente trasversale

$$M_R = -\mathbf{M}_{\mathbf{r},\mathbf{x}} \cdot \mathbf{i} = \Delta \cdot \overline{GZ}$$

presentata nei paragrafi precedenti, mentre quello ortogonale è a sua volta scomponibile in un momento di imbardata:

$$M_z = \mathbf{M}_{\mathbf{r},\mathbf{ort}} \cdot \mathbf{k} = \Delta \cdot (LCB_\phi - LCG) \cdot \sin \phi$$

ed in uno di assetto

$$M_y = \mathbf{M}_{\mathbf{r},\mathbf{ort}} \cdot \mathbf{j} = \Delta \cdot (LCB_\phi - LCG) \cdot \cos \phi$$

che è responsabile della variazione d'assetto durante l'inclinazione trasversale di cui si è parlato al § 6.3.

7.3.10 La determinazione del braccio di stabilità geometrica (di forma)

Abbiamo accennato, all'inizio del § 7.3, che diversi metodi analitici¹⁶ sono stati storicamente sviluppati per la determinazione del braccio di stabilità geometrico o di forma di una carena in seguito all'inclinazione isocarenica e, per quanto assumeremo in questo paragrafo, puramente trasversale. Per l'applicazione di questi metodi, si parte da un trasversale del piano di costruzione ottenuto duplicando a destra ed a sinistra della traccia del piano diametrale le tracce di tutte le ordinate, a differenza di quanto si è fatto per i calcoli di carene diritte o inclinate longitudinalmente nei paragrafi 5.9-5.10.

Questi metodi hanno oggi perso parte dell'interesse in seguito allo sviluppo dei codici di modellazione solida permettono un calcolo automatico del centro di volume di un solido qualunque e quindi anche di una carena. Sempre nel § 7.3, abbiamo, infatti, ricavato una formula interessante per il calcolo del braccio di stabilità geometrica a partire dalle coordinate correnti del centro di carena.

Tra i vari metodi storicamente sviluppati, descriveremo nel seguito soltanto quello che va sotto il nome di Benjamin-Spence¹⁷.

7.3.10.1 Il metodo di Benjamin-Spence

Si comincia innanzitutto con il fissare un angolo ϕ di inclinazione trasversale. A questo punto, si considerano sul trasversale una terna di assi O, X, Y, Z con Y, Z inclinati dell'angolo ϕ rispetto agli assi definiti nel § 5.6.1 e l'asse X perpendicolare al piano ed orientato verso prua. Solitamente, l'asse Y è tangente la parte inferiore dell'involuppo delle ordinate, come in Fig. 7.3.10.1.1.

¹⁶ Esistono anche metodi sperimentali, tipicamente basati su attrezzature tipo "bilancia di stabilità". In passato queste venivano impiegate per corpi di forma particolarmente complessa.

¹⁷ Il metodo in questione fa, in realtà, riferimento a due distinte memorie apparse simultaneamente sulle Transactions of the Institution of Naval Architects (Vol. XXV del 1884).

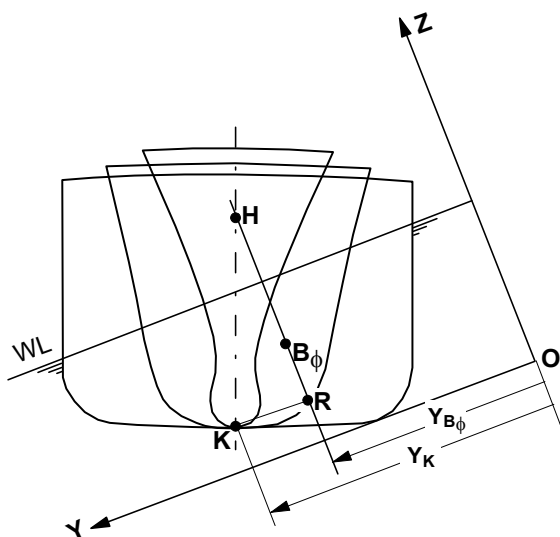


Fig. 7.3.10.1.1

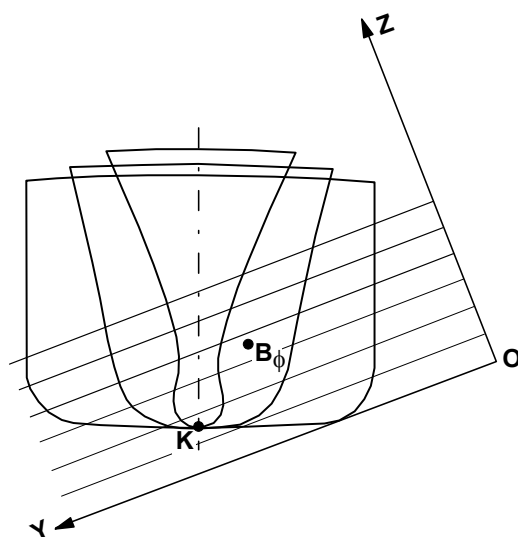


Fig. 7.3.10.1.2

Considerata la carena limitata dalla linea d'acqua WL inclinata dell'angolo ϕ , ad essa corrisponderanno i punti B_ϕ e H rispettivamente come centro di carena e come prometacentro. Il punto R sarà il piede della perpendicolare condotta da K alla retta d'azione della spinta, cioè la retta per B_ϕ inclinata dell'angolo B_ϕ rispetto alla verticale nave (Fig. 7.3.10.1.1). Si avrà allora semplicemente:

$$\overline{KR} = Y_K - Y_{B_\phi}$$

Si traccia a questo punto un fascio regolare di linee d'acqua isocline all'asse Y (Fig. 7.3.10.1.2) e si effettua un rilevato delle distanze delle intersezioni delle linee d'acqua inclinate con le sezioni trasversali della nave, come indicato in Fig. 7.3.10.1.3 per la linea d'acqua posta all'altezza z e l'ordinata di massima larghezza.

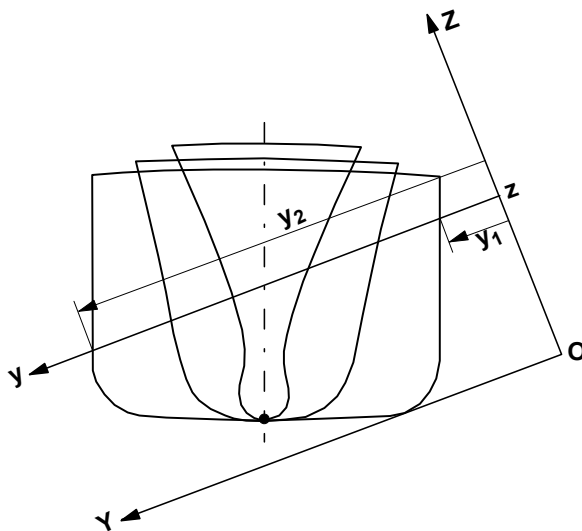


Fig. 7.3.10.1.3

A partire dalla tabella delle y_1 ed y_2 che, ricordiamo, variano da una sezione trasversale all'altra, e dunque sono funzioni di x , si costruisce per punti la figura di galleggiamento corrispondente (Fig. 7.3.10.1.4), che in generale non ha più la simmetria rispetto al piano diametrale delle figure di galleggiamento diritte.

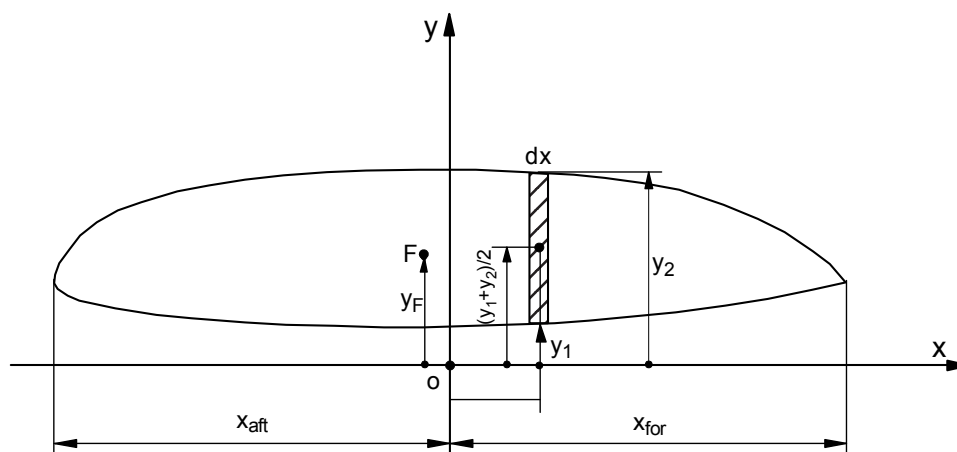


Fig. 7.3.10.1.4 Figura di galleggiamento tagliata sulla carena¹⁸ dalla linea d'acqua all'altezza z della Fig. 7.3.10.1.3.

Si possono allora calcolare i seguenti elementi della figura di galleggiamento:

$$A_w(z) = \int_{x_{aft}}^{x_{for}} (y_2 - y_1) dx \quad y_F(z) = \frac{\int_{x_{aft}}^{x_{for}} \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \cdot (y_2 - y_1) dx}{A_w}$$

Utilizzando un reticolo regolare di ordinate del trasversale, gli integrali si possono calcolare per mezzo dei metodi approssimati descritti nel § 1.3. Si possono poi calcolare i seguenti elementi di volume:

$$\nabla = \int_0^z A_w dz \quad Y_{B\phi} = \frac{\int_0^z A_w y_F dz}{\nabla}$$

e quindi il braccio di stabilità geometrico $\overline{KR}$. Utilizzando un fascio di isocline, si possono effettuare le ultime due integrazioni utilizzando i metodi approssimati descritti nel § 1.3, ottenendo i valori del braccio di stabilità geometrico per diversi valori del volume di carena $\overline{KR} = f(\nabla)$.

Ripetendo la procedura per diversi valori dell'inclinazione ϕ , si ottengono, alla fine, i dati per la tracciatura del diagramma delle pantocarene isocline (Fig. 7.3.4.2), ogni curva del quale è $\overline{KR} = f(\nabla)|_{\phi=const}$, cioè rappresenta un'*isoclina*.

7.4 STABILITA' DINAMICA

L'applicazione di un momento sbandante come quello visto nei paragrafi precedenti, avente ai vari angoli una differenza finita con il momento raddrizzante, fa sì che in corrispondenza dell'angolo di equilibrio statico ci sia uguaglianza dei momenti ma il lavoro compiuto dal momento sbandante è maggiore di quello compiuto dal momento raddrizzante. Quest'ultimo corrisponde alla variazione di energia potenziale della nave nel corso dello sbandamento, mentre la differenza è stata accumulata

¹⁸ Per semplicità si è qui considerato solo il caso in cui il numero di intersezioni sia uguale a 2. In alcuni casi, come ad esempio nelle sezioni trasversali di prua di navi con bulbo a grandi angoli di inclinazione, oppure nel caso di navi multi-scafo, si possono avere più di due intersezioni, ma sempre in numero pari. In questi casi, la figura di galleggiamento risulta più complessa di quella riportata in Fig. 7.3.10.1.4, potendo il segmento staccato alla generica ascissa x essere composto di più parti o addirittura la figura di galleggiamento essere composta di più parti (si veda ad esempio la Fig. 3.1.1.2).

come energia cinetica. La nave, di conseguenza, non arresta il suo moto all'angolo ϕ_S , ma prosegue finché l'energia cinetica non si è tutta trasformata in energia potenziale. Si raggiunge allora un valore massimo dello sbandamento, talvolta detto *impropriamente* angolo di equilibrio dinamico $\phi_{\max}$. L'angolo di massimo sbandamento $\phi_{\max}$ non è in realtà una posizione di equilibrio, ma solo l'angolo al quale si annulla la velocità angolare.

Per la trattazione di questi problemi, di grandissima importanza ai fini della sicurezza, conviene introdurre il concetto di *stabilità dinamica*. Tale concetto fu introdotto dal Reverendo Moseley nel 1850, ma taluni ritengono sia precedente.

7.4.1 La Stabilità Dinamica ed il Braccio di Stabilità Dinamica

Si chiama *stabilità dinamica* di una nave, per un dato valore dell'inclinazione trasversale ϕ , il lavoro che si deve compiere per portare la nave dalla posizione diritta, nella quale si suppone inizialmente in equilibrio stabile e col baricentro fisso rispetto alla superficie del suo scafo, alla posizione definita dall'isocarena inclinata trasversalmente dell'angolo ϕ , senza velocità finale ed in mezzo calmo e non resistente¹⁹:

$$\text{Stabilità dinamica} = \int_0^{\phi} M_R(\phi) d\phi$$

Si indica inoltre *braccio di stabilità dinamica* il rapporto tra la stabilità dinamica così definita ed il dislocamento:

$$\text{Braccio di stabilità dinamica} = \frac{1}{\Delta} \int_0^{\phi} M_R(\phi) d\phi = \int_0^{\phi} \overline{GZ}(\phi) d\phi = A(0, \phi)$$

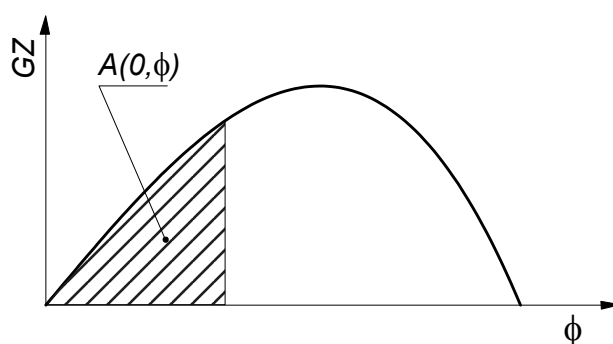


Fig. 7.4.1.1. L'area sottesa dalla curva dei bracci di stabilità statica

essendo $A(0, \phi)$, misurata in $m \cdot rad$ l'area sottesa dalla curva dei bracci di stabilità statica fino all'angolo ϕ (Fig. 7.4.1.1). Come già accennato, nel seguito lavoreremo prevalentemente nel diagramma dei bracci piuttosto che in quello dei momenti. Non esiste, purtroppo una notazione internazionalmente adottata per la stabilità dinamica e per il suo braccio. Nel seguito indicheremo il braccio con il simbolo $A(0, \phi)$ o con $b(\phi)$. In Fig. 7.4.1.2 si vede la corrispondenza, a parità di

¹⁹ Detto M_H il momento sbandante che occorre applicare alla nave, è in realtà:

$$\text{Stabilità dinamica} = \int_0^{\phi} M_H(\phi) d\phi. \text{ Ricordiamo però che, essendo nulla la variazione di energia cinetica, il lavoro}$$

del momento sbandante e di quello raddrizzante sono uguali. In base a quanto detto in nota al § 2.2, si giunge al risultato riportato nel testo.

angolo di inclinazione, tra la curva dei bracci di stabilità statica e quella dei bracci di stabilità dinamica.

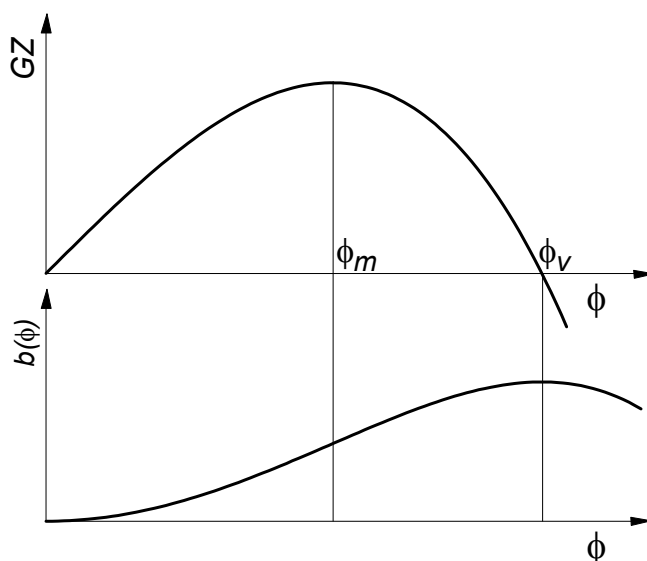


Fig. 7.4.1.2. Corrispondenza tra i bracci di stabilità statica e dinamica

Nella definizione di stabilità dinamica si è fatto riferimento ad una inclinazione infinitamente lenta o *quasi statica*, che porta la nave dalla posizione iniziale a quella finale con velocità istantanea nulla. Istante per istante il momento sbandante deve allora differire dal momento raddrizzante quel tanto che basta per provocare lo spostamento infinitesimo $\phi \rightarrow \phi + d\phi$.

7.4.2 L'angolo di equilibrio statico ed il massimo sbandamento per azione di un momento sbandante

Se ora abbandoniamo l'ipotesi di quasi-staticità dell'inclinazione ed ammettiamo che la differenza istantanea tra momento sbandante e momento raddrizzante sia finita, dobbiamo tenere conto della *dinamica* del moto.

La dinamica delle inclinazioni trasversali è quella del moto rotatorio di un corpo rigido intorno ad un asse fisso x che assumeremo longitudinale, orizzontale e passante per il baricentro G della nave. In assenza di smorzamento:

$$J_{xx} \cdot \frac{d^2\phi}{dt^2} = M_{Ris}$$

J_{xx} è il momento di inerzia di massa della nave intorno all'asse x (inclusivo della massa aggiunta);

$M_{Ris} = M_H - M_R$ è il momento assiale risultante.

Osservando²⁰ che:
$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{d\dot{\phi}}{dt} = \frac{d\dot{\phi}}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(\dot{\phi})^2}{d\phi},$$

si può integrare l'equazione del moto ottenendo *l'integrale dell'energia*:

²⁰ Indichiamo qui di seguito con il punto le derivate rispetto al tempo, seguendo una notazione tipica della Meccanica

Razionale. Ad esempio $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$.

$$\frac{1}{2} \cdot J_{xx} \cdot (\dot{\phi}^2 - \dot{\phi}_0^2) = \int_{\phi_0}^{\phi} M_H d\phi - \int_{\phi_0}^{\phi} M_R d\phi$$

partendo dalle condizioni iniziali $\phi_0 = \phi(0) = 0$ e $\dot{\phi}_0 = \dot{\phi}(0) = 0$ ²¹, si ha

$$\frac{1}{2} \cdot J_{xx} \cdot \dot{\phi}^2 = \int_0^{\phi} M_H d\phi - \int_0^{\phi} M_R d\phi$$

e dunque il moto si arresta, cioè si ha il *massimo sbandamento*, ad un angolo $\phi_{\max}$ tale che:

$$\int_0^{\phi_{\max}} M_H d\phi = \int_0^{\phi_{\max}} M_R d\phi \quad \text{o} \quad \int_0^{\phi_{\max}} \ell_H d\phi = \int_0^{\phi_{\max}} GZ d\phi = A(0, \phi_{\max})$$

L'area sottesa dalla curva del braccio di stabilità statica deve dunque eguagliare l'area sottesa dal braccio del momento sbandante riportato al dislocamento nave, come in Fig. 7.4.2.1 (sinistra):

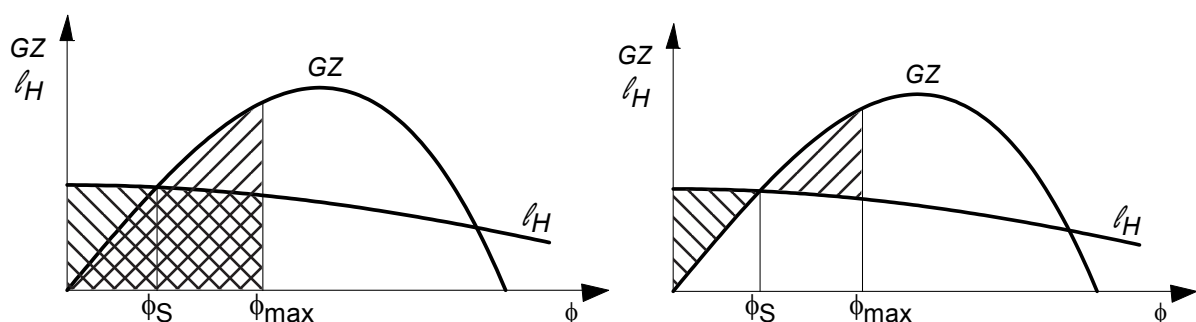


Fig. 7.4.2.1. Angolo di equilibrio statico e massimo sbandamento sotto l'azione di un momento sbandante.

o, alternativamente, le due aree tratteggiate in Fig. 7.4.2.1 (destra) devono essere uguali.

In queste condizioni si ha la trasformazione integrale del lavoro della causa sbandante in energia potenziale della nave. Si noti che l'angolo di massimo sbandamento in generale supera l'angolo di equilibrio statico (determinato dalla condizione $\overline{GZ}(\phi_S) = \ell_H(\phi_S)$), come si può vedere dalle figure precedenti.

Se nella posizione di massimo sbandamento raggiunta si ha ancora riserva di stabilità, la nave ritorna verso la posizione di equilibrio statico ϕ_S che oltrepasserà iniziando una serie di oscillazioni (in realtà smorzate per l'inevitabile presenza di cause dissipative).

7.4.3 Il diagramma del braccio di stabilità dinamica o curva delle aree

In Fig. 7.4.3.1 vengono riportati a confronto i diagrammi delle aree A_R sottesa dal braccio di stabilità statica ed A_H sottesa dal braccio del momento sbandante. Si rifletta sulle caratteristiche delle curve che risultano dall'essere l'integrale delle curve dei bracci corrispondenti (valore e pendenza nell'origine, posizione del massimo e di eventuali flessi, etc.) mediante confronto con i diagrammi di questi ultimi sopra riportati.

²¹ Si noti che lo stesso ragionamento vale a partire da un qualunque punto ϕ_i in cui la velocità iniziale sia nulla, ad esempio l'angolo estremo sopra-vento ($\phi_0 - \phi_1$) del Criterio Meteorologico del quale si parlerà nel Cap. 14.

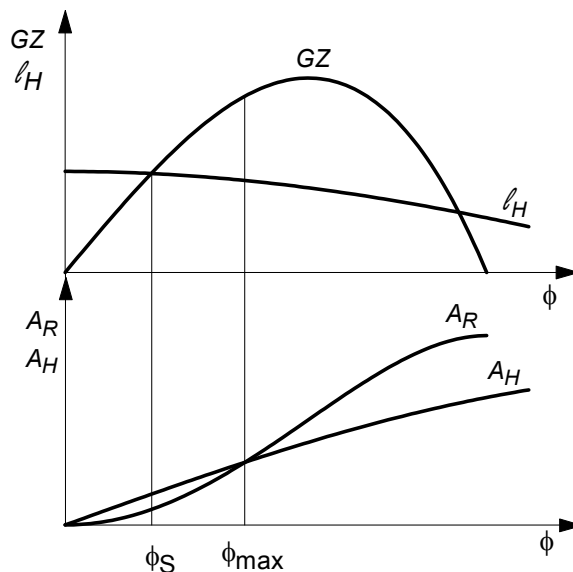


Fig. 7.4.3.1. Angolo di equilibrio statico ϕ_S e angolo di massimo sbandamento $\phi_{\max}$ sotto l'azione di un momento sbandante di braccio riportato al dislocamento nave ℓ_H visti nel piano del braccio di stabilità statica ed in quello del braccio di stabilità dinamica

7.4.4 Significato meccanico del braccio di stabilità dinamica

7.4.4.1 Una formula notevole per il calcolo del braccio di stabilità dinamica

Vale innanzitutto la seguente formula notevole per il braccio di stabilità dinamica in funzione delle coordinate correnti del centro di carena:

$$b(\phi) = y_{B\phi} \cdot \sin \phi - z_{B\phi} \cdot \cos \phi - (1 - \cos \phi) \cdot \overline{BG} = TCB_\phi \cdot \sin \phi - \overline{KB}_\phi \cdot \cos \phi + \overline{KB} - (1 - \cos \phi) \cdot \overline{KG}$$

che permette di evitare di dover integrare il braccio di stabilità statica. La formula si può ricavare dalla:

$$\overline{GZ}(\phi) = y_{B\phi} \cdot \cos \phi + z_{B\phi} \cdot \sin \phi - \overline{BG} \cdot \sin \phi$$

ricordando che $b(\phi) = \int_0^\phi \overline{GZ} \cdot d\phi$ e $\overline{GZ} = \frac{db}{d\phi}$ e le formule ricavate al § 7.3.2.1.

7.4.4.2 Il significato del braccio di stabilità dinamica

Si può dimostrare (vedi prossimo paragrafo) che il braccio di stabilità dinamica rappresenta la variazione di quota del centro di gravità sul centro corrente di carena nel corso dell'inclinazione, come se la carena rotolasse mantenendo appoggiato sul piano il centro di carena, cioè rotolasse mantenendo appoggiata la superficie dei centri isocarenici di carena (Fig. 7.4.4.2.1).

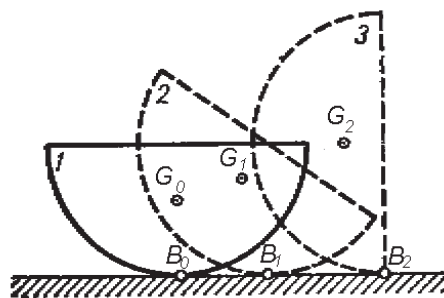


Fig. 7.4.4.2.1. La variazione di quota del baricentro di un corpo che rotola su un piano orizzontale fissato.

Il lavoro che occorre fare per inclinare la nave all'angolo generico ϕ , e dunque la variazione di energia potenziale, è dato da:

$$W = \int_0^{\phi} \Delta \cdot \overline{GZ} \cdot d\phi \equiv \Delta \cdot b(\phi)$$

così come il lavoro che occorre fare per inclinare un corpo di peso Δ che rotoli su un piano orizzontale è dato dal prodotto del peso per la variazione di quota sul piano del suo centro di gravità (Fig. 7.4.4.2.2).

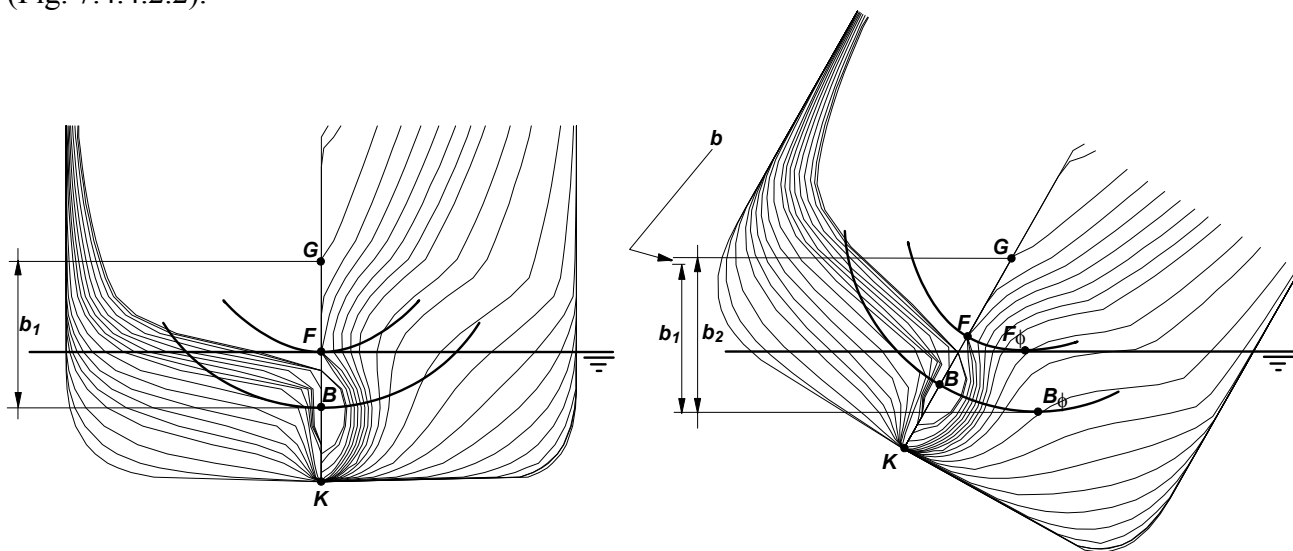


Fig. 7.4.4.2.2. La variazione di quota del baricentro della nave rispetto al centro istantaneo di carena nel corso di un'inclinazione trasversale isocarenica

7.4.4.3 Dimostrazione delle proprietà del braccio di stabilità dinamica di cui al paragrafo precedente

Consideriamo un galleggiante in equilibrio peso-spinta in un liquido di peso specifico γ del quale prendiamo una porzione finita di volume ∇_L corrispondente alla posizione AA' del pelo libero (Fig. 7.4.4.3.1). Sia ∇ il volume della parte immersa del galleggiante all'equilibrio. Il livello del liquido non cambierà per inclinazioni isocareniche del galleggiante.

Se il galleggiante, anziché galleggiare in un liquido, cioè in un mezzo cedevole, fosse appoggiato su un piano rigido e fisso nel campo della gravità, posizione di equilibrio stabile per il corpo sarebbe ogni posizione per cui il baricentro del corpo si trova nella posizione più bassa rispetto ad ogni

spostamento virtuale del corpo stesso a partire da tale posizione²². A causa del fatto che i suoi spostamenti avvengono in un mezzo cedevole, per lo studio della stabilità dell'equilibrio del galleggiante occorre invece considerare lo spostamento del baricentro dell'intero sistema galleggiante+liquido.

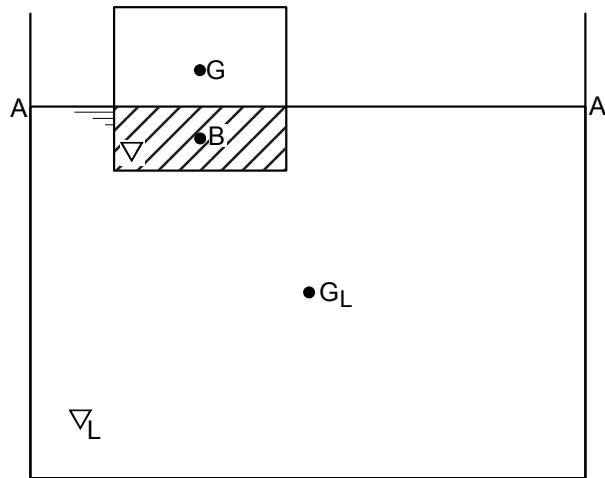


Fig. 7.4.4.3.1. Illustrante la variazione di quota del baricentro complessivo del sistema galleggiante/acqua

Supponiamo che sia G_L , alla quota h_{G_L} , la posizione che avrebbe il baricentro del liquido se esso riempisse l'intero spazio a disposizione fino al livello AA' . La presenza del galleggiante ha l'effetto di spostare il baricentro del volume di liquido che esso ha sostituito dalla posizione B alla posizione G , pertanto il baricentro del sistema galleggiante+liquido si trova in G'_L ad una quota h_G maggiorata di δh rispetto alla condizione di solo liquido. Si vede facilmente che è:

$$h_{G'_L} = h_G + \frac{\overline{BG} \cdot \Delta}{\Delta_L} \quad \text{e dunque} \quad \delta h = \frac{\overline{BG} \cdot \Delta}{\Delta_L}.$$

Se ora effettuiamo un'inclinazione isocarenica del galleggiante che porti $B \rightarrow B'$ e $G \rightarrow G'$, il baricentro del sistema si sposterà in:

$$h_{G''_L} = h_G + \frac{\overline{B'G'} \cdot \Delta}{\Delta_L}$$

ed il lavoro corrispondente, effettuato contro le forze di gravità, sarà dato da:

$$W = \Delta_L \cdot (h_{G''_L} - h_{G'_L}) = \Delta \cdot (\overline{B'G'} - \overline{BG})$$

essendo la distanza $\overline{BG}$ (rispettivamente $\overline{B'G'}$) misurata lungo la verticale di gravità.

²² Questa proprietà va sotto il nome di Teorema di Torricelli.

7.5 CASI PARTICOLARI NOTEVOLI

Abbiamo visto nei paragrafi precedenti l'impostazione generale della stabilità agli angoli finiti, statica e dinamica, che si basa sulla disponibilità di calcoli o diagrammi *esatti* di carene inclinate trasversalmente quali le pantocarene isocline, la curva dei bracci di stabilità statica, l'evoluta metacentrica.

Per ovviare a questa necessità, sono stati sviluppati storicamente dei metodi *approssimati* per la valutazione degli elementi delle carene inclinate trasversalmente basati sui dati dei calcoli o tabelle delle carene diritte. Questi metodi approssimati sono essenzialmente due e fanno riferimento a due galleggianti particolari detti galleggiante metacentrico e galleggiante cilindrico. Le formule che ricaveremo nei prossimi due paragrafi sono esatte quando riferite ai due galleggianti per i quali sono state sviluppate; costituiscono soltanto un'approssimazione per il galleggiante generico. Discuteremo anche brevemente la bontà dell'approssimazione in relazione alle forme del galleggiante.

Ricordiamo innanzitutto che la Geometria Differenziale definisce *cilindro* la superficie definita dall'insieme delle rette, denominate *generatrici* del cilindro, che si appoggiano ad una data curva piana o sghemba, detta *direttrice*, ed hanno tutte la medesima direzione. Se la sezione del cilindro con un piano perpendicolare alle sue generatrici è un circolo, il cilindro si dice rotondo (o di rotazione) ed il raggio del circolo e la parallela alle generatrici per il suo centro si chiamano rispettivamente raggio ed asse del cilindro.

7.5.1 Il Galleggiante Metacentrico

Il *galleggiante metacentrico* è un galleggiante il cui metacentro rimane fisso nel riferimento solidale con il galleggiante stesso qualunque sia l'ampiezza dell'inclinazione trasversale. Questa proprietà è in generale valida "in piccolo" ma, come abbiamo visto studiando le inclinazioni agli angoli finiti, non è vera in generale ai grandi angoli.

Galleggiante metacentrico è ogni solido di rotazione che galleggi con galleggiamento parallelo all'asse di simmetria rotazionale del solido, ed in particolare il cilindro circolare orizzontale. In questo caso, il metacentro sta sull'asse di simmetria rotazionale.

E' immediato verificare che, per un galleggiante metacentrico:

- braccio di stabilità geometrica $\overline{KR} = \overline{KM} \cdot \sin \phi$
- braccio di stabilità statica $\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \sin \phi$
- braccio di stabilità dinamica $b(\phi) = \overline{GM} \cdot (1 - \cos \phi)$
- coordinate del centro di carena $y_{B\phi} = \overline{BM} \cdot \sin \phi \quad z_{B\phi} = \overline{BM} \cdot (1 - \cos \phi)$
- traiettoria dei centri isocarenici di carena coincidente con il cerchio di centro M e raggio $\overline{BM}$
- evoluta metacentrica degenerare nel punto M
- supponendo di partire da una condizione diritta di equilibrio stabile, la curva dei bracci di stabilità sta tutta sotto la tangente nell'origine e si annulla a 180° .

Il galleggiante riportato in Fig. 7.5.1.1 è metacentrico fino all'angolo di 40° , oltre il quale si immerge il ponte. La curva dei bracci di stabilità statica segue infatti l'andamento della funzione $\overline{GM} \cdot \sin \phi$ fino all'angolo in questione. La sua evoluta metacentrica presenta in M un vertice di semiampiezza 40° .

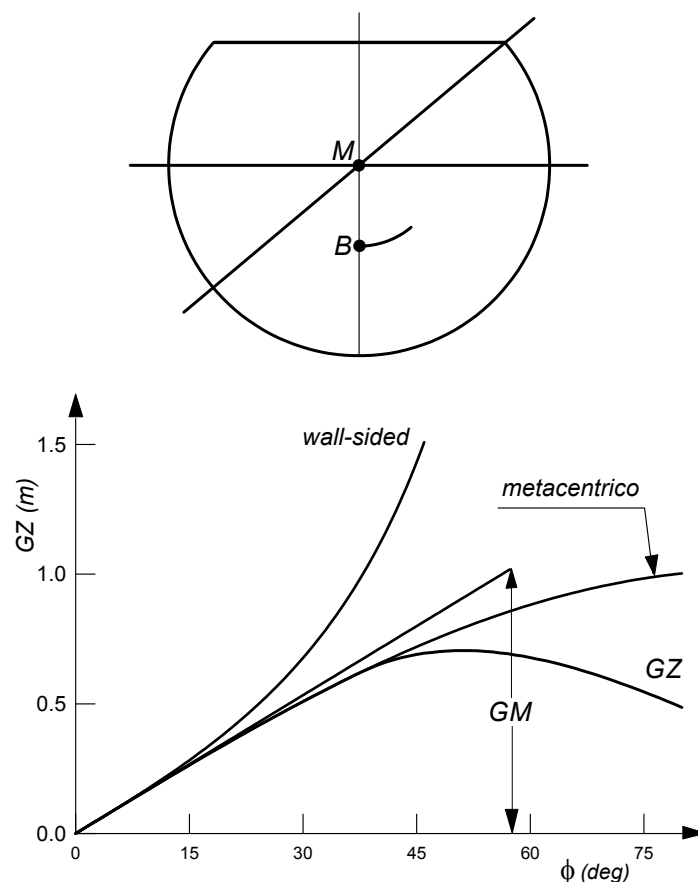


Fig. 7.5.1.1. Galleggiante metacentrico (fino a 40°) e confronto tra i bracci di stabilità calcolati in approssimazione metacentrica e cilindrica e quello esatto

7.5.2 Il Galleggiante Cilindrico

Il *galleggiante cilindrico* è invece un galleggiante costituito da un cilindro che in condizione diritta è ad asse verticale, quindi a *murate verticali* (*wall sided*). Naturalmente, un galleggiante reale, per quanto a murate verticali, ha comunque un fondo ed una coperta che ne fanno un galleggiante cilindrico solo per inclinazioni di ampiezza inferiore ad un certo angolo e comunque inferiori a 90° . Per il calcolo degli elementi delle carene inclinate di un galleggiante cilindrico, facciamo riferimento alla Fig. 7.5.2.1 nella quale sono indicate, per una sezione trasversale del galleggiante, le linee d'acqua di due galleggiamenti isocarenici (con $T = B/2$) rispettivamente uno dritto e l'altro inclinato all'angolo ϕ .

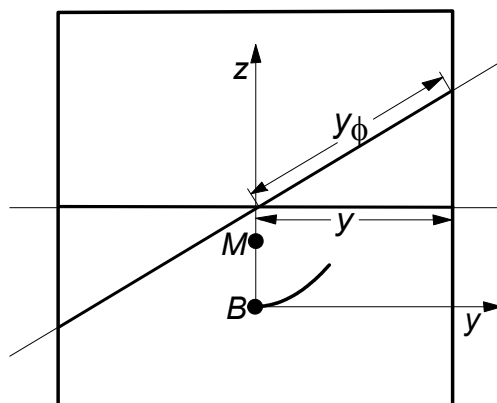


Fig. 7.5.2.1. Galleggiante cilindrico (fino a 45°)

Il rapporto tra le semilarghezze delle due linee d'acqua è dato da:

$$\frac{y_\phi}{y} = \frac{1}{\cos \phi}$$

Mentre quello tra i momenti d'inerzia delle due figure di galleggiamento vale:

$$\frac{I_{x\phi}}{I_x} = \frac{\int \frac{2}{3} y_\phi^3 dx}{\int \frac{2}{3} y^3 dx} = \frac{1}{(\cos \phi)^3}$$

da cui, dividendo per ∇

$$\overline{BM}_\phi = \frac{\overline{BM}}{(\cos \phi)^3}$$

e infine, ricordando le formule date al § 7.3.2.1, eseguendo gli integrali, si ha¹:

$$\begin{cases} y_{B\phi} = \overline{BM} \cdot \operatorname{tg} \phi \\ z_{B\phi} = \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^2 \phi \end{cases}$$

La traiettoria del centro di carena è la dunque parabola di equazione²:

$$z_{B\phi} = \frac{1}{2 \overline{BM}} \cdot y_{B\phi}^2$$

I bracci di stabilità geometrica e statica sono dati in questo caso dalle formule di Scribanti³:

$$\overline{KR} = \sin \phi \cdot \left[\overline{BM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^2 \phi + \overline{KB} \right]$$

$$\overline{GZ} = \sin \phi \cdot \left[\overline{GM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^2 \phi \right]$$

Si ha inoltre:

¹ Questo risultato è ottenibile anche utilizzando il metodo di Atwood che consiste nel calcolo della variazione dei momenti statici di volume M_y ed M_z corrispondenti al trasferimento di volume dal menisco di emersione a quello di immersione.

² Basta eliminare $\operatorname{tg} \phi$ tra le due equazioni.

³ Basta inserire le coordinate di B_ϕ nell'equazione che fornisce il braccio di stabilità geometrica in funzione di esse (§ 7.3.2).

$$\overline{GH} = \overline{GM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \tan^2 \phi$$

Supponendo di partire da una condizione diritta di equilibrio stabile, la curva dei bracci di stabilità statica, per navi di forme e caricazione normali, sta tutta sopra la tangente nell'origine ed ha un asintoto verticale a 90° .

Il braccio di stabilità dinamica è dato da:

$$b(\phi) = \left[\frac{\overline{BM}}{1 - \tan^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} - \overline{BG} \right] \cdot (1 - \cos \phi)$$

L'evolva metacentrica in questo caso è la *parabola semicubica* data dall'equazione:

$$\left(z_{M_\phi} - \overline{BM} \right)^3 = \frac{27}{8} \overline{BM} \cdot y_{M_\phi}^2$$

Per il galleggiante parallelepipedo a sezione trasversale quadrata sopra riportato, con $\overline{KG} = 0.8 \cdot T$, si hanno gli andamenti di Fig. 7.5.2.2:

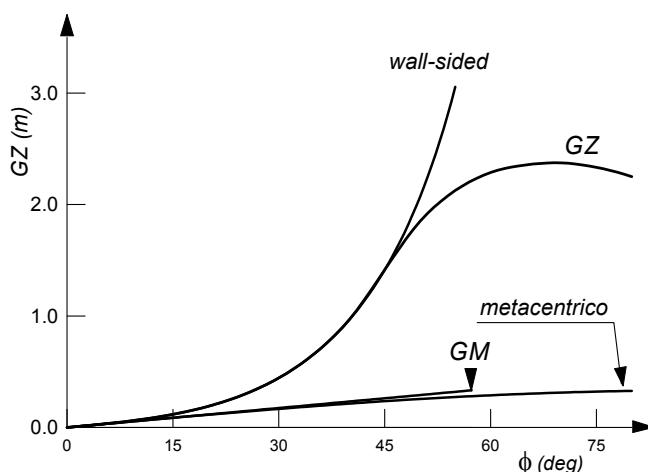


Fig. 7.5.2.2. Galleggiante cilindrico (fino a 45°) e confronto tra i bracci di stabilità calcolati in approssimazione metacentrica e cilindrica e quello esatto

La formula dei galleggianti cilindrici è in questo caso valida fino all'angolo oltre il quale si immerge il ponte o si scopre il fondo. In tutti e tre i casi entrambe le approssimazioni sono accettabili almeno fino a $5^\circ \div 6^\circ$.

7.5.2.1 L'ingavonamento con il metodo dei galleggianti cilindrici

Nel § 7.3.5.5 è stato presentato il caso dell'ingavonamento, corrispondente ad una posizione di equilibrio sbandata come conseguenza della condizione $\overline{GM} < 0$. Il problema può essere risolto nell'approssimazione (o nella condizione reale) di galleggiante cilindrico. Le posizioni di equilibrio sono infatti date dalla soluzione dell'equazione:

$$\overline{GZ}(\phi) = 0$$

cioè:

$$\sin \phi \cdot \left[\overline{GM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \text{tg}^2 \phi \right] = 0$$

Le cui soluzioni sono date da:

$$\sin \phi = 0$$

$$\left[\overline{GM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \text{tg}^2 \phi \right] = 0$$

La prima dà le due posizioni di equilibrio diritta e capovolta, mentre la seconda dà le due posizioni ϕ_l simmetriche di ingavonamento:

$$\phi_l = \pm \arctan \left(\sqrt{\frac{-2 \cdot \overline{GM}}{\overline{BM}}} \right)$$

Si può verificare facilmente che, mentre la posizione diritta $\phi = 0$ è di equilibrio instabile ($\overline{GM} < 0$), le due posizioni di ingavonamento corrispondono ad equilibrio stabile. Ad esempio, si può verificare facilmente che si ha:

$$\overline{GM}(\phi_l) = \left. \frac{d\overline{GZ}}{d\phi} \right|_{\phi=\phi_l} > 0$$

7.5.2.2 Le curve previste dai metodi approssimati nel caso di carene tipiche - Ulteriori considerazioni sul braccio di stabilità residua

Per il piccolo traghetto e la portarinfuse, dei quali nel § 3.4 sono state riportate le traiettorie dei centri isocarenici di carena e di galleggiamento, si hanno gli andamenti di Fig. 7.5.2.2.1 e rispettivamente di Fig. 7.5.2.2.2 per le curve dei bracci di stabilità:

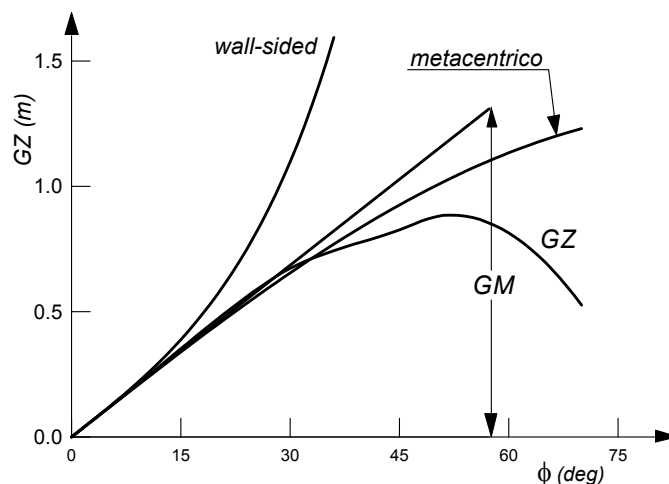


Fig. 7.5.2.2.1 Braccio di stabilità statica per un piccolo traghetto e confronto con i bracci di stabilità calcolati in approssimazione metacentrica e cilindrica

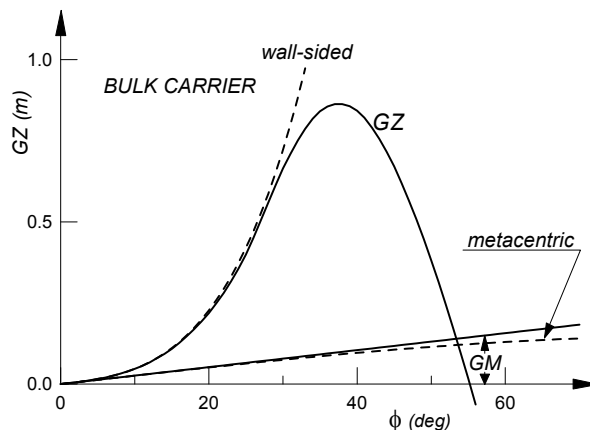


Fig. 7.5.2.2 Braccio di stabilità statica per una portarinfuse e confronto con i bracci di stabilità calcolati in approssimazione metacentrica e cilindrica

Come si può vedere, per il traghetto, che ha forme più arrotondate, l'approssimazione metacentrica è accettabile fino a circa 30°; al contrario, per la portarinfuse, che ha forme molto più piene, l'approssimazione dei galleggianti cilindrici è accettabile fino a circa 30°, di conseguenza le curve dei bracci di stabilità residua hanno la forma illustrata in Fig. 7.5.2.2.3.

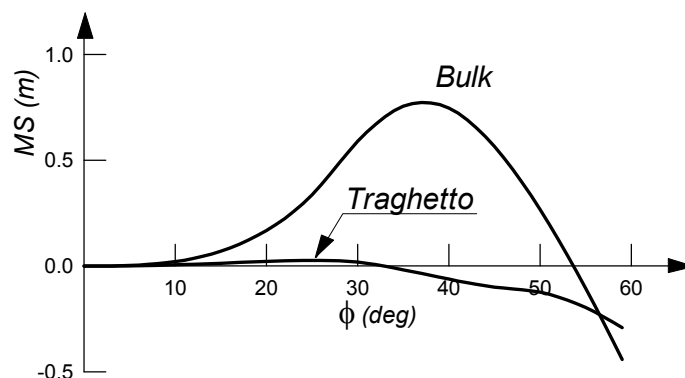


Fig. 7.5.2.2.3 Confronto dei bracci di stabilità residua per le due navi di cui alle figure precedenti.

7.5.3 Lo sbandamento per azione di un momento sbandante (metodi approssimati)

In questo caso il metodo risolutivo è perfettamente analogo a quello presentato al §7.3.7.1 con la differenza che ora il tracciamento della curva dei bracci di stabilità statica si basa sulle espressioni ottenute rispettivamente per il galleggiante metacentrico e per quello cilindrico.

Avendo a disposizione una rappresentazione analitica per il braccio del momento sbandante, si può anche procedere per via analitica. Si noti che, in questo caso, la soluzione con il metodo dei galleggianti cilindrici presenta maggiori difficoltà di quella metacentrica.

7.5.4 Lo sbandamento per spostamento del centro di gravità (metodi approssimati)

Anche in questo caso, la risoluzione è perfettamente analoga a quella già descritta al §7.3.8.1, con la differenza che ora il tracciamento delle curve dei bracci di stabilità si basa sulle espressioni ottenute rispettivamente per il galleggiante metacentrico e per quello cilindrico.

Più conveniente si presenta in questo caso la soluzione per via analitica, per la quale si procede come segue:

7.5.4.1 Soluzione con il metodo metacentrico

Sostituendo nell'equazione utilizzata per la soluzione nel §7.3.8.1

$$\overline{KR}(\phi_S) = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

l'espressione del braccio di stabilità geometrica ottenuta per il galleggiante metacentrico, si ha:

$$\overline{KM} \cdot \sin \phi_S = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

ed infine:

$$\operatorname{tg} \phi_S = \frac{TCG'}{\overline{G'M}}$$

L'errore che si commette nel caso in cui galleggiante non sia metacentrico è illustrato nella Fig. 7.5.4.1.1.

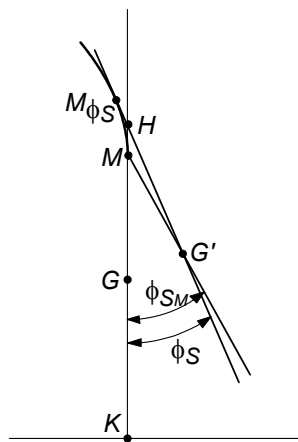


Fig. 7.5.4.1.1. Determinazione dello sbandamento di equilibrio per spostamento del centro di gravità (caricazione asimmetrica) in approssimazione metacentrica

7.5.4.2 Soluzione con il metodo dei galleggianti cilindrici

Sostituendo nell'equazione utilizzata per la soluzione nel §7.3.8.1

$$\overline{KR}(\phi_S) = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

l'espressione del braccio di stabilità geometrica ottenuta per il galleggiante cilindrico, si ha:

$$\sin \phi_S \cdot \left[\overline{BM} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^2 \phi_S + \overline{KB} \right] = \overline{KG'} \cdot \sin \phi_S + TCG' \cos \phi_S$$

che è un'equazione di terzo grado in $\operatorname{tg} \phi$:

$$\frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^3 \phi_S + \overline{G'M} \cdot \operatorname{tg} \phi_S - TCG' = 0$$

Questa equazione, piuttosto fastidiosa da risolvere “per radicali”, può spesso essere risolta con il metodo iterativo basato sul *Teorema del punto unito* scrivendola nella forma:

$$\operatorname{tg} \phi_S = \frac{TCG'}{\left[\overline{G'M} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot \operatorname{tg}^2 \phi_S \right]}$$

che è del tipo:

$$x = f(x) \quad \text{con} \quad x = \operatorname{tg} \phi$$

Lo schema risolutivo è il seguente:

- si parte da un valore iniziale di primo tentativo x_0 (ad esempio quello ottenuto con il metodo metacentrico) per x ;
- si calcola $x_1 = f(x_0)$;
- si ripete quest'ultimo passaggio n volte fintantoché $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$ essendo ε la tolleranza ammessa nel calcolo.

Il valore limite di x nella successione è il *punto unito*⁴ nella trasformazione $x = f(x)$ e come tale costituisce una soluzione dell'equazione. Per la convergenza della successione $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$, si è applicato il *criterio generale di convergenza di Cauchy*. Le condizioni sulla funzione $f(x)$ affinché il metodo sia convergente sono di solito descritte nei corsi di *Analisi Numerica*.

7.5.4.2.1 Esempio di soluzione iterativa con il metodo dei galleggianti cilindrici

Supponiamo che una nave abbia le seguenti caratteristiche geometriche e di stabilità iniziale:

$$\overline{G'M} = 1.388 \text{ m}$$

$$\overline{BM} = 5.397 \text{ m}$$

$$TCG' = 0.700 \text{ m}$$

La soluzione con il metodo metacentrico dà come inclinazione (isocarenica) di equilibrio:

$$x_{met} = \operatorname{tg} \phi' = \frac{TCG'}{\overline{G'M}} = 0.504323 \Rightarrow \phi' = 26.763^\circ$$

mentre l'iterazione con il metodo dei galleggianti cilindrici a partire dalla soluzione metacentrica dà:

$$x = \frac{TCG'}{\left[\overline{G'M} + \frac{1}{2} \overline{BM} \cdot x^2 \right]}$$

fornisce la seguente successione:

iterazione	$x = \operatorname{tg} \phi'$	ϕ' (deg)
0	0.504323	26.763
1	0.337457	18.647
2	0.412907	22.436
3	0.378773	20.745
4	0.394333	21.521
5	0.387251	21.169
6	0.390478	21.330

⁴ Cioè il punto $\bar{x}$ tale che $\bar{x} = f(\bar{x})$.

7	0.389008	21.256
8	0.389678	21.290
9	0.389373	21.275
10	0.389512	21.282
11	0.389448	21.278
12	0.389477	21.280

Tab. 7.5.4.2.1. Determinazione dello sbandamento di equilibrio per spostamento del centro di gravità (caricazione asimmetrica) con il metodo dei galleggianti cilindrici

avendo imposto una convergenza sulla 4^a cifra decimale per la tangente.

7.5.5 Considerazioni sull'utilizzo dei metodi approssimati

Il calcolo con uno dei due metodi approssimati descritti è sempre effettuabile. Il risultato ottenuto è comunque utilizzabile come risultato approssimato. Si considera in generale accettabile un calcolo approssimato quando l'inclinazione non superi un certo angolo limite. Si è visto dagli esempi riportati che entro i $5^\circ \div 6^\circ$ le curve dei bracci di stabilità ottenute utilizzando le formule dei galleggianti metacentrico o cilindrico non si discostano apprezzabilmente da quelle esatte e dunque il loro impiego è senz'altro accettabile. Alcuni autori considerano impiegabili i metodi approssimati, con qualche cautela, anche fino a $10^\circ \div 12^\circ$. Si è anche visto che ognuno dei due metodi si adatta meglio ad alcuni tipi di galleggiante piuttosto che ad altri.

7.6 L'EFFETTO DI UNA TRASFORMAZIONE IN AFFINITÀ

Le trasformazioni in affinità, caratterizzate da tre diversi fattori per le tre coordinate:

$$x' = \lambda \cdot x$$

$$y' = \mu \cdot y$$

$$z' = \tau \cdot z$$

erano ampiamente usate nel progetto di una nave in quanto permettevano un sensibile “risparmio” di calcoli per la valutazione delle grandezze geometriche. In primo luogo, tutti i coefficienti rimangono inalterati ($C'_B = C_B$, $C'_P = C_P$, *etc.*). Per le altre grandezze, ad esempio, si ha:

$$\nabla' = \lambda \cdot \mu \cdot \tau \cdot \nabla, \quad \overline{KB'} = \tau \cdot \overline{KB}, \quad \overline{BM'} = \frac{\mu^2}{\tau} \cdot \overline{BM}, \quad \text{etc.}$$

L'applicazione al caso della stabilità iniziale è dunque semplice, mentre quella agli angoli finiti non è banale in quanto nella trasformazione cambia anche l'angolo di inclinazione trasversale. Considerando, infatti, le due carene riportate in Fig. 7.6.1, si vede immediatamente che:

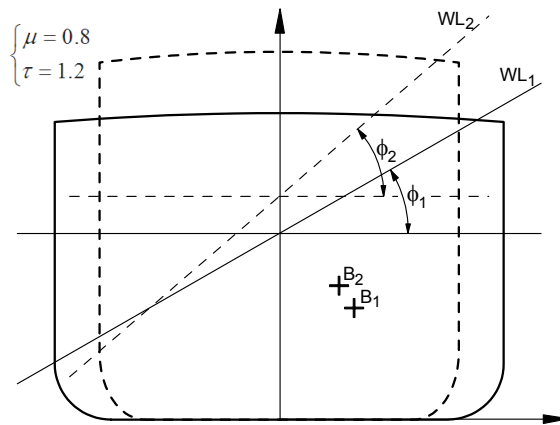


Fig. 7.6.1. Carene trasformate in affinità, loro centri ed effetto dell'affinità sulle inclinazioni trasversali

$$\operatorname{tg}(\phi_2) = \frac{\tau}{\mu} \cdot \operatorname{tg}(\phi_1)$$

ricordando, d'altra parte l'espressione del braccio di stabilità geometrica in funzione delle coordinate del centro di carena, si ha:

$$KR_1(\phi_1) = Y_{B1} \cdot \cos(\phi_1) + Z_{B1} \cdot \sin(\phi_1) \quad \text{e} \quad KR_2(\phi_2) = Y_{B2} \cdot \cos(\phi_2) + Z_{B2} \cdot \sin(\phi_2)$$

e dunque:

$$KR_2(\phi_2) = \mu \cdot Y_{B1} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\tau}{\mu} \cdot \operatorname{tg}(\phi_1)\right)\right) + \tau \cdot Z_{B1} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{\tau}{\mu} \cdot \operatorname{tg}(\phi_1)\right)\right)$$

L'impiego crescente dei calcolatori fin dalle prime fasi del progetto ha, pertanto, ridotto sensibilmente l'uso del metodo basato sull'affinità per la valutazione della stabilità.

7.7 L'EFFETTO DELLE FORME

Indicheremo qui di seguito alcune modifiche isocareniche di forma che influiscono positivamente sul braccio di stabilità di forma $\overline{KR}$. Supponiamo che, in tutti i casi, la lunghezza nave non venga cambiata. L'effetto positivo appare evidente se si ragiona nel riferimento nave $KXYZ$ e si ricorda l'espressione notevole:

$$\overline{KR} = TCB_\phi \cdot \cos \phi + \overline{KB}_\phi \cdot \sin \phi$$

per cui sia l'aumento di TCB_ϕ che quello di $\overline{KB}_\phi$ concorrono all'aumento di $\overline{KR}$.

7.7.1 Allargamento delle murate

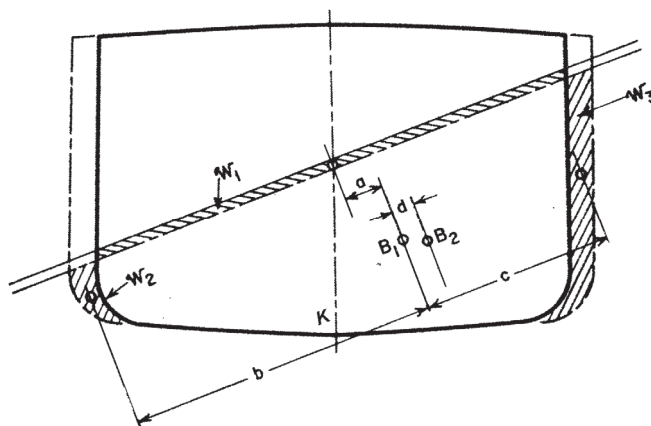


Fig. 7.7.1.1. Illustrante l'effetto dell'allargamento delle murate sul braccio di stabilità geometrica (da Lewis, E. V., 1988, Vol. I)

Questa modifica comporta lo spostamento del volume w_1 in $w_2 + w_3$ e quindi uno spostamento laterale ed un po' verticale del centro di carena.

7.7.2 Aumento dell'altezza di costruzione (al ponte principale)

Questa modifica (Fig. 7.7.2.1) comporta lo spostamento del volume w_1 in w_2 e quindi uno spostamento laterale ed un po' verticale del centro di carena. Questa modifica ha effetto solo per angoli maggiori dell'angolo di immersione dell'orlo del ponte nella versione iniziale.

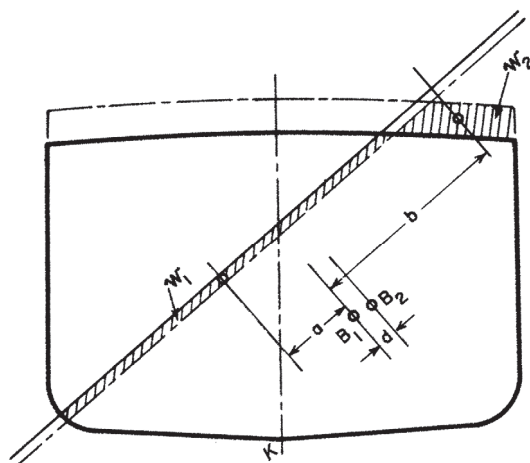


Fig. 7.7.2.1. Illustrante l'effetto dell'aumento dell'altezza al ponte principale sul braccio di stabilità geometrica (da Lewis, E. V., 1988, Vol. I)

7.7.3 Allargamento degli svasi e delle rientranze al di sopra del galleggiamento

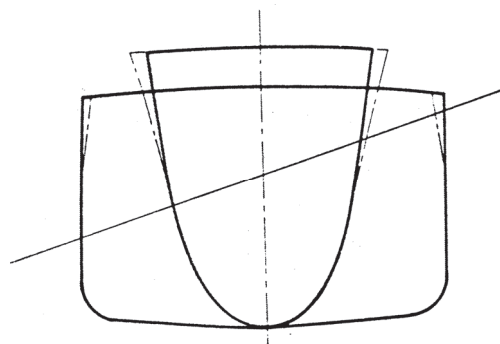


Fig. 7.7.3.1. Illustrante l'effetto dell'allargamento degli svassi e delle rientranze sopra il galleggiamento sul braccio di stabilità geometrica (da Lewis, E. V., 1988, Vol. I)

Questa modifica (Fig. 7.7.3.1) comporta un modesto effetto del tipo di quello precedente (§7.7.2).

7.7.4 Affinamento del ginocchio

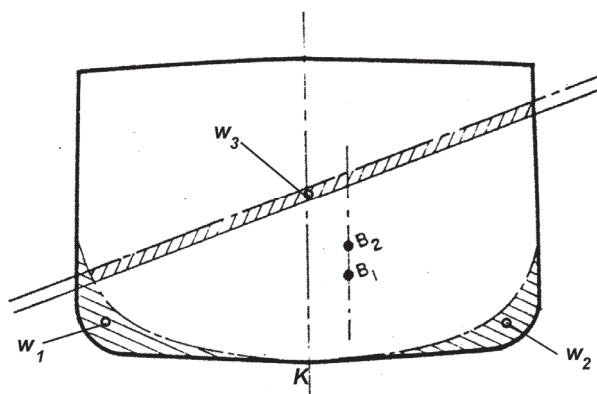


Fig. 7.7.4.1. Illustrante l'effetto dell'affinamento del ginocchio sul braccio di stabilità geometrica (da Lewis, E. V., 1988, Vol. I)

Questa modifica (Fig. 7.7.4.1) comporta lo spostamento del volume $w_1 + w_2$ in w_3 e quindi un innalzamento del centro di carena. Questa modifica ha sempre l'effetto di spostare verticalmente il centro di carena. Ha anche l'effetto di spostare lateralmente il centro di carena, ma solo a partire dall'angolo oltre il quale si scopre il ginocchio.

7.7.5 Confronto tra le diverse variazioni di forma

Nelle due figure seguenti sono mostrati i risultati dei calcoli di stabilità effettuati su diverse varianti di una forma base in due diverse modalità: ad altezza metacentrica costante (Fig. 7.7.5.1) o ad altezza del centro di gravità costante (Fig. 7.7.5.2). Tutte le carene hanno lo stesso volume e la stessa lunghezza. La forma *B* presenta un affinamento del ginocchio, la forma *C* un aumento dell'altezza del ponte principale, la forma *D* un aumento della larghezza.

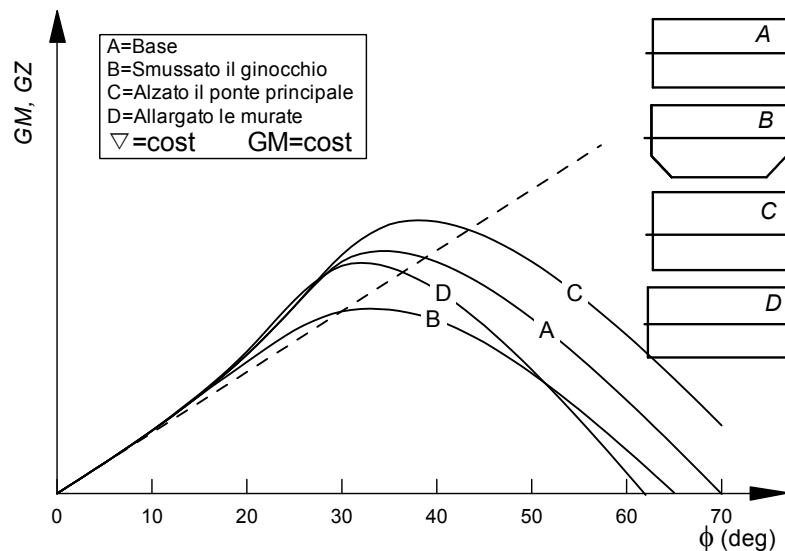


Fig. 7.7.5.1. Illustrante l'effetto delle diverse variazioni di forma, a $\overline{GM}$ costante, sul braccio di stabilità statica

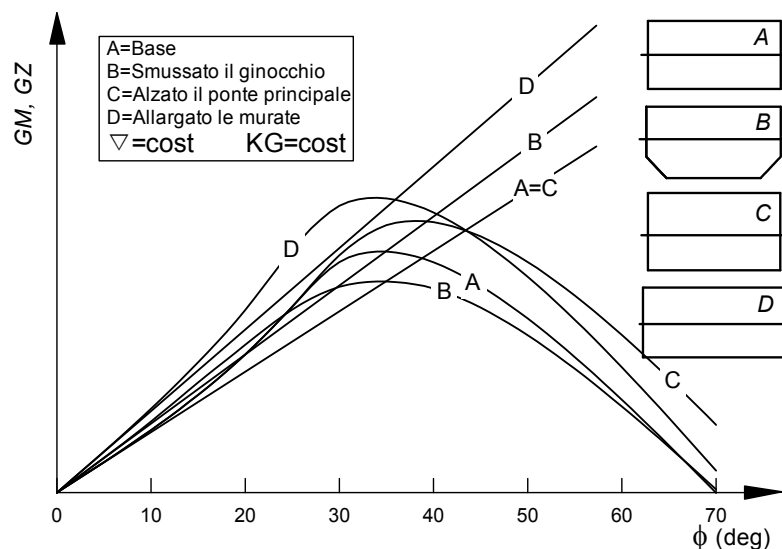


Fig. 7.7.5.2. Illustrante l'effetto delle diverse variazioni di forma, a $\overline{KG}$ costante, sul braccio di stabilità statica

Come si può vedere, la modifica B^5 dà soltanto un modesto miglioramento nella parte iniziale del braccio di stabilità statica con $\overline{KG} = const$. Per il resto risulta peggiorativa rispetto alla condizione base A. La modifica D è praticamente irrilevante a $\overline{GM} = const$, mentre dà un contributo positivo su tutto l'intervallo, più marcato nella zona di angoli piccoli ed intermedi, nel caso a $\overline{KG} = const$. La modifica C, infine, è quella che dà il maggior incremento su tutto l'intervallo nel caso $\overline{GM} = const$, e il maggior incremento ai grandi angoli nel caso a $\overline{KG} = const$.

7.7.6 L'effetto del bordo libero sulla stabilità

In 1867 calculations were made at the Admiralty of the stability of two or three low-sided vessels, and the results were embodied in a Paper read by Mr. Reed at the Meetings of this Institution in 1868. With this Paper most of the Members and

⁵ La modifica B fornisce anche un aumento di $\overline{GM}$ dovuto all'aumento di $\overline{KB}$, mentre $\overline{BM}$ rimane costante.

Associates are doubtless familiar. It showed conclusively that instability would occur in such vessels at a very moderate angle of inclination, and illustrated the contrast, as regards stability and safety, existing between rigged ships with high freeboard and those with low freeboard.

...

This paper did not succeed, however, in impressing members of the profession with the necessity for more complete calculations of stability, and the subject remained in comparative obscurity until the loss of the Captain forced it into painful prominence.

White, W. H. and John, W., "On the Calculation of the Stability of Ships, and some Matters of Interest Connected therewith", Trans. INA, Vol. XII, 1871, pag. 78.

Come si è visto nei § 7.7.2 e § 7.7.5, l'effetto dell'aumento del bordo libero sulla stabilità è considerevole. Questo non è sempre stato evidente ai progettisti, come si può vedere dall'incipit a questo paragrafo, ed è diventato tristemente famoso con l'improvviso affondamento della nave militare a vela Captain, un "monitor" dotato di bordo libero molto ridotto, anche per una valutazione errata del peso dell'armamento, sotto l'azione di forti raffiche di vento (condizioni di *burrasca*, vedi Tab. 7.8.7.1.2).

Riportiamo qui di seguito, in quanto molto istruttivo rispetto al ruolo del bordo libero, il confronto tra il Captain, progettato dal Coles, ed un'imbarcazione contemporanea di dimensioni ed alberatura confrontabile, il Monarch progettato dal Reed sulla base delle considerazioni sintetizzate nell'incipit. Pur navigando nelle stesse condizioni meteo il Monarch sopravvisse alla burrasca.

Sulla base dell'analisi condotta a suo tempo dal White (1879) in seguito all'incidente, esaminiamo le ragioni della differenza di comportamento delle due imbarcazioni. In Fig. 7.7.6.1 sono riportate le curve dei bracci di stabilità statica delle due imbarcazioni assieme al braccio ℓ_w del momento sbandante dovuto al vento, riportato al dislocamento nave.

Il Captain aveva un'altezza metacentrica iniziale maggiore del Monarch ma quest'ultimo aveva un maggiore intervallo di stabilità positivo e raggiungeva valori molto maggiori del braccio di stabilità ai grandi angoli. Questo era dovuto al maggiore bordo libero del Monarch come si può vedere nel confronto tra gli angoli ϕ_{deck} di immersione del ponte per inclinazioni isocareniche. Secondo la ricostruzione fatta dal White (1879), si aveva infatti $\phi_{deck} \cong 14^\circ$ per il Captain e $\phi_{deck} \cong 28^\circ$ per il Monarch. Gli angoli di equilibrio statico (Fig. 7.7.6.2) sotto l'azione del vento non erano molto diversi per le due imbarcazioni e comunque era minore quello del Captain.

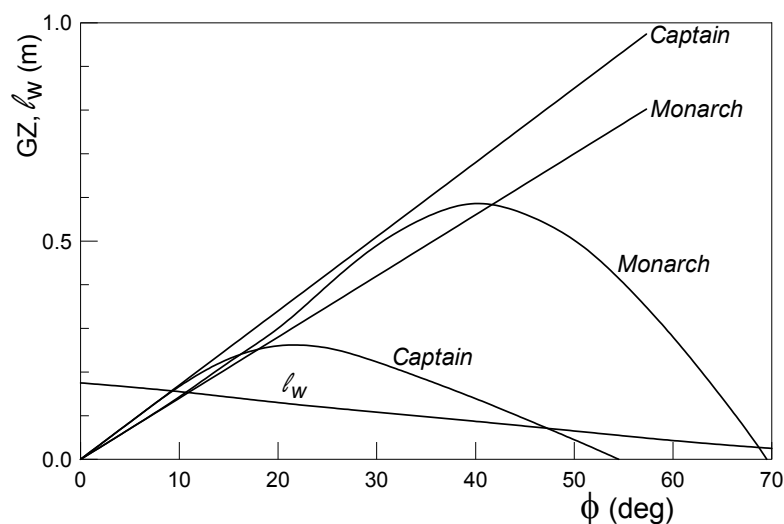


Fig. 7.7.6.1. Curve dei bracci di stabilità statica e braccio del vento riportato al dislocamento nave per le due imbarcazioni (Figura adattata da White, 1879).

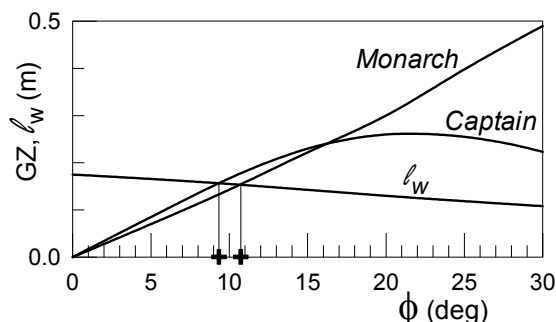


Fig. 7.7.6.2. Curve dei bracci di stabilità statica e braccio del vento riportato al dislocamento nave per le due imbarcazioni a mostrare l'angolo di equilibrio statico sotto l'azione del vento (Figura adattata da White, 1879).

Esaminando il massimo sbandamento sotto l'azione del vento (Fig. 7.7.6.3) si vede che, per quanto riguarda l'ampiezza, il Captain era ancora leggermente migliore; lo sbandamento, però era tale da immergere ampiamente il ponte comportando, così, l'allagamento dello scafo e la perdita, che è stata repentina, dell'imbarcazione. La situazione era molto diversa per il Monarch, confermando così le intuizioni progettuali del Reed.

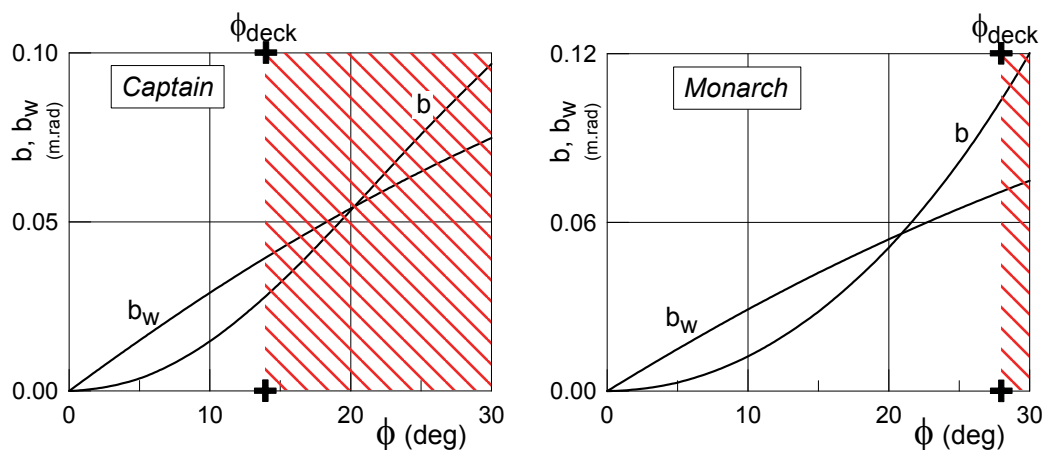


Fig. 7.7.6.3. Curve dei bracci di stabilità dinamica e curva integrale del braccio del vento riportato al dislocamento nave per le due imbarcazioni. La zona tratteggiata indica l'immersione del ponte.

In realtà, la considerazione si estende all'altezza complessiva della sovrastruttura che può essere considerata stagna a norma della regola di Bordo Libero (§ 5.4).

7.8 L'AZIONE SBANDANTE DEL VENTO E DEL MARE

Non fidarti della momentanea bonaccia: fa presto il mare ad agitarsi; nello stesso giorno le barche affondano là dove si erano spinte per diporto.
Seneca, Lettere a Lucilio, Libro I

7.8.1 Considerazioni generali

Il vento è la causa principale della generazione di onde sulla superficie del mare (superficie di separazione aria-acqua). Proprio la presenza di queste onde e del vento costituiscono un formidabile

pericolo per la sicurezza delle navi di superficie. In questo capitolo esamineremo le caratteristiche delle onde e del vento e la loro azione sulla nave.

Rivolgeremo prima l'attenzione ai fenomeni più semplici, in particolare il vento ed il *mare regolare*, in vista di chiarire la dinamica della nave e metterci in grado di capire ed applicare la normativa connessa (*Criterio Meteorologico* – Cap. 14). Accenneremo poi alla descrizione dei fenomeni reali.

7.8.2 L'azione sbandante del vento

Il vento esercita la sua azione sull'opera morta. La velocità del vento è in generale variabile in maniera irregolare (processo *stocastico*). Negli studi che hanno condotto alla formulazione attuale delle normative di stabilità in presenza di vento e onde (*Criterio Meteorologico*), la forza totale dovuta al vento viene scomposta in un contributo dato dalla velocità media del vento (vento "costante") alla quale si aggiungono i contributi delle raffiche. Nel § 7.8.7.3 daremo un cenno sulla descrizione del vento come fenomeno stocastico. Essa fornirà un fondamento alle scomposizioni qui adottate.

7.8.2.1 Il vento "costante"

La forza totale dovuta al vento medio è data dall'integrale della pressione sulla superficie esposta, che segue una legge del tipo:

$$p = \frac{1}{2} \rho_{WN} \cdot C_D \cdot V_{WN}^2$$

essendo:

- ρ_{WN} la densità dell'aria;
- C_D il coefficiente di forma;
- V_{WN} la velocità del vento a monte della nave (velocità del flusso indisturbato).
- In realtà, la velocità media del vento è variabile in altezza a causa dello strato limite. La velocità orizzontale del vento è nulla a contatto con il suolo (o la superficie del mare) e cresce con l'altezza h come in Fig. 7.8.2.1.1 con una legge del tipo:

$$V(h) = V(10\text{ m}) \cdot \left(\frac{h}{10} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{con} \quad n \approx 6 \div 7$$

- in quanto si fa riferimento alla velocità del flusso indisturbato alla quota di $h = 10\text{ m}$. La zona di rapida variazione della velocità si chiama *zona del gradiente* e copre le navi di altezza limitata.

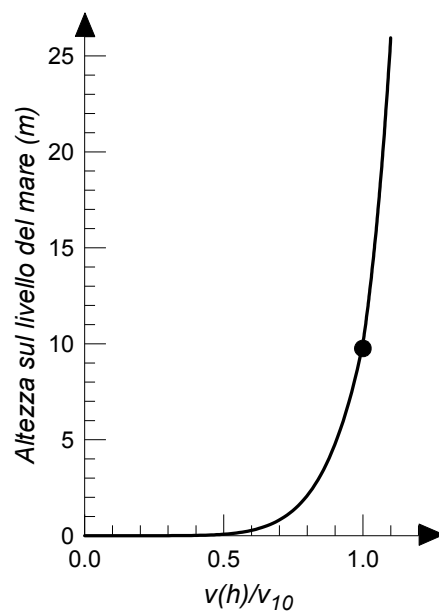


Fig. 7.8.2.1.1 Andamento della velocità del vento con l'altezza dal suolo

La forza risultante dovuta al vento al traverso è calcolabile dividendo l'opera morta in strisce orizzontali di altezza elementare dh e lunghezza $\ell(h)$, come indicato in Fig. 7.8.2.1.2:

$$F_{WN} = \int_0^{h_{\max}} p(h) \cdot \ell(h) \cdot dh$$

essendo h l'altezza misurata dal galleggiamento.

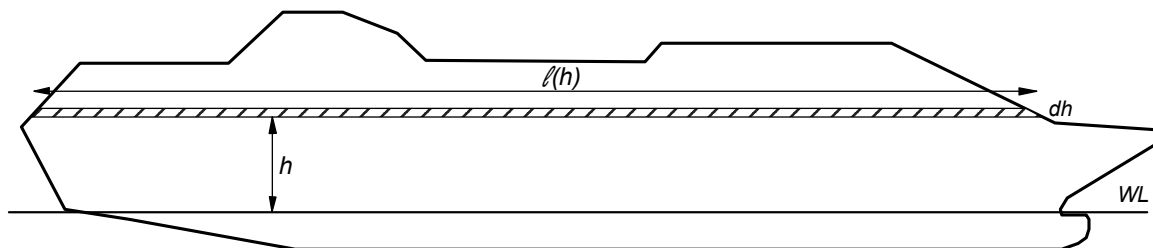


Fig. 7.8.2.1.2 La suddivisione della proiezione laterale dell'opera morta ai fini del calcolo di risultante e momento risultante del vento.

L'altezza H (Fig. 7.8.2.1.3) del punto di applicazione della risultante, detto *centro di pressione* o *centro velico*, sul galleggiamento è invece data dal rapporto tra il momento risultante rispetto al piano di galleggiamento e la risultante:

$$H = \frac{M_{WN, float}}{F_{WN}} = \frac{\int_0^{h_{\max}} p(h) \cdot \ell(h) \cdot h \cdot dh}{F_{WN}}$$

L'effetto della forza del vento è anche quello di imprimere alla nave un'accelerazione nella direzione y che, all'equilibrio, si trasforma in una velocità costante di deriva (*drift*)⁶. Quest'ultima,

⁶ Se le posizioni longitudinali del centro della proiezione dell'opera viva sul piano diametrale, assunto convenzionalmente come punto di applicazione della reazione idrodinamica, e del centro velico non coincidono, si ha anche un

riduce un pò ($5 \div 10\%$) la velocità apparente del vento vista dalla nave e dà origine ad una resistenza al moto di natura idrodinamica agente sull'opera viva. In condizioni stazionarie, che si raggiungono rapidamente dopo l'applicazione della forza del vento, la forza idrodinamica bilancia la forza del vento e si assume convenzionalmente che il suo punto di applicazione, detto *centro di deriva*, sia posizionato a metà immersione (Fig. 7.8.2.1.3).

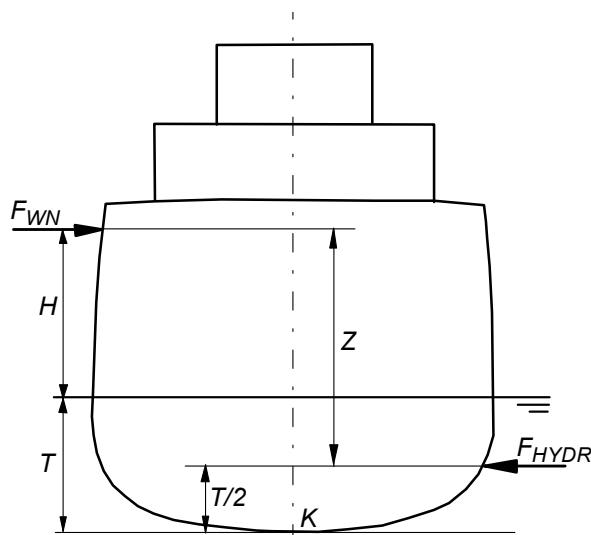


Fig. 7.8.2.1.3 Le forze agenti nel moto di deriva generato dal vento. La posizione verticale della reazione idrodinamica è quella convenzionale adottata nel Criterio di Stabilità Meteorologico (Cap. 14)

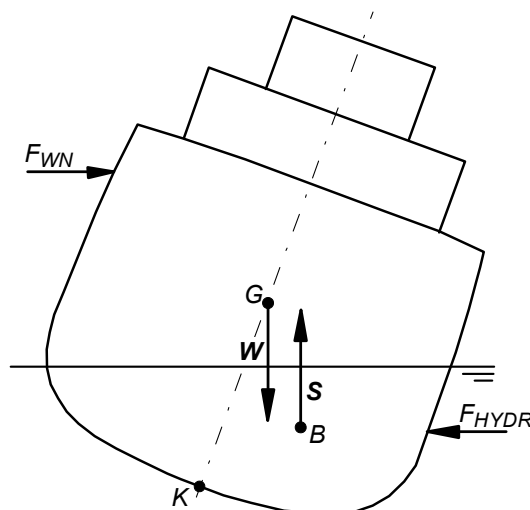


Fig. 7.8.2.1.4 Determinazione dello sbandamento di equilibrio sotto l'azione del vento.

Il sistema di forze orizzontali generato dall'azione del vento si riduce allora ad una coppia di intensità F_{WN} e braccio:

$$Z = H + \frac{T}{2}$$

momento di imbardata, del quale qui non ci occupiamo. Al riguardo, si veda A. Francescutto, "La Manovrabilità delle Navi".

Il braccio del vento, *riportato al dislocamento nave*, è invece dato da:

$$\ell_{WN} = \frac{F_{WN} \cdot Z}{\Delta}$$

Il momento del vento genera uno sbandamento della nave a cui corrisponde un angolo di equilibrio statico ϕ_0 dato da dall'equilibrio dei momenti (Fig. 7.8.2.1.4):

$$M_R(\phi_S) = M_{WN}(\phi_S) \quad \text{o, equivalentemente,} \quad GZ(\phi_S) = \ell_{WN}(\phi_S).$$

Dato il momento del vento, il problema della determinazione dello sbandamento è risolubile con i metodi precedentemente descritti.

Si assume spesso che, con l'inclinazione progressiva della nave, si abbia una riduzione della forza del vento in conseguenza della diminuzione dell'area proiettata dell'opera morta e del suo momento per la contemporanea diminuzione della quota del centro velico sul galleggiamento e dunque del braccio. Le formule proposte sono del tipo:

$$F_{WN}(\phi) = F_{WN}(0) \cdot \cos \phi$$

$$M_{WN}(\phi) = M_{WN}(0) \cdot \cos^2 \phi$$

La nave d'altra parte non è molto sottile e inoltre nel corso dell'inclinazione si ha spesso una parziale emersione, come mostrato ad esempio in Fig. 7.8.2.1.5 (si veda anche Petkovic, 1958), per cui la riduzione del momento non è così marcata come previsto dalle formule sopra riportate; anzi, in alcuni casi il momento prima aumenta e poi gradatamente diminuisce.

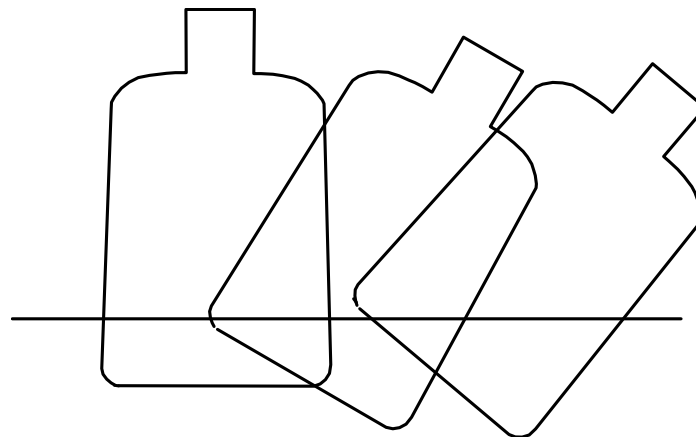


Fig. 7.8.2.1.5. Inclinazioni trasversali isocareniche di una grande nave da crociera.

La velocità del vento viene di solito descritta mediante la scala di Beaufort, riportata in Tab. 7.8.2.1.6.

Beaufort B	Wind speed V (m/s)	Wind speed (kn)
0	0.0-0.2	<1
1	0.3-1.5	1-3
2	1.6-3.3	4-6

3	3.4-5.4	7-10
4	5.5-7.9	11-16
5	8.0-10.7	17-21
6	10.8-13.8	22-27
7	13.9-17.1	28-33
8	17.2-20.7	34-40
9	20.8-24.4	41-47
10	24.5-28.4	48-55
11	28.5-32.6	56-63
12	32.7-36.9	64-71
$B = 1.127 \cdot \sqrt[3]{V^2}$		

Fig. 7.8.2.1.6 La Scala di Beaufort (da Petkovic, 1958).

7.8.2.2 Le assunzioni della normativa – L'effetto delle raffiche

Tenendo conto delle osservazioni fatte più sopra sulla dipendenza dall'angolo del momento sbandante del vento, la normativa attuale (contenuta nell'International Intact Stability Code 2008) assume che:

- il momento sia indipendente dall'angolo;
- la pressione p generata dal vento sull'opera morta sia indipendente dalla quota sul livello del mare.

In queste ipotesi, si avrebbe:

$$\begin{cases} F_{WN} = p \cdot A \\ M_{WN} = pAZ \end{cases} \Rightarrow \ell_{w1} = \frac{p \cdot A \cdot Z}{\Delta}$$

essendo A l'area dell'opera morta proiettata sul piano diametrale. Il centro velico coinciderebbe in questo caso con il *centro geometrico* dell'area dell'opera morta ($Z = Z_{geom}$). In realtà, il gradiente verticale di velocità del vento ha l'effetto di spostare un pò verso l'alto il centro di pressione (*centro velico effettivo* Z_{eff}). Di questo si tiene conto aumentando opportunamente il coefficiente di drag.

Sulla base di studi compiuti dal Giapponesi negli anni '50, la velocità del vento da mettere a calcolo per la verifica di stabilità è $V_{WN} = 26 \text{ m/s}$ (arrotondamento dei 25.8 m/s pari a 50 kn) che, combinata con una densità dell'aria $\rho_{WN} = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ed un $C_D = 1.22$ (che tiene anche conto del rapporto $\frac{Z_{eff}}{Z_{geom}} = 1.2$) dà la pressione assunta dalla normativa: $p = 504 \text{ Pa} = 0.504 \text{ kPa}$.

La normativa considera anche l'azione di una raffica di vento (*gust*) di intensità tale da dare un braccio ℓ_{w2} riportato al dislocamento nave:

$$\ell_{w2} = 1.5 \cdot \ell_{w1}$$

Il rapporto tra il braccio della raffica e quello del vento costante è il rapporto tra le pressioni (*gustiness factor*) e dunque $1.23 \cong \sqrt{1.5}$ deve essere il rapporto tra le velocità. Questo corrisponde al valor medio (linea a tratto e punto) delle misure effettuate in condizioni tipiche, come in Fig. 7.8.2.2.1:

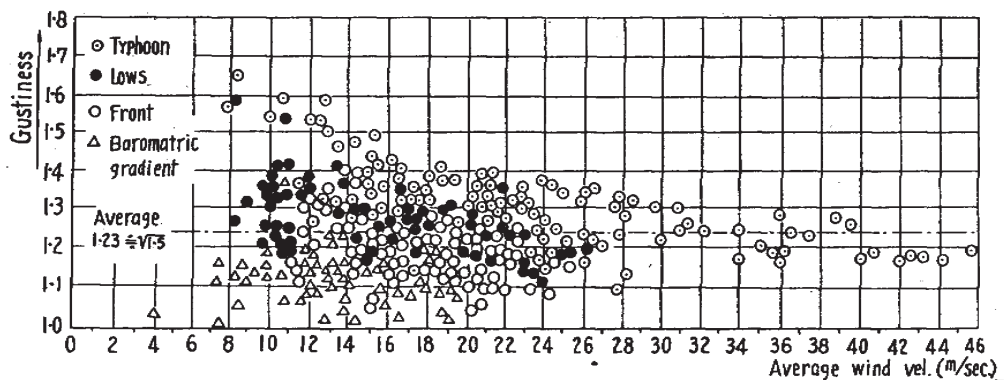


Fig. 7.8.2.2.1. Il rapporto tra velocità della raffica e velocità media del vento negli studi Giapponesi (da Yamagata, 1959).

Per pescherecci di lunghezza $24\text{ m} \leq L \leq 45\text{ m}$, che si trovano interamente nella zona del gradiente di velocità, la pressione generata dal vento costante può essere ridotta come nella tabella seguente:

$h\text{ (m)}$	1	2	3	4	5	6 and over
$p\text{ (N/m}^2\text{)}$	316	386	429	460	485	504

Tab. 7.8.2.2.1. Le pressioni del vento da mettere a calcolo per pescherecci.

essendo, al solito, h l'altezza del centro d'area sul galleggiamento.

Per le strutture da ricerca petrolifera, che sono molto alte sul galleggiamento e si trovano spesso ad operare in climi ostili, si adottano velocità del vento più grandi di quella adottata per le navi (si veda al proposito l'Intact Stability Code 2008).

Per confronto, riportiamo valori tipici assunti dall'Ingegneria Civile:

$h\text{ (m)}$	$p\text{ (Pa)}$
0÷10	490
10÷50	981
50÷100	1470÷2350

Tab. 7.8.2.2.2. Valori indicativi della pressione del vento adottati nell'Ingegneria Civile (da Colombo, G., Manuale dell'Ingegnere, 80^{ma} Ed., Hoepli, 1980).

L'azione del vento nelle verifiche di sicurezza assume un ruolo sempre più importante in conseguenza della progressiva "emersione" dall'acqua di molte tipologie di nave, come evidenziato nelle Fig. 7.8.2.2.2 per navi da crociera e in Fig. 7.8.2.2.3 per navi militari (anche se per queste ultime oggi prevale in realtà la logica *stealth* che impone scelte diverse).

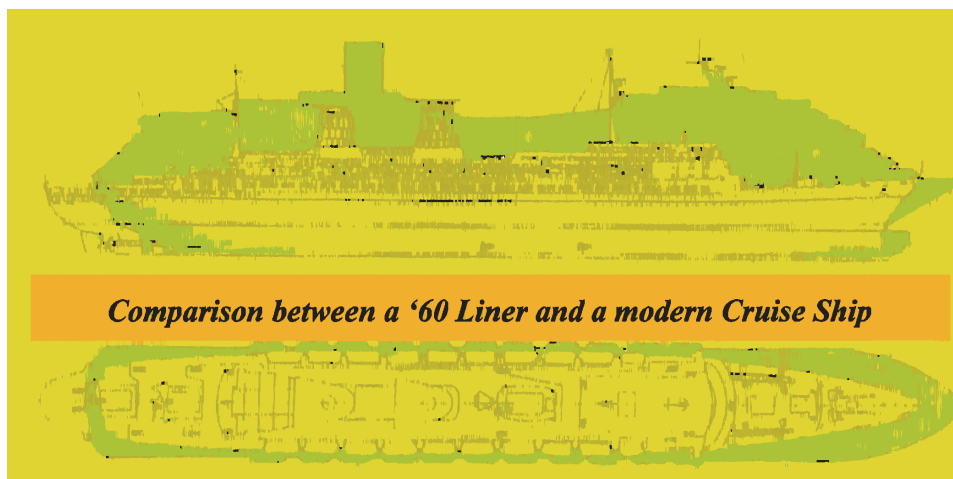


Fig. 7.8.2.2.2. Aumento dell'area laterale esposta al vento nel confronto tra la Raffaello (nello sfondo) ed una moderna nave da crociera

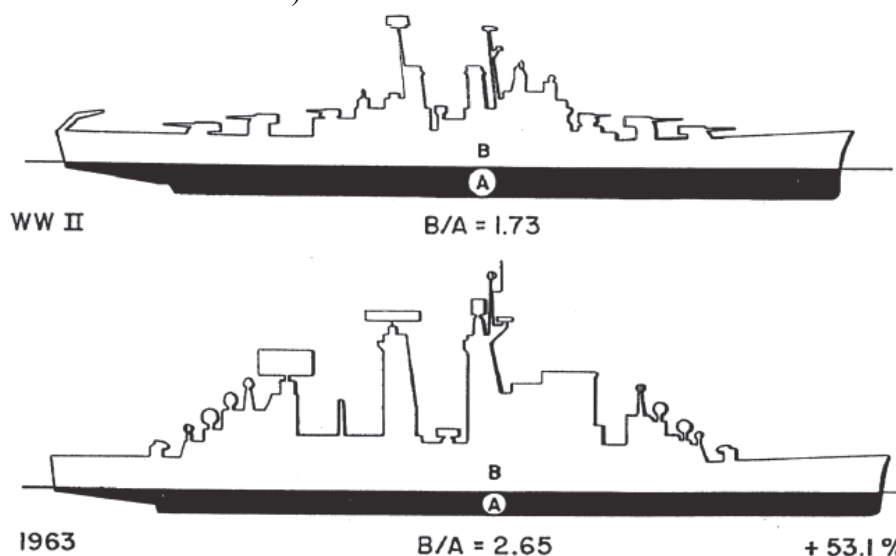


Fig. 7.8.2.2.3 Aumento dell'area laterale esposta al vento per gli incrociatori (da Henning, R. E., in Sarchin & Goldberg, 1962, discussion)

7.8.3 Il mare regolare

7.8.3.1 Generalità sulle onde - Nomenclatura

L'effetto del mare è sicuramente in generale un effetto non statico o quasi-statico. In questo paragrafo studieremo l'effetto del mare regolare bidimensionale, intendendo con ciò indicare quella condizione di mare in cui esiste una direzione ben definita di propagazione ed ogni sezione della superficie del mare fatta con un piano verticale parallelo alla direzione di propagazione mostra lo stesso profilo ondoso. Assumeremo anche che il mare sia regolare ed in particolare che il profilo di cui sopra sia costituito da una sinusoide di ampiezza ζ_a (distanza verticale tra la superficie di mare calmo e la cresta o tra la superficie di mare calmo ed il cavo) e lunghezza λ_w , detta *lunghezza d'onda*. La risoluzione delle equazioni dell'idrodinamica fornisce, per un'onda progressiva (nella direzione dell'asse x) di piccola ampiezza (lineare) in acqua profonda la seguente equazione:

$$\zeta(x, t) = \zeta_a \cdot \sin(k \cdot x - \omega_w \cdot t)$$

che rappresenta l'elevazione del profilo ondoso in funzione delle due variabili x - posizione spaziale, t - istante di tempo.

Osservata in una posizione fissa, ad esempio $x = 0$ per semplificare (come nella parte sinistra della Fig. 7.8.3.1.1), l'equazione fornisce l'andamento:

$$\zeta(x, t) = -\zeta_a \cdot \sin(\omega_w \cdot t)$$

che indica come localmente la superficie libera aria-acqua si muova verticalmente di moto armonico con frequenza angolare ω_w , cui corrisponde il periodo $T_w = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_w}$ (che rappresenta la *periodicità temporale*).

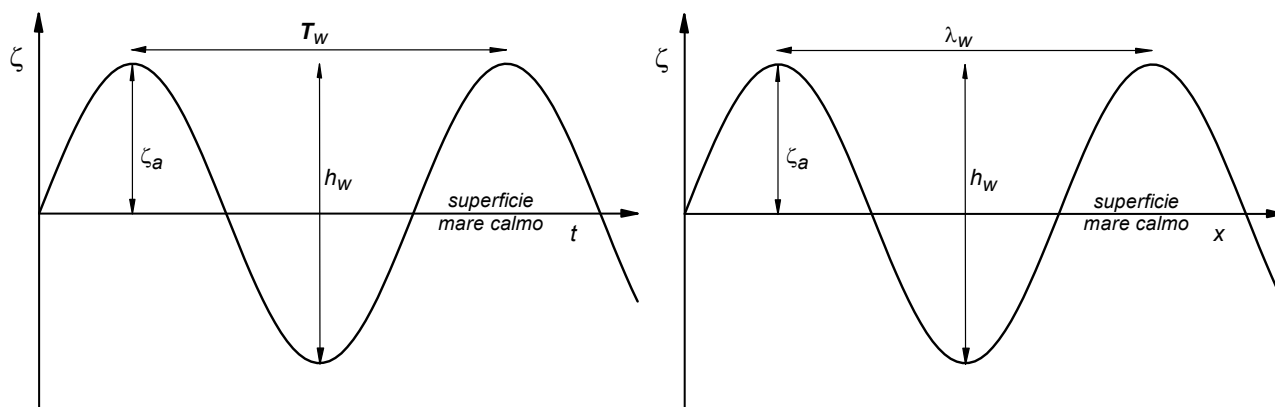


Fig. 7.8.3.1.1 Illustrante le periodicità temporale e spaziale connesse con un'onda progressiva

Osservata ad un istante fisso di tempo, cioè facendo una “istantanea”, ad esempio a $t = 0$ per semplificare (come nella parte destra della Fig. 7.8.3.1.1), il profilo ondoso è rappresentato dalla sinusoide:

$$\zeta(x, t) = \zeta_a \cdot \sin(k \cdot x)$$

che ha una *periodicità spaziale* di lunghezza λ_w cui corrisponde una *frequenza angolare spaziale* $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_w}$ detta *numero d'onde*.

La propagazione dell'onda collega questi due fenomeni, portando alla definizione di *velocità (di fase o celerità)* $V_w = \frac{\lambda_w}{T_w}$.

Si introducono anche le seguenti definizioni:

- *altezza dell'onda* h_w la distanza verticale cresta-cavo (per le onde sinusoidali è $h_w = 2 \cdot \zeta_a$);
- *pendenza*⁷ (*wave steepness*) $s = \frac{h_w}{\lambda_w} = \frac{2 \cdot \zeta_a}{\lambda_w}$;

⁷ La denominazione in lingua italiana non è univoca.

- *pendio (wave slope)* $\alpha = \frac{d\zeta}{dx} \Big|_{t=const} = k\zeta_a \cos(k \cdot x)$ (per comodità si è scelto $t = t_0$, ma tale scelta è irrilevante ai fini delle conclusioni che seguono) è la pendenza geometrica locale del profilo ondoso, variabile da punto a punto;
- *pendio massimo (maximum wave slope)* $\alpha_{max} = k\zeta_a = \pi s$ è il valore massimo del pendio, che si ha in prossimità degli attraversamenti dello zero (*zero crossing*);

7.8.3.2 Il caso delle onde in alto fondale

Riportiamo qui di seguito le formule applicabili alle onde in alto fondale. La presenza di un fondale limitato comporta un'asimmetria cresta-cavo ed una dipendenza della celerità dal fondale. Le onde di grande ampiezza presentano anche delle deviazioni dalle caratteristiche delle onde lineari. Noi qui non ci occuperemo di queste questioni. Ricordiamo anche che l'idrodinamica fissa un limite massimo alla pendenza di un'onda regolare, classicamente fissato a $s_{max} = \frac{1}{7}$ oltre il quale la cinematica delle particelle di liquido all'interno della cresta porta al frangersi dell'onda.

Le formule valide in alto fondale riportate qui di seguito, assieme alle formule approssimate spesso usate nella pratica, forniscono un legame semplice tra lunghezza e periodo e tra velocità e lunghezza:

- Velocità o Celerità $V_w = \frac{\lambda_w}{T_w} = \frac{g}{\omega_w} = \sqrt{\frac{g\lambda_w}{2\pi}} \cong 1.25 \cdot \sqrt{\lambda_w} \text{ m/s} \cong 2.43 \cdot \sqrt{\lambda_w} \text{ kn}$

- Lunghezza d'onda $\lambda_w = \frac{2\pi V_w^2}{g} = \frac{gT_w^2}{2\pi} \cong 1.56 \cdot T_w^2$

- Periodo $T_w = \sqrt{\frac{2\pi\lambda_w}{g}} \cong 0.8 \cdot \sqrt{\lambda_w}$

Per la sicurezza della nave si considerano due situazioni principali:

- il caso di mare al traverso;
- il caso di mare longitudinale (o dai quartieri).

7.8.3.3 Considerazioni ulteriori – L'ipotesi di Froude-Krylov

Consideriamo ancora un'onda di piccola ampiezza. Nel caso più generale di fondale qualsiasi, la teoria di Airy fornisce la seguente soluzione:

$$\zeta(x, t) = \zeta_a \cdot \frac{\cosh[(k \cdot (d + z))]}{\cosh(k \cdot z)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega_w \cdot t)$$

corrispondente ad un potenziale di velocità dato da:

$$\phi(x, z, t) = -\zeta_a \cdot \frac{g}{\omega_w} \cdot \frac{\cosh[(k \cdot (d + z))]}{\cosh(k \cdot z)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega_w \cdot t)$$

essendo d la profondità del fondale misurata dalla superficie del mare calmo e z la quota verticale positiva verso l'alto e con $z = 0$ in corrispondenza del livello di mare calmo. Nello scrivere il potenziale di velocità si è considerato che la velocità $\mathbf{u}$ nel campo fluido sia legata al potenziale ϕ dalla relazione

$$\mathbf{u} = \nabla \phi$$

La velocità, o celerità dell'onda in un fondale qualsiasi, è ora data da:

$$V_w = \frac{\lambda_w}{T_w} = \frac{g}{\omega_w} = \sqrt{\frac{g\lambda_w}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda_w}\right)}$$

In base al teorema di Bernoulli non stazionario, la pressione all'interno del liquido può essere scritta:

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho (\nabla \phi)^2$$

che rappresentano rispettivamente il contributo idrostatico (misurato a partire dalla superficie del mare calmo), il contributo dovuto al moto del profilo ondosso e quello cinetico dovuto ai moti locali delle particelle fluide. Per onde di piccola ampiezza, all'interno della teoria di Airy, il termine cinetico è trascurabile rispetto al contributo non stazionario in quanto di ordine superiore. L'espressione linearizzata è perciò data da:

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

A cui corrisponde la sopraelevazione di superficie libera:

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=0}$$

La presenza dell'onda è riconducibile ad una sovrappressione (algebraica!) Δp rispetto alla pressione idrostatica:

$$\Delta p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho g \frac{\cosh[k \cdot (d + z)]}{\cosh(k \cdot z)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega_w \cdot t) = \rho g \zeta_a K_p(z) \sin(k \cdot x - \omega_w \cdot t)$$

con

$$K_p(z) = \frac{\cosh[k \cdot (d + z)]}{\cosh(k \cdot z)}$$

Questo contributo è positivo sotto la cresta e negativo sotto il cavo, mentre è nullo in corrispondenza ad ogni linea nodale (luogo dei punti, di ugual fase, per cui è $\zeta = 0$).

Per acque profonde ($d / \lambda > 0.5$) si ha $\cosh(kd) \cong e^{kd}$ $\cosh[k(d + z)] \cong e^{kd} e^{kz}$ e dunque:

$$K_p(z) \cong \zeta_a e^{kz}$$

La distribuzione delle pressioni sotto un'onda piana sinusoidale di piccola ampiezza, in un riferimento con l'asse x sulla superficie ideale del mare calmo e l'asse z verso l'alto risulta dunque essere data, in alto fondale, da:

$$p(x, z, t) = -\rho g z + \rho g \zeta_a e^{kz} \sin(k \cdot x - \omega_w \cdot t)$$

$$p(x, z, t) = -\rho g z + \rho g \zeta_a e^{kz} \cos(k \cdot x - \omega_w \cdot t + \psi) = -\rho g z + e^{kz} \cdot \zeta(x, t)$$

L'espressione in forma completa della pressione sotto un'onda sinusoidale progressiva, mette inoltre in evidenza il fatto che il relativo gradiente di pressione non ha soltanto componente verticale ma anche orizzontale, cioè non è nullo $\frac{\partial p}{\partial x}$, come risulta invece nel caso di acqua tranquilla (§ 1.2.2.2)

$$\text{in cui } \nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right) = (0, 0, -\rho \cdot g).$$

Volendo dunque calcolare tutte le componenti della forza agente su un corpo parzialmente immerso, in presenza di onde, si ricorre spesso ad una approssimazione consistente nel considerare l'azione dell'onda come se questa non venisse perturbata dalla presenza della nave (ipotesi della *nave fantasma* o di *Froude-Krylov*). Le forze indotte dalla perturbazione prodotta sull'onda dalla presenza della nave (fenomeno della *diffrazione*), sono in generale importanti quando la dimensione del corpo nella direzione di propagazione dell'onda non è trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda; esse possono invece essere spesso trascurate nello studio della stabilità. Sfruttando il teorema della divergenza, posta $\mathbf{n}$ la normale entrante sulla superficie del corpo, la forza di Froude-Krylov è allora espressa da:

$$\mathbf{F}_{FK} = \int_A p \cdot \mathbf{n} \cdot dA = - \int_{\nabla} \mathbf{grad}(p) \cdot dV$$

Dove l'integrale di superficie va esteso alla effettiva superficie bagnata (mentre non è generalmente facile definire un volume di carena in presenza di onda). A differenza di quanto detto nel § 1.4.6, ora non è più possibile portare fuori dall'integrale il gradiente di pressione in quanto questo non è costante. Considerando la componente verticale della forza, si ha ora:

$$S_{FK} = \mathbf{F}_{FK} \cdot \mathbf{k} = - \int_{\nabla} grad_z(p) \cdot dV = - \int_{\nabla} \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dV = - \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{medio} \cdot \nabla$$

Avendo applicato il teorema della media integrale.

Se poi il corpo ha dimensioni ridotte rispetto alla lunghezza d'onda, il valore medio può essere approssimato dal valore nel centro del corpo.

La differenza di spinta prodotta dalla variazione verticale del gradiente di pressione in presenza di un'onda rispetto al caso idrostatico, cioè la parte legata alle componenti dinamiche della pressione, si chiama *effetto Smith*.

Volendo invece calcolare la spinta mediante il metodo del Bonjean, cioè operando per sezioni trasversali, ed accontentandosi del solo gradiente verticale lineare sotto l'onda, si può considerare in prima approssimazione valida la legge idrostatica per cui $p(z) = -\rho g z$ in cui z venga misurata a partire dall'effettivo profilo dell'onda. Alternativamente, si può prendere come valore medio del gradiente di pressione quello calcolato in corrispondenza all'immersione del centro geometrico C della parte immersa della sezione. In questo modo si tiene conto, seppure in maniera approssimata, del gradiente effettivo di pressione.

Nel primo caso, ciò equivale a considerare costante ed uguale alla densità vera, la densità equivalente dell'acqua, mentre nel secondo si considera come valore della densità equivalente:

$$\rho_{eq} = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=z_C}$$

7.8.4 Il moto di rollio della nave in mare regolare al traverso

7.8.4.1 Considerazioni generali sul rollio di una nave in mare al traverso

La trattazione del moto di rollio di una nave è soggetto di formidabile difficoltà a causa degli effetti non lineari, degli accoppiamenti tra i moti e delle grandi ampiezze raggiunte. Assumeremo in questo paragrafo che il moto di rollio di una nave possa essere descritto con un modello matematico ad un solo grado di libertà, consistente nel moto oscillatorio di rotazione intorno all'asse x longitudinale orizzontale passante per il baricentro G , derivato dalla seconda equazione cardinale della dinamica applicata al moto di un corpo rigido intorno ad un asse fisso:

$$J'_{xx} \ddot{\phi} = M_x$$

essendo J'_{xx} e M_x rispettivamente il momento d'inerzia di massa della nave intorno all'asse x , inclusivo dell'effetto idrodinamico della *massa aggiunta*⁸, cioè il cosiddetto momento d'inerzia *virtuale*, ed il momento risultante delle forze applicate rispetto allo stesso asse. Il momento risultante delle forze consta dei seguenti contributi:

- smorzamento $M_d(\phi, \dot{\phi})$ dovuto all'attrito con l'acqua, alla resistenza dell'aria, alla generazione di vortici in corrispondenza di spigoli e sezioni stellate, alla generazione di onde ed alla presenza di alette ed altri dispositivi antirollanti (Fig. 7.8.4.1.1/2);
- momento raddrizzante $M_R(\phi)$ di natura idrostatica dovuto ai menischi che si formano con carena inclinata in mare calmo (Fig. 7.8.4.1.3a);
- forzante d'onda $M_w(t)$ (Fig. 7.8.4.1.3b);
- forzanti $M_{add}(t)$ dovute ad alcuni dispositivi antirollanti (ad esempio le pinne attive).

⁸ Il concetto di *massa aggiunta* fisicamente realizza l'idea che, per accelerare un corpo di massa m immerso in un fluido, non è sufficiente applicare la forza $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, ma occorre applicare una forza maggiore in quanto contemporaneamente al corpo si deve accelerare, in maggiore o minor misura, il fluido che circonda il corpo. La massa *equivalente* m_A di fluido tale che la forza totale $\vec{F}'$ da applicare al corpo possa scriversi $\vec{F}' = (m + m_A) \cdot \vec{a}$ dicesi *massa aggiunta*. La somma della massa reale m del corpo e di quella aggiunta m_A dicesi *massa virtuale*. In maniera analoga si procede nel caso dei moti rotatori, giungendo al concetto di *momento d'inerzia di massa aggiunta*.

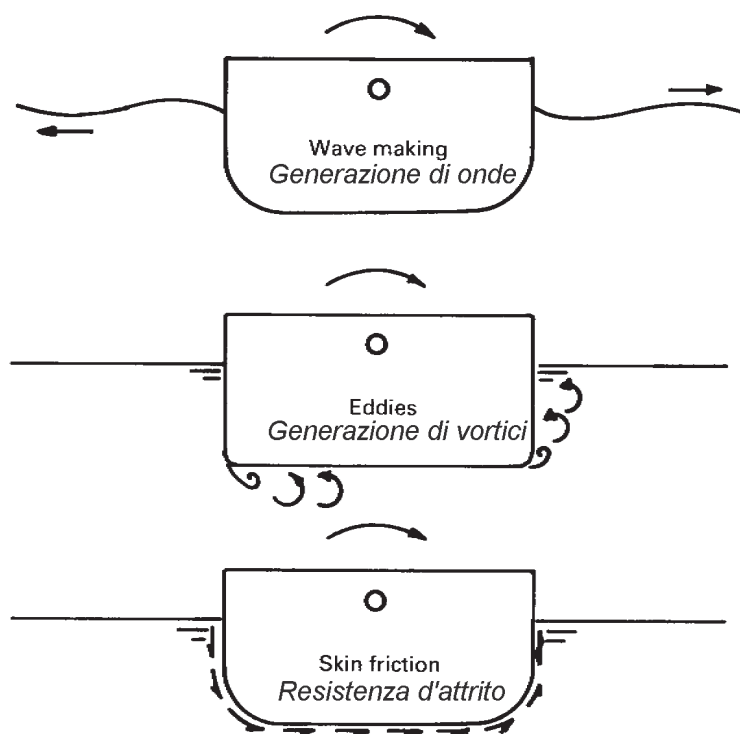


Fig. 7.8.4.1.1 Le diverse cause smorzanti il moto di rollio (da Lloyd, 1989)

Trascurando i dispositivi antirollanti da aggiungere come momenti addizionali, si ha dunque:

$$J'_{xx}\ddot{\phi} = M_w + M_d - M_R$$

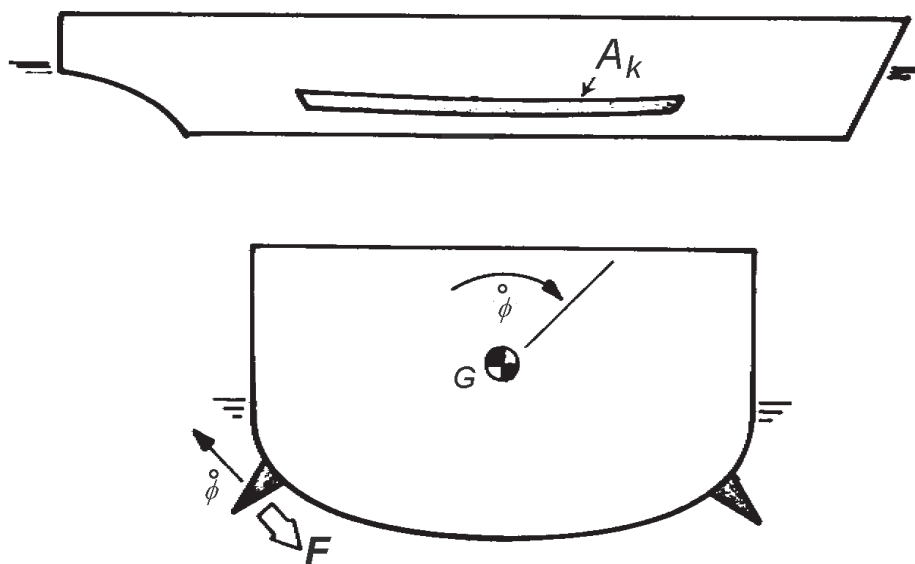


Fig. 7.8.4.1.2 Illustrante i parametri delle alette anti rollio (da Lloyd, 1989)

Si è già visto che:

$$M_R(\phi) = \Delta \cdot \overline{GZ}(\phi)$$

Si ha inoltre che:

- lo smorzamento ha segno contrario alla velocità angolare e può essere espresso, per piccole ampiezze di oscillazione, da un momento lineare rispetto alla velocità angolare $M_d = -B_1 \cdot \dot{\phi}$;
- la forzante, nell'ipotesi che l'onda non venga perturbata dalla presenza della nave (detta *ipotesi di Froude-Krylov* o della *nave fantasma*) e che abbia lunghezza molto maggiore della larghezza nave (Fig. 7.8.4.1.3), può essere espressa da⁹ $M_w = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \alpha_{\max} \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$ essendo $\omega_e \cong \omega_w$ la frequenza d'incontro nave-onda. Indicheremo nel seguito la frequenza della forzante semplicemente con ω ;
- per tener conto della curvatura della superficie ondosa e di altri effetti dinamici, si aggiunge alla forzante un termine moltiplicativo $\alpha_0 (\leq 1)$ detto *coefficiente di riduzione del pendio effettivo dell'onda* (effective wave slope coefficient)¹⁰.
- $\overline{GZ}(\phi) \cong \overline{GM} \cdot \phi$ in virtù della piccola ampiezza delle oscillazioni.

Inserendo queste espressioni nell'equazione del moto si ottiene la seguente equazione differenziale per il rollio forzato (di piccola ampiezza) in mare regolare al traverso¹¹:

$$J'_{xx} \ddot{\phi} + B_1 \cdot \dot{\phi} + \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \alpha_{\max} \cdot \alpha_0 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

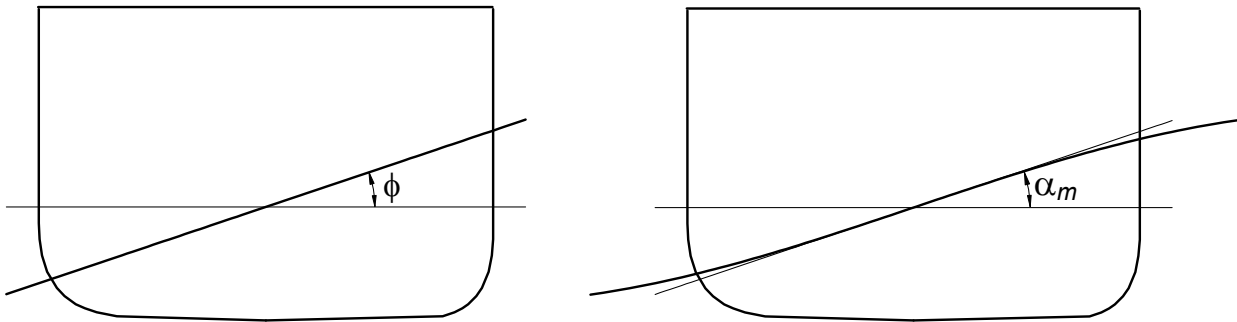


Fig. 7.8.4.1.3 Confronto geometrico tra:

- carena inclinata in mare calmo (a sinistra);
- carena diritta in mare ondoso con zero dell'onda a centro nave (a destra).

Dopo aver diviso per il momento d'inerzia virtuale J'_{xx} si ottiene l'equazione differenziale lineare:

$$\ddot{\phi} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\phi} + \omega_0^2 \cdot \phi = \omega_0^2 \cdot \alpha_0 \cdot \pi \cdot s \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

avendo posto:

⁹ La Fig. 7.8.4.1.3 mostra a confronto una carena inclinata in mare calmo ed una diritta in mare ondoso ($\lambda_w = 4 \cdot B$). In entrambi i casi, i menischi di immersione/emersione danno origine ad un momento. Nel primo caso si tratta di un momento raddrizzante (se la nave è stabile), che in approssimazione metacentrica si può scrivere $M_R \cong \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin \phi \cong \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi$. Nel secondo caso si tratta di un momento sbandante che, in analogia (si noti che qui l'analogia è solo parziale) si può scrivere $M_w \cong \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \alpha_{\max} \cdot \sin(\omega_e \cdot t)$. Si può arrivare a questo risultato in diversi modi, ad esempio considerando l'approccio detto dell'*angolo relativo*, al quale si accennerà più avanti (§ 7.8.4.3).

¹⁰ Coefficiente che esprime l'efficacia di un'onda nel generare momento forzante di rollio.

¹¹ L'equazione, come la successiva ottenuta dividendo per il momento d'inerzia virtuale, è un'equazione differenziale ordinaria (cioè non a derivate parziali), lineare del secondo ordine, a coefficienti costanti, non omogenea. Ricordiamo che un'equazione differenziale è un'equazione funzionale, nel senso che la sua soluzione è una funzione, nel caso particolare $\phi(t)$.

- $\mu = \frac{B_1}{2 \cdot J'_{xx}}$ coefficiente di smorzamento lineare;
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{\Delta \cdot GM}{J'_{xx}}}$ *frequenza naturale*¹² delle piccole oscillazioni di rollio, della quale diremo

più avanti. Ad essa corrisponde il *periodo naturale* dato da $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J'_{xx}}{\Delta \cdot GM}}$.

7.8.4.1.1 L'equazione di rollio in assenza di forzante e smorzamento - Oscillazioni libere – Frequenza naturale e periodo naturale di rollio

Considerando il caso delle piccole oscillazioni in assenza di smorzamento e forzante o, come si dice, *libere*, l'equazione di cui sopra si riduce a:

$$\ddot{\phi} + \omega_0^2 \phi = 0$$

La soluzione dell'equazione del moto per le oscillazioni libere, come si può verificare per sostituzione, è data da:

$$\phi(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) + B \cdot \sin(\omega_0 t) = C \cdot \cos(\omega_0 t + \delta)$$

con A e B o C e δ costanti arbitrarie da determinarsi con le condizioni iniziali del moto ($\phi(0) = \phi_0$ e $\dot{\phi}(0) = \dot{\phi}_0$). C e δ si chiamano rispettivamente *ampiezza* e *fase* del moto di rollio. Come si può vedere, il rollio libero per piccole ampiezze (per rimanere nell'ambito di validità dell'approccio linearizzato) è un moto armonico di frequenza angolare ω_0 alla quale corrisponde

$$\text{un periodo } T_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0}.$$

7.8.4.1.2 L'effetto dello smorzamento – Il decadimento delle oscillazioni libere

La inevitabile presenza dello smorzamento fa sì che l'oscillazione decada nel tempo (esponenzialmente nel caso di smorzamento lineare) come nella Fig. 7.8.4.1.4 che si riferisce al caso tipico delle prove di estinzione di rollio, cioè al caso in cui $\phi(0) = C_0$ e $\dot{\phi}(0) = 0$:

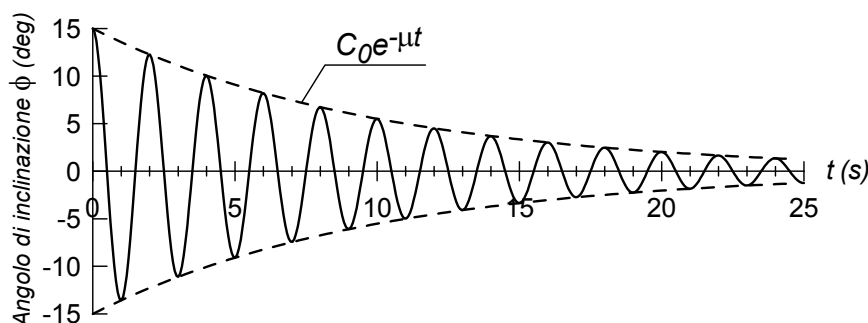


Fig. 7.8.4.1.4 Curva di estinzione del rollio libero (*Roll Decay Curve*)

¹² Qui e nel seguito indichiamo per brevità con il nome di frequenza la quantità ω che è in realtà la frequenza angolare o pulsazione. La frequenza vera è data da $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

7.8.4.1.3 L'equazione completa – Soluzione stazionaria - Risonanza

Infine la presenza della forzante permette il raggiungimento di una *soluzione stazionaria* la cui ampiezza e fase (o sfasamento, rispetto alla forzante) *non dipendono* dalle condizioni iniziali ma dall'ampiezza e dalla frequenza della forzante.

Consideriamo ancora l'equazione linearizzata:

$$\ddot{\phi} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\phi} + \omega_0^2 \cdot \phi = \omega_0^2 \cdot \alpha_0 \cdot \pi \cdot s \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

Essa può essere risolta come indicato nella teoria delle equazioni differenziali lineari. La soluzione generale dell'equazione completa (cioè inclusiva di smorzamento e forzante) è data dalla somma:

- della soluzione generale dell'equazione omogenea corrispondente (cioè ottenuta trascurando il termine forzante);
- e di un integrale particolare dell'equazione completa.

Il primo dei due termini rappresenta un'oscillazione smorzata (del tipo indicato nel § 7.8.4.1.2) e dunque dopo un tempo sufficientemente lungo diventa di ampiezza trascurabile. Come soluzione *stazionaria* rimane allora l'integrale particolare dell'equazione completa che, in virtù della linearità dell'equazione, va cercato tra le funzioni del tipo:

$$\phi(t) = C \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta).$$

L'ampiezza C , come sarà mostrato nel § 7.8.4.4a, è data nella fase stazionaria da:

$$C = \frac{\pi \cdot \alpha_0 \cdot s \cdot \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \omega^2}}$$

Analizziamo l'ampiezza in funzione della frequenza della forzante. Per $\omega = 0$ (cioè nel limite per onde molto lunghe¹³), si ottiene:

$$C(0) = \pi \cdot \alpha_0 \cdot s = \alpha_0 \cdot \alpha_{\max} = \alpha_0 \cdot k \cdot \zeta_a$$

che è la risposta di un sistema all'applicazione di una forza costante di intensità pari all'ampiezza delle forzante periodica, e nella Meccanica Razionale si indica come *deflessione statica*.

Il rapporto:

$$\frac{C(\omega)}{C(0)} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot \nu^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

indica allora il *coefficiente di amplificazione* al variare della frequenza della forzante. Il grafico di questa quantità, mostrato nella Fig. 7.8.4.1.5 per diversi valori del coefficiente *nondimensionale* di smorzamento $\nu = \mu / \omega_0$, indica che il coefficiente di amplificazione può assumere valori molto

¹³ Si noti che la quantità α_0 non è in questo caso costante, ma tende ad un valore unitario.

grandi in presenza di piccolo smorzamento ($\nu \leq 1.0$) in prossimità del valore unitario del rapporto di frequenza $\frac{\omega}{\omega_0}$.

Il fenomeno si chiama *risonanza* ed è tipico dei sistemi poco smorzati come la nave rispetto al moto di rollio. Per una nave di forme convenzionali, in assenza di sistemi antirollanti, infatti, si ha spesso $\nu \leq 0.1$. Ad esempio per $\nu = 0.1$ ed $s = 1/30$ (ammettendo $\alpha_0 = 1$) si ha un'ampiezza massima di rollio al *sincronismo* ($\omega \cong \omega_0$) pari a $C \cong \frac{\alpha_{\max}}{2 \cdot \nu} = 30^\circ$ contro un valore massimo del pendio di appena 6° (Fig. 7.8.4.4b.1).

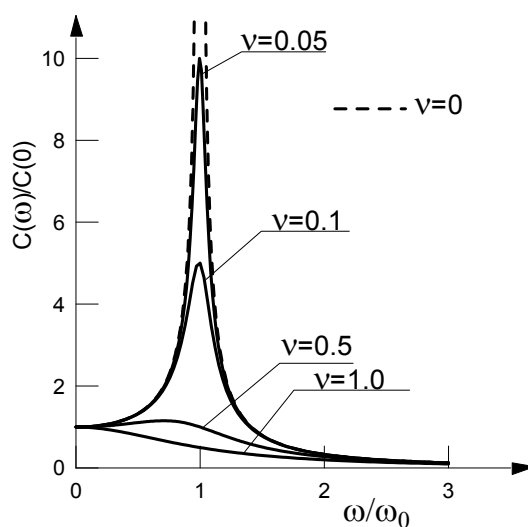


Fig. 7.8.4.1.5 Ampiezza non-dimensionale di rollio in funzione della frequenza della forzante per diversi valori del coefficiente di smorzamento lineare non-dimensionale

La frequenza naturale delle piccole oscillazioni di rollio, come abbiamo visto, è data dall'espressione $\omega_0 = \sqrt{\frac{\Delta \cdot GM}{J'_{xx}}}$ per il cui calcolo è necessaria la conoscenza del momento

d'inerzia virtuale della nave $J'_{xx} = m \cdot k_{xx}^2$ attorno all'asse di rollio. Questa quantità è di difficile valutazione. In mancanza di informazioni più complete, si può assumere che il *raggio di girazione* (o *d'inerzia*) k_{xx} sia dato da:

$$0.35 \cdot B \leq k_{xx} \leq 0.45 \cdot B$$

essendo B la larghezza al galleggiamento. Per navi con molti ponti di sovrastruttura si assume il valore superiore che talvolta può comunque sottostimare il valore reale.

Con queste assunzioni, indicando con C il coefficiente di B nell'espressione per il calcolo del raggio d'inerzia, si ha:

$$J'_{xx} = m \cdot k_{xx}^2 = \frac{\Delta}{g} (C \cdot B)^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J'_{xx}}{\Delta \cdot GM}} = \frac{2\pi \cdot C \cdot B}{\sqrt{g \cdot GM}} \cong \frac{2 \cdot C \cdot B}{\sqrt{GM}}$$

l'ultimo passaggio essendo giustificato dal fatto che $\pi \cong \sqrt{g}$.

Ad esempio, per una nave avente $B = 14\text{ m}$, $\Delta = 2000\text{ t}_f$ e $\overline{GM} = 1.0\text{ m}$, assumendo $C = 0.4$, ci aspettiamo di avere $k_{xx} = 5.6\text{ m}$ e $T_0 = 11.2\text{ s}$. L'onda risonante ($T_w = T_0$) ha dunque lunghezza (§ 7.8.2.2) $\lambda_w = 197\text{ m}$.

7.8.4.2 Periodo naturale di rollio e periodo delle onde

Come si è visto al paragrafo precedente, il rollio in mare al traverso diventa particolarmente pericoloso in condizioni di risonanza, cioè al sincronismo tra onde e rollio

$$\omega \cong \omega_w \cong \omega_0$$

Per le inclinazioni trasversali, infatti, una nave di forme convenzionali presenta il minimo momento raddrizzante e al tempo stesso le minori capacità smorzanti intrinseche (cioè legate alle sole forme di carena, senza l'aggiunta di dispositivi addizionali antirollanti).

Presenta allora un notevole interesse l'indagine dei periodi tipici del rollio delle navi di forme convenzionali e del periodo tipico delle onde marine, o meglio dell'intervallo di periodi sul quale viene spalmata la maggior parte dell'energia delle onde cosiddette di gravità, delle quali abbiamo parlato al §7.9.3. Per navi di forme convenzionali si ha sostanzialmente:

$$6\text{ s} \leq T_0 \leq 30\text{ s}$$

Per le onde di gravità, si ha un andamento del tipo di quello indicato in Fig. 7.8.4.2.1:

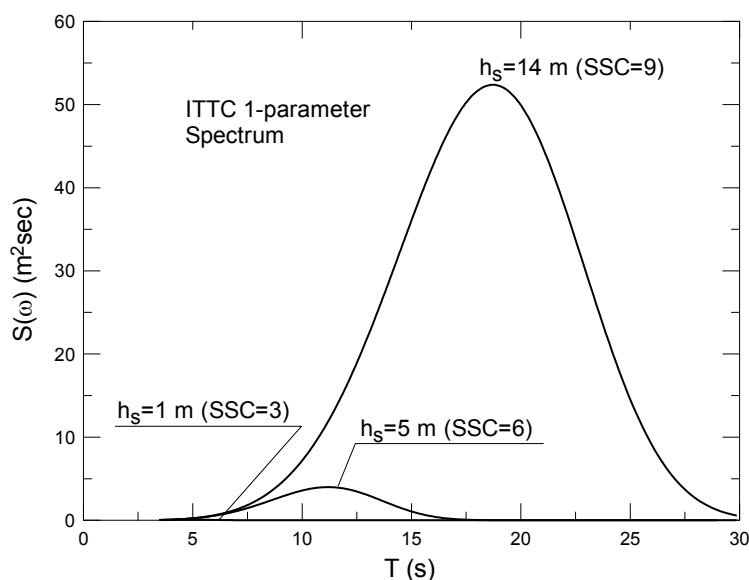


Fig. 7.8.4.2.1 Densità spettrale delle onde in funzione del periodo per diversi valori dell'altezza significativa

Come si può vedere, la sovrapposizione tra i due intervalli è considerevole: di qui la grande attenzione dedicata al rollio nelle normative sulla sicurezza della nave dal capovolgimento.

7.8.4.3 L'equazione del moto di rollio nell'angolo relativo

Con riferimento alla Fig. 7.8.4.3.1, nella quale si considera la nave su un'onda trasversale, di lunghezza molto maggiore della larghezza nave in modo da poter considerare praticamente piano il profilo ondoso nell'ambito di estensione trasversale della nave, siano:

- ϕ l'angolo di sbandamento (rollio *assoluto*);
- α l'inclinazione *assoluta* del profilo ondoso;
- $\phi - \alpha$ l'angolo di sbandamento (rollio *relativo* al profilo ondoso).

In queste condizioni, la coppia peso apparente/spinta apparente genera un momento assiale che, per piccoli angoli, è pari a:

$$M_x = -\Delta_a \cdot \overline{GM} \cdot \sin(\phi - \alpha) \cong -\Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin(\phi - \alpha) \cong -\Delta \cdot \overline{GM} \cdot (\phi - \alpha)$$

essendo il dislocamento apparente Δ_a sull'onda in generale poco diverso da quello Δ in mare calmo ed oscillante intorno ad esso. Sostituendo questa espressione nell'equazione del moto:

$$J'_{xx} \ddot{\phi} = M_x$$

separando i due termini del momento in mare ondoso in momento raddrizzante $-\Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi$ da portare a sinistra, e momento forzante $\Delta \cdot \overline{GM} \cdot \alpha$ da lasciare a destra, tenendo conto che:

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

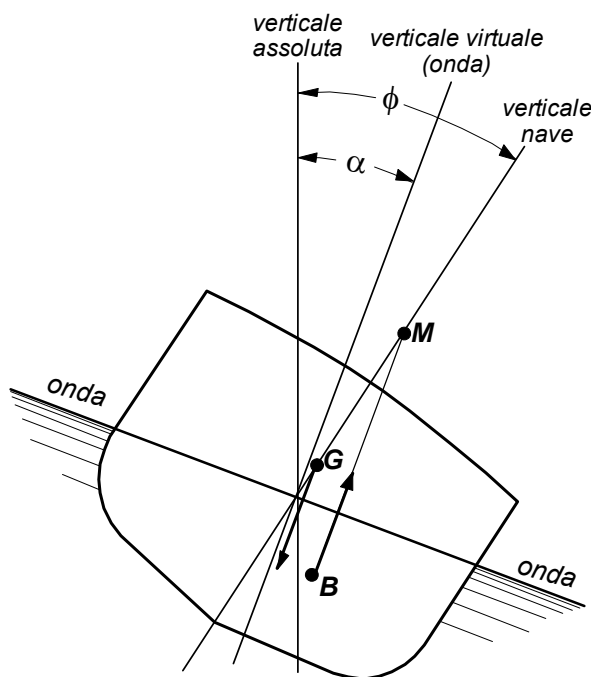


Fig. 7.8.4.3.1 Illustrante i concetti di angolo assoluto e di angolo relativo

ed aggiungendo un momento smorzante dovuto alle diverse cause sopra elencate, si ha infine l'equazione differenziale utilizzata nel § 7.8.4.1.

7.8.4.4 Ulteriori considerazioni ed aspetti non lineari

L'idrodinamica navale mostra che, sotto opportune ipotesi semplificatrici, la sovrapposizione degli effetti adottata per ottenere l'equazione differenziale di rollio è ragionevole anche a grandi

ampiezze ma lo smorzamento deve in generale essere espresso da polinomi nella velocità angolare stessa del tipo:

$$M_d = -B_1 \cdot \dot{\phi} - B_2 \cdot |\dot{\phi}| \dot{\phi} - B_3 \cdot \dot{\phi}^3$$

con coefficienti solitamente ottenuti da prove sperimentali su modelli in scala.

Bisogna anche tener conto dell'effettivo andamento della curva dei bracci di stabilità $\overline{GZ}$, che viene spesso rappresentata nella forma polinomiale:

$$\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \phi + A_3 \cdot \phi^3 + A_5 \cdot \phi^5 + \dots$$

da cui:

$$\frac{\Delta \cdot \overline{GZ}}{J'_{xx}} = \omega_0^2 + \alpha_3 \cdot \phi^3 + \alpha_5 \cdot \phi^5 + \dots$$

con ovvio significato dei simboli. I coefficienti $\alpha_3, \alpha_5, \dots$ (o gli $A_3, A_5, \dots$) vengono determinati mediante regressione della funzione sulla curva dei bracci di stabilità calcolati in mare calmo.

Inserendo queste espressioni nell'equazione del moto e dopo aver diviso per il momento d'inerzia virtuale J'_{xx} si ottiene:

$$\ddot{\phi} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\phi} + \beta \cdot |\dot{\phi}| \dot{\phi} + \delta \cdot \dot{\phi}^3 + \frac{\Delta \cdot \overline{GZ}}{J'_{xx}} = \alpha_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \pi \cdot s \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

essendo $\mu = \frac{B_1}{2 \cdot J'_{xx}}$, $\beta = \frac{B_2}{J'_{xx}}$, $\delta = \frac{B_3}{J'_{xx}}$ rispettivamente i coefficienti dei termini lineare,

quadratico e cubico dello smorzamento.

La soluzione dell'equazione del moto completa si presenta di grande complessità e non può in generale essere ottenuta in maniera esatta per via analitica. Si ricorre allora a soluzioni approssimate o all'integrazione numerica.

7.8.4.4a Soluzione lineare

Sostituendo la soluzione

$$\phi(t) = C \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta) \quad ^{14}$$

nell'equazione differenziale lineare ottenuta nel § 7.8.4.1 ed applicando il principio d'identità delle funzioni trigonometriche, si ottiene il seguente sistema di equazioni per fase ed ampiezza:

$$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot C \cdot \cos \delta - 2 \cdot \mu \cdot \omega \cdot C \cdot \sin \delta = \alpha_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \pi \cdot s \\ (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot C \cdot \sin \delta + 2 \cdot \mu \cdot \omega \cdot C \cdot \cos \delta = 0 \end{cases}$$

¹⁴ Per semplificare il procedimento, conviene effettuare una traslazione dell'origine dei tempi in modo da trasformare la soluzione in $\phi(t) = C \cdot \cos(\omega \cdot t)$ e la forzante in $\alpha_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \pi \cdot s \cdot \cos(\omega_e \cdot t - \delta)$.

Ricavando $\cos \delta$ e $\sin \delta$ ed utilizzando l'identità $\sin^2 \delta + \cos^2 \delta = 1$, si ottengono le equazioni per ampiezza e fase:

$$C = \frac{\pi \cdot \alpha_0 \cdot s \cdot \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \omega^2}}$$

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{2 \cdot \mu \cdot \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

L'andamento dell'ampiezza con la frequenza è stato già discusso al §7.9.4.1. Per quanto riguarda la fase, conviene utilizzare le:

$$\begin{cases} \cos \delta = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \alpha_0 \cdot \pi \cdot \omega_0^2 \cdot s}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \cdot \omega^2] \cdot C} \\ \sin \delta = \frac{-2 \cdot \mu \cdot \omega \cdot \alpha_0 \cdot \pi \cdot \omega_0^2 \cdot s}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \cdot \omega^2] \cdot C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \delta = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \cdot \omega^2}} \\ \sin \delta = \frac{-2 \cdot \mu \cdot \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \mu^2 \cdot \omega^2}} \end{cases}$$

Che danno il grafico di Fig. 7.8.4.4a.1:

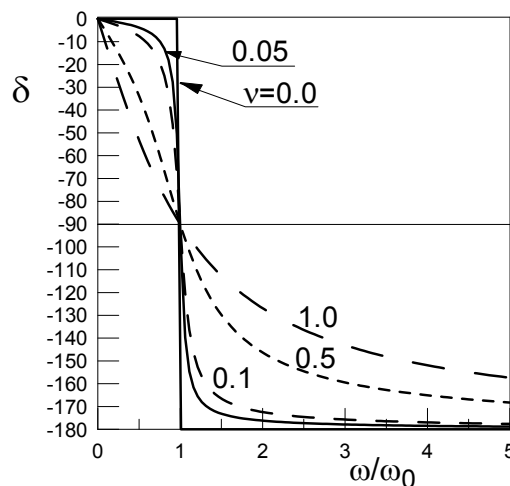


Fig. 7.8.4.4a.1 Sfasamento del moto di rollio in funzione della frequenza della forzante per diversi valori del coefficiente di smorzamento non-dimensionale

Si vede inoltre che lo sfasamento alla risonanza è dato da:

$$\delta(\omega_0) = -\frac{\pi}{2}$$

7.8.4.4b La soluzione non lineare nel caso di smorzamento lineare+cubico

Considerando per ora il caso di smorzamento lineare+cubico, di braccio di stabilità rappresentato da polinomio di quinto grado ed assumendo ancora una soluzione del tipo:

$$\phi(t) = C \cdot \cos(\omega t + \delta)$$

e spostando l'origine dei tempi come fatto nel paragrafo precedente, si ha:

$$-\omega_o^2 \cdot C \cdot \cos(\omega t) - 2 \cdot \mu \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\omega t) + \beta \cdot \omega^2 \cdot C^2 \cdot \sin^2(\omega t) - \delta \cdot \omega^3 \cdot C^3 \cdot \sin^3(\omega t) + \\ + \omega_o^2 \cdot C \cdot \cos(\omega t) + \alpha_3 \cdot C^3 \cdot \cos^3(\omega t) + \alpha_5 \cdot C^5 \cdot \cos^5(\omega t) = \omega_o^2 \cdot \pi \cdot s \cdot \alpha_o \cdot \cos(\omega t - \delta)$$

Le potenze in seno e coseno vengono sviluppate mediante le formule:

$$\begin{cases} \sin^3(\omega t) = \frac{1}{4} \cdot [3 \cdot \sin(\omega t) - \sin(3\omega t)] \\ \cos^3(\omega t) = \frac{1}{4} \cdot [3 \cdot \cos(\omega t) + \cos(3\omega t)] \\ \cos^5(\omega t) = \frac{1}{16} \cdot [\cos(5\omega t) + 5 \cos(3\omega t) + 10 \cos(\omega t)] \end{cases}$$

Si applica poi il metodo detto del bilanciamento armonico, come fatto nel paragrafo precedente, ma tenendo conto che i termini di frequenza multipla di ω non possono essere bilanciati e dunque si ha un risultato approssimato:

$$\begin{cases} \left[\left(\omega_o^2 - \omega^2 \right) + \frac{3}{4} \alpha_3 \cdot C^2 + \frac{5}{8} \alpha_5 \cdot C^4 \right] \cdot C = \omega_o^2 \cdot \pi \cdot s \cdot \alpha_o \cos \delta \\ - \left(2 \cdot \mu + \frac{3}{4} \delta \cdot \omega^2 \cdot C^2 \right) \cdot \omega \cdot C = \omega_o^2 \cdot \pi \cdot s \cdot \alpha_o \sin \delta \end{cases}$$

da cui, quadrando e sommando, si ha l'equazione per l'ampiezza

$$\left[\left(\omega_o^2 - \omega^2 \right) + \frac{3}{4} \alpha_3 C^2 + \frac{5}{8} \alpha_5 C^4 \right]^2 C^2 + \left(2\mu + \frac{3}{4} \delta \omega^2 C^2 \right)^2 \omega^2 C^2 = \left(\pi \cdot s \cdot \omega_o^2 \cdot \alpha_o \right)^2$$

$$\omega_{oeq}^2 = \omega_o^2 + \frac{3}{4} \alpha_3 C^2 + \frac{5}{8} \alpha_5 C^4 \quad \text{dà la frequenza naturale } \textit{equivalente} \omega_{oeq} \text{ in funzione}$$

dell'ampiezza di rollio, mentre

$$2\mu_{eq} = 2\mu + \frac{3}{4} \delta \omega^2 C^2 \quad \text{dà lo smorzamento lineare equivalente } \mu_{eq}.$$

L'equazione non lineare per l'ampiezza può allora essere riformulata come:

$$\left(\omega_{oeq}^2 - \omega^2 \right)^2 C^2 + \left(2\mu_{eq} \omega C \right)^2 = \left(\pi \cdot s \cdot \omega_o^2 \cdot \alpha_o \right)^2$$

In Fig. 7.8.4.4b1 è riportata ad esempio la curva di risposta in frequenza di rollio ottenuta mediante prove sperimentali su modello in scala:

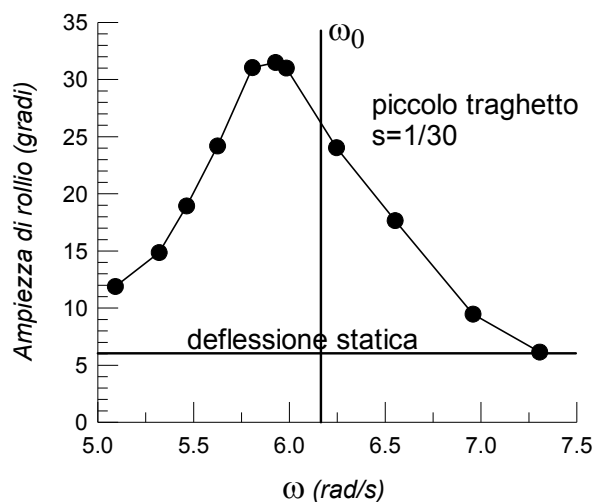


Fig. 7.8.4b.1 Ampiezza del moto di rollio in funzione della frequenza della forzante per un piccolo traghetto. Per confronto è riportato anche il valore della deflessione statica (pendio massimo dell'onda)

Come si può vedere, la frequenza di picco del rollio è discosta dalla frequenza naturale delle piccole oscillazioni essendo spostata verso una frequenza minore. Questo effetto dipende dalla forte deviazione dalla linearità della curva dei bracci di stabilità riportata in Fig. 7.8.4b.2. Il fatto che il braccio di stabilità sia meno-che-lineare giustifica il verso dello spostamento della frequenza di risonanza

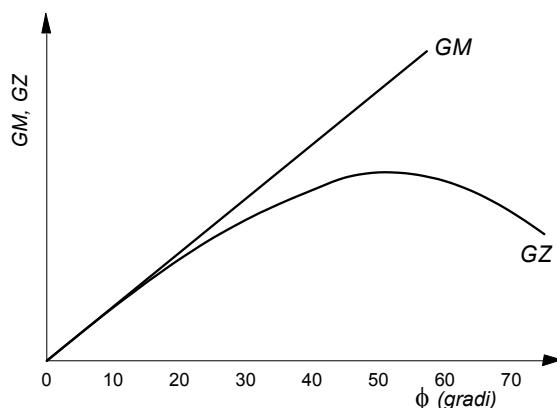


Fig. 7.8.4b.2 Curva dei bracci di stabilità statica del traghetto di cui alla Fig. 7.8.4b.1

7.8.4.4c La soluzione non lineare nel caso di smorzamento quadratico

Il termine di smorzamento quadratico richiede una trattazione diversa (bilancio energetico) da quella utilizzata per il lineare ed il cubico. Nel caso di smorzamento puramente quadratico e braccio di stabilità lineare, invece, si ha, in risonanza:

$$C(\omega_0) = \sqrt{\frac{3 \cdot \pi^2 \cdot \omega_0^2 \cdot s \cdot \alpha_0}{8 \cdot \beta}} \propto \sqrt{\alpha_0 \cdot s}$$

Essa corrisponde ad uno smorzamento lineare equivalente dato da:

$$2\mu_{eq} = \frac{8}{3\pi} \beta \omega C$$

7.8.4.5 Le assunzioni della normativa¹⁵

Il moto di rollio è trattato esplicitamente nel Criterio Meteorologico (§ 14.2). La normativa fa riferimento ad un modello matematico non lineare che tiene conto di uno *smorzamento puramente quadratico nella velocità*. La soluzione dell'equazione di rollio in queste ipotesi e la formula per la valutazione della massima ampiezza prevedibile, sono state discusse nel §7.8.4.4b. Detta ϕ_1 , in gradi, tale ampiezza, la normativa fornisce la seguente espressione di calcolo:

$$\phi_1 = 109 \cdot k \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sqrt{r \cdot s}$$

essendo:

- k un fattore che tiene conto dello smorzamento del moto di rollio indotto dalla presenza di alette o di sezioni con spigoli o stellate. I valori di k sono riportati in Tab.7.8.4.5.1 in funzione dell'area A_k delle alette espressa in percento del prodotto $L \cdot B$.

$100A_k/(L \cdot B)$	k
0	1.00
1.0	0.98
1.5	0.95
2.0	0.88
2.5	0.79
3.0	0.74
3.5	0.72
≥ 4.0	0.70

Tab. 7.8.4.5.1 Valori del fattore k in funzione dell'area delle alette antirollanti (espressa come percentuale del prodotto $L \cdot B$). A_k indica l'area complessiva delle alette.

- X_1 un fattore che tiene conto dello smorzamento del moto di rollio in funzione del rapporto B/T . I valori di X_1 sono riportati in Tab. 7.8.4.5.2:

B/T	X_1	B/T	X_1
≤ 2.4	1.00	3.0	0.90
2.5	0.98	3.1	0.88
2.6	0.96	3.2	0.86
2.7	0.95	3.3	0.84
2.8	0.93	3.4	0.82
2.9	0.91	≥ 3.5	0.80

Tab. 7.8.4.5.2 Valori del fattore X_1 in funzione del rapporto B/T .

- X_2 un fattore che tiene conto dello smorzamento del moto di rollio in funzione del coefficiente di finezza totale C_B . I valori di X_2 sono riportati in Tab.7.8.4.5.3:

¹⁵ La maggior parte delle tabelle riportate in questo paragrafo, che sono tuttora parte integrante del Criterio Meteorologico come contenuto nell'International Intact Stability Code 2008. Tuttavia esse presentano numerosi punti critici che sono stati alla base dello sviluppo, nel 2007, del metodo alternativo per la verifica del Criterio Meteorologico contenuto nella MSC Circ. 1/1200. All'IMO si è deciso infatti di non toccare per il momento il Criterio Meteorologico ma di predisporre una metodologia alternativa, in particolare per certi tipi di navi, in attesa di un riesame completo dei Criteri di Stabilità. Ritourneremo su queste questioni nel Cap. 14.

C_B	X_2
≤ 0.45	0.75
0.50	0.82
0.55	0.89
0.60	0.95
0.65	0.97
≥ 0.70	1.00

Tab. 7.8.4.5.3 Valori del fattore X_2 in funzione del coefficiente di finezza totale C_B

- $r = 0.73 + 0.6 \cdot \frac{\overline{OG}}{T}$ il coefficiente di riduzione del pendio effettivo dell'onda, essendo $\overline{OG}$ l'altezza del centro di gravità sul galleggiamento;
- $s = \frac{h_w}{\lambda_w}$ la pendenza dell'onda, riportata in funzione del periodo T_0 di rollio in Tab. 7.8.4.5.4:

T (s)	s
≤ 6	0.100
7	0.098
8	0.093
12	0.065
14	0.053
16	0.044
18	0.038
≥ 20	0.035

Tab. 7.8.4.5.4 Valori della pendenza dell'onda in funzione del periodo di rollio

Il periodo di rollio infine viene valutato con una formula simile a quella precedentemente fornita (§ 7.8.4.1):

$$T_0 = \frac{2 \cdot C \cdot B}{\sqrt{GM}}$$

$$\text{con } C = 0.373 + 0.023 \cdot \frac{B}{T} - 0.043 \cdot \frac{L}{100}$$

Si noti, per inciso, che la formula in questione corrisponde all'assunzione:

$$k_{xx} = C \cdot B \quad .$$

7.8.5 La relazione tra intensità del vento e stato del mare nelle ipotesi originali del Criterio Meteorologico

Le scelte sullo stato del vento e del mare fatte a suo tempo dai Giapponesi e successivamente incorporate nell'attuale Criterio Meteorologico, erano basate sulle seguenti osservazioni, con riferimento alla Fig. 7.8.5.1:

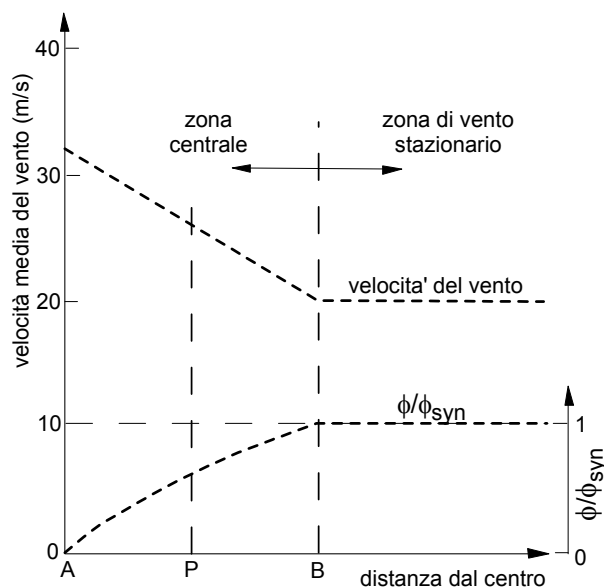


Fig. 7.8.5.1 Illustrante la velocità del vento e l'effetto del sincronismo delle onde a varie distanze dal centro di una perturbazione (adattata, da Yamagata, 1959)

- la velocità del vento ha il suo valore massimo nel centro della perturbazione meteorologica e decresce allontanandosi;
- l'altezza media delle onde cresce man mano che ci si allontana dal centro della perturbazione in quanto la formazione delle onde richiede che il vento soffi per un certo periodo di tempo su una lunghezza di mare sufficiente (lunghezza di *fetch*);
- la regolarità delle onde cresce anche allontanandosi dal centro. Al centro il mare è confuso, mentre le onde si regolarizzano (*mare morto o swell*) ad una certa distanza.

Come conseguenza

- l'effetto del vento è massimo al centro della perturbazione;
- l'effetto delle onde, determinato dal rapporto $\phi = \phi_{syn}$ tra l'ampiezza di rollio osservata e quella ottenibile in condizioni di sincronismo (risonanza), cresce allontanandosi dal centro.

Da qui la scelta di condizioni intermedie da mettere a calcolo nella valutazione della sicurezza della nave.

7.8.6 Il caso di mare longitudinale

Questo caso è in realtà il più pericoloso in quanto può portare a grandi ampiezze di rollio ed anche al capovolgimento della nave, in particolare quando la lunghezza dell'onda sia prossima alla lunghezza nave, a causa di:

- perdita di stabilità della nave quando questa viaggia alla stessa velocità dell'onda nella condizione di cresta a centro nave, in quanto in questo caso si ha una riduzione di stabilità rispetto alla condizione di mare calmo. Questa condizione è particolarmente pericolosa per unità veloci di ridotte dimensioni;
- insorgenza di rollio parametrico a causa della variazione periodica del braccio di stabilità statica dovuta al passaggio dell'onda. Il fenomeno è particolarmente pericoloso quando il periodo d'incontro nave onda è la metà del periodo naturale di rollio della nave.

7.8.6.1 La frequenza d'incontro

Nelle equazioni precedenti, che trattavano il caso di mare al traverso, si è assunto che la nave sia in quiete come posizione media. Come conseguenza $\omega_e \cong \omega_w$. Diversa è la situazione quando il mare

proviene da una direzione diversa, rappresentata dall'angolo μ ¹⁶, detto *angolo d'incontro*, tra la direzione orientata della velocità V della nave e quella V_w delle onde (cioè tra i vettori $\mathbf{V}$ e $\mathbf{V}_w$ rappresentanti le due velocità):

- mare di prua (*head sea*) $\mu = 180^\circ$;
- mare di poppa (*following sea*) $\mu = 0^\circ$;
- mare al traverso (*beam sea*) $\mu = 90^\circ$

La frequenza d'incontro, cioè la frequenza delle onde vista nel riferimento nave è data da:

$$\omega_e = \omega_w \cdot \left(1 - \frac{\omega_w \cdot V}{g} \cdot \cos \mu \right)$$

o espressioni analoghe ottenibili a partire dalla lunghezza λ_w o dal periodo (assoluto) T_w dell'onda.

7.8.6.2 La variazione di stabilità sull'onda longitudinale ($\mu = 0$ o $\mu = 180^\circ$)

La presenza di un'onda longitudinale con frequenza d'incontro ω_e dà origine ad una variazione periodica del braccio di stabilità statica a causa della variazione periodica della carena istantanea provocata dal passaggio dell'onda e dai moti verticali ad essa connessi (sussulto e beccheggio). Fissiamo qui di seguito l'attenzione sulle variazioni di stabilità iniziale nel caso in cui la carena sia istantaneamente in equilibrio idrostatico e la lunghezza dell'onda sia uguale alla lunghezza al galleggiamento della nave. Se consideriamo le due condizioni estreme di cresta (*crest*) a centro nave e cavo (*trough*) a centro nave per un'onda avente $s_w = \frac{h_w}{\lambda_w} = \frac{1}{30}$, nelle Fig. 7.8.6.2.1/3 si vedono in condizioni di equilibrio idrostatico la variazione della figura di galleggiamento e della curva di pienezza e le corrispondenti variazioni delle posizioni del centro di carena e del metacentro.

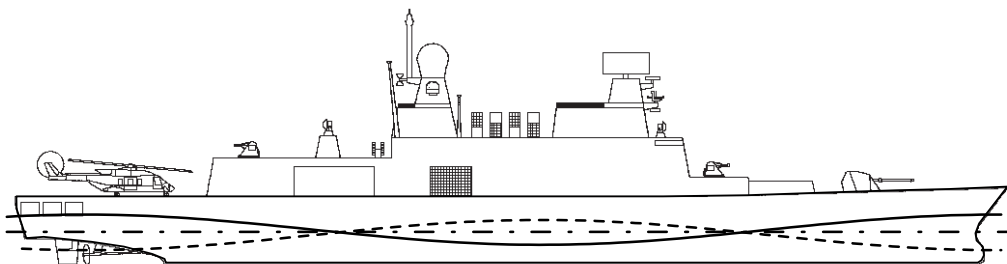


Fig. 7.8.6.2.1 Confronto tra i galleggiamenti isocarenici in mare calmo, cresta al centro e cavo al centro

¹⁶ Non si confonda quest'angolo con il coefficiente di smorzamento lineare per il moto di rollio.

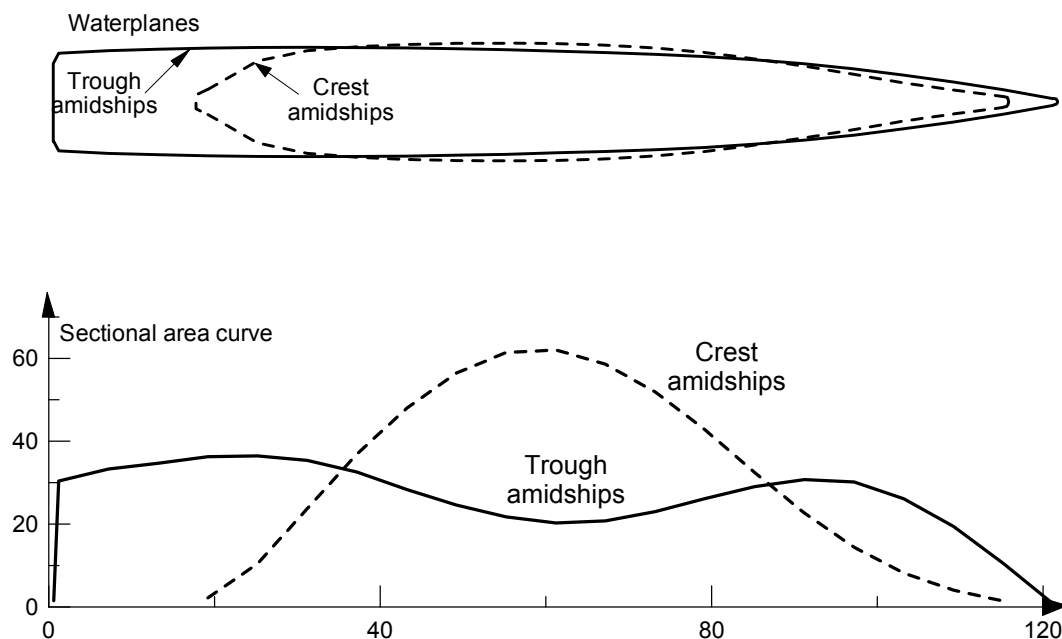


Fig. 7.8.6.2.2 Confronto tra le figure di galleggiamento e la curva delle aree sezionali nelle condizioni cresta al centro e cavo al centro per la nave di Fig. 7.8.6.2.1

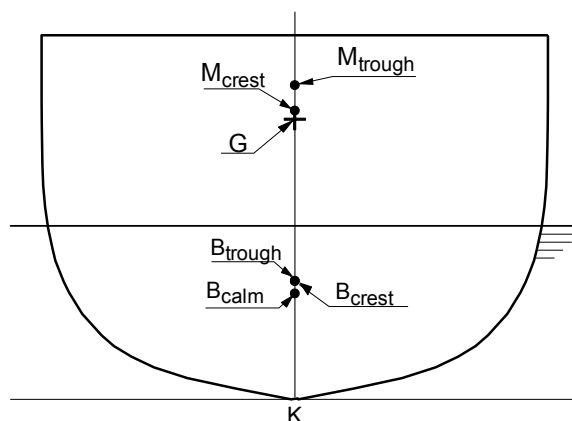


Fig. 7.8.6.2.3 Posizioni del centro di carena e del metacentro nelle condizioni cresta al centro e cavo al centro per la nave di Fig. 7.8.6.2.1

L'altezza metacentrica iniziale varia in corrispondenza della posizione dell'onda lungo la nave. Nel caso considerato si ha il diagramma di Fig. 7.8.6.2.4:

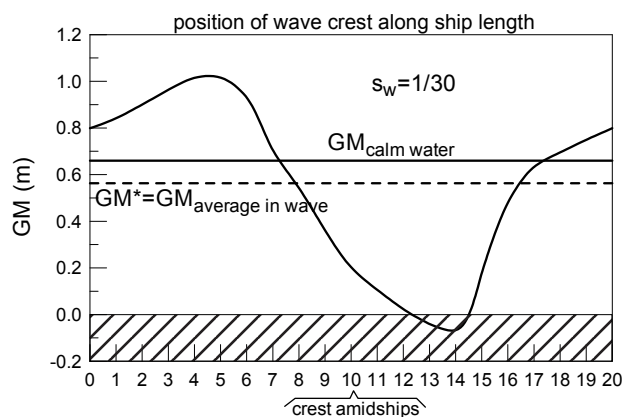


Fig. 7.8.6.2.4 Variazione dell'altezza metacentrica per diverse posizioni longitudinali dell'onda per la nave di Fig. 7.8.6.2.1

che indica che in condizioni di stabilità iniziale in acqua calma che soddisfi marginalmente i criteri di stabilità a nave integra (di cui al successivo Cap. 14) come nell'esempio qui riportato, si possono anche avere posizioni dell'onda corrispondenti ad altezza metacentrica negativa, ossia ad instabilità della posizione dritta.

Se l'onda avesse la stessa velocità nave e posizione della cresta corrispondente ad un caso $GM < 0$ la nave potrebbe correre il pericolo di capovolgimento per *perdita di stabilità sull'onda*. In generale si ha comunque una dipendenza della stabilità dalla posizione dell'onda lungo la nave e quindi dal tempo $\overline{GM} = \overline{GM}(t)$ ¹⁷, in quanto l'onda percorre la lunghezza nave in un tempo corrispondente ad un periodo d'incontro $T_e = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_e}$.

7.8.6.3 Il rollio "parametrico"

7.8.6.3.1 Le condizioni per l'innescò del rollio parametrico

Si può assumere in prima approssimazione che l'andamento dell'altezza metacentrica sia sinusoidale¹⁸:

$$\overline{GM}(t) = \overline{GM}^* \cdot \left(1 + \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*} \cdot \cos \omega_e \cdot t \right)$$

essendo $\overline{GM}^*$ il valore medio e $\delta \overline{GM}$ l'ampiezza della variazione. Il termine rappresentante il momento raddrizzante nell'equazione del moto di rollio diventerebbe allora:

$\Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi \rightarrow \Delta \cdot \overline{GM}(t) \cdot \phi$ e, dividendo per il momento d'inerzia virtuale:

$$\frac{\Delta \cdot \overline{GM}}{J'_{xx}} \cdot \phi = (\omega_0)^2(t) \cdot \phi = \omega_0^{*2} \left(1 + \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*} \cdot \cos \omega_e \cdot t \right) \cdot \phi$$

L'equazione linearizzata del moto diventa allora:

$$\ddot{\phi} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\phi} + \omega_0^{*2} \left(1 + \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*} \cdot \cos \omega_e \cdot t \right) \cdot \phi = 0$$

che è un'equazione differenziale lineare omogenea, cioè non ha forzante esplicita, ma ha un *parametro dipendente dal tempo* (il momento raddrizzante, rappresentato dalla frequenza delle piccole oscillazioni) quindi è un'equazione a *coefficienti variabili*. La posizione dritta, rappresentata dalla soluzione $\phi(t) \equiv 0$, è sempre possibile, ma per particolari valori della frequenza

ed in presenza di smorzamento piccolo rispetto all'entità del coefficiente $\frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*}$ esprime la variazione di stabilità, può diventare instabile e dar luogo ad un moto di rollio di ampiezza pericolosa, detto *rollio parametrico*. Le condizioni per cui si può più facilmente innescare il rollio parametrico sono le seguenti:

¹⁷ Considerando la stabilità agli angoli finiti si avrebbe una dipendenza dall'angolo e dal tempo $GZ = GZ(\phi, t)$.

¹⁸ Se la nave fosse simmetrica prora-poppa si avrebbe il massimo $\overline{GM}$ per cavo a centro nave.

$$\begin{cases} \omega_e \cong 2 \cdot \omega_0 \\ \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*} > 4 \cdot \nu \end{cases}$$

essendo ν il coefficiente di smorzamento lineare non dimensionale per il moto di rollio (vedi § 7.8.4.1.3). Il rollio parametrico è dunque caratterizzato dall'avere rapporto di sincronismo

$$\Lambda = \frac{\omega_e}{\omega_0} \cong 2 \text{ ed un valore di soglia minima per l'ampiezza } h_0 = \frac{\delta \overline{GM}}{\overline{GM}^*} \text{ della forzante parametrica.}$$

In queste condizioni il moto di rollio ha frequenza ω_0 ed è dunque *subarmonico* 1/2 rispetto all'onda. Si ha cioè un'intera rollata nel tempo impiegato da 2 onde consecutive a percorrere la lunghezza nave.

Il rollio parametrico si può presentare in condizioni di mare di prua o di poppa, a seconda della condizione di stabilità della nave, della sua lunghezza e del suo range di velocità.

7.8.6.3.2 L'ampiezza del rollio parametrico sopra soglia

La soluzione dell'equazione linearizzata per il rollio parametrico, qualora si sia superata la soglia d'innesco, non prevede limitazioni superiori all'ampiezza di rollio che risulterebbe dunque divergente nel tempo. La limitazione dell'ampiezza viene in realtà fornita dalla presenza degli effetti non lineari dovuti allo smorzamento ed al momento raddrizzante. Prove su modello in scala condotte nei laboratori dell'Università di Trieste hanno mostrato che la nave di cui alle figure precedenti può raggiungere un'ampiezza di rollio parametrico di circa 50° in condizioni di carena nuda. L'ampiezza del rollio parametrico può essere sensibilmente ridotta, con l'adozione di alette di rollio, pinne e casse antirollanti. Tra questi, il mezzo più efficace, in grado di operare anche a nave ferma, è costituito dalle casse antirollanti.

7.8.6.3.3 La normativa sul rollio parametrico

Il rollio parametrico non è ancora regolato da un apposito Criterio di Stabilità ma vengono date al Comandante delle indicazioni operative per evitarlo assieme ad altri fenomeni pericolosi in mare longitudinale quali la perdita di stabilità ed il broaching (Circolare IMO MSC/707 "Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Following and Quartering Seas"). In seguito ad un grosso incidente occorso alla portacontainer APL-China nel 1998, la Circolare IMO è stata riscritta (MSC.1/Circ.1228 "Revised Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Adverse Weather and sea Conditions"). L'American Bureau of Shipping ha inoltre introdotto una notazione di classe (ABS "Assessment of Parametric Roll Resonance in the Design of Container Carriers") per le portacontainer che risultano poco sensibili al rollio parametrico.

Attualmente (2015) c'è una vivace attività di ricerca e di sviluppo normativa su questo fenomeno.

7.8.7 Considerazioni statistiche sul vento e sul mare

Il mare presenta generalmente caratteristiche visive alquanto diverse da quelle descritte nei paragrafi precedenti. La superficie del mare, specialmente nella zona di generazione delle onde a causa di condizioni meteorologiche avverse caratterizzate da forti venti, presenta spiccati caratteri di irregolarità. Le onde che si susseguono sono diverse l'una dall'altra per altezza e lunghezza e spesso è difficile individuare una direzione netta di propagazione. La descrizione del *mare irregolare* (o *confuso*) viene allora fatta ricorrendo a nozioni statistiche. Faremo in questo capitolo un breve cenno ad alcuni concetti importanti per la sicurezza della nave.

7.8.7.1 Lo stato del mare

Lo stato del mare viene innanzitutto rappresentato mediante un numero detto *forza del mare* o *SSC*, secondo una tabella formulata dall'Organizzazione Meteorologica Internazionale (WMO):

Sea State Code (Forza)	Altezza d'onda significativa (m)		Descrizione	
	Intervallo	Media		
0	0	0	Calm (glassy)	Calmo
1	0÷0.1	0.05	Calm (rippled)	Quasi calmo
2	0.1÷0.5	0.3	Smooth (wavelets)	Poco mosso
3	0.5÷1.25	0.875	Slight	Mosso
4	1.25÷2.5	1.875	Moderate	Molto mosso
5	2.5÷4.0	3.25	Rough	Agitato
6	4.0÷6.0	5.0	Very rough	Molto agitato
7	6.0÷9.0	7.5	High	Grosso
8	9.0÷14.0	11.5	Very high	Molto grosso
9	> 14.0	> 14.0	Phenomenal	Tempestoso

Tab. 7.8.7.1.1 Tabella degli stati di mare (SSC - Sea State Code) secondo l'Organizzazione Meteorologica Internazionale (da Lloyd, 1989 e D.P.R. 8/11/1991, n. 435 - Approvazione del regolamento per la sicurezza della navigazione e della vita umana in mare)

Essa fa riferimento alla cosiddetta *altezza significativa* $h_{1/3}$ consistente nella media del terzo più alto delle onde presenti nella registrazione tipica effettuata in una certa zona di mare. Non c'è una corrispondenza 1:1 tra stato del mare, come riportato nella tabella qui sopra e scala Beaufort del vento (§7.2.9.1). La corrispondenza è comunque mostrata nella Tab. 7.8.7.1.2:

Forza Beaufort	Velocità del vento			Denominazione	
	Nodi	m/s	km/h		
0	<1	0 - 0.2	<1	Calmo	Calm
1	1-3	0.3-1.5	1-5	Bava di vento	Light air
2	4-6	1.6-3.3	6-11	Brezza leggera	Light breeze
3	7-10	3.4-5.4	12-19	Brezza tesa	Gentle breeze
4	11-15	5.5-7.9	20-28	Vento moderato	Moderate breeze
5	16-21	8.0-10.7	29-38	Vento teso	Fresh breeze
6	22-27	10.8-13.8	39-49	Vento fresco	Strong breeze
7	28-33	13.9-17.1	50-61	Vento forte	Near gale
8	34-40	17.2-20.7	62-74	Burrasca	Gale
9	41-47	20.8-24.4	75-88	Burrasca forte	Severe gale
10	48-55	24.5-28.4	89-102	Tempesta	Storm
11	56-63	28.5-32.6	103-117	Tempesta violenta	Violent storm
12	64 e oltre	32.7 e oltre	118 e oltre	Uragano	Hurricane

Tab. 7.8.7.1.2 Confronto tra stato del mare e scala di Beaufort del vento (D.P.R. 8/11/1991, n. 435 - Approvazione del regolamento per la sicurezza della navigazione e della vita umana in mare)

7.8.7.2 Lo spettro del mare

E' importante a questo punto considerare la distribuzione dell'energia del mare rispetto ai periodi tipici dei diversi fenomeni periodici presenti in esso. Questo può essere fatto mediante un'analisi di Fourier di registrazioni temporali tipiche, come indicato nella Fig. 7.8.7.1.1. I risultati sono descritti

da una funzione $S(\omega)$ detta densità spettrale, che rappresenta appunto la *densità di energia* disponibile a quella frequenza¹⁹.

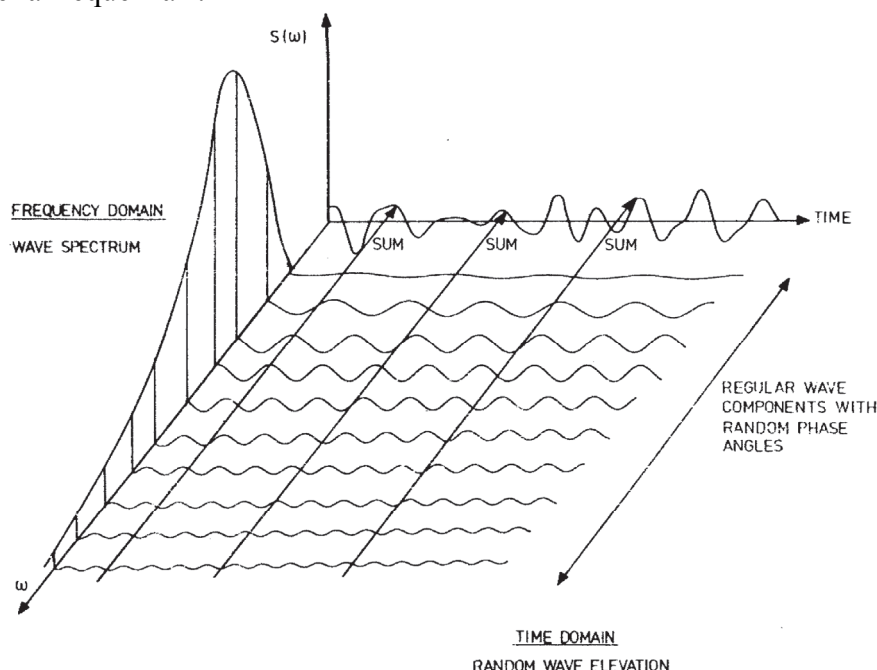


Fig. 7.8.7.1.1 Illustrante la scomposizione di un'onda di mare irregolare in onde sinusoidali e la funzione densità spettrale (da Faltinsen, 1990)

Considerando tutti i fenomeni connessi con la superficie marina, si ha una distribuzione di energia in frequenza del tipo di quella mostrata in Fig. 7.8.7.1.2 che mostra l'estrema pericolosità delle onde marine (onde di gravità generale dal vento) alle frequenze tipiche del rollio delle navi di forme convenzionali.

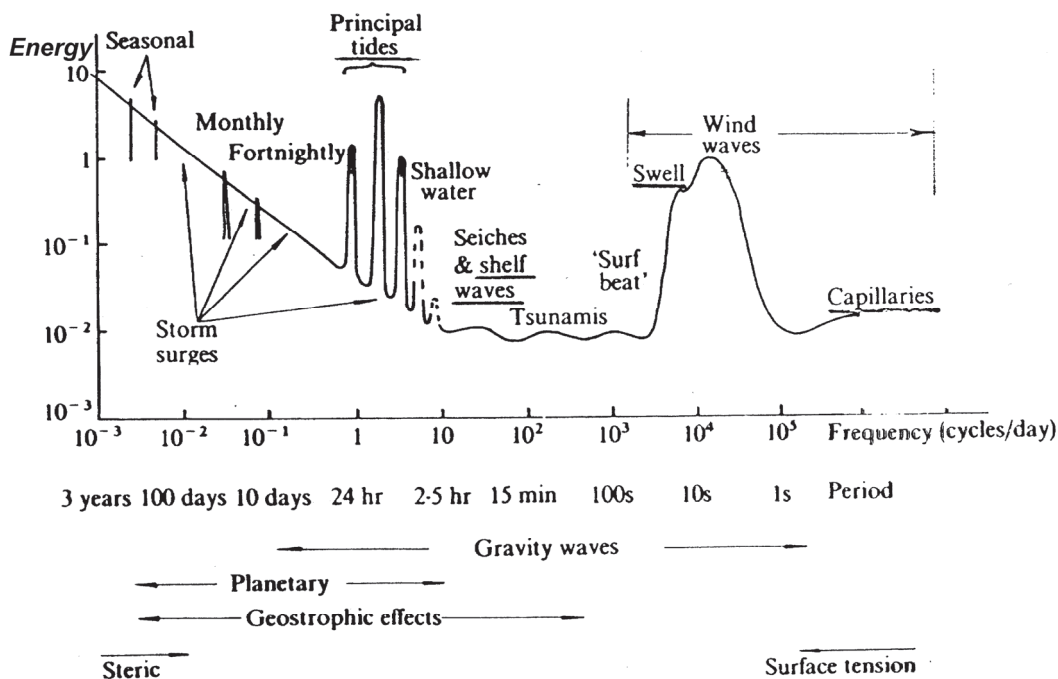


Fig. 7.8.7.1.2 Illustrante la distribuzione di energia rispetto alla frequenza ed al periodo per i moti caratteristici della superficie marina (da Price and Bishop, 1974)

¹⁹ Per maggiori dettagli si vedano i Corsi di Analisi Matematica e di Tenuta al Mare.

7.8.7.3 Lo spettro del vento

Anche nel caso del vento, uno studio della distribuzione di energia in funzione della frequenza dei diversi fenomeni periodici si dimostra del massimo interesse. La Fig. 7.8.7.1.1 indica, infatti, una separazione delle zone di grande energia in due parti:

- una zona a bassa frequenza (periodo da alcune ore ad alcuni giorni) caratteristica del *vento costante*;
- una zona ad alta frequenza (periodo da qualche secondo a qualche minuto) caratteristica delle *raffiche*.

L'assunzione del criterio meteorologico appare dunque giustificata.

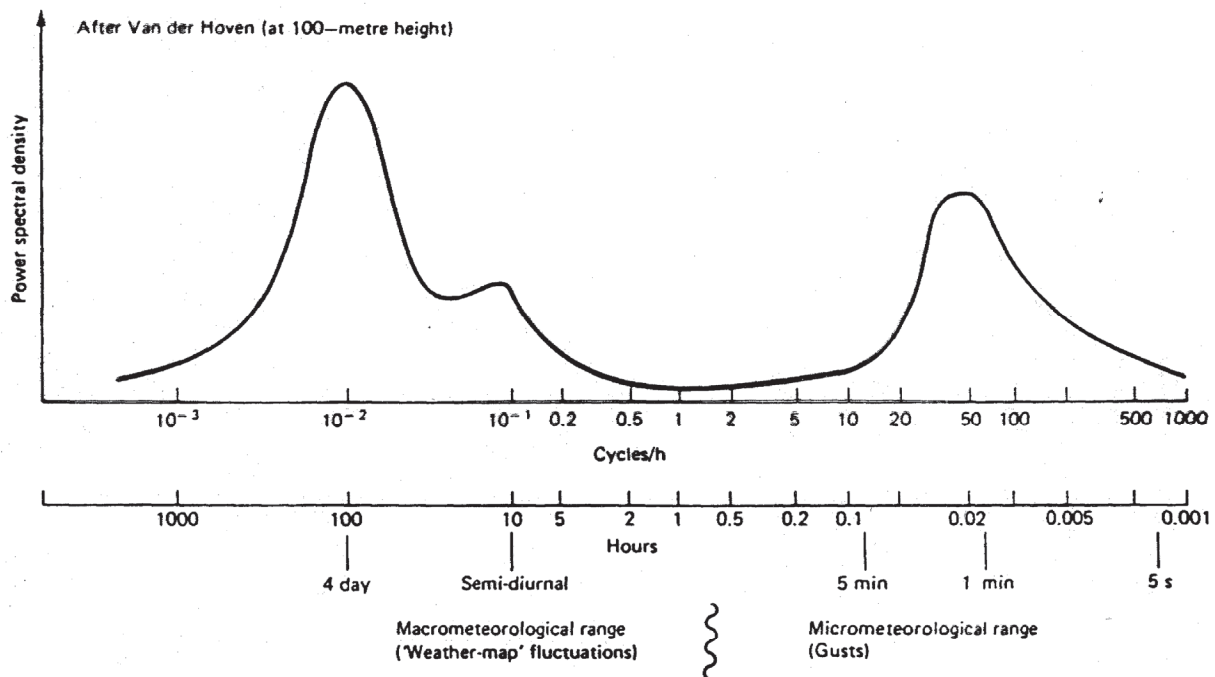


Fig. 7.8.7.1.1 Illustrante la distribuzione di energia rispetto alla frequenza ed al periodo per la componente orizzontale del vento (adattato da Van der Hoven, 1957)

The righting moment curves and wind heeling moment curves should be related to the most critical axes.

7.10 GLI SPECCHI LIQUIDI

A bordo di ogni nave esistono sempre un certo numero di casse o cisterne contenenti liquidi. Questi possono essere:

- consumabili, come ad esempio combustibili, lubrificanti, acqua di lavanda, acqua potabile, zavorra liquida, etc.;
- liquidi facenti parte del carico, come ad esempio nelle navi cisterna.

Ogni cassa contenente un liquido a superficie libera, cioè *non completamente piena e non completamente vuota* (torneremo nel § 7.10.4 sul significato esatto di questi termini), come vedremo, dà luogo ad un contributo negativo alla stabilità della nave nel senso che diminuisce il momento raddrizzante ai vari angoli di sbandamento¹.

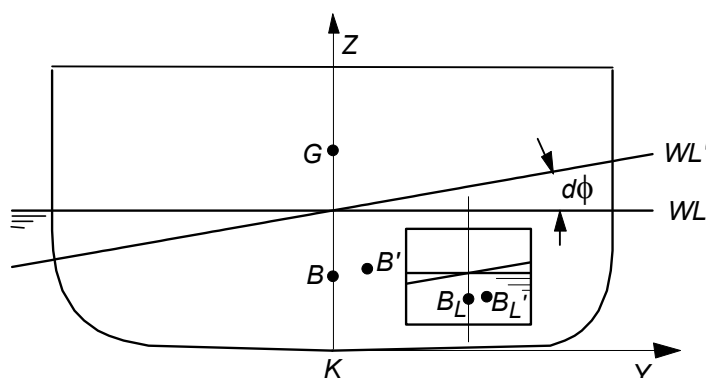


Fig. 7.10.1 Cassa con liquido a superficie liquida a bordo in presenza di uno sbandamento della nave.

E' compito di questo capitolo di chiarire il problema, dando nel contempo le indicazioni normative corrispondenti. Il problema è stato ampiamente trattato nella letteratura scientifica sotto il nome di *correzione per effetto di specchio liquido (free surface)*. Nel seguito supporremo che il liquido *sia già a bordo*, per cui in questo capitolo discuteremo soltanto gli effetti della differenza tra il carico liquido ed un carico solido equivalente per peso totale e posizione a bordo del centro di gravità. Considereremo inoltre il liquido in *condizioni di equilibrio statico*, trascurando gli inevitabili transitori oscillatori dovuti all'inclinazione (vedi § 7.10.7).

Dal punto di vista della normativa internazionale, vista la sua importanza in termini di sicurezza, la correzione per effetto di specchio liquido è stata introdotta fin dall'inizio nel Criterio Generale di Stabilità contenuto nelle risoluzioni IMO A.167, per le navi passeggeri e da carico sotto i 100 metri di lunghezza, e A.168 per le navi da pesca, e successivamente modificata come si vedrà nel seguito di questo capitolo.

7.10.1 Generalità – Le carene “liquide”

Consideriamo la cassa parallelepipedica di Fig. 7.10.1.1 avente i lati paralleli a quelli del sistema di riferimento impiegato in Statica della Nave.

¹ Si noti che qui ci riferiamo *al solo effetto di specchio liquido*, cioè alla differenza tra una cassa contenente un carico solido anziché uno liquido avente lo stesso peso specifico e la stessa geometria a riposo. Ben diversa è la situazione riguardante la variazione di stabilità conseguente all'*imbarco* (o sbarco) di una cassa contenente liquido a superficie libera.

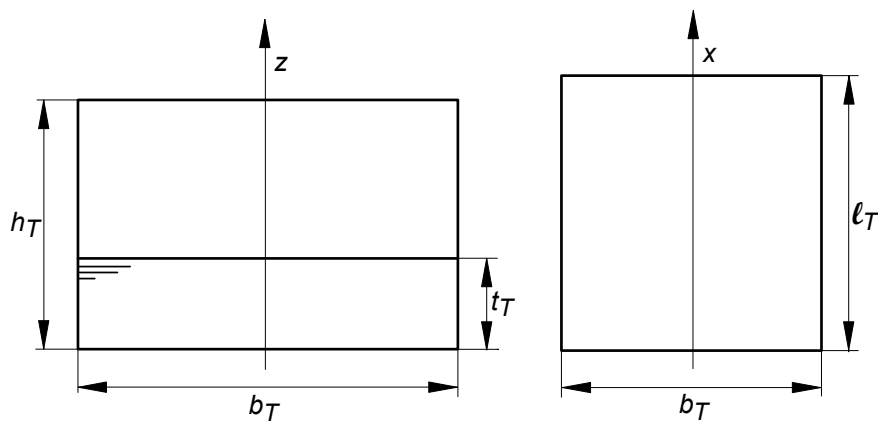


Fig. 7.10.1.1. Le dimensioni di una cassa parallelepipedica.

Siano ℓ_T, b_T, h_T rispettivamente le lunghezze dei lati nelle direzioni X, Y, Z . Sia inoltre t_T l'altezza del liquido nella cassa. Considereremo anche un asse x parallelo all'asse X e passante per il baricentro dello specchio liquido. Si introducono in generale tre coefficienti²:

- coefficiente di riempimento $C_r = \frac{t_T}{h_T}$
- coefficiente di forma $C_f = \frac{h_T}{b_T}$
- coefficiente totale $C_t = \frac{t_T}{b_T} = C_r \cdot C_f$

Data la similitudine *geometrica* nel corso dell'inclinazione tra una *cassa con liquido* e una *carena parallelepipedica* avente immersione diritta pari al livello di liquido nella cassa (Fig. 7.10.1.2), si possono utilizzare le stesse formule per gli elementi geometrici. Su questa similitudine è basata la teoria delle casse come *carene liquide*.

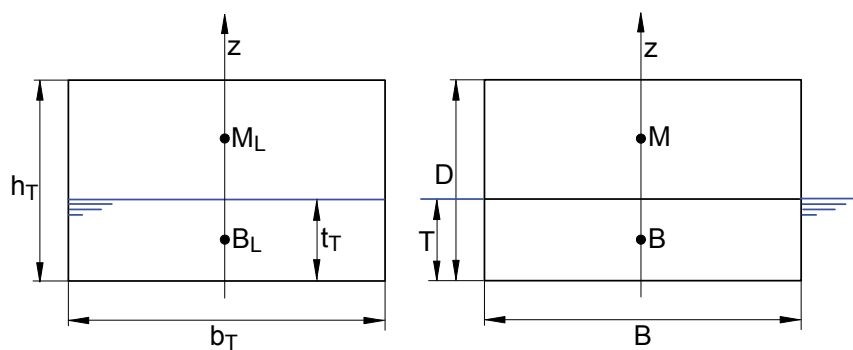


Fig. 7.10.1.2. Confronto tra una cassa contenente liquido a superficie libera ed una carena di ugual forma, dimensioni e con immersione corrispondente all'altezza di liquido nella cassa.

La carena liquida ha però il centro geometrico coincidente con il centro dei pesi, cioè $B_L = G_L$ (ovviamente nel caso di liquido omogeneo), e, in luogo della spinta Archimedeica generata dal liquido esterno, abbiamo il peso del liquido interno.

² Dal punto di vista statico, cioè considerando il liquido in equilibrio, adottata in questa parte, i due coefficienti importanti sono C_r e C_f . In un approccio dinamico, cioè considerando i moti della nave e le conseguenti oscillazioni del liquido (*sloshing*), risulta invece di grande importanza C_t (§ 7.10.7).

Anche qui, per piccole inclinazioni trasversali (ovviamente iso-volumiche come corrispondente delle inclinazioni iso-careniche), la traiettoria del centro di volume è assimilabile ad un arco di cerchio di centro un punto M_L che, per analogia, viene chiamato metacentro di carena liquida e gode di proprietà analoghe³ alle geometrica e fisica, del metacentro di carena. In particolare, è

$$\overline{B_L M_L} = \frac{I_{TL}}{\nabla_L}$$

Considereremo prima la correzione da apportare all'altezza metacentrica iniziale (§ 7.10.2), poi quella agli angoli finiti. Come si vedrà, i metodi sviluppati per la determinazione della correzione da apportare al braccio di stabilità statica agli angoli finiti per una cassa a specchio liquido rispecchiano i metodi a suo tempo descritti per la determinazione del braccio di stabilità statica di una carena:

- il metodo basato sull'approssimazione di galleggiante metacentrico corrisponde al *metodo semplificato* (§ 7.10.3.2b);
- il metodo basato sull'approssimazione di galleggiante cilindrico corrisponde al *metodo del fattore k* (§ 7.10.3.1);
- il metodo esatto basato sulle pantocarene isocline e sul braccio di stabilità statica che ne deriva corrisponde al *dell'effettivo momento trasferito nello spostamento del liquido* (§ 7.10.3.2a).

7.10.2 La correzione alla stabilità iniziale

Come accennato, la presenza di liquidi a superficie libera contribuisce con un momento sbandante in presenza di inclinazioni della nave. In questo paragrafo analizzeremo le cause di questo comportamento evidenziando *la (sola) differenza tra un carico solido ed il corrispondente (stessa forma, dimensioni e peso) carico liquido a superficie libera* nel corso dell'inclinazione della nave.

7.10.2.1 Il caso delle casse parallelepipedo

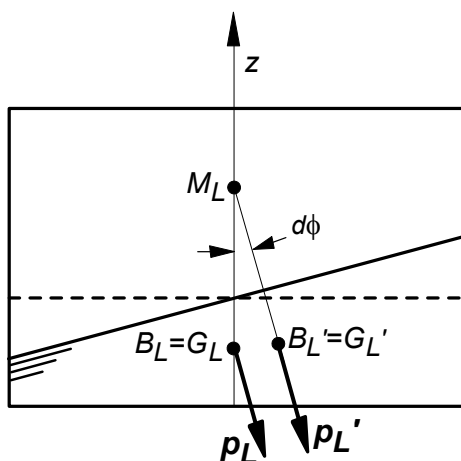


Fig. 7.10.2.1. Differenza di comportamento tra carico solido e carico liquido nel corso di un'inclinazione della cassa.

³ Cioè il metacentro di carena liquida è:

- il centro di curvatura della traiettoria descritta dal centro di gravità del liquido nel corso dell'inclinazione;
- il punto per il quale passa la retta d'azione del peso del liquido per piccole inclinazioni.

Per visualizzare il momento sbandante risultante dalla presenza dello specchio liquido, in Fig. 7.10.2.1 si è rappresentato il vettore peso della cassa nelle seguenti due condizioni:

➤ cassa inclinata dell'angolo $d\phi$ ma con il liquido mantenuto nella configurazione iniziale (*liquido congelato*): $\mathbf{p}_L$;

➤ cassa inclinata dell'angolo $d\phi$ nella configurazione di equilibrio finale: $\mathbf{p}_L'$.

Ricordando che lo spostamento del punto di applicazione di una forza equivale all'applicazione della coppia $(-\mathbf{p}_L, \mathbf{p}_L')$, come mostrato nella Fig. 7.10.1.2, nel corso dello sbandamento infinitesimo della cassa nasce il momento sbandante dM_{H_L} :

$$dM_{H_L} = p_L \cdot \overline{B_L M_L} \cdot \sin(d\phi) \quad ,$$

essendo $b_L = \overline{B_L M_L} \cdot \sin(d\phi)$ il braccio della coppia.

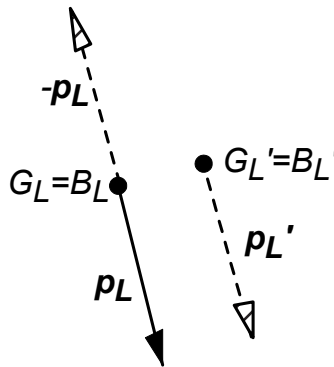


Fig. 7.10.2.2. Lo spostamento del centro di gravità del liquido è equivalente all'applicazione di una coppia.

Il momento raddrizzante complessivo è allora dato da

$$dM_R' = \Delta \cdot \overline{GM'} \cdot \sin(d\phi) = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin(d\phi) - p_L \cdot \overline{B_L M_L} \cdot \sin(d\phi)$$

Si noti che *l'effetto dello specchio liquido sul coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali non dipende né dalla quantità di liquido, né dalla posizione della cassa sulla nave*. Si ha infatti

$$C_R' = C_R - p_L \cdot \overline{B_L M_L} = C_R - w_L \cdot I_{T_L}$$

La correzione può essere interpretata come una diminuzione dell'altezza effettiva del metacentro o come un aumento dell'altezza effettiva del centro di gravità. E' infatti

$$\overline{GM'} = \overline{GM} - \frac{p_L \cdot \overline{B_L M_L}}{\Delta} = \begin{cases} \overline{KM}_{eff} - \overline{KG} = \left(\overline{KM} - \frac{p_L \cdot \overline{B_L M_L}}{\Delta} \right) - \overline{KG} \\ \overline{KM} - \overline{KG}_{eff} = \overline{KM} - \left(\overline{KG} + \frac{p_L \cdot \overline{B_L M_L}}{\Delta} \right) \end{cases}$$

Considerando più in dettaglio il secondo caso, si può osservare che la posizione verticale del centro di gravità si modifica:

$$\overline{KG}_{eff} = \frac{\Delta \cdot \overline{KG} + p_L \cdot \overline{B_L M_L}}{\Delta}$$

come se il peso del liquido fosse applicato nel metacentro di carena liquida.

La correzione $\delta \overline{GM}$ all'altezza metacentrica per una cassa di forma parallelepipedica va calcolata tenendo conto che il momento d'inerzia della lamina rettangolare che costituisce lo specchio liquido

è dato da $I_{T_L} = \frac{1}{12} \ell_T \cdot b_T^3$ e vale dunque

$$\delta \overline{GM} = \frac{9.81 \cdot d_L \cdot \ell_T \cdot b_T^3}{12 \cdot \Delta} = \frac{d_L \cdot \ell_T \cdot b_T^3}{12 \cdot \Delta}$$

rispettivamente valide per Δ misurato in kN o in t_f . Nelle formule, d_T è la densità del liquido (in t/m^3). La normativa prevede che la correzione all'altezza metacentrica iniziale vada determinata calcolando il momento d'inerzia trasversale dello specchio liquido a 0° di inclinazione trasversale per le casse di liquidi consumabili (per le casse del carico, si veda il §7.10.4).

7.10.2.2 Il caso delle casse non parallelepipediche

Nel corso degli studi precedenti l'adozione della normativa internazionale, erano state sviluppate diverse formule per il calcolo rapido del momento d'inerzia della figura di specchio liquido qualora questa sia approssimabile con un trapezio isoscele o con un trapezio rettangolo, eventualmente degeneranti in un triangolo, come in Fig. 7.10.2.1.1.

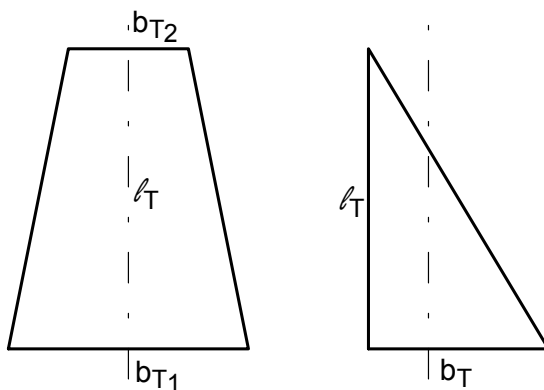


Fig. 7.10.2.2.1. Figura di specchio liquido a trapezio isoscele o a triangolo rettangolo.

Nei due casi di specchio liquido corrispondenti ad un trapezio isoscele e ad un triangolo rettangolo, come in Fig. 7.10.2.1.1, si ha rispettivamente:

$$I_{T_L} = \frac{1}{48} \ell_T \cdot \frac{b_{T1}^4 - b_{T2}^4}{b_{T1} - b_{T2}} \quad \text{e} \quad I_{T_L} = \frac{1}{36} \ell_T \cdot b_T^3$$

La normativa internazionale ha semplificato il problema in quanto prevede che, nel caso di casse non parallelepipediche le dimensioni di cassa da mettere a calcolo con la formula vista nel paragrafo precedente, vadano intese come le dimensioni massime.

7.10.2.3 Un esempio di calcolo

Con riferimento al piccolo traghetto di cui alla Fig. 7.2.4.3a, si calcoli l'entità della correzione di specchio liquido al dislocamento $\Delta = 1800 t_f$ per la cassa n. 1 contenente acqua di zavorra ($w = 1.025 t_f / m^3$). Le dimensioni massime della cassa sono $b_T = 6.459 m$, $\ell_T = 6.489 m$, $h_T = 3.189 m$ ed il volume è $v_T = 58.620 m^3$.

Si ha:

$$\delta \overline{GM} = \frac{d_L \cdot \ell_T \cdot b_T^3}{12 \cdot \Delta} = \frac{1.025 \cdot 6.489 \cdot (6.459)^3}{12 \cdot 1800} = 0.083 m.$$

7.10.3 La correzione alla stabilità agli angoli finiti

Il problema della correzione del momento raddrizzante agli angoli finiti per gli effetti di specchio liquido era noto da tempo. Numerosi sono stati gli studi compiuti fino all'adozione della prima normativa al riguardo nell'ambito della Ris. A. 167 da parte dell'IM(C)O nel 1968. La materia è stata profondamente rivista in tempi successivi, fino all'adozione dello International Intact Stability Code 2008.

7.10.3.1 Correzione basata sul calcolo per una cassa parallelepipeda (metodo della Tabella del fattore k)

7.10.3.1.1 Considerazioni generali sul momento di specchio liquido agli angoli finiti per una cassa parallelepipeda

Con riferimento ad una cassa parallelepipeda, si può intanto dimostrare che il momento sbandante di una cassa con un certo livello di riempimento C_r è uguale a quello di una cassa con riempimento "complementare" $C_r' = 1 - C_r$, cosicché si può limitare l'attenzione al caso $C_r \leq 0.5$ (Fig. 7.10.3.1.1).

Con riferimento alla parte di sinistra della Fig. 7.10.3.1.1 (relativa al solo caso $C_r < 0.5$) si distinguono in generale tre casi: angoli *sub-orizzontali* (non si scopre il fondo e non si bagna il cielo), *intermedi* (si scopre il fondo, ma non si bagna il cielo) e *sub-verticali* (si scopre il fondo e si bagna il cielo).

Consideriamo angoli di sbandamento sub-orizzontali. Nel caso di riempimento $C_r < 0.5$ questo si

verifica per: $\phi \leq \phi_0 = \arctg \left[\frac{2 \cdot t_L}{b_T} \right]$.

In queste condizioni, in base alle stesse considerazioni sulla similitudine geometrica tra carena e "carena liquida" fatte per la stabilità iniziale, si può applicare, per il calcolo del braccio del momento di specchio liquido la *formula dei galleggianti cilindrici* che, con la posizione $G_L = B_L$ fornisce la seguente espressione per il momento sbandante di specchio liquido agli angoli finiti⁴:

$$M_{FS} = p_L \cdot \overline{B_L M_L} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \tg^2 \phi \right] \cdot \sin \phi = \frac{1}{12} w_L \cdot \ell_T \cdot b_T^3 \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \tg^2 \phi \right] \cdot \sin \phi$$

⁴ L'indipendenza da C_r della formula per gli angoli sub-orizzontali conferma che il momento sbandante è lo stesso per riempimenti complementari. Più in generale, si potrebbe dimostrare la validità di questa asserzione anche per gli altri angoli di inclinazione.

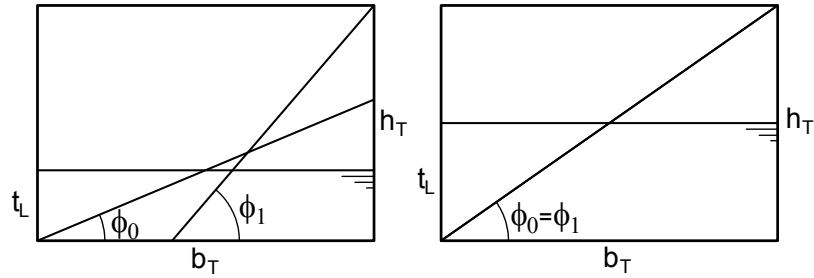


Fig. 7.10.3.1.1 Illustrante i valori limite per angoli di inclinazione sub-orizzontali, intermedi e sub-verticali per la superficie libera del liquido per $C_r = 0.3$ (a sinistra) ed il valore limite per angoli sub-orizzontali e sub-verticali per $C_r = 0.5$ (a destra) per una cassa parallelepipedica con $C_F = 0.7$.

Gli angoli intermedi sono quelli per cui:

$$\phi_0 \leq \phi \leq \phi_1 = \arctg \left[\frac{h_T^2}{2 \cdot b_T \cdot t_L} \right] = \arctg \left[\frac{C_F}{2 \cdot C_r} \right]$$

mentre gli angoli sub-verticali sono quelli per cui $\phi > \phi_1$.

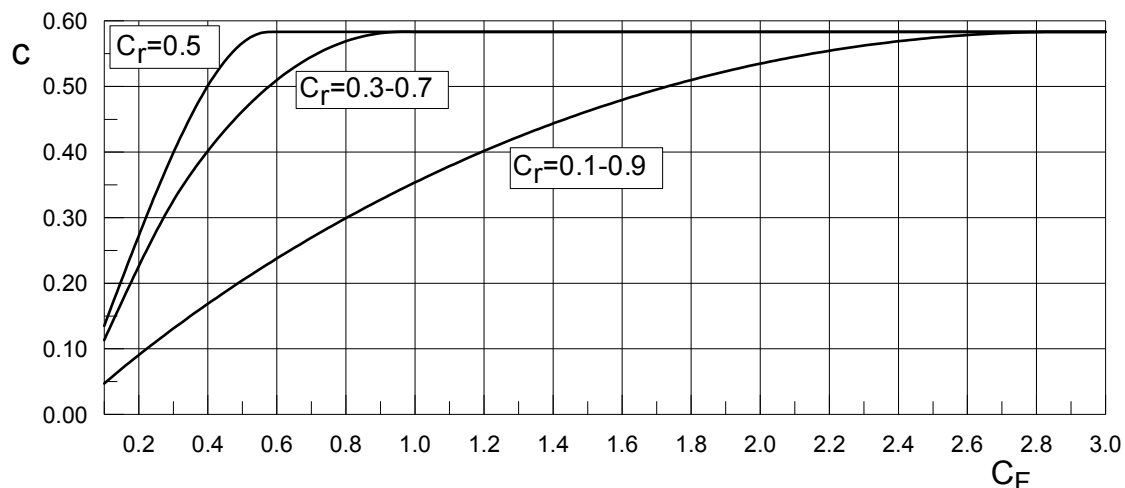
Per $C_r = 0.5$ il numero di casi si riduce come nella parte destra di Fig. 7.10.2.1.1, cioè spariscono gli angoli intermedi.

Prima dell'adozione della normativa di cui ai paragrafi seguenti, e talvolta anche dopo, numerosi studi erano stati condotti al fine di sviluppare formule e grafici per semplificare i calcoli nel caso di geometrie complesse e diversi livelli di riempimento. In Fig. 7.10.3.1.2, ad esempio, è riportato il tipico diagramma di Herfst che veniva usato per casse parallelepipediche. In esso viene riportato il coefficiente:

$$c = \frac{M_{FS}}{w_L \cdot I_{TL}}$$

in funzione del coefficiente di forma C_F per diversi valori del coefficiente di riempimento C_r .

Tale coefficiente, per angoli sub-orizzontali, risulta costante e pari a $c = \left[1 + \frac{1}{2} \tan^2 \phi \right] \cdot \sin \phi$ (tratto orizzontale delle curve ai vari riempimenti), come si può facilmente dimostrare. Per valori inferiori di C_F (e $C_r \neq 0.5$) si hanno poi angoli intermedi, mentre per valori molto piccoli di C_F si hanno angoli sub-verticali.


 Fig. 7.10.3.1.2. Esempio di Diagramma di Herfst per $\phi = 30^\circ$.

7.10.3.1.2 Il metodo della Tabella del fattore k

Come abbiamo visto nel caso della correzione alla stabilità iniziale, le normative internazionali hanno introdotto sostanziali semplificazioni. Lo stesso, come vedremo, è accaduto nel caso della correzione al braccio di stabilità agli angoli finiti. Una volta calcolato il momento sbandante di specchio liquido M_{FS} , si può da esso ricavare la correzione al braccio di stabilità statica:

$$\overline{GZ}_{corr} = \overline{GZ} - \delta \overline{GZ} = \overline{GZ} - \frac{M_{FS}}{\Delta}$$

Il metodo di calcolo della correzione per specchio liquido agli angoli finiti detto *metodo del fattore k* , si basa sulla formula presentata nel paragrafo precedente per il momento di specchio liquido *per angoli sub-orizzontali* e su una formula un pò più complessa per gli altri casi (il caso di angoli non sub-orizzontali conduce ad un'espressione più complessa che non verrà qui ricavata esplicitamente⁵). Introducendo il volume di cassa $v_T = \ell_T \cdot b_T \cdot h_T$ si può scrivere il momento sbandante come:

$$M_{FS} = 9.81 \cdot v_T \cdot b_T \cdot d_L \cdot k \quad (kN \cdot m)$$

essendo k un fattore calcolabile con le formule:

$$k = \frac{\sin \phi}{12} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \tan^2 \phi \right] \cdot \frac{b_T}{h_T} \quad \text{per} \quad \cot \phi \geq \frac{b_T}{h_T}$$

$$k = \frac{\cos \phi}{8} \cdot \left[1 + \frac{\tan \phi}{b_T / h_T} \right] - \frac{\cos \phi}{12 \cdot (b_T / h_T)^2} \cdot \left[1 + \frac{\cot^2 \phi}{2} \right] \quad \text{per} \quad \cot \phi \leq \frac{b_T}{h_T}$$

o leggibile in Tab. 7.10.3.1.1.

Si noti che il livello di riempimento è presente nella trattazione, ma in maniera nascosta. Nella normativa si fa infatti riferimento al caso di cassa *smezzata* cioè con $C_r = 0.5$, come è evidente dal fatto che il limite per angoli sub-orizzontali in Tab. 7.10.3.1.2 è posto pari a:

⁵ Il lettore interessato può, ad esempio, trovare i dettagli dimostrativi del caso generale in Servello, 1957.

$$\cot \phi_0 = \frac{b_T}{h_T} \quad \text{che corrisponde appunto ad} \quad h_T = 2 \cdot t_T \quad .$$

b_T/h_T ↓	5	10	15	20	30	40	45	50	60	70	75	80	90	$\leftarrow \phi (^{\circ})$
20	0.11	0.12	0.12	0.12	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07	0.05	0.04	0.03	0.01	20
10	0.07	0.11	0.12	0.12	0.11	0.10	0.10	0.09	0.07	0.05	0.04	0.03	0.01	10
5	0.04	0.07	0.10	0.11	0.11	0.11	0.10	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.03	5
3	0.02	0.04	0.07	0.09	0.11	0.11	0.11	0.10	0.09	0.08	0.07	0.06	0.04	3
2	0.01	0.03	0.04	0.06	0.09	0.11	0.11	0.11	0.10	0.09	0.09	0.08	0.06	2
1.5	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.10	0.11	0.11	0.11	0.11	0.10	0.10	0.08	1.5
1	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.12	0.13	0.13	0.13	0.13	1
0.75	0.01	0.01	0.02	0.02	0.04	0.05	0.07	0.08	0.12	0.15	0.15	0.16	0.17	0.75
0.5	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.04	0.04	0.05	0.09	0.16	0.18	0.21	0.25	0.5
0.3	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.03	0.05	0.11	0.19	0.27	0.42	0.3
0.2	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.04	0.07	0.13	0.27	0.63	0.2
0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.04	0.06	0.14	1.25	0.1

Tab. 7.10.3.1.2. Tabella dei valori del fattore k in funzione dell'angolo di sbandamento e per diversi valori del coefficiente di forma della cassa nel caso $C_r = 0.5$.

Nel caso di cassa non parallelepipedica la normativa prescrive che le formule ottenute in questo paragrafo vadano applicate con riferimento alle dimensioni massime della cassa e che la forma della cassa vada tenuta conto mediante il coefficiente di finezza totale della cassa:

$$\delta = \frac{v_T}{\ell_T \cdot b_T \cdot h_T}$$

$$M_{FS} = 9.81 \cdot v_T \cdot b_T \cdot d_L \cdot k \cdot \sqrt{\delta}$$

essendo ora v_T l'effettivo volume di cassa.

7.10.3.2 Altri modi di calcolare la correzione agli angoli finiti

Le normative hanno recentemente introdotto altri due modi *considerati alternativi ed equivalenti* a quello descritto nel §7.10.3.1 per il calcolo di $\overline{\delta GZ}$. Essi sono basati rispettivamente:

- sul calcolo dell'effettivo momento trasferito nello spostamento del liquido in conseguenza dell'inclinazione;
- sulla correzione alla stabilità iniziale (*metodo semplificato*) $\overline{\delta GZ} = \overline{\delta GM} \cdot \sin \phi$

In base a recenti decisioni prese all'IMO, questi due metodi sono gli unici previsti dal nuovo Codice di Stabilità allo Stato Integro⁶.

7.10.3.2a Calcolo dell'effettivo momento trasferito nello spostamento del liquido

⁶ L'IMO, nel corso della revisione del Codice di Stabilità allo Stato Integro ha infatti abolito il metodo di correzione della stabilità agli angoli finiti basato sui galleggianti cilindrici (§7.10.3.1), che era presente fin dalla formulazione originale del Criterio Generale di Stabilità (§ 14.1). Nel nuovo International Intact Stability Code 2008, entrato in vigore nel 2010, rimangono dunque applicabili soltanto gli altri due metodi.

Questo metodo corrisponde al calcolo idrostatico *esatto*. Il metodo si basa sul calcolo dello spostamento del centro del volume di liquido nel corso dell'inclinazione. Il risultato in generale non è univoco per la mancanza di un piano longitudinale di simmetria per la cassa ed andrebbe fatto per la peggiore delle due condizioni (inclinazione a destra o inclinazione a sinistra). Ricordando quanto detto al §7.3.5.6 per il caso di carica asimmetrica e ricordando che lo spostamento del punto di applicazione di una forza equivale all'applicazione di una coppia $(-p_L, p'_L)$, si ha:

$$M_{FS} = p_L \cdot \overline{G_L Z_L}$$

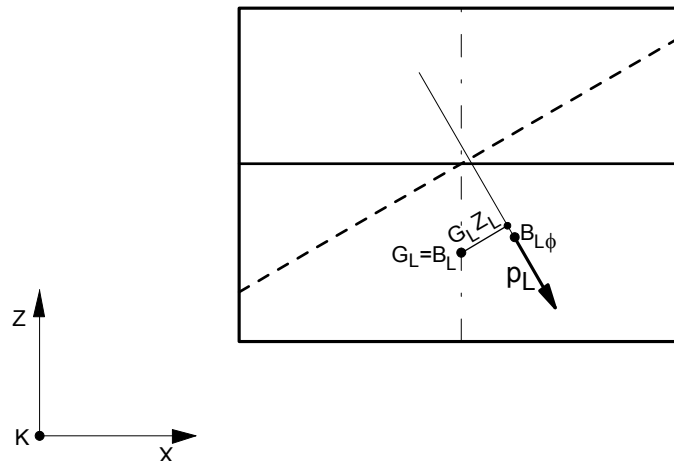


Fig. 7.10.3.2.1. Relativa al calcolo esatto del momento di fluido trasferito.

Utilizzando il sistema di riferimento $KXYZ$ delle idrostatiche, si ha:

$$M_{FS} = p_L \cdot \left[(TCB_{L\phi} - TCB_L) \cdot \cos \phi + (\overline{KB}_{L\phi} - \overline{KB}_L) \sin \phi \right]$$

essendo B_L e $B_{L\phi}$ rispettivamente i centri (baricentri) del volume di liquido a nave diritta e sbandata all'angolo ϕ .

7.10.3.2b Calcolo basato sulla correzione alla stabilità iniziale

Questo metodo, basato sulla effettiva correzione alla stabilità iniziale, $\delta \overline{GZ} = \delta \overline{GM} \cdot \sin \phi$ non dà risultati molto soddisfacenti, ma risulta di grande semplicità.

7.10.3.2c Confronto tra i tre metodi

Considerando le due casse sottostanti, di forme abbastanza tipiche, con coefficiente di riempimento $C_r = 0.5$ si hanno i risultati mostrati nei grafici seguenti.

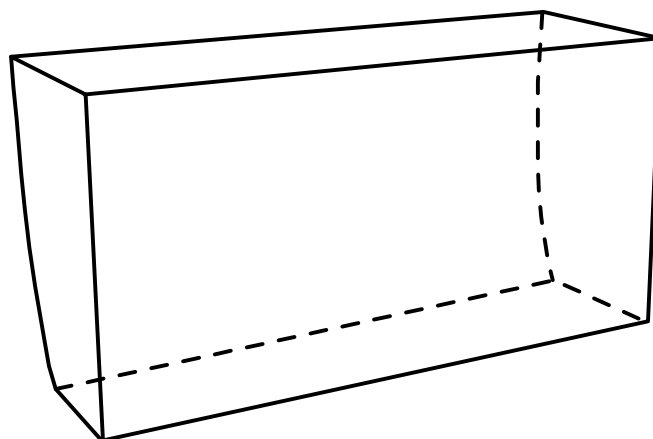


Fig. 7.10.2.2c.1. cassa di una nave portacontaineri.

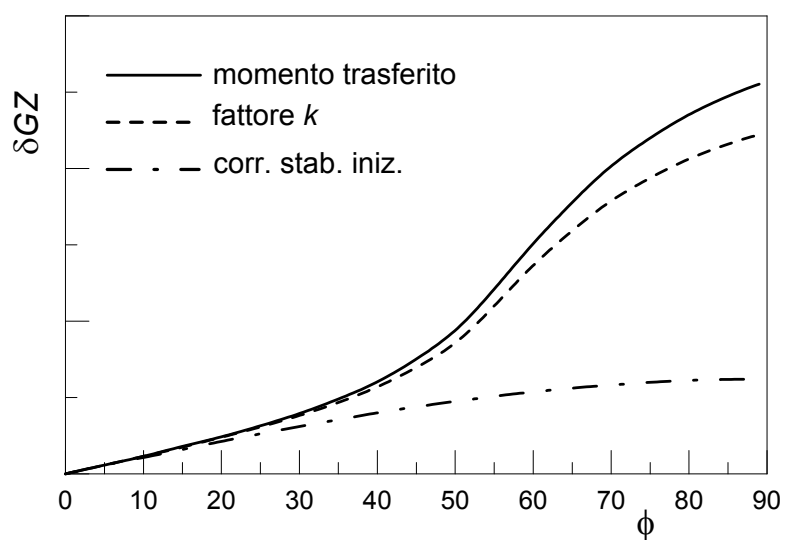


Fig. 7.10.2.2c.2. Confronto tra i tre metodi nel caso della cassa di Fig. 7.10.2.2.c.1.

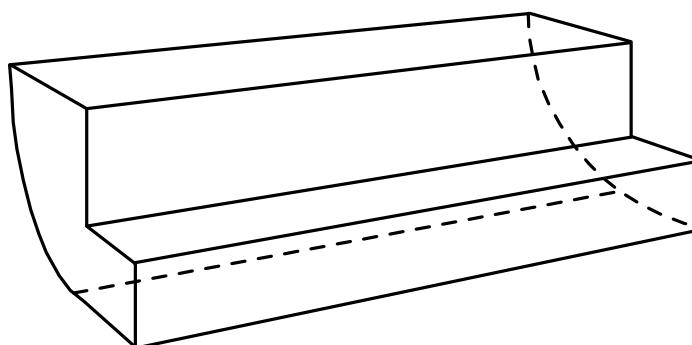


Fig. 7.10.2.2c.3. cassa di una nave portacontaineri.

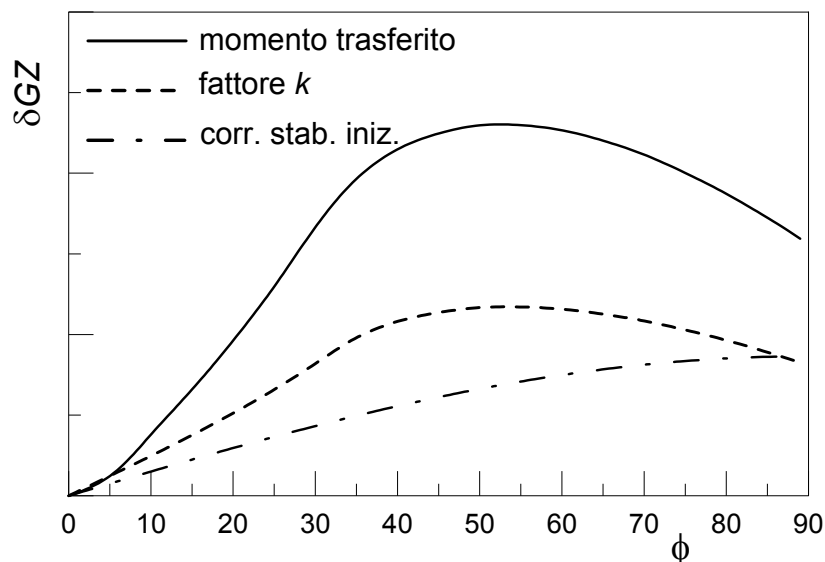


Fig. 7.10.3c.2. Confronto tra i tre metodi nel caso della cassa di Fig. 7.10.2.2.c.1.

Va da sé che, nel caso di cassa parallelepipedica e $C_r = 0.5$, i risultati del metodo esatto coincidono con quelli del metodo basato sull'impiego del fattore k .

7.10.3.3 Il caso delle “piccole” casse

La normativa prevede che: “Small tanks which satisfy the following condition corresponding to an angle of inclination of 30° , need not be included in the correction:

$$\frac{M_{FS}}{\Delta_{\min}} < 0.01 m$$

where $\Delta_{\min}$ is the minimum ship displacement calculated at the minimum mean service draught of the ship without cargo, with 10% stores and minimum water ballast, if required.”

7.10.3.4 Un esempio di calcolo

Con riferimento alla cassa n. 1 piccolo traghetto di cui all'esempio del § 7.10.2.3, si calcoli l'entità della correzione di specchio liquido all'inclinazione $\phi = 30^\circ$ al dislocamento $\Delta = 1800 t_f$. Con il metodo semplificato si ha:

$$\delta \overline{GZ}(30^\circ) = \delta \overline{GM} \cdot \sin 30^\circ = 0.083 \cdot \sin 30^\circ = 0.0415 m,$$

mentre con il metodo della tabella del fattore k , si ha:

$$M_{FS} = 9.81 \cdot v_T \cdot b_T \cdot d_L \cdot k \cdot \sqrt{\delta} = 9.81 \cdot 58.620 \cdot 6.459 \cdot 1.025 \cdot 0.095 \cdot \sqrt{0.439} = 362.460 kN \cdot m$$

essendo $\delta = \frac{v_T}{\ell_T \cdot b_T \cdot h_T} = 0.439$ il coefficiente di finezza di cassa e $k = 0.095$, calcolato con le formule esatte annesse alla Tab. 7.3.10.2 (il valore da tabella è un pò diverso in quanto arrotondato a due decimali) tenendo conto che il valore di $\frac{b_T}{h_T}$ è tale che $\cot \phi \leq \frac{b_T}{h_T}$. Si ha, allora:

$$\delta \overline{GZ} = \frac{M_{FS}}{\Delta} = 0.014 m.$$

Tenendo conto che il dislocamento minimo della nave (nave vacante con il 10% di consumabili) è $\Delta_L = 1479.820 t_f$, si ha:

$$\overline{\delta GZ} = \frac{M_{FS}}{\Delta} = 0.017 \text{ m}$$

La cassa pertanto non è classificabile come “piccola”.

7.10.4 Casse piene e casse vuote

La normativa considera piena una cassa quando il livello di riempimento non è inferiore al 98% della condizione di pieno. In questo, come nel caso di “piccole” casse (§ 7.10.3.3), la correzione non è necessaria. La correzione per effetto di specchio liquido deve tuttavia essere calcolata per le casse o cisterne del carico (ad esempio nelle navi cisterna) anche con $C_r = 0.98$. In questo caso, la correzione alla stabilità iniziale deve essere effettuata considerando il momento d'inerzia della superficie libera all'inclinazione di 5° , mentre per la correzione agli angoli finiti si suggerisce di usare il metodo basato sul calcolo dell'effettivo momento di fluido trasferito (§ 7.10.4.2a).

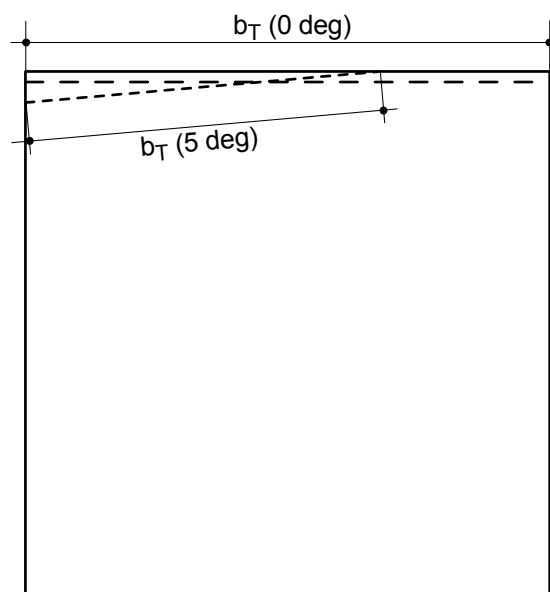


Fig. 7.10.4.2c.1. Variazione dello specchio liquido di cassa piena al 98% nel caso di inclinazione di 5° .

La correzione di specchio liquido deve essere fatta per il livello effettivamente usato nelle casse con livello fisso di riempimento. In quelle a livello di riempimento variabile (ad esempio consumabili o durante le operazioni di trasferimento di liquidi), in generale bisogna fare la correzione nella peggiore condizione di riempimento compatibile con le normali condizioni operative della nave.

7.10.5 Il caso delle navi cisterna

Le navi cisterna sono progettate per viaggiare con carico liquido. La difficoltà di operare una caricazione completa (100%) per problemi di espansione termica fa sì che la correzione per effetto di specchio libero risulti particolarmente gravosa. Per questo motivo e anche per ridurre le perdite e l'inquinamento in caso di falla, le navi cisterna vengono suddivise in compartimenti stagni, sia in senso trasversale che longitudinale, in maniera molto accurata, come si vedrà meglio parlando della normativa MARPOL nel Capitolo della Compartimentazione.

Studiamo in ogni caso l'effetto della suddivisione dello specchio liquido che, ripetiamo, deve essere effettuata con paratie stagne e non soltanto con dispositivi frangi-flusso (Fig. 7.10.5.1).

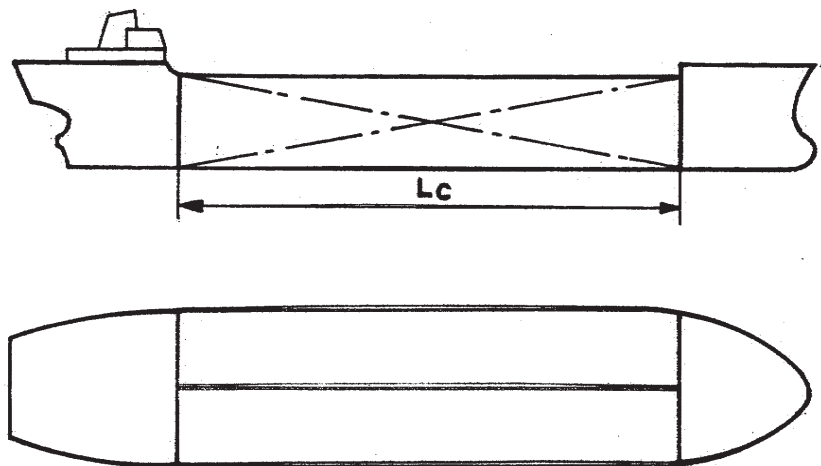


Fig. 7.10.5.1. Effetto della suddivisione laterale di una cisterna mediante una paratia stagna trasversale sul piano diametrale (da Cardo, 1974).

La suddivisione di una cassa di momento d'inerzia di specchio liquido $I_{T_0} = \frac{1}{12} \ell_T \cdot b_T^3$ in due casse uguali, come in Fig. 7.10.5.2, comporta un effetto complessivo

$$I_T = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \ell_T \cdot \left(\frac{b_T}{2} \right)^3 \right] = \frac{1}{4} I_{T_0}$$

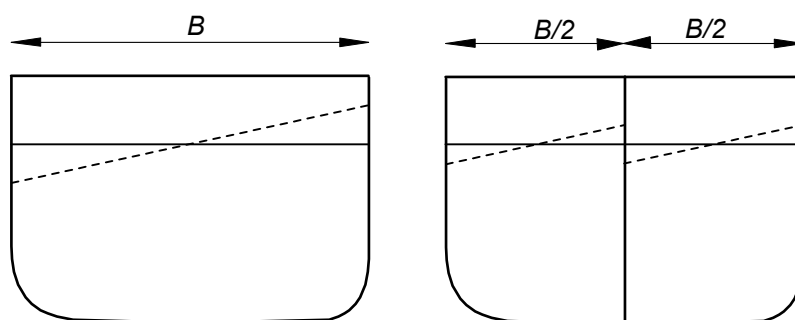


Fig. 7.10.5.2. Effetto della suddivisione laterale di una cisterna mediante una paratia stagna trasversale sul piano diametrale.

Più in generale, si può verificare che la suddivisione in n parti uguali di uno specchio liquido ne riduce il momento d'inerzia, e quindi l'effetto sulla stabilità, di un fattore $\frac{1}{n^2}$.

Per ridurre l'effetto di specchio liquido senza impedire l'espansione termica, si possono anche introdurre degli *isolotti di espansione* come in Fig. 7.10.5.3 (da Cardo, 1974).

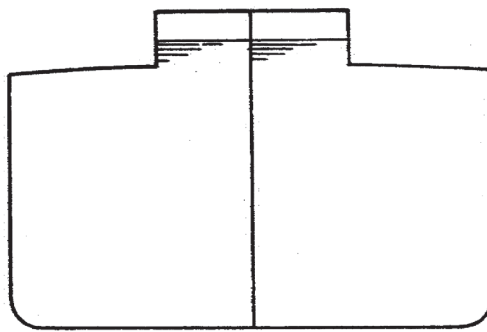


Fig. 7.10.5.3. Effetto della presenza di un isolotto di espansione sullo specchio liquido di una cisterna (da Cardo, 1974).

7.10.5 Considerazioni finali sul comportamento statico dei liquidi a superficie libera

Dagli sviluppi presentati nei paragrafi precedenti risulta che *l'effetto di specchio liquido è indipendente dalla posizione a bordo dello stesso*.

Nelle Istruzioni al Comandante relative alla Stabilità della nave (§ 14.8), per ognuno dei depositi per liquidi vengono in generale forniti volume (98% e 100%), coordinate del centro di gravità, densità e peso del liquido, valori del “Momento d'inerzia” in $t_f \cdot m$ (in realtà si tratta del prodotto $w_L \cdot I_{TL}$, che abbiamo visto essere il parametro importante per la stabilità iniziale e non solo) ed i valori del M_{FS} , sempre in $t_f \cdot m$, ai vari angoli di inclinazione. Queste quantità sono intese a fornire al Comandante gli elementi per una verifica rapida della stabilità nelle diverse condizioni di carico.

Si noti, infine, la corrispondenza tra il metodo semplificato, quello del fattore k e quello dell'effettivo trasferimento di liquido e, rispettivamente, il metodo approssimato metacentrico, quello dei galleggianti cilindrici e quello (esatto) delle pantocarene isocline precedentemente descritti per le carene.

7.10.6 Il comportamento dinamico dei liquidi a superficie libera

In condizioni dinamiche il comportamento dei liquidi a superficie libera è alquanto diverso da quello statico. Mentre in quest'ultimo caso si ha sempre un peggioramento della stabilità statica (e dinamica nel senso della curva delle aree), nel caso di moti del liquido (sloshing) indotti dal moto di rollio, la presenza di liquidi a superficie libera può avere un effetto di riduzione del moto di rollio oppure di amplificazione dello stesso a seconda dei parametri che caratterizzano il liquido e della frequenza del moto. In molte navi sono ad esempio installati dei dispositivi anti-rollanti basati su casse contenenti dell'acqua. Non entriamo nel merito di questa trattazione se non per il calcolo della frequenza naturale del moto di sloshing (con liquido di fondale non troppo basso).

Si tratta di calcolare la frequenza naturale di un'onda che contenga un numero intero di mezze lunghezze $\lambda/2$ d'onda nella larghezza b di cassa tenendo conto del fatto di essere in fondale h limitato. La formula per la frequenza delle onde in fondale limitato è:

$$\omega^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot g}{\lambda} \cdot \tanh\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{\lambda}\right)$$

che, con la posizione $\lambda = 2b$ fornisce la formula cercata:

$$\omega_1^2 = \frac{\pi \cdot g}{b} \cdot \tanh\left(\frac{\pi \cdot h}{b}\right)$$

Le onde in questione sono come in Fig. 7.10.7.1:

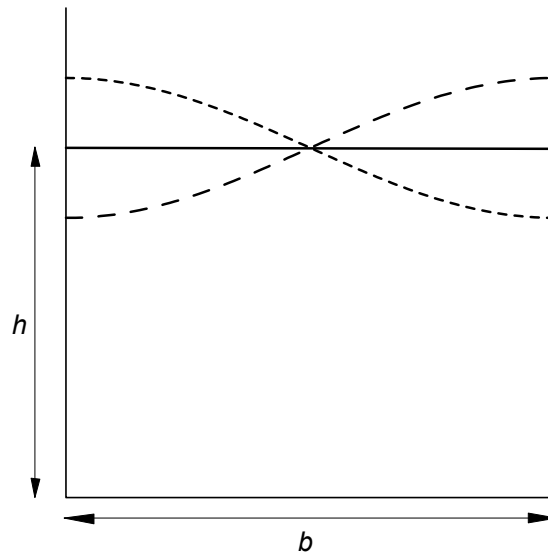


Fig. 7.10.7.1. Rappresentazione del primo modo di oscillazione superficiale.

mentre qui in Fig. 7.10.7.2 sono indicate alcune delle successive:

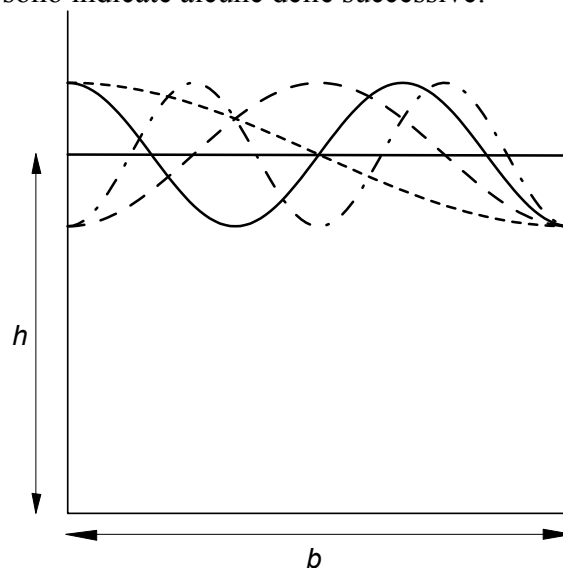


Fig. 7.10.7.2. Rappresentazione di altri modi di oscillazione superficiale.

che hanno frequenze ω_n ottenibili sempre dall'onda in basso fondale con la posizione $\lambda = \frac{2 \cdot b}{n}$.

7.11 LE ALTRE CAUSE SBANDANTI

7.11.1 Lo sbandamento in evoluzione

Le caratteristiche di manovrabilità stanno assumendo un ruolo sempre maggiore nel progetto di una nave. Ci interessiamo qui in particolare dello sbandamento per azione evolutiva, cioè durante il moto non rettilineo della nave. Le caratteristiche di manovrabilità, per le quali cominciano ad esistere normative e standard internazionali, vengono determinate, dal punto di vista sperimentale, mediante delle prove tipo. La principale di queste è la cosiddetta *prova di evoluzione (turning test)*,

che descriviamo brevemente in quanto ci fornisce gli elementi fondamentali per il calcolo dello sbandamento in evoluzione.

7.11.1.1 La prova di evoluzione

La prova di evoluzione consiste nel rilevamento del percorso della nave, o del modello, quando il timone sia fissato ad un prestabilito angolo di barra lasciando inalterato il regime delle motrici di propulsione. Essa si divide in quattro fasi, con riferimento alla figura che riporta una accostata a destra:

- a) *Entrata*. Durante questa fase si regolano le motrici e si dispone il timone in modo da avere un moto rettilineo ed uniforme (fino al punto A di figura).

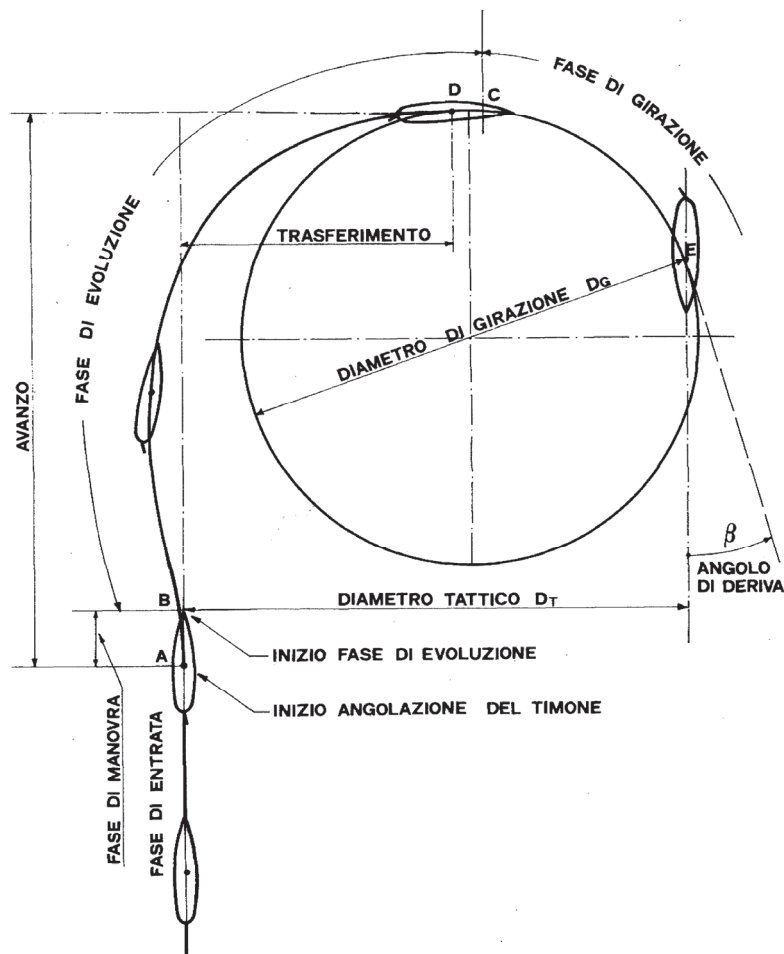


Fig. 7.11.1.1. schema della prova di Evoluzione (da Castagneto, 1972).

- b) *Manovra*. Comincia con l'istante nel quale il timone inizia il suo spostamento e dura fino a quando l'angolo di rotta (angolo tra il piano diametrale della nave ed una direzione fissa di riferimento) rimane invariato, cioè approssimativamente l'intervallo di tempo necessario per portare il timone all'angolo prefissato. Durante questa fase la nave si sposta lateralmente ma non ha ancora iniziato a ruotare intorno all'asse verticale (dal punto A al punto B di figura).
- c) *Evoluzione*. La nave, sotto l'azione della forza F_R sviluppata dal timone, della risultante F_H delle forze idrodinamiche sulla carena, della forza centrifuga F_{CF} dovuta al moto non rettilineo e della spinta T delle eliche, compie un percorso a spirale che porta, attraverso una riduzione della velocità, uno sbandamento, una variazione d'assetto, ad una nuova condizione di equilibrio nel punto C.

- d) *Girazione*. Corrisponde al moto circolare uniforme dovuto alla nuova condizione di equilibrio raggiunta.

L'obiettivo della prova consiste nella misura di *Avanzo*, *Trasferimento*, *Diametro tattico* e *Diametro di girazione stabilizzata*⁷.

7.11.1.2 Gli sbandamenti trasversali durante l'evoluzione

L'esperienza insegna che una nave in evoluzione subisce uno sbandamento trasversale che è diverso, anche in verso, nelle diverse fasi dell'evoluzione, come mostrato nel grafico indicativo di Fig. 7.11.1.2:

- l'angolo ϕ_1 corrisponde allo sbandamento verso l'interno, detto di saluto, che avviene durante la fase di manovra;
- l'angolo ϕ_2 rappresenta il massimo sbandamento, verso l'esterno, che avviene durante la fase transitoria dell'evoluzione;
- l'angolo ϕ_3 , infine, rappresenta lo sbandamento stazionario durante la fase di girazione stabilizzata.

Lo studio della meccanica degli sbandamenti può essere effettuato in due diversi sistemi di riferimento: un riferimento inerziale oppure un riferimento solidale con la nave. Seguendo la consuetudine di questo corso, adottiamo il secondo approccio.

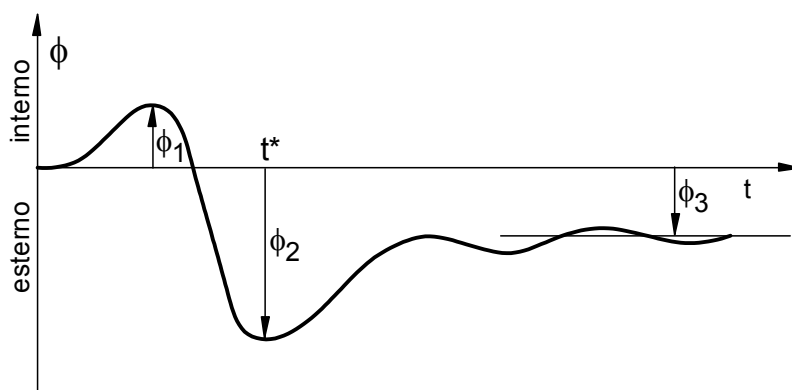


Fig. 7.11.1.2. Sbandamento nelle varie fasi dell'evoluzione.

7.11.1.3 Lo sbandamento durante la fase di girazione stabilizzata

Nel riferimento nave, la nave è in quiete e dunque risultante e momento risultante delle forze esterne saranno nulli. Essendo un sistema non inerziale, saranno presenti anche forze d'inerzia (o fittizie) tipo la forza centrifuga. Indichiamo inoltre con F_H la componente orizzontale della forza idrodinamica sulla carena. Per quanto detto, deve essere $\mathbf{R} = 0$:

$$\begin{cases} R_y = F_H - F_{CF} - F_R = 0 \\ R_z = S - W = 0 \end{cases}$$

dove, per semplicità, si sono trascurate le componenti verticali della forza del timone e della reazione idrodinamica (particolarmente importante nei mezzi a sostentamento dinamico).

⁷ Queste quantità sono implicitamente definite in Fig. 7.11.1.1. Per maggiori dettagli vedere: Francescutto, A., "Lezioni di Manovrabilità delle Navi".

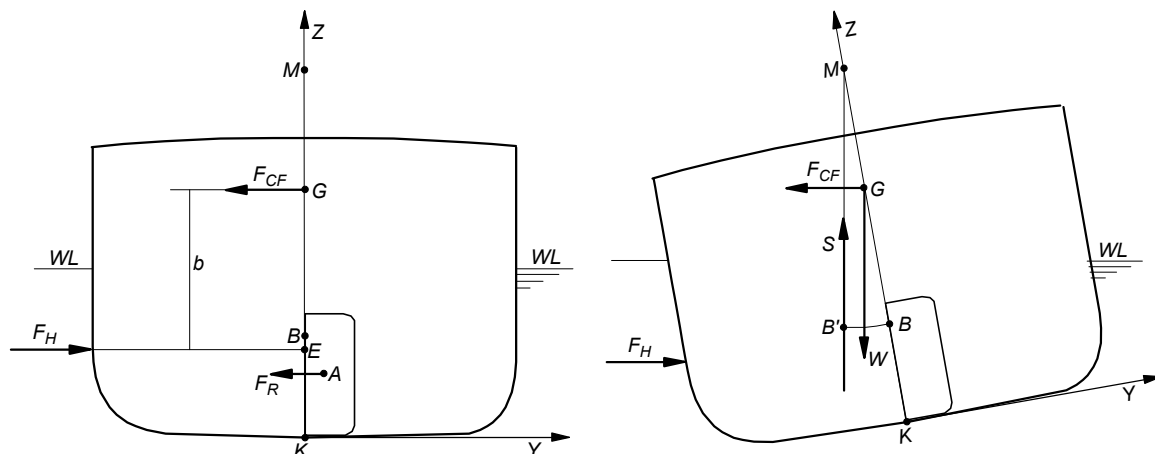


Fig. 7.11.1.2.1. forze agenti nella fase di evoluzione stabilizzata.

Si può inoltre dimostrare che la forza del timone è molto più piccola, e quindi trascurabile rispetto alle altre due. Di conseguenza è

$$F_H \cong F_{CF}$$

Forza centrifuga e reazione idrodinamica costituiscono allora una coppia. Il loro momento può essere calcolato rispetto a qualunque punto. Scegliendo ad esempio il punto E il momento sbandante di azione evolutiva può dunque essere espresso dalla

$$M_{HEV} = F_{CF} \cdot b$$

Come già detto nel caso del vento, il punto E , o centro di deriva, può spesso essere posizionato a metà immersione, per cui

$$b = \overline{KG} - \frac{T}{2}$$

mentre la forza centrifuga può essere espressa in funzione della velocità di avanzo V e del raggio di girazione R_G da:

$$F_{CF} = m \cdot \frac{V^2}{R_G}$$

essendo $m = \Delta / g$ la massa della nave (*in un sistema di unità di misura coerente*).

L'equilibrio alla rotazione intorno all'asse orizzontale è allora determinato dall'inclinazione trasversale ϕ' tale che

$$M_R(\phi') = M_{HEV}$$

Si noti che, seppur piccola, la forza del timone ha un effetto raddrizzante. Sarebbe dunque sbagliato raddrizzare repentinamente il timone in presenza di inclinazione trasversale eccessiva.

7.11.1.4 Le assunzioni della normativa

La normativa prevede che una nave passeggeri non debba sbandare oltre 10° in evoluzione alla velocità di progetto, considerando un raggio di girazione $R_G = 5 \cdot L_{wl}$, essendo L_{wl} la lunghezza

nave al galleggiamento. Applicando le formule precedenti, il momento sbandante da mettere a calcolo risulta determinato dalla formula⁸:

$$M_{HEV} = \frac{m \cdot V^2}{R_G} \cdot \left(\overline{KG} - \frac{T}{2} \right) = \frac{9.81 \cdot \Delta}{5 \cdot L_{wl}} \cdot V^2 \cdot \left(\overline{KG} - \frac{T}{2} \right) = 0.2 \cdot \frac{V^2}{L_{wl}} \cdot \Delta \cdot \left(\overline{KG} - \frac{T}{2} \right)$$

il fattore 9.81 di fronte al dislocamento essendo stato messo per ottenere il momento in $kN \cdot m$ utilizzando Δ in t_f ^{9,10}. A questo momento corrisponde un braccio, riportato al dislocamento nave:

$$\ell_{HEV} = \frac{M_{HEV}}{9.81 \cdot \Delta}$$

con in Δ in t_f .

7.11.1.5 Lo sbandamento durante la fase di manovra

Ripetendo lo stesso tipo di ragionamento svolto nel § 7.11.1.1 per il caso della fase di manovra, si ha ancora che la risultante delle forze deve essere nulla nel riferimento nave. La nave però non ha ancora sviluppato un'apprezzabile velocità di deriva né di girazione, ma ha un'accelerazione di deriva per cui la forza d'inerzia è rappresentata da:

$$F_I = -m \cdot \dot{v}$$

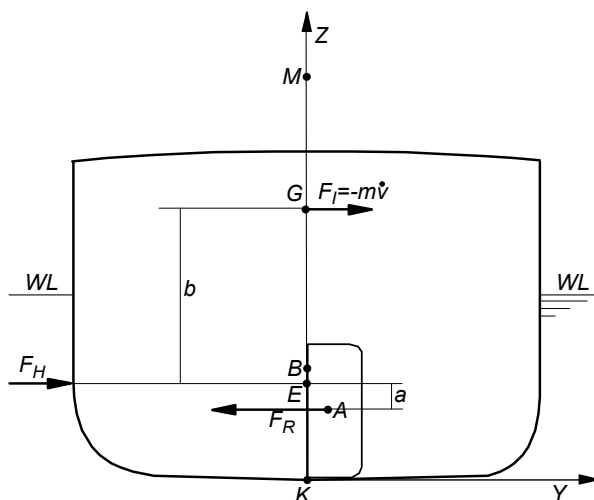


Fig. 7.11.1.3.1. forze agenti nella fase di manovra.

⁸ Si noti che la formula fornisce il momento sbandante nella fase di girazione stabilizzata. Sia il raggio di girazione che in base all'esperienza è mediamente pari alla metà di quanto indicato, che la velocità, che si riduce notevolmente nella fase di girazione, sono ampiamente sopravvalutati.

⁹ Si noti che la normativa precedente (all'International Intact Stability Code 2008) prevedeva nella formula finale un fattore 0.196 in luogo del valore esatto 0.2. Questa differenza era dovuta alla necessità di adeguamento al valore, arrotondato, usato precedentemente nel Sistema Pratico di unità di misura.

¹⁰ Si noti anche che in realtà il simbolo Δ , impiegato nella formula adottata per il calcolo del momento sbandante, non rappresenta il dislocamento, cioè la forza generata dalla spinta di Archimede, ma la *massa dislocante* della nave, cioè la massa della nave corrispondente ad un peso nave uguale alla spinta, come richiesto dalla condizione di galleggiamento di equilibrio. Meglio sarebbe indicarlo con un simbolo diverso, come ad esempio Δ_m . La formula in questione non è comunque *numericamente* errata in quanto il peso di un corpo in t_f è numericamente uguale alla sua massa in t . Ricordiamo, *ad abundantiam*, che queste due unità di misura appartengono a due sistemi di unità di misura diversi.

mentre la reazione $F_H = -m_a \cdot \dot{v}$ di natura idrodinamica esprime l'effetto della massa aggiunta m_a relativamente al moto accelerato in deriva. Si ha:

$$\begin{cases} R_x = F_H + F_I - F_R = 0 \\ R_z = \Delta - W = 0 \end{cases}$$

Essendo la risultante nulla, il sistema delle tre forze è equivalente ad una coppia di momento (calcolato rispetto ad E per comodità) sbandante:

$$M_H = F_I \cdot b + F_R \cdot a$$

che, contrastato dalla coppia di stabilità, dà origine ad uno sbandamento *verso l'interno* della traiettoria (*sbandamento di saluto*), di entità minore di quello calcolato al § 7.11.1.1.

7.11.1.6 Le critiche recenti alla normativa

La normativa dello sbandamento in evoluzione per le navi passeggeri descritta nel § 7.11.1.2 è stata recentemente messa in discussione in seguito dell'incidente avvenuto alla nave Crown Princess il 18 Luglio 2006¹¹. Quest'ultima procedendo a forte velocità durante un trasferimento è stata protagonista di una serie di evoluzioni a destra e sinistra causate da un errore umano in plancia e peggiorate dalle condizioni di fondale basso, terminando in uno sbandamento di 24° a destra.

Da qui una riflessione critica sullo standard attualmente presente nel Codice di Stabilità allo stato integro (§ 7.11.1.4). Le prove al vero condotte su diverse tipologie di navi indicano che si può stimare che il raggio di girazione sia circa la metà di quanto assunto nel § 7.11.1.2), cioè sia $R_G \approx (2 \div 3) \cdot L$ mentre si ha una consistente riduzione di velocità nella fase di girazione stabilizzata rispetto alla velocità di entrata. Se ne deduce che il calcolo effettuato con la formula ed i parametri indicati nel § 7.11.1.4 costituisce quindi una ragionevole (sovra-)stima del valore dello *sbandamento in girazione stabilizzata* (angolo ϕ_3 in Fig. 7.11.1.2), ma non costituisce una stima accettabile dell'angolo di massimo sbandamento (angolo ϕ_2 in Fig. 7.11.1.2).

Nell'ultima riunione del Sotto-Comitato SDC (Ship Design & Construction) dell'IMO (2015) è stata posta in discussione una proposta di modifica della normativa per le navi passeggeri non ad alta velocità. A causa della difficoltà di ottenere una stima efficiente del massimo sbandamento, l'argomento è stato però rinviato.

7.11.1.7 Un esempio numerico

Consideriamo il piccolo traghetto di cui alle Figg. 3.4.4 e 7.2.4.3a, che ha le dimensioni principali $L_{pp}=64.300$ m, $B=14.000$ m, $D=4.800$ m (al ponte principale), $D=9.600$ m (al ponte di coperta), in una condizione di carico corrispondente a $T=3.356$ m (nave alla partenza con 976 passeggeri, 61 autovetture e consumabili al 100%, per la quale si ha: $\Delta=1886.3$ t, $KG=5.871$ m, $GM=1.396$ m, con velocità di servizio $V=16$ kn. Si vuole determinare lo sbandamento in evoluzione (§7.11.1.4).

Applicando la formula riportata nel § 7.11.1.4, si ricava il momento sbandante dovuto all'azione evolutiva:

$$M_{HEV} = 0.2 \cdot \frac{(8.230)^2}{64.3} \cdot 1886.3 \cdot \left(5.871 - \frac{3.356}{2} \right) = 1666.5 \text{ kN} \cdot \text{m} ,$$

avendo trasformato la velocità in m/s ed avendo considerato trascurabile la differenza tra L_{pp} ed L_{wl} . A questo momento corrisponde un braccio, riportato al dislocamento nave:

¹¹ Il Report investigativo del National Transportation Safety Board può essere scaricato dal sito: <http://www.nts.gov/investigations/AccidentReports/Pages/MAR0801.aspx>

$$\ell_{HEV} = \frac{M_{HEV}}{9.81 \cdot 1886.3} = 0.090 \text{ m}.$$

Lavorando in approssimazione metacentrica, si ha allora:

$$\sin(\phi_s) = \frac{\ell_{HEV}}{GM} = 0.0645 \rightarrow \phi_s = 3.7^\circ.$$

L'entità del valore ottenuto giustifica l'applicazione del metodo metacentrico.

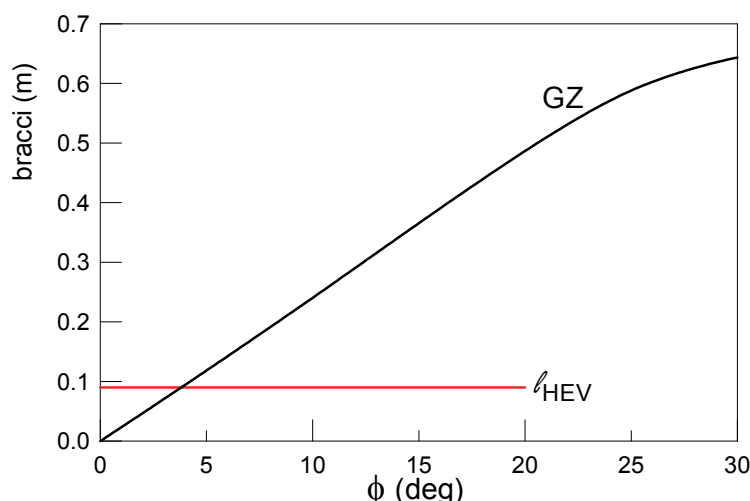


Fig. 7.11.1.7.1 Determinazione grafica dello sbandamento in evoluzione.

7.11.2 Affollamento dei passeggeri a murata

Per le navi passeggeri è obbligatoria la verifica dello sbandamento massimo, che attualmente non deve superare i 10° in conseguenza dell'affollamento dei passeggeri a murata, tenendo conto che ogni passeggero pesa 75 kg^{12} al netto dei bagagli ed il suo centro di gravità si trova ad un'altezza di 1 metro dal ponte per i passeggeri in piedi (e 0.30 dal sedile per quelli seduti). La densità dei passeggeri da mettere a calcolo non deve superare i $4/\text{m}^2$.

7.11.2.1 Un esempio numerico

Per la stessa nave di cui all'esempio riportato in § 7.11.1.7, si determini lo sbandamento connesso con i passeggeri a murata. Dal Manuale di Istruzioni al Comandante, si ricavano le informazioni riportate in Tabella riguardo la posizione dei passeggeri a murata.

POSIZIONE	N	PESO (tf)	CENTRO da PPA (m)	CENTRO da LC (m)	CENTRO da Diametrale (m)
Ponte Comando (esterno) ORD. 12-49	310	23.25	14.700	13.300	5.500
Ponte Coperta (esterno) ORD. PPA-14	166	12.45	2.800	11.750	4.500
Ponte Coperta (Salone) ORD. 14-56	380	28.5	21.700	10.700	4.000
Ponte Coperta (Imbarco) ORD. 60-70	10	0.75	40.600	10.900	5.200
Ponte Coperta (Salone) ORD. 70-90	110	8.25	49.700	11.100	5.200

¹² Si noti che, mentre in passato veniva ammesso di poter ridurre il peso da mettere a calcolo ad un valore non inferiore a 60 kg , nell'International Intact Stability Code 2008 si è ritenuto di poterlo invece aumentare, sulla base dei risultati delle nuove tabelle biometriche americane, che indicano un aumento consistente del peso medio della popolazione...

Supponendo che la posizione verticale dei passeggeri sia già inclusa nella determinazione della posizione verticale del centro di gravità e conseguentemente dell'altezza metacentrica iniziale, il problema si riduce alla determinazione dello sbandamento per spostamento trasversale del centro di gravità. Il momento statico trasversale di peso generato dallo spostamento dei passeggeri è dato da:

$$M_{Y_{AM}} = \sum_i p_i \cdot Y_i = 23.25 \cdot 5.500 + 12.45 \cdot 4.500 + 28.5 \cdot 4.000 + 9.0 \cdot 5.200 = 344.7 \, t_f \cdot m$$

a cui corrisponde il seguente spostamento trasversale del centro di gravità:

$$TCG' = \frac{M_{Y_{AM}}}{\Delta} = 0.183 \, m$$

da cui, in approssimazione metacentrica:

$$\tan(\phi_s) = \frac{TCG'}{GM} = 0.1309 \quad \phi_s = 7.46^\circ.$$

7.11.3 Il tiro di un rimorchiatore

Viene in questo caso considerato l'effetto del tiro di un rimorchiatore sulla sua stabilità. La materia è stata formalizzata all'IMO nell'ambito della Risoluzione MSC.415(97), alla quale si rimanda¹³ per una descrizione dettagliata delle normative di sicurezza. La Risoluzione è stata adottata il 25 Novembre 2016 e contiene modifiche alla Parte B (Recommendations for ships engaged in certain types of operations, certain types of ships and additional guidelines) dell'International Intact Stability Code (ISC'2008) consistenti nell'introduzione dei seguenti paragrafi: 2.7 Ships engaged in anchor handling operations, 2.8 Ships engaged in towing and escort operations, 2.9 Ships engaged in lifting operations.

7.11.4 L'azione sbandante dell'elica

E' questa una causa sbandante rilevante solo per piccole unità veloci *monoelica*. In questo caso, l'elica genera un momento sbandante nel verso opposto a quello di rotazione.

7.12 LA FORMAZIONE DI GHIACCIO SULLE SUPERFICI ESPOSTE

La formazione di ghiaccio sulle superfici esposte ha tre effetti, tutti negativi, sulla galleggiabilità o sulla stabilità di una nave:

- aumenta il dislocamento della nave e quindi ne riduce il bordo libero e di conseguenza sia la stabilità, agli angoli che prevedono l'immersione del ponte, che la galleggiabilità;
- aumenta la superficie delle parti esposte e di conseguenza l'azione sbandante del vento;
- aumenta l'altezza del centro di gravità, riducendo conseguentemente la stabilità.

7.12.1 Le assunzioni della normativa

Secondo la normativa attuale: "For any ship operating in areas where ice accretion is likely to occur, adversely affecting a ship's stability, icing allowances should be included in the analysis of conditions of loading.

The following icing allowance should be made in the stability calculations:

- 30 kg_f per square metre on exposed weather decks and gangways;
- 7.5 kg_f per square metre for projected lateral area of each side of the vessel above the water plane;

¹³ La Risoluzione è reperibile in rete.

- the projected lateral area of discontinuous surfaces of rail, sundry booms, spars (except masts) and rigging of vessels having no sails and the projected lateral area of other small objects should be computed by increasing the total projected area of continuous surfaces by 5% and the static moments of this area by 10%.”

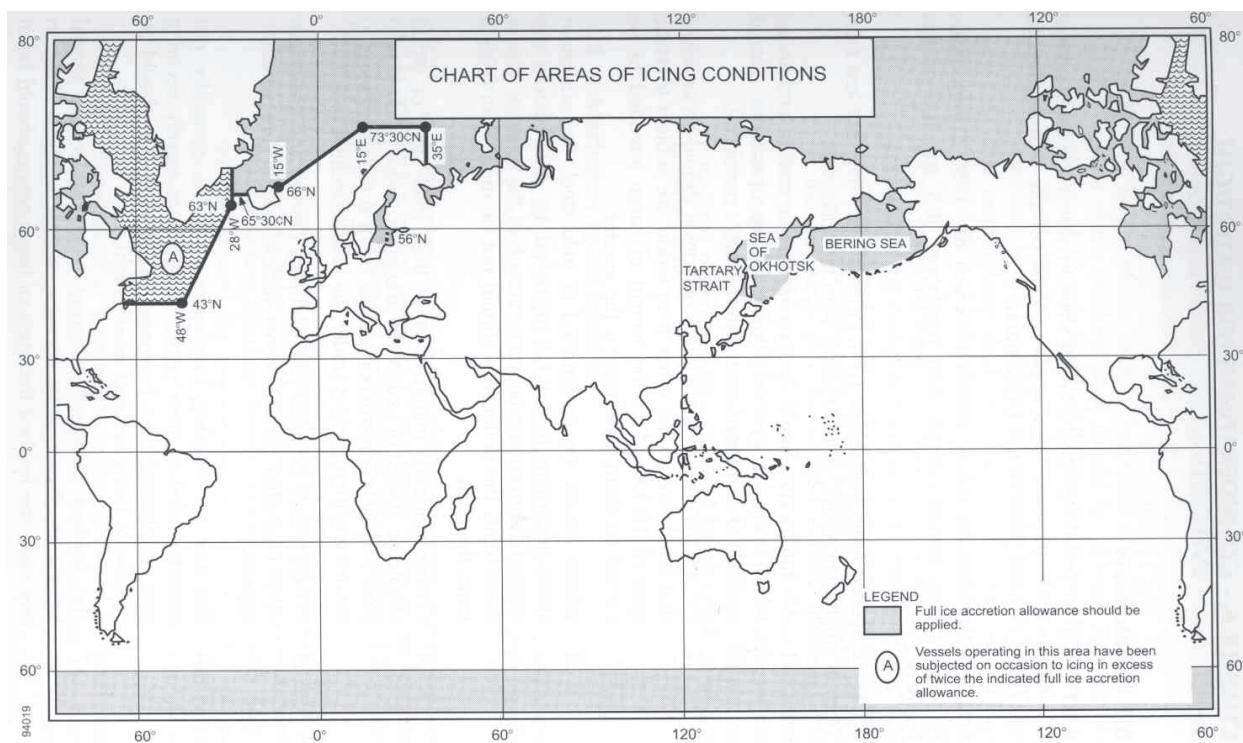


Fig. 7.12.1.1. Carta delle aree da considerare per la presenza di ghiaccio a bordo (da ISC 2008)

7.13 I CARICHI SOSPESI

Consideriamo ora un'operazione di movimentazione di carico mediante un bigo di bordo. Supponiamo che il peso p debba essere sbarcato attraverso la successione di posizioni numerate in figura. Sia S la posizione del punto di sospendita della fune, cioè la carrucola del bigo e G la posizione iniziale del baricentro della nave.

Di particolare interesse risulta il passaggio dalla posizione 1, nella quale il peso è appoggiato sul fondo di una stiva, alla posizione 2 nella quale il peso è libero di oscillare intorno al punto di sospendita. Come si vedrà, il fatto che il peso sia libero di oscillare disponendosi secondo la normale di gravità, provoca una riduzione della stabilità iniziale. Bisogna pertanto porre particolare attenzione, mettendo delle ritenute od operando con gru di terra, qualora il peso da movimentare sia rilevante.

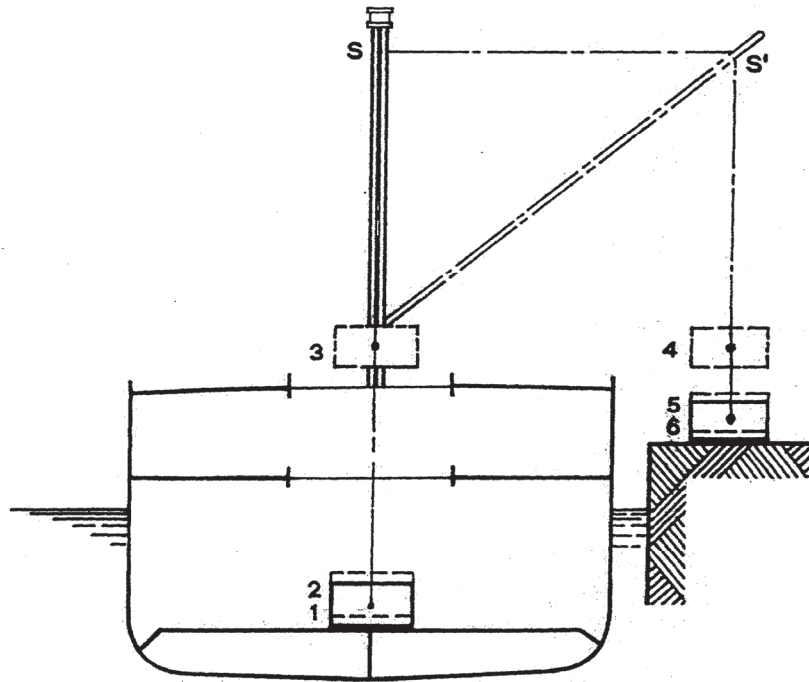


Fig. 7.13.1. Movimentazione di un carico con la gru di bordo durante la fase di scarico (da Cardo, 1974)

7.13.1 Effetto sulla stabilità iniziale

Una volta che il peso sia stato sollevato di poco (spostamento da 1 a 2 in Fig. 7.13.1) esso è libero di oscillare intorno al punto S . Se diamo alla nave una piccola inclinazione trasversale, il peso si disporrà in modo che la fune di sospesa stia sulla verticale di gravità (Fig. 7.13.1.1). Lo spostamento del peso equivale all'applicazione di una coppia di forze di momento

$$dM_{CS} = p \cdot \overline{QS} \cdot \sin(d\phi)$$

che va a ridurre il momento raddrizzante

$$dM'_R = \Delta \cdot \overline{G'M} \cdot \sin(d\phi) = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin(d\phi) - p \cdot \overline{QS} \cdot \sin(d\phi)$$

come se il peso p fosse applicato direttamente in S . Infatti, è:

$$\overline{G'M} = \overline{KM} - \overline{KG'} = \overline{GM} - \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{QS} = \overline{KM} - \frac{\Delta \cdot \overline{KG} + p \cdot \overline{QS}}{\Delta}$$

cioè

$$\overline{KG'} = \frac{\Delta \cdot \overline{KG} + p \cdot (\overline{KS} - \overline{KQ})}{\Delta}$$

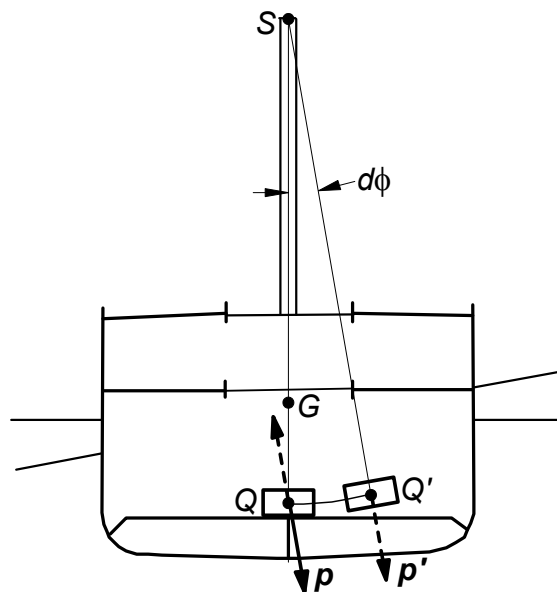


Fig. 7.13.1.1 Effetto del carico sospeso in presenza di sbandamento della nave

7.13.2 Sbandamento durante lo sbarco di peso

Se ora sbracciamo il bigo per effettuare lo scarico del peso in banchina (spostamento 3→4), si ha uno sbandamento per spostamento trasversale di peso.

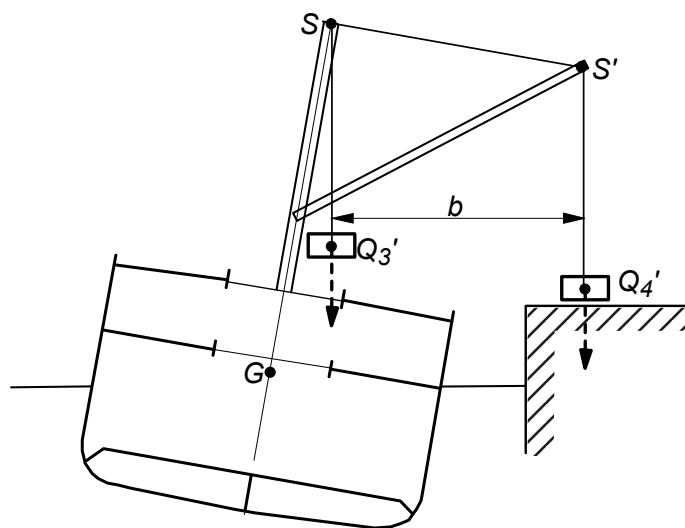


Fig. 7.13.2.1 Effetto del carico sospeso durante lo sbarco dello stesso.

Ragionando analogamente a quanto fatto in casi precedenti, lo spostamento trasversale di peso, che a tutti gli effetti si può sempre considerare applicato nel punto di sospensione, da S ad S' equivale all'applicazione di un momento sbandante $M_H(\phi')$ che, al generico angolo di sbandamento ϕ ha braccio:

$$b(\phi) = (\overline{SS'})_Y \cdot \cos \phi$$

All'equilibrio si ha

$$M'_R(\phi') = M_H(\phi')$$

Applicando il metodo metacentrico, si trova la seguente posizione di equilibrio:

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{p \cdot (\overline{SS'})_Y}{\Delta \cdot \overline{GM} - p \cdot \overline{QS}}$$

Si può anche trattare il problema come spostamento trasversale del centro di gravità, come si vedrà al Cap. 9.

7.13.3 Un esempio numerico

Supponiamo di scaricare un carico $p=20.0 \text{ t}_f$ da una nave avente $\Delta=5000.0 \text{ t}_f$ di dislocamento e $GM=1.400 \text{ m}$ di altezza metacentrica iniziale, con un bigo di bordo. Siano $Z=QS=15.000 \text{ m}$ e $Y=(\overline{SS'})_Y=10 \text{ m}$ rispettivamente la distanza verticale tra il punto di sospensione e la posizione iniziale del centro del peso appoggiato in stiva e lo sbraccio laterale del bigo.

Una volta agganciato e reso mobile il peso, questo dà origine ad una riduzione della stabilità iniziale:

$$\overline{G'M} = \overline{GM} - \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{QS} = 1.400 - \frac{20.0}{5000.0} \cdot 15.000 = 1.340 \text{ m}$$

Una volta sbracciato trasversalmente il bigo, si ha un momento sbandante dato da $M_{HCS}(\phi) = (\overline{SS'})_Y \cdot \cos \phi$ che, in approssimazione metacentrica, dà origine ad uno sbandamento pari a:

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{p \cdot (\overline{SS'})_Y}{\Delta \cdot \overline{G'M}} = \frac{20.0 \cdot 10.000}{5000.0 \cdot 1.340} = 0.030 \quad \rightarrow \quad \phi = 1.71^\circ$$

7.13.4 Sbandamento durante l'imbarco di peso

La situazione è analoga a quella del caso precedente una volta che il peso sia stato staccato dalla banchina e libero di oscillare. La differenza principale consiste nel fatto che tutte le caratteristiche della nave sono cambiate per effetto dell'imbarco di peso, come si vedrà al Cap. 9.

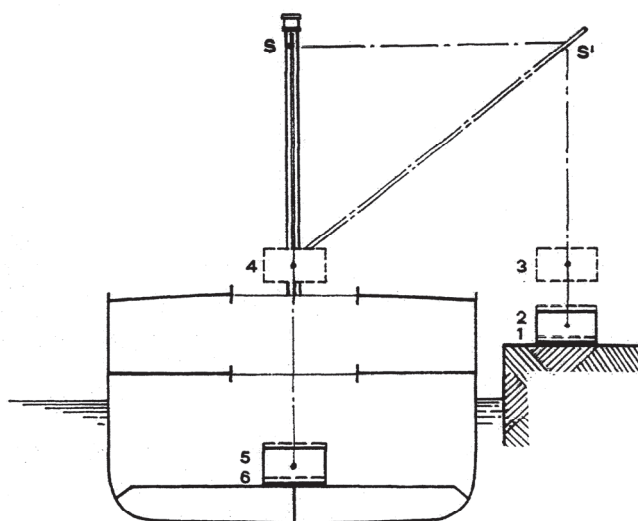


Fig. 7.13.3.1. Movimentazione di un carico con la gru di bordo durante la fase di carico (da Cardo, 1974),

7.13.5 La normativa per le unità da sollevamento

Questa normativa riguarda essenzialmente le unità galleggianti dedicate al sollevamento e prevede la verifica nel sollevamento normale e nel caso di rottura del cavo di sospensione, in particolare per le unità che controbilanciano il carico eccentrico mediante un allagamento parziale. La materia è stata formalizzata all'IMO nell'ambito della Risoluzione MSC.415(97), citata nel § 7.11.3, alla quale si rimanda.

7.14 LE GRANAGLIE ED ALTRI CARICHI SCORREVOLI (CENNI)

Le granaglie¹⁴ ed altri carichi costituiti da piccole parti solide, anche in forma granulare costituiscono la famiglia dei carichi facilmente scorrevoli¹⁵. Si chiamano facilmente scorrevoli quei carichi che hanno un *angolo di riposo*¹⁶ (o di *natural declivio*) α inferiore ad un certo valore dato dalla normativa¹⁷. Nella caricazione alla rinfusa essi si dispongono naturalmente con una superficie libera di forma conica, come in Fig. 7.14.1, con un angolo alla base non superiore ad α .

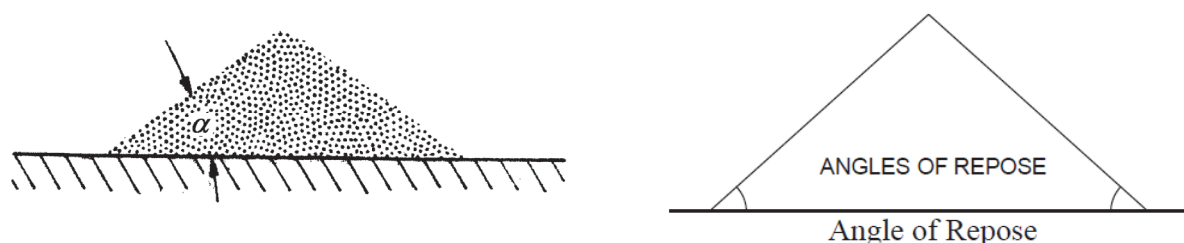


Fig. 7.14.1. Illustrante l'angolo di natural declivio per materiali in pezzatura fine (da Cardo, 1974)

Qualora quest'angolo venga superato, ad esempio per inclinazione della nave in mare ondoso o per altre cause, si ha lo scorrimento improvviso di grandi quantità di carico con rilevante spostamento del centro di gravità e raggiungimento di una posizione di equilibrio sbandata. Il fenomeno può essere progressivo e portare al capovolgimento della nave. Il problema è naturalmente connesso con la difficoltà di riempire completamente le stive delle navi, da carico generale o portarinfuse all'uopo impiegate, anche in relazione al fenomeno dell'impaccamento che avviene in mare ondoso.

¹⁴ Il termine comprende il frumento, il granoturco, l'avena, la segala, l'orzo, il riso, i legumi secchi, i semi e le granaglie che abbiano subito un trattamento per il quale il loro comportamento sia simile a quello delle granaglie allo stato naturale.

¹⁵ *Solid bulk cargo* means any cargo, other than liquid or gas, consisting of a combination of particles, granules or any larger pieces of material generally uniform in composition, which is loaded directly into the cargo spaces of a ship without any intermediate form of containment.

¹⁶ *Angle of repose* means the maximum slope angle of non-cohesive (i.e., free-flowing) granular material. It is measured as the angle between a horizontal plane and the cone slope of such material (from IMSBC Code)

¹⁷ Si distingue il caso $\alpha \leq 30^\circ$ che viene trattato con le stesse regole del trasporto di granaglie, dai casi $30^\circ < \alpha \leq 35^\circ$ e $\alpha > 35^\circ$.

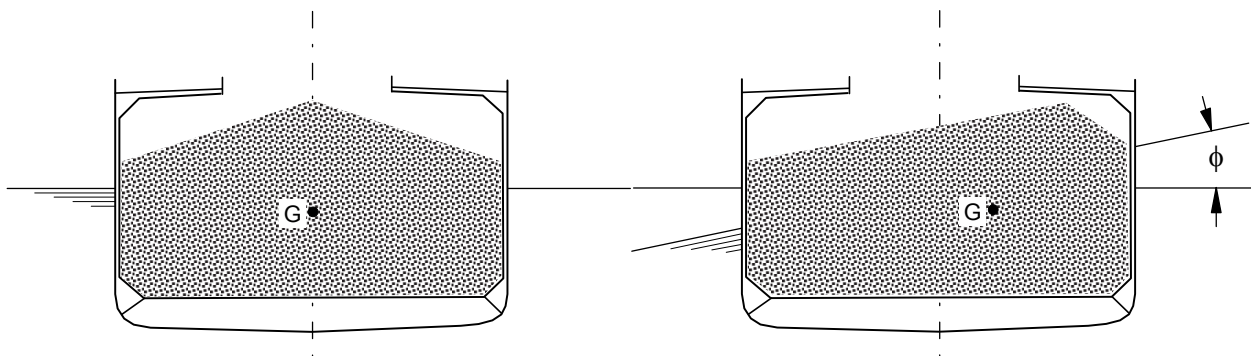


Fig. 7.14.2. Illustrante l'effetto di uno sbandamento sulla disposizione di un carico in pezzatura fine

Si usano diversi accorgimenti per ridurre l'entità del fenomeno, riempimento degli spazi laterali con alimentatori laterali, uso di separatori dall'alto (*casci* – da non confondere con le paratie stagne che in questo caso, a differenza dei liquidi, non sono necessarie), riempimento a scodelle, etc.

Le navi impiegate per questi carichi, specialmente quelle per il trasporto granaglie sono comunque soggette a normative di stabilità di grande severità. Per le granaglie, si fa riferimento all'International Code for the Safe Carriage of Grain in Bulk, originariamente contenuto nel Cap. VI della SOLAS.

Una categoria particolare di carichi pericolosi è costituita dai carichi soggetti a “liquefazione”, come ad esempio i minerali di Nickel, definiti (e regolati) dallo IMSBC Code (International Maritime Solid Bulk Cargoes):

- *Cargoes which may liquefy* means cargoes which contain a certain proportion of fine particles and a certain amount of moisture. They may liquefy if shipped with a moisture content in excess of their transportable moisture limit.”
- *Flow moisture point* means the percentage moisture content (wet mass basis) at which a flow state develops under the prescribed method of test in a representative sample of the material.
- *Flow state* means a state occurring when a mass of granular material is saturated with liquid to an extent that, under the influence of prevailing external forces such as vibration, impaction or ships motion, it loses its internal shear strength and behaves as a liquid.

The carriage of solid bulk cargoes other than grain shall be in compliance with the relevant provisions of the IMSBC Code.

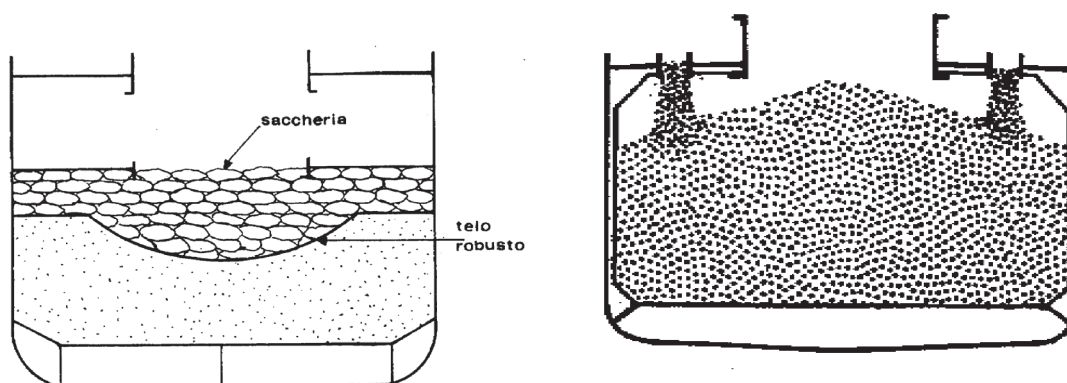


Fig. 7.14.3. Caricazione “a scodelle” (sinistra) e mediante alimentatore centrale ed alimentatori laterali (destra).

CAPITOLO 8 PROBLEMI DI ASSETTO

Seguendo l'impostazione di separare le inclinazioni trasversali da quelle longitudinali, rivolgeremo ora l'attenzione a queste ultime, cioè ai cosiddetti *problemi di assetto*. Ricordiamo che, in base alle convenzioni fatte, le immersioni si misurano sulle perpendicolari estreme a partire dalla linea di sottochiglia (cioè tengono conto anche dello spessore della chiglia). Considereremo inoltre *positive le inclinazioni longitudinali che portano ad un appruamento*¹, cioè ad una differenza di immersioni

$$\Delta T = T_F - T_A$$

positiva, essendo T_A e T_F rispettivamente l'immersione poppiera e prodiera.

Ricordiamo che carena diritta è qualunque carena ottenuta con un piano di galleggiamento parallelo al galleggiamento di pieno carico normale e che la linea di costruzione è la retta parallela a tale piano e passante per il punto di chiglia K . Una carena inclinata trasversalmente o longitudinalmente viene individuata dal valore assegnato a due parametri. I parametri o coordinate di una carena inclinata trasversalmente sono di solito l'immersione al mezzo e l'angolo di inclinazione ϕ o, raramente, le immersioni in corrispondenza dei fianchi. In maniera analoga, una carena inclinata longitudinalmente viene indicata mediante due coordinate che possono essere:

- le immersioni T_A e T_F sulle perpendicolari estreme;
- l'immersione al mezzo T_M e la differenza di immersioni ΔT ;
- l'immersione al mezzo T_M e l'angolo di inclinazione longitudinale ϑ .

Nella pratica si usano esclusivamente i primi due modi. L'angolo ϑ è comodo ai fini del calcolo, ma non viene di solito impiegato in pratica per la sua piccolezza (per navi di forme convenzionali in condizioni operative normali).

8.1 GENERALITA' SULLE INCLINAZIONI LONGITUDINALI – LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO D'ASSETTO

8.1.1 Considerazioni geometriche

8.1.1.1 Il caso delle inclinazioni di ampiezza qualunque

Ci converrà innanzitutto chiarire alcune questioni geometriche relative alle inclinazioni longitudinali, ricordando che un galleggiamento e di conseguenza la carena corrispondente, sono diritti quando il galleggiamento è parallelo al galleggiamento di pieno carico normale.

Ciò premesso, una nave può avere (Fig. 8.1.1.1.a) o meno (Fig. 8.1.1.1.b) una differenza di immersioni di progetto ΔT_0 (*rake of keel*). Nel primo caso, anche a carena longitudinalmente diritta, esiste una differenza di immersioni misurate sulle perpendicolari estreme.

¹ Si noti che questa scelta, seppure non corrisponda alla tradizione nazionale italiana, è in linea con quanto adottato a livello internazionale ed in particolare nelle normative SOLAS.

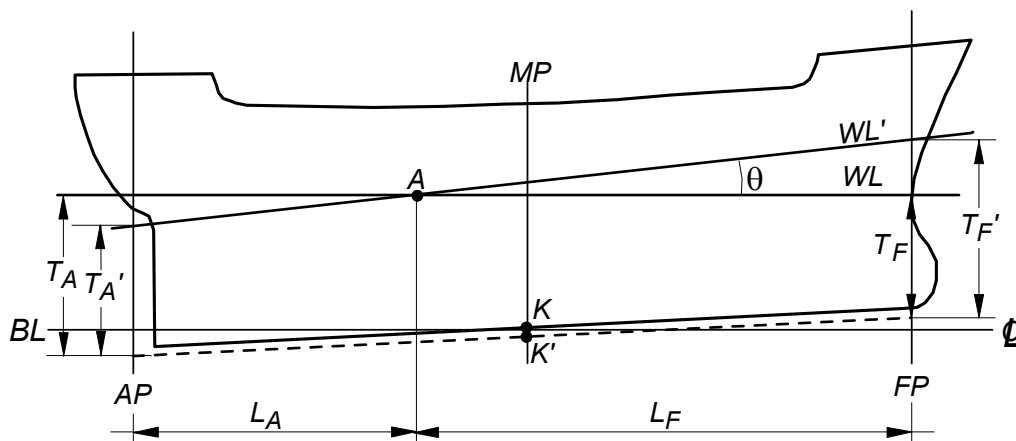


Fig. 8.1.1.1.a. Carena inclinata longitudinalmente *con differenza di immersioni di progetto*. Per confronto, viene indicato anche il galleggiamento diritto isocarenico di traccia WL . La linea a tratto rappresenta la linea di sottochiglia.

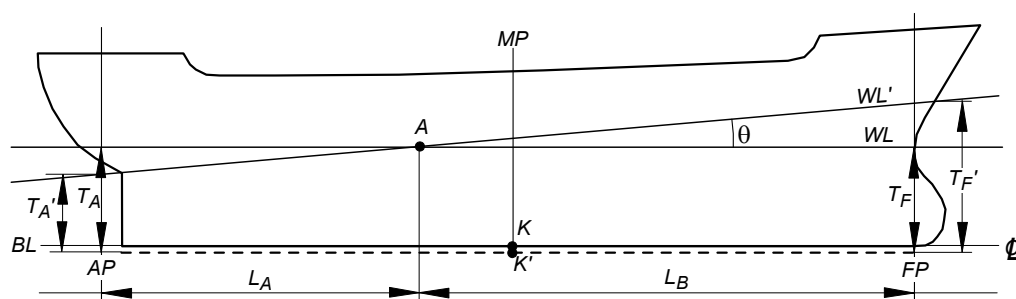


Fig. 8.1.1.1.b. Carena inclinata longitudinalmente *senza differenza di immersioni di progetto*. Per confronto, viene indicato anche il galleggiamento diritto isocarenico. La linea a tratto rappresenta la linea di sottochiglia.

Con riferimento alla Fig. 8.1.1.1.a, consideriamo un galleggiamento inclinato rappresentato dalla traccia WL' ed il galleggiamento isocarenico diritto – cioè parallelo a quello di pieno carico normale – rappresentato dalla traccia WL . Siano ϑ l'angolo di inclinazione longitudinale ed A la traccia della retta comune ai due piani.

Diversamente dalla situazione di nave senza differenza di immersioni di progetto (Fig. 8.1.1.1.b) si è fatto riferimento, in Fig. 8.1.1.1.a, alla situazione tipica di una nave per la quale la *retta di sottochiglia* (per K) e la parallela *linea di sottochiglia* (per K') rappresentano effettivamente l'andamento della linea intersezione del fondo con il piano diametrale rispettivamente fuori ossatura e fuori chiglia e presentano un'inclinazione rispetto alla linea di costruzione. In questo secondo caso, la retta di sottochiglia forma un angolo ϑ_0 con la linea di costruzione, come nelle Figg. 8.1.1.1.a e 8.1.1.1.3. Un esempio di imbarcazione di questo tipo è nella Fig. 8.1.1.1.2.

In entrambi i casi il galleggiamento inclinato WL' può essere ottenuto ruotando il piano di galleggiamento diritto WL dell'angolo ϑ intorno al punto A (o meglio intorno all'asse y trasversale per A) intersezione dei due piani di galleggiamento.

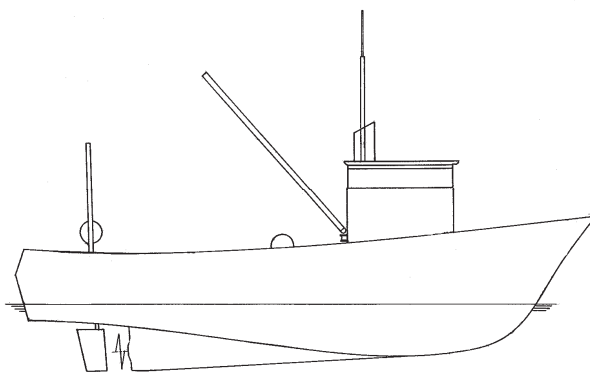


Fig. 8.1.1.1.2. Carena di peschereccio con differenza di immersioni di progetto

La differenza di immersioni di progetto ΔT_0 ² è la differenza di immersioni di *una qualunque* carena *diritta* (inclusa quella di pieno carico normale):

$$\Delta T_0 = T_F - T_A$$

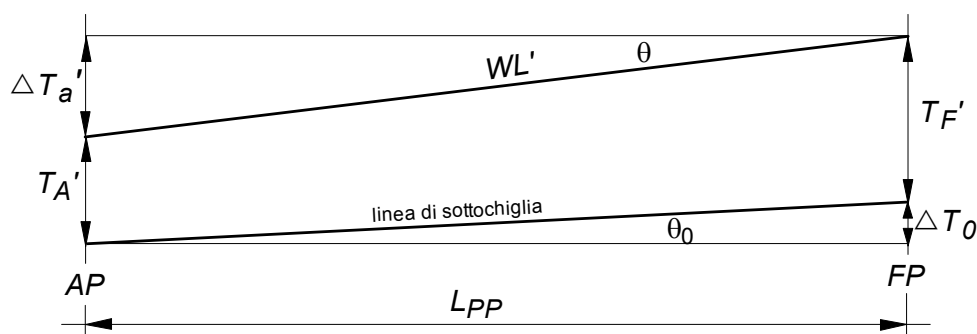


Fig. 8.1.1.1.3. Illustrante la geometria di una carena inclinata longitudinalmente.

Con riferimento alla Fig. 8.1.1.1.3, che riporta solo le linee estreme (galleggiamento attuale WL' e linea di sottochiglia) della nave di Fig. 8.1.1.1.1, si ha quindi la seguente relazione tra la differenza di immersioni di progetto ΔT_0 e la differenza attuale di immersioni $\Delta T' = T_F' - T_A'$

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\Delta T_a}{L_{pp}} = \frac{\Delta T' - \Delta T_0}{L_{pp}}$$

Questa relazione definisce l'angolo d'assetto. Si ha anche:

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{\Delta T_0}{L_{pp}}$$

esattamente come se la retta e la linea di sottochiglia fossero state ottenute *ruotando la chiglia "diritta"* (cioè parallela al galleggiamento di pieno carico normale o alla LC) dell'angolo ϑ_0 intorno ad un asse trasversale per K e rispettivamente K' .

² Si noti che in una situazione come quella rappresentata in Fig. Fig. 8.1.1.1.1a il ΔT_0 è intrinsecamente negativo.

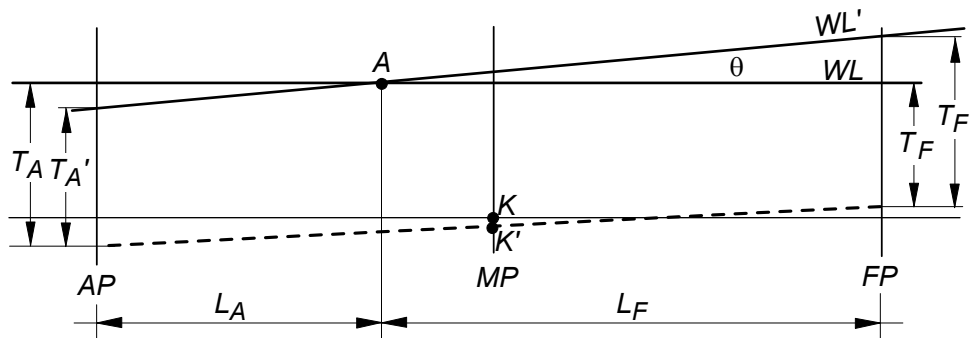


Fig. 8.1.1.1.4. La “geometria” delle inclinazioni longitudinali

Se indichiamo con T_M e rispettivamente T'_M le immersioni al mezzo, che assumeremo coincidenti con le immersioni medie³ T_m e T'_m

$$T_m = \frac{T_A + T_F}{2} \quad T'_m = \frac{T'_A + T'_F}{2} \quad ,$$

e con T_{mis} l'immersione al mezzo dell'isocarena diritta, si vede facilmente che è, in valore e segno:

$$\begin{cases} T'_A = T_{mis} - \frac{\Delta T_0}{2} - L_A \cdot \operatorname{tg} \vartheta \\ T'_F = T_{mis} + \frac{\Delta T_0}{2} + L_F \cdot \operatorname{tg} \vartheta \end{cases}$$

essendo⁴:

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_A$$

$$L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X_A$$

i bracci della rotazione dell'angolo ϑ sulle perpendicolari. Si vede inoltre facilmente che valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} T_M = T_m = T_{mis} - X_A \cdot \operatorname{tg} \vartheta \\ \Delta T' = \Delta T_0 + L_{pp} \cdot \operatorname{tg} \vartheta \end{cases}$$

Le relazioni così ottenute per il calcolo delle immersioni estreme fanno riferimento ad una linea di chiglia rettilinea. In generale si ha comunque:

³ Assumeremo, per ora, che non ci sia flessione longitudinale della trave nave.

⁴ Ricordiamo che l'origine delle ascisse è sulla perpendicolare al mezzo.

$$\begin{cases} T'_A = T_A - L_A \cdot \operatorname{tg} \vartheta \\ T'_F = T_F + L_F \cdot \operatorname{tg} \vartheta \end{cases} \quad \text{cioè} \quad \begin{cases} T'_A = T_A - \left(\frac{L_{pp}}{2} + X_A \right) \cdot \operatorname{tg} \vartheta \\ T'_F = T_F + \left(\frac{L_{pp}}{2} - X_A \right) \cdot \operatorname{tg} \vartheta \end{cases}$$

essendo T_A e T_F le immersioni estreme dell'*isocarena diritta*.

La condizione di isocarenicità dei due galleggiami WL e WL' si traduce nell'appartenenza dei rispettivi centri di galleggiamento F ed F' alla medesima superficie dei centri di galleggiamento, come indicato in Fig. 8.1.1.1.4. A norma del Teorema di Eulero, per inclinazioni di ampiezza infinitesima la distanza dei centri F ed F' dall'asse di inclinazione isocarenico (di traccia A in Fig. 8.1.1.1.4) è infinitesima di ordine superiore all'angolo di rotazione.

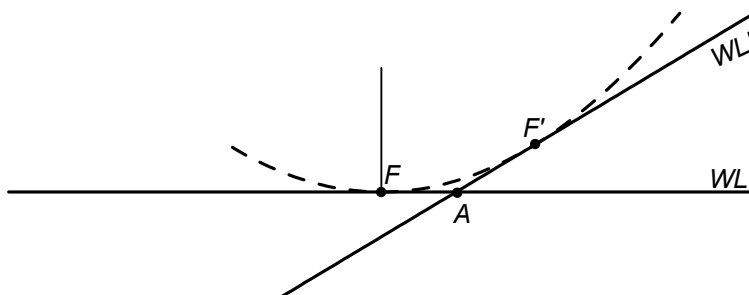


Fig. 8.1.1.1.5. Relativa alle inclinazioni longitudinali di ampiezza qualunque. La curva a tratto è la traccia sul piano diametrale della superficie dei centri isocarenici di galleggiamento.

8.1.1.2 Il caso delle piccole inclinazioni

Nelle normali condizioni operative una nave è di solito longitudinalmente diritta o comunque presenta un'inclinazione longitudinale di ampiezza non superiore a qualche grado.

Per inclinazioni infinitesime vale il Teorema di Eulero e di conseguenza il punto A , che nelle Figg. 8.1.1.1.1 e 8.1.1.1.5 rappresenta la traccia dell'asse di inclinazione, intorno al quale avviene la rotazione isocarenica del piano galleggiamento viene a coincidere con i baricentri F ed F' di entrambe le figure di galleggiamento (Fig. 8.1.1.2.1). Le formule precedenti valgono allora con

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_F$$

$$L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X_F$$

Ricordiamo che l'ascissa del punto F è misurata nel riferimento $KXYZ$. Nell'ambito delle inclinazioni infinitesime si ha allora la situazione rappresentata in Fig. 8.1.1.2.1, che differisce dalla Fig. 8.1.1.1.1 soltanto per l'identificazione del punto A con il punto F .

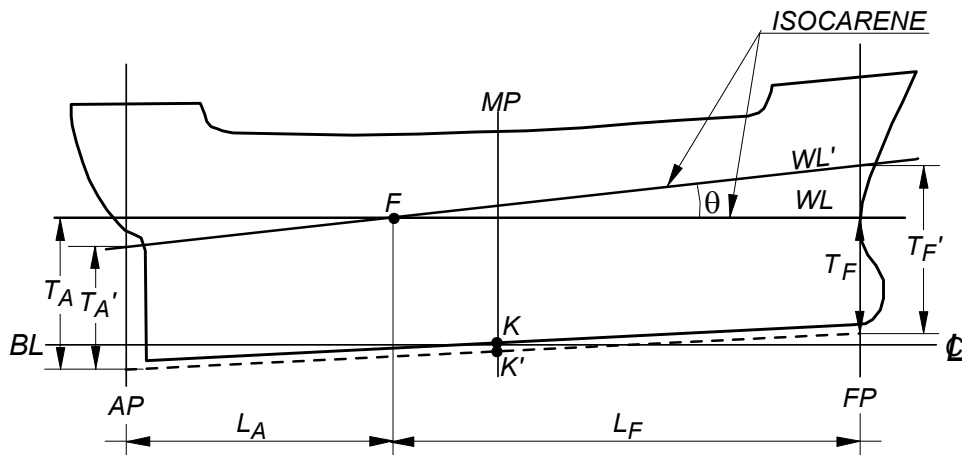


Fig. 8.1.1.2.1. Carena inclinata longitudinalmente e con differenza di immersioni di progetto. Per confronto, viene indicato anche il galleggiamento diritto isocarenico, nel caso di piccole inclinazioni

Nella pratica, si considerano spesso isocarene alla carena diritta WL di centro F le carene il cui galleggiamento WL' passi per il punto F , come in Fig. 8.1.1.2.1, anche quando l'angolo ϑ non è infinitesimo, compiendo così un'approssimazione che sarà ovviamente tanto minore quanto più l'angolo è piccolo.

8.1.2 La condizione di equilibrio longitudinale – La variazione d’assetto per effetto di un momento inclinante – Il momento Unitario di Assetto

La condizione generale di equilibrio consiste sempre nell'avere risultante e momento risultante delle forze uguali a zero. L'assetto di equilibrio per un galleggiante libero sarà dunque quello per cui peso e spinta costituiscono una coppia di braccio nullo. La carena di equilibrio sarà dunque quella per cui la spinta è in modulo uguale al peso ed inoltre il centro di carena B ed il baricentro dei pesi G stanno sulla stessa verticale (di gravità), come visto nel Cap. 4.

Consideriamo la generica carena inclinata individuata dal galleggiamento WL' (Fig. 8.1.2.1). Per comodità riportiamo anche il galleggiamento diritto isocarenico WL . La prima condizione di equilibrio si traduce nell'equazione (*equilibrio delle forze*):

$$S = W$$

Per quanto riguarda la seconda (*equilibrio dei momenti*), dal punto di vista grafico, la situazione è simile a quella già utilizzata per descrivere l'equilibrio rispetto alle inclinazioni trasversali (§7.3.9) con due notevoli differenze:

- la nave non è in generale simmetrica prora-poppa (né nella geometria, né nella distribuzione dei pesi) e dunque la generica carena diritta non è caratterizzata dall'aver $X_B = 0$;
- il verso positivo delle rotazioni nel piano KYZ è quello antiorario.

Detto allora B_{is} il centro dell'isocarena diritta WL alla generica carena WL' inclinata longitudinalmente dell'angolo ϑ ed avente centro in B , corrispondente ad un dislocamento Δ (spinta S) ed alla posizione G del centro di gravità (Fig. 8.1.2.1), la condizione di equilibrio dei momenti è rappresentata dalla seguente condizione geometrica:

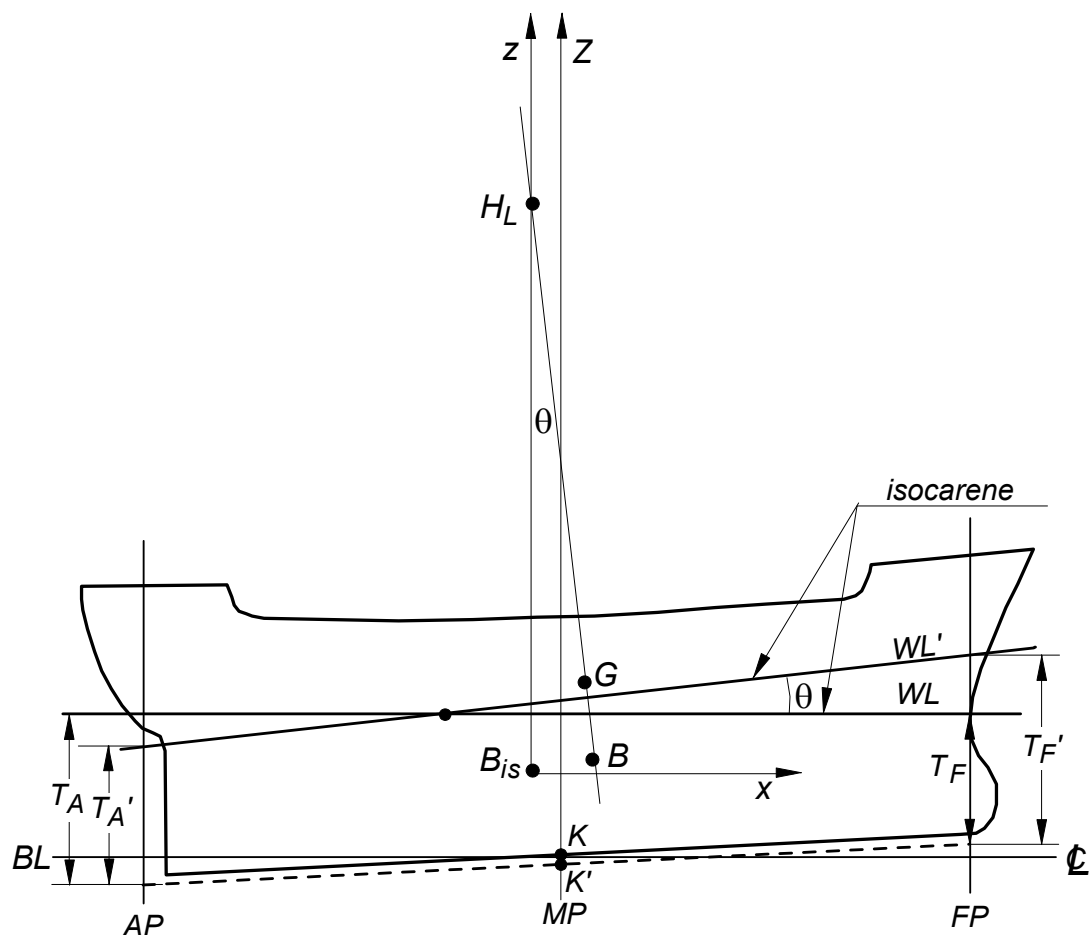


Fig. 8.1.2.1. La condizione di equilibrio dei momenti

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{x_B - x_G}{z_G - z_B} = \frac{X_B - X_G}{Z_G - Z_B} = \frac{LCB - LCG}{KG - KB}$$

con riferimento al triangolo rettangolo avente ipotenusa BG e cateti rispettivamente paralleli agli assi x e y (o X e Y) oppure

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{x_G}{z_{H_L} - z_G} = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{Z_{H_L} - Z_G}$$

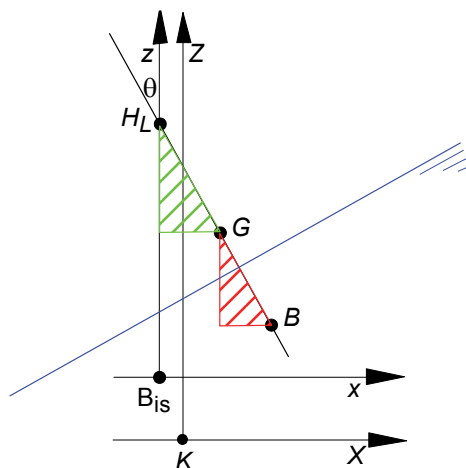


Fig. 8.1.2.2. La posizione dei punti importanti nella condizione di equilibrio dei momenti (caso generale). L'assetto è stato esagerato per maggiore visualizzazione.

con riferimento al triangolo rettangolo avente ipotenusa GH_L e cateti rispettivamente paralleli agli assi x e y (o X e Y) e ricordando che:

$$\begin{cases} x = X - X_{B_{is}} \\ z = Z - \overline{KB_{is}} \end{cases}$$

come mostrato nella Fig. 8.1.2.2 (dilatata longitudinalmente per comodità).

Come nel caso delle condizioni di equilibrio trasversale (§ 7.3.8.0), la seconda condizione di equilibrio longitudinale esprime il fatto che la retta comune d'azione di peso e spinta (retta per B , G ed H che rappresenta la verticale di gravità) deve essere perpendicolare al galleggiamento di equilibrio in quanto quest'ultimo esprime l'orizzontale di gravità.

8.1.2.1 Esempio: il caso della carena dritta

Problema: Si vuole conoscere la posizione longitudinale del centro di gravità di una nave che galleggia in equilibrio in assetto dritto con l'immersione T .

Soluzione: Sostituendo la condizione $\vartheta = 0$ nell'equazione di equilibrio si ottiene $X_G = X_B(T)$, essendo in questo caso (carena dritta) $X_{B_{is}} = X_B$, o equivalentemente si ha $x_G = 0$.

8.1.2.2 La condizione di equilibrio d'assetto nel caso delle "piccole" inclinazioni

Ricordiamo che vale sempre la prima condizione di equilibrio:

$$S = W$$

Nel caso di piccole inclinazioni longitudinali si può lavorare in approssimazione metacentrica, cioè considerando che il metacentro longitudinale non si sposti dalla posizione dritta M_L . In questo caso, la traiettoria del centro di carena nel passaggio dalla carena dritta a quella longitudinalmente inclinata è un arco di cerchio di centro M_L e raggio $\overline{B_{is}M_L}$.

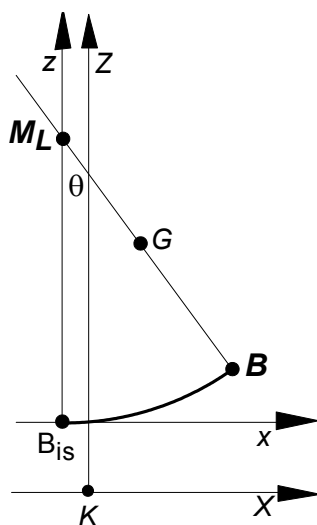


Fig. 8.1.2.2.1. La posizione dei punti importanti nella condizione di equilibrio dei momenti (piccole inclinazioni)

La condizione di equilibrio dei momenti si può allora scrivere:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{x_G}{z_{M_L} - z_G} = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{Z_{M_L} - Z_G} = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L}$$

Osserviamo che le componenti dell'altezza metacentrica longitudinale hanno in generale ordini di grandezza diversi

$$\overline{GM}_L = \overline{KB}_{is} + \overline{B_{is}M}_L - \overline{KG}$$

essendo il raggio metacentrico longitudinale $\overline{B_{is}M}_L$ molto più grande dell'altezza del centro di gravità $\overline{KG}$ (cioè stabilità di forma molto maggiore della stabilità di peso) e quest'ultima di solito maggiore dell'altezza $\overline{KB}_{is}$ del centro di carena. È pertanto spesso usata la seguente condizione di equilibrio d'assetto approssimata:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{BM}_L} .$$

8.1.2.2 La variazione d'assetto per effetto di un momento inclinante

Supponiamo ora che sulla nave agisca un momento inclinante longitudinale M_{HL} . L'inclinazione longitudinale di equilibrio è data dalla condizione di uguaglianza dei momenti:

$$M_{RL}(\vartheta) = M_{HL}(\vartheta)$$

essendo il momento raddrizzante longitudinale definito come il momento longitudinale determinato dalla coppia peso-spinta⁵:

$$M_{RL}(\vartheta) = \Delta \cdot \overline{GZ}_L(\vartheta)$$

che, nel caso di piccole inclinazioni, si può rappresentare in approssimazione metacentrica:

$$M_{RL}(\vartheta) \cong \Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \sin \vartheta .$$

8.1.2.2 Il Momento Unitario di Assetto

Determiniamo ora l'entità M_u del momento inclinante longitudinale necessario per produrre una variazione d'assetto $\Delta T = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$. Vista l'esiguità della variazione d'assetto, è certamente utilizzabile l'approssimazione metacentrica:

$$M_{HL} = M_{RL} \cong \Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \sin \vartheta$$

Si ha poi:

$$\Delta T = L_{pp} \cdot \operatorname{tg} \vartheta \cong L_{pp} \cdot \sin \vartheta$$

Combinando le due, si ha:

⁵ $\overline{GZ}_L$ è la distanza, misurata nel piano longitudinale, tra G e la retta d'azione della spinta.

$$M_{HL} \cong \frac{\Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \Delta T}{L_{pp}} = \frac{\Delta \cdot \overline{GM}_L}{100 \cdot L_{pp}} = \frac{\Delta \cdot (\overline{BM}_L - \overline{BG})}{100 \cdot L_{pp}} \cong \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{100 \cdot L_{pp}}$$

L'ultima approssimazione si basa sul fatto che $\overline{BM}_L \gg \overline{BG}$ per navi di forme convenzionali. Tradizionalmente, si definisce allora *Momento Unitario di Assetto* la quantità:

$$M_{HL} = \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{100 \cdot L_{pp}}$$

con il significato sopra detto.

8.1.3 La correzione delle letture delle immersioni qualora le scale non siano poste in corrispondenza delle perpendicolari

Per semplicità di raffigurazione, ci limiteremo al caso di carena senza differenza di immersioni di progetto. Supponiamo che le scale delle immersioni siano posizionate come in Fig. 8.3.1.a. Le distanze dalle perpendicolari, dove dovrebbero essere posizionate, saranno considerate positive se le scale delle immersioni si trovano a proravia della perpendicolare di riferimento.

Nel caso di carena diritta, le letture effettuate sulle scale delle immersioni coincidono con le immersioni in corrispondenza delle perpendicolari.

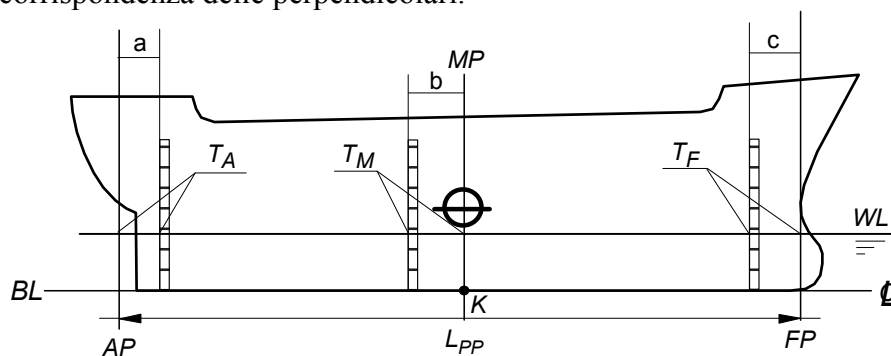


Fig. 8.1.3.1a. Nave con scale delle immersioni posizionate fuori dalle perpendicolari

Nel caso di carena inclinata (Fig. 8.1.3.2), invece, ci sarà una differenza che dipende dalla distanza scala-perpendicolare e dall'entità e segno dell'inclinazione. In questo caso, si comincia con il valutare una differenza di immersioni apparente (apparent trim) $\Delta T' = T'_F - T'_A$ mediante le letture effettuate sulle scale.



Fig. 8.1.3.1b. Nave con scale delle immersioni posizionate fuori dalle perpendicolari (Trieste 2012, foto dell'Autore)

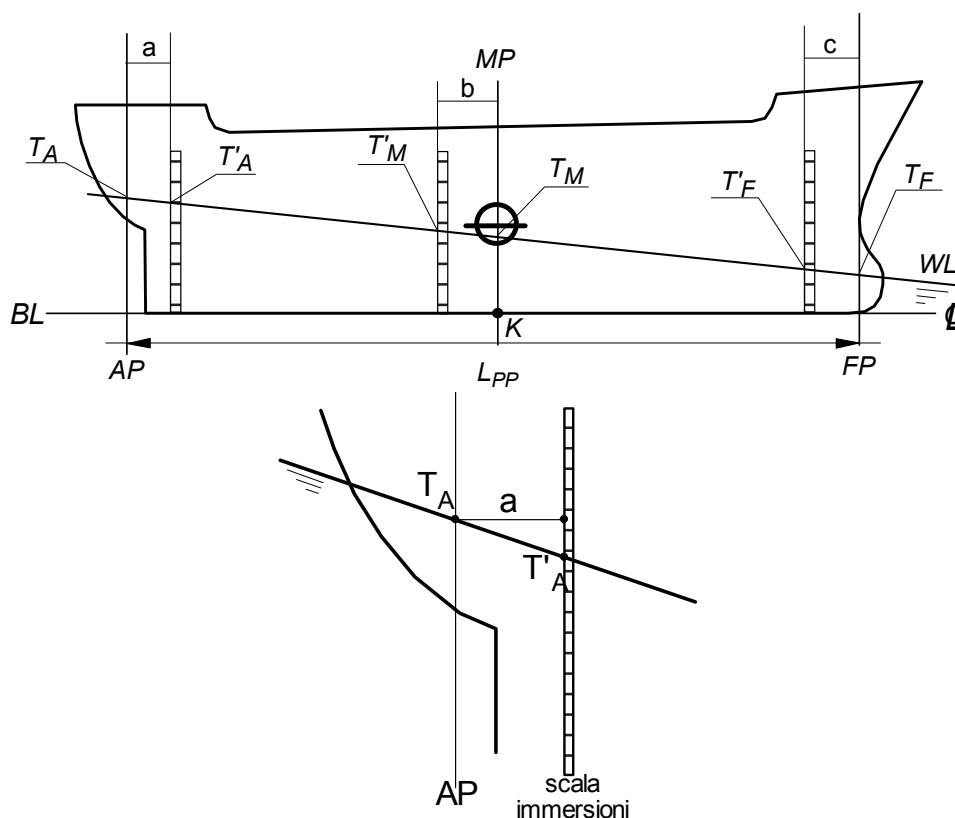


Fig. 8.1.3.2. La correzione delle letture delle immersioni quando le scale delle immersioni sono posizionate fuori dalle perpendicolari.

Considerata poi la distanza $L' = L_{pp} - a + c$ tra le scale estreme, si effettua la correzione tenendo conto della distanza scala-perpendicolare; si ha, in valore e segno:

$$T_A = T'_A + a \cdot \frac{\Delta T'}{L'} \quad T_M = T'_M + b \cdot \frac{\Delta T'}{L'} \quad T_F = T'_F + c \cdot \frac{\Delta T'}{L'}$$

8.2 I PROBLEMI FONDAMENTALI DEGLI ASSETTI

I seguenti due problemi vengono chiamati i *problemi fondamentali degli assetti*⁶:

1. note le immersioni estreme determinare il volume di carena;
2. noto il dislocamento (peso) e la posizione del centro di gravità, determinare l'assetto di equilibrio.

La conoscenza dei metodi risolutivi di questi due problemi, come vedremo, permette in generale di affrontare e risolvere tutti i problemi relativi all'assetto nelle diverse condizioni operative e durante le operazioni di varo, incaglio, disincaglio, etc.

Osserviamo che il primo problema degli assetti è un tipico problema *operativo* relativo ad una certa condizione di carico ed è un problema di natura *geometrica* in quanto non richiede la ricerca di una condizione di equilibrio. Il secondo problema degli assetti, al contrario, è un tipico *problema di progetto*, quando definite le linee e valutato il peso dei diversi elementi (scafo, allestimento, apparato motore) e la posizione del loro centro di gravità si tratta di valutare l'assetto della nave, ed è di natura *meccanica* in quanto richiede la ricerca di un assetto di equilibrio.

In tutte queste considerazioni riterremo, ovviamente, che la nave sia trasversalmente dritta.

Come nel caso delle inclinazioni trasversali, anche qui abbiamo due tipi di metodi risolutivi:

- a) Metodi approssimati, basati sull'impiego dei diagrammi o tabelle delle carene diritte. Questi metodi, che spesso fanno riferimento al metodo metacentrico, già descritto, sono ampiamente usati in virtù dell'ampiezza solitamente piccola raggiunta dall'inclinazione longitudinale nelle normali condizioni operative. La normativa ne limita l'applicabilità al caso in cui la differenza di immersioni rispetto all'isocarena dritta ($\Delta T - \Delta T_0$) non superi l'uno per cento della lunghezza nave. Essi sono comunque validi per una prima valutazione dell'entità dell'inclinazione che, come vedremo, è prerequisite per l'applicazione di alcuni metodi esatti.
- b) Metodi esatti basati sull'impiego dei diagrammi delle carene inclinate longitudinalmente (Bonjean, Russo, Universale degli Assetti, ...).

8.2.1 Risoluzione del primo problema degli assetti

8.2.1.1 Risoluzione con metodo approssimato

Il metodo consiste nella ricerca della isocarena dritta alla carena inclinata longitudinalmente nei limiti di validità del Teorema di Eulero. Per le forme tipiche delle navi convenzionali, il centro della figura di galleggiamento, che sta sull'asse della rotazione infinitesima che porta il galleggiamento WL' sul galleggiamento dritto isocarenico WL , non si trova sulla perpendicolare al mezzo. L'immersione al mezzo $T_{m_{is}}$ dell'isocarena dritta WL non è pertanto in generale uguale

all'immersione media $T_m = \frac{T'_A + T'_F}{2}$ della carena inclinata, corrispondente al galleggiamento tratteggiato per O della Fig. 8.2.1.1.1. L'immersione isocarenica corretta è data, in valore e segno, da:

$$T_{m_{is}} = T_m - \overline{OP} = T_m + X_F(T_{m_{is}}) \cdot \operatorname{tg} \vartheta$$

essendo:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\Delta T' - \Delta T_0}{L_{pp}}$$

⁶ La denominazione non ha carattere generale e verrà qui adottata per semplicità.

Siccome l'ascissa del centro di galleggiamento, dai diagrammi delle Carene Diritte, è nota all'immersione nota T_m , la formula può essere utilizzata per un calcolo iterativo:

- si parte da $T_{m_{is1}} = T_m$ e si calcola $T_{m_{is2}} = T_m + X_F(T_{m_{is1}}) \cdot \operatorname{tg} \vartheta$;
- si ripete iterativamente il calcolo con la nuova immersione $T_{m_{is(n+1)}} = T_m + X_F(T_{m_{is(n)}}) \cdot \operatorname{tg} \vartheta$ fin quando la differenza tra due valori successivi dell'immersione media isocarenica è trascurabile. Detta $T_{m_{is}}$ l'immersione così ottenuta, si calcola $\nabla_{fo} = \nabla_{fo}(T_{m_{is}})$.

Detta X la generica quantità riportata in funzione dell'immersione T nei diagrammi o tabelle delle Carene Diritte, con $X(T)$ si indica il valore, *letto o interpolato*, della quantità X all'immersione T

$$T \Rightarrow DCD \Rightarrow X(T)$$

avendo indicato con DCD il diagramma (o tabella) delle Carene Diritte.

Si noti che, per quanto si proceda nell'iterazione, il risultato rimane sempre *approssimato*.

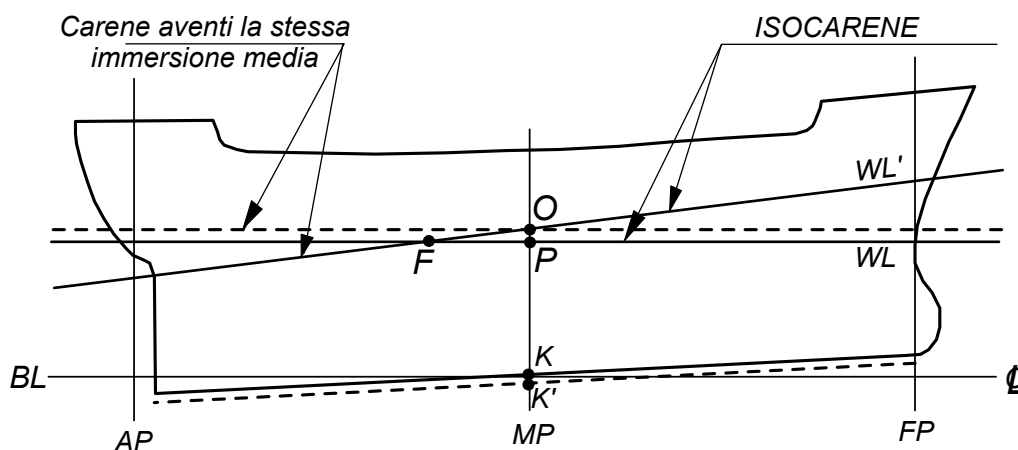


Fig. 8.2.1.1.1. Differenza tra isocarena e carena avente stessa immersione al mezzo per una nave di forme convenzionali

Le altre grandezze geometriche della carena inclinata possono essere valutate sull'isocarena dritta all'immersione $T_{m_{is}}$ ad eccezione delle coordinate del centro di carena B . Queste ultime possono più efficacemente essere valutate a partire da quelle di B_{is} tenendo conto di quanto detto al precedente §8.1.2.2, cioè tenendo conto che il centro di carena, nel corso dell'inclinazione infinitesima che porta all'isocarena dritta, percorre un arco di cerchio di centro M_L ⁷.

8.2.1.1.1 Esempio di risoluzione del Primo Problema degli Assetti con metodo approssimato

Si vogliano calcolare il volume dislocante e la posizione longitudinale del centro di carena di una nave passeggeri avente $L_{pp} = 64.3$ m nella condizione di carico corrispondente a $T_A = 3.775$ m e $T_F = 2.675$ m.

⁷ Si veda al proposito l'esempio numerico svolto nel successivo paragrafo.

Soluzione: Si calcolano innanzitutto l'immersione media $T_m = (T_A + T_F)/2 = 3.225$ m e la differenza di immersioni $\Delta T = (T_F - T_A) = -1.100$ m, a cui corrisponde $\tan \vartheta = \Delta T / L_{pp} = -0.017107$. In questo caso, la differenza di immersioni è pari al 1.7% della lunghezza tra le perpendicolari.

Dalle Tabelle delle Carene Diritte della Nave, si ha:

T (m)	A _w (m ²)	X _F (m)	∇ _{fo} (m ³)	Δ _{fo} (t)	X _B (m)	KB (m)	BM (m)	BM _L (m)
3.000	696.726	-3.201	1569.516	1608.754	-0.753	1.704	5.917	105.098
3.500	745.486	-4.431	1930.489	1978.751	-1.343	1.994	5.315	100.362

Tab. 8.2.1.1.1. Dati delle Carene Diritte nella zona di interesse

Usando le formule date nel precedente paragrafo, si ha allora il seguente schema iterativo:

<i>n</i>	T_m	$T_{m_{is}}$	$X_F(T_{m_{is}})$	∇_{is}
0	3.225	3.225	-3.7545	1731.954
1	3.225	3.2892	-3.9125	1778.324
2	3.225	3.2919	-3.9192	1780.275
3	3.225	3.2920		

Tab. 8.2.1.1.2. Iterazione del calcolo dell'immersione media isocarenica

Entrando con quest'ultimo valore nella Tabella delle Carene Diritte (Tab. 8.2.1.1.1) si ottiene:

$$\nabla_{is} = 1780.4 \text{ m}^3 \quad X_{B_{is}} = -1.098 \text{ m} \quad BM_{L_{is}} = 102.332 \text{ m} \quad \overline{KB}_{is} = 1.873 \text{ m}$$

Con le considerazioni svolte nel § 8.1.2.2, si ha poi:

$$X_B = X_{B_{is}} + BM_{L_{is}} \cdot \sin \vartheta = -2.848 \text{ m} \quad \text{e} \quad \overline{KB} = \overline{KB}_{is} + \overline{BM}_{L_{is}} \cdot (1 - \cos \vartheta) = 1.888 \text{ m}$$

La correzione sull'ascissa del centro di carena è di un ordine di grandezza superiore a quella sull'ordinata dello stesso. Si noti che i valori ottenuti per le diverse quantità della carena inclinata sono comunque approssimati. I valori esatti corrispondenti sono:

$$\nabla = 1786.1 \text{ m}^3 \quad X_B = -2.977 \text{ m}.$$

8.2.1.2 Risoluzione mediante il diagramma del Bonjean o con il Verticale Integrale

La risoluzione del primo problema degli assetti mediante l'impiego del diagramma del Bonjean è immediata.

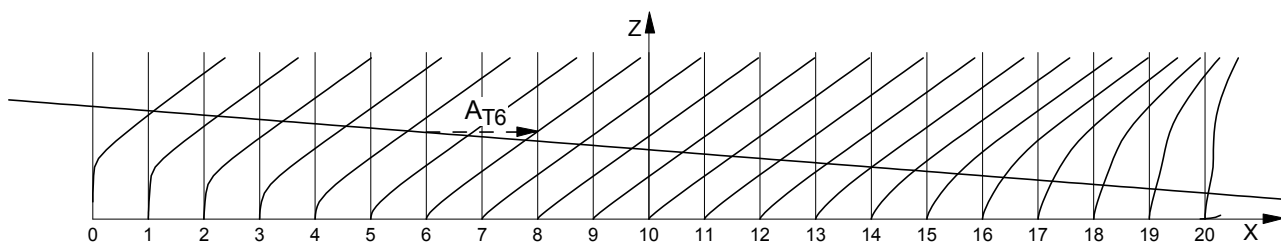


Fig. 8.2.1.2.1. Risoluzione del I Problema degli Assetti mediante il Diagramma del Bonjean (La figura mostra la lettura dell'area della sezione trasversale corrispondente all'ordinata 6).

Come indicato al §5.8, è sufficiente riportare sul diagramma la traccia del galleggiamento inclinato longitudinalmente (individuabile tramite le immersioni sulle perpendicolari estreme), leggere le aree delle sezioni trasversali ed integrarle longitudinalmente con uno dei metodi di integrazione descritti. Se $A_T(X)$ è l'area della sezione trasversale in corrispondenza della sezione trasversale all'ascissa x , si ha:

$$\Delta = (1+k) \cdot w_s \cdot \nabla_{fo} = w_s \cdot \nabla_{ft}$$

$$\nabla = \nabla_{fo} = \int_{X_{aft}}^{X_{for}} A_T(X) \cdot dX$$

essendo X_{aft} ed X_{for} le estremità poppiera e prodiera della figura di galleggiamento e k il fattore che tiene conto dello spessore del fasciame e del volume delle appendici. Analogamente, si possono calcolare le coordinate del centro di carena:

$$X_B = \frac{\int_{X_{aft}}^{X_{for}} A_T(X) \cdot X \cdot dX}{\nabla} \quad \overline{KB} = \frac{\int_{X_{aft}}^{X_{for}} M_T(X) \cdot dX}{\nabla}$$

L'utilizzo del diagramma Verticale Integrale permette in linea di principio gli stessi calcoli del Diagramma del Bonjean tradizionale, con il vantaggio di una migliore lettura e gli svantaggi connessi con:

- il fatto di dover calcolare e riportare sul diagramma l'immersione in corrispondenza della curva delle aree di ogni ordinata per il calcolo del volume di carena;
- la mancanza delle curve dei momenti statici verticali delle aree stesse.

L'utilizzo di questo diagramma si presenta dunque come un'operazione molto più laboriosa di quella del diagramma del Bonjean.

8.2.1.3 Risoluzione mediante i diagrammi Russo

È sufficiente in questo caso il primo diagramma Russo (Fig. 5.10.4.1a). Costruita, per interpolazione, la curva $T_A = f(\nabla)_{T_F = const}$ corrispondente al valore T_F noto dell'immersione avanti, si entra con l'immersione addietro nota T_A e si legge il volume di carena cercato.

8.2.1.4 Risoluzione mediante il diagramma Universale degli Assetti

La soluzione è analoga a quella descritta per il diagramma Russo, utilizzando il diagramma ausiliario (Fig. 5.10.3.1a). Costruita per interpolazione la curva parametrizzata con il valore noto $\Delta T - \Delta T_0$ della differenza tra la differenza di immersioni nota e quella di progetto (anche nota). Si entra poi con l'immersione addietro T_A nota e si legge il volume di carena cercato.

8.2.1.5 Risoluzione mediante il diagramma di Van der Ham

Si entra simultaneamente con le immersioni avanti e addietro (note) nel diagramma (Fig. 5.10.5.1) e si individua così un punto del piano. Per interpolazione tra le curve più prossime a $\nabla = const$ si determina il volume di carena cercato, mentre quella tra le curve più prossime a $X_B \cdot \nabla = const$ permette di determinare X_B .

8.2.2 Risoluzione del secondo problema degli assetti

La risoluzione di questo problema servirà da guida alla risoluzione di problemi analoghi che si incontreranno nel caso in cui l'equilibrio sia determinato da peso, spinta e reazione nel punto d'appoggio, come nell'incaglio, o nel caso in cui la nave sia allagata in conseguenza di falla.

La ricerca della condizione di equilibrio richiede la risoluzione simultanea delle due equazioni di equilibrio, che presenta in generale una certa complessità in quanto le due equazioni sono implicitamente accoppiate.

Vedremo qui di seguito la soluzione approssimata con metodo metacentrico e le soluzioni esatte mediante l'uso dei diagrammi esatti di carene inclinate longitudinalmente. La soluzione (approssimata) mediante il Diagramma di Van der Ham sarà invece indicata più avanti (§ 8.4.1).

8.2.2.1 Risoluzione con metodo approssimato

Il metodo approssimato procede disaccoppiando le due equazioni di equilibrio, che per comodità qui riproduciamo nell'approssimazione metacentrica, valida appunto per piccole inclinazioni longitudinali:

$$\begin{cases} \Delta = W \\ \operatorname{tg} \vartheta = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} \end{cases}$$

La cosa è resa possibile dal (e nei limiti di validità del) Teorema di Eulero:

1. prima si trova l'isocarena dritta, soddisfacendo così la prima condizione di equilibrio;
2. poi si fa avvenire la rotazione *intorno all'asse trasversale per il centro di galleggiamento*, fino al soddisfacimento della seconda condizione di equilibrio, nell'ipotesi che tale rotazione sia isocarenica come conseguenza del Teorema di Eulero.

Dalla prima equazione di equilibrio si ottengono l'immersione $T_{m_{is}}$ e le altre caratteristiche geometriche dell'isocarena dritta

$$\Delta_{fo} = \frac{\Delta}{1+k} \quad \Delta_{fo} \Rightarrow DCD \Rightarrow \begin{cases} T_{m_{is}} \\ \overline{KB}_{is} \\ \overline{BM}_{L_{is}} \\ X_{B_{is}} \\ X_{F_{is}} \end{cases}$$

La seconda condizione di equilibrio permette ora un calcolo agevole dell'inclinazione longitudinale di equilibrio (l'apice si riferisce alla soluzione all'equilibrio):

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} .$$

Si hanno così le immersioni estreme della nave date dalla:

$$\begin{cases} T'_A = T_{mis} - \frac{\Delta T_0}{2} - L_A \cdot \operatorname{tg} \vartheta \\ T'_F = T_{mis} + \frac{\Delta T_0}{2} + L_F \cdot \operatorname{tg} \vartheta \end{cases}$$

Nella pratica si trascurano spesso i contributi di $\overline{KB}_{is}$ e $\overline{KG}$ nel denominatore della seconda equazione d'equilibrio ottenendo così:

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} \cong \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{BM}_{L_{is}}} = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{M_u} \cdot \frac{\Delta}{100 \cdot L_{pp}}$$

avendo introdotto il Momento Unitario d'Assetto (§ 5.9) che è il momento, in $t_f \cdot m$ necessario per variare la differenza di immersioni di 1 cm.

8.2.2.1.1 Esempio di risoluzione del Secondo Problema degli Assetti con metodo approssimato

Si determini l'assetto di equilibrio della nave di cui al § 8.2.1.1.1 sapendo che $\Delta_{fo} = 1852.3 \text{ t}_f$ (in acqua di mare con $w_s = 1.025 \text{ t}_f/\text{m}^3$), $X_G = -2.132 \text{ m}$, $\overline{KG} = 6.252 \text{ m}$, $\Delta T_0 = 0$.

Soluzione: entrando con Δ_{fo} nelle Tabelle delle Carene Diritte, si determinano, per interpolazione, gli elementi dell'isocarena diritta:

$$\begin{cases} T_{mis} = 3.392 \text{ m} \\ \overline{KB}_{is} = 1.931 \text{ m} \\ \overline{BM}_{L_{is}} = 101.388 \text{ m} \\ X_{B_{is}} = -1.215 \text{ m} \\ X_{F_{is}} = -4.165 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{da cui} \quad \operatorname{tg} \vartheta' = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} = -0.009445 \quad \text{e} \quad \operatorname{tg} \vartheta' \cong \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{BM}_L} = -0.009042$$

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_{F_{is}} = 27.985 \text{ m} \quad \text{e} \quad L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X_{F_{is}} = 36.315 \text{ m}$$

e infine:

$$\begin{cases} T'_A = 3.656 \text{ m} \\ T'_F = 3.049 \text{ m} \\ \Delta T = 0.607 \text{ m} \end{cases} \quad \text{e, rispettivamente} \quad \begin{cases} T'_A = 3.645 \text{ m} \\ T'_F = 3.063 \text{ m} \\ \Delta T = 0.582 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Per confronto, riportiamo anche i valori esatti:} \quad \begin{cases} T'_A = 3.602 \text{ m} \\ T'_F = 2.977 \text{ m} \\ \Delta T = 0.625 \text{ m} \end{cases}$$

8.2.2.2 Risoluzione mediante il diagramma del Bonjean

La risoluzione del secondo problema degli assetti mediante l'utilizzo del diagramma del Bonjean (o del Verticale Integrale) si presenta piuttosto laboriosa dovendosi prima calcolare tutte le quantità, relative ad una serie di carene inclinate longitudinalmente, necessarie in sostituzione dei Diagrammi Russo o altro diagramma esatto. Lo schema risolutivo potrebbe essere lo stesso descritto al § 8.2.2.1.

8.2.2.3 Risoluzione mediante i diagrammi Russo

La soluzione simultanea di due equazioni, in generale non disponibili in forma analitica, presenta solitamente difficoltà considerevoli. La strategia qui presentata, ed utilizzata in altre parti di questo testo, consiste nel trovare un certo numero, solitamente tre per poter utilizzare un affinamento della soluzione basato su interpolazione parabolica, di soluzioni della prima equazione. In una seconda fase, tra queste soluzioni della prima equazione, si cerca una soluzione della seconda. Operativamente, si parte da un valore di tentativo T'_F dell'immersione avanti. Dalla conoscenza del volume ($\nabla = \nabla_{fo}$ vedi §8.2.2.1) mediante il primo diagramma Russo (Fig. 8.2.2.3.1), si ricava un valore T'_A dell'immersione addietro che verifica la prima equazione di equilibrio.

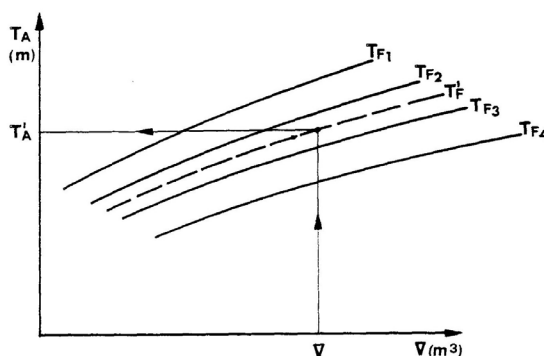


Fig. 8.2.2.3.1. Risoluzione del II Problema degli Assetti mediante il Diagramma Russo – Individuazione di un'isocarena avente immersione prodiera T'_F (da Cardo, 1974)

La coppia (T'_A, T'_F) individua una carena avente inclinazione longitudinale $\bar{\vartheta}' = \arctan\left(\frac{\Delta T - \Delta T_0}{L_{pp}}\right)$

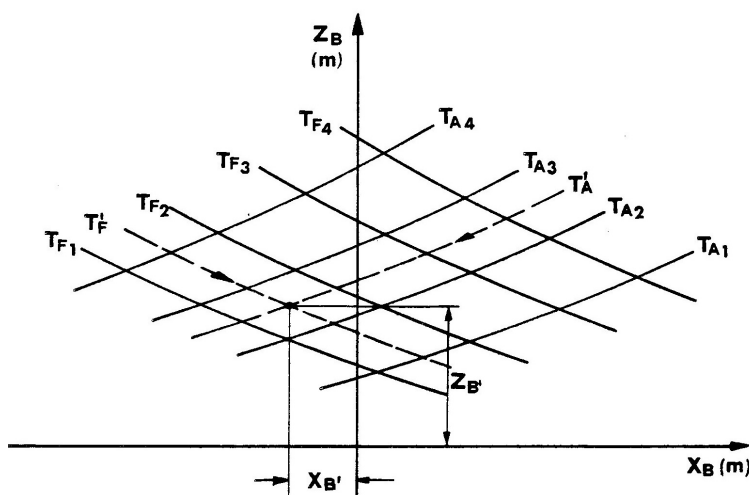


Fig. 8.2.2.3.2. Risoluzione del II Problema degli Assetti mediante il Diagramma Russo – Determinazione delle coordinate del centro dell'isocarena avente immersione prodiera T_F' (da Cardo, 1974)

La seconda equazione di equilibrio richiede (§8.1.2) invece che l'angolo abbia il valore $\vartheta' = \arctan\left(-\frac{X_B' - X_G}{Z_G - Z_B'}\right)$ calcolabile con l'ausilio della parte inferiore del secondo diagramma Russo (Fig. 8.2.2.3.2). Se i due valori sono uguali, la carena così individuata soddisfa entrambe le equazioni di equilibrio ed il problema è risolto. In caso contrario, indichiamo con $y' = \vartheta' - \bar{\vartheta}'$ la differenza da portare a zero e partiamo da un nuovo valore tentativo T_F'' ottenendo un $y'' = \vartheta'' - \bar{\vartheta}''$. Ripetendo un terzo tentativo si ottiene un valore y''' . Riportando i valori in diagramma (Fig. 8.2.2.3.3) ed avendo cura che i valori non stiano tutti nel campo delle y positive o delle y negative, si può ottenere il valore T_F cercato per interpolazione.

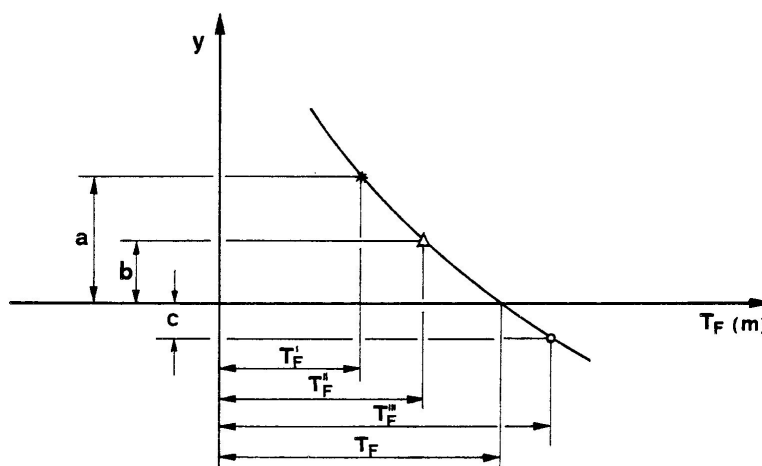


Fig. 8.2.2.3.3. Risoluzione del II Problema degli Assetti mediante il Diagramma Russo – Determinazione dell'immersione prodiera T_F di equilibrio per approssimazioni successive (da Cardo, 1974)

Il valore corrispondente dell'immersione addietro viene poi determinato entrando nel primo diagramma con il valore dell'immersione avanti⁸.

8.2.2.4 Risoluzione mediante il diagramma Universale degli Assetti

Si costruisce per interpolazione nel diagramma Universale degli Assetti l'isocarena al volume ∇ cercato. Si riporta poi il centro di gravità G nella sua vera posizione nel diagramma. Ricordando che le curve che forniscono il centro isocarenico di carena rappresentano la traccia sul piano diametrale della superficie dei centri isocarenici di carena e la ricerca della condizione generale di equilibrio (§ 6.1.1), si può trovare l'inclinazione della carena di equilibrio *portando dal centro di gravità la perpendicolare alla superficie dei centri isocarenici di carena*. L'intersezione è il centro B della carena di equilibrio. Le sue coordinate (X_B, Z_B) possono essere lette sul diagramma.

⁸ Utilizzando la parte superiore del secondo Diagramma Russo si può poi determinare il raggio metacentrico $\overline{BM}$ della carena di equilibrio, elemento che risulterà utile per lo studio della stabilità.

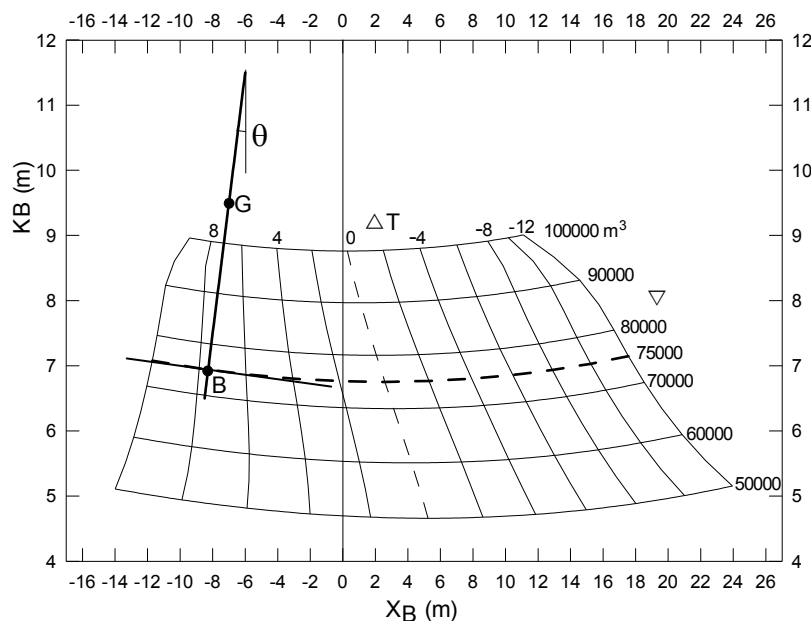


Fig. 8.2.2.4.1. Risoluzione del II Problema degli Assetti mediante il Diagramma Universale degli Assetti – Determinazione dell'assetto di equilibrio.

La ricerca della perpendicolare alla curva dei centri isocarenici di carena (curva a $\nabla = \text{const}$) presenta qualche difficoltà a causa della bassa pendenza della curva stessa. Si può mitigare un po' questa difficoltà mediante l'utilizzo di una scala delle ascisse contratta rispetto a quella delle ordinate, tenendo poi conto dell'effetto di questa contrazione sulla pendenza delle curve (Fig. 8.2.2.4.1)⁹.

Letto il valore $\mathcal{G}'$ di equilibrio, o più agevolmente il valore di $\tan \mathcal{G}'$, si calcola la differenza di immersioni $\Delta T = L_{pp} \cdot \tan \mathcal{G}' (+ \Delta T_0)$ e, mediante il diagramma ausiliario (Fig. 5.10.3.1a), si determina l'immersione addietro T_A una volta ottenuta per interpolazione la curva $T_A = f(\nabla)_{(\Delta T - \Delta T_0) = \text{const}}$ per il valore di ΔT richiesto. Infine si determina $T_F = T_A - \Delta T$.

8.2.3 Il “draft survey”

Il *draft survey* è una metodologia per determinare il carico imbarcato o sbarcato mediante lettura delle immersioni della nave prima e dopo l'operazione. Sebbene esso consista nella risoluzione ripetuta del primo problema degli assetti, diversi approcci pratici, basati su formule semplificate, sono stati sviluppati dagli spedizionieri. In questi approcci si tiene generalmente conto sia dell'assetto che dell'eventuale flessione della trave nave che porta ad una condizione di inarcamento (*hog*) o di insellatura (*sag*):

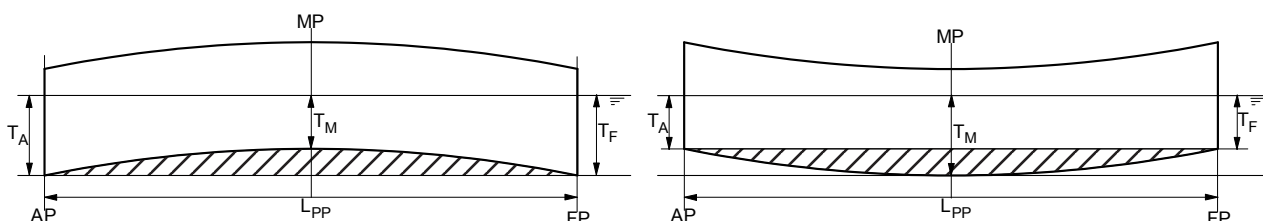


Fig. 8.2.3.1. Carene inarcata (a-sinistra) ed insellata (b-destra)

8.2.3.1 Determinazione del volume di carena note le immersioni

⁹ Ad esempio, in Fig. 8.2.2.4.1 si è contratta la scala delle ascisse di un fattore 4. L'inclinazione longitudinale $\mathcal{G}'$ di equilibrio si ottiene allora dividendo per tale fattore l'angolo $\mathcal{G}$ misurato sul grafico.

Cominciamo intanto con il considerare un galleggiante parallelepipedo nelle due situazioni di flessione, come riportato in Fig. 8.2.3.1. Nel caso di nave inarcata (Fig. 8.2.3.1a), al volume del parallelepipedo avente dimensioni $L_{PP}, B, T_m = \frac{T_A + T_F}{2}$ occorre *togliere* il volume della parte tratteggiata. Supponendo che l'inarcamento porti ad una linea parabolica di altezza (corrispondente alla freccia di flessione) $T_m - T_M$, e ricordando che il volume di un prisma a sezione parabolica è uguale ai 2/3 di quello del parallelepipedo avente le stesse dimensioni (vedi § 7.2.2 – caso b), si ha:

$$\nabla = L_{PP} \cdot B \cdot T_m - \frac{2}{3} \cdot L_{PP} \cdot B \cdot (T_m - T_M) = L_{PP} \cdot B \cdot \frac{T_A + T_F + 4 \cdot T_M}{6}$$

e dunque corrisponde ad un parallelepipedo di altezza equivalente:

$$T_{eq} = \frac{T_A + T_F + 4 \cdot T_M}{6}$$

Allo stesso risultato si giunge nel caso di galleggiante parallelepipedo insellato (Fig. 8.2.3.1b). In questo caso, infatti, al parallelepipedo di dimensioni $L_{PP}, B, T_m = \frac{T_A + T_F}{2}$ occorre *aggiungere* il volume del prisma a sezione parabolica (tratteggiato in figura) di altezza $T_M - T_m$.

Passando, poi, al caso più generale di una nave di forme convenzionali, si tiene spesso conto del fatto che le estremità sono più affinate della mezzeria aumentando il “peso” di quest’ultima attraverso la sua immersione:

$$T_{eq} = \frac{T_A + T_F + 6 \cdot T_M}{8}$$

8.2.3.2 Prima correzione per l'assetto

Consideriamo anche qui per semplicità il caso di nave senza differenza di immersioni di progetto. Per la determinazione del dislocamento occorre tenere conto dell'effetto di un eventuale assetto diverso dal caso di carena diritta. Le formule ricavate al punto precedente permettono di calcolare il valore dell'immersione al mezzo tenendo conto dell'eventuale flessione della trave nave. Come si è visto nel § 8.2.1.1, l'immersione isocarenica (nel caso di piccoli angoli d'assetto) è invece quella del centro della figura di galleggiamento, che al primo ordine è data da:

$$T_{m_{is}} = T_m + X_F(T_{m_{is}}) \cdot \operatorname{tg} \vartheta$$

Essendo, ora:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\Delta T}{L_{bp}}$$

La correzione all'immersione calcolata nel punto precedente è allora:

$$\delta T = T_{m_{is}} - T_m = X_F(T_{eq}) \cdot \operatorname{tg} \vartheta = X_F(T_{eq}) \cdot \frac{\Delta T}{L_{pp}}$$

a cui corrisponde una correzione al dislocamento data da:

$$\delta\Delta^{(1)} = - \frac{X_F(T_{eq}) \cdot \Delta T \cdot 100 \cdot D_u}{L_{pp}}$$

che va sotto il nome di prima correzione d'assetto (il segno dipende dalle convenzioni assunte in questo testo)¹⁰.

8.2.3.3 Seconda correzione per l'assetto (formula di Nemoto)

Il Nemoto (1955) ha sviluppato la seguente formula per tener conto dello spostamento del centro di galleggiamento con la variazione d'assetto da applicare quando la differenza di immersioni supera lo 1% della lunghezza nave:

$$\delta\Delta^{(2)} = \frac{\Delta T^2 \cdot dM_u / dT}{L_{pp}}$$

dove la derivata del momento unitario d'assetto rispetto all'immersione viene spesso calcolata come differenza finita su una variazione unitaria ($\delta T = 1$ m) intorno all'immersione considerata:

$$\frac{dM_u}{dT} \cong M_u(T + 0.5) - M_u(T - 0.5) .$$

8.2.3.3.1 Esempio di applicazione delle correzioni di Nemoto

Sempre con riferimento alla nave di cui al § 8.2.1.1.1, avente $T_A = 3.775$ m e $T_F = 2.675$ m, della quale si riportano qui di seguito i dati delle carene diritte:

T (m)	X _F (m)	∇ _{fo} (m ³)	Δ _{fo} (t _f)	D _u (t _f /cm)	M _u (t _f m/cm)
3.000	-3.201	1569.516	1608.754	7.141	26.295
3.500	-4.431	1930.489	1978.751	7.641	30.885

Tab. 8.2.3.3.1. Dati delle Carene Diritte nella zona di interesse

si ha, per interpolazione lineare con $T = T_m = 3.225$ m, $X_F = -3.755$ m e $D_u = 7.366$ t_f/cm.

Calcolando infine la derivata del momento unitario d'assetto tra le immersioni estreme dell'intervallo:

$$\frac{dM_u}{dT} \cong \frac{[M_u(3.5) - M_u(3.0)]}{0.5} = 9.180 \text{ t}_f/\text{cm}$$

Con questi valori, si ha:

$$\delta\Delta^{(1)} = 47.311 \text{ m}^3 \quad \text{e} \quad \delta\Delta^{(2)} = 8.637 \text{ m}^3$$

e dunque un volume corretto: $\nabla = 1787.9 \text{ m}^3$ contro un valore esatto di 1786.1 m^3 .

8.2.3.4 Dimostrazione delle formule di Nemoto

¹⁰ Ricordiamo che in base a quanto detto nel § 8.2.1.1, questa correzione altro non è che la seconda iterazione del primo problema degli assetti...

Consideriamo un galleggiamento WL inclinato longitudinalmente (in questo caso corrispondente ad un appruamento, cioè ad un angolo ϑ positivo) ed il galleggiamento WL' diritto avente la stessa immersione $T_m = \overline{KO}$ al mezzo (Fig. 8.2.3.4). Introduciamo il sistema di coordinate $Oxyz$. Si vede immediatamente che è:

$$\begin{cases} x = X \\ y = Y \\ z = Z - T_m \end{cases}.$$

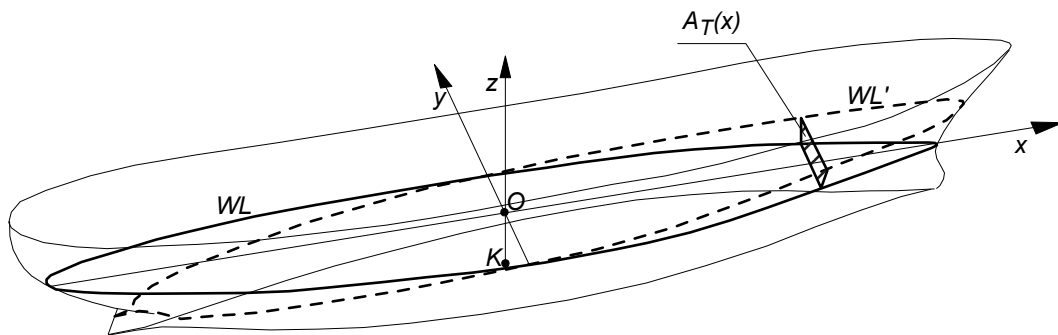


Fig. 8.2.3.4. Illustrante la dimostrazione delle formule di Nemoto

La differenza di volume tra le due carene è data dall'integrale longitudinale delle aree trasversali $A_T(x)$ comprese tra i due galleggiamenti:

$$\delta V = V' - V = \int A_T(x) dx$$

$$\text{ma: } A_T(x) = \int_0^{z'(x)} 2y(z) dz \quad \text{con} \quad z'(x) = x \cdot \tan(\vartheta)$$

La funzione $y(z)$ può essere sviluppata in serie di Taylor nell'intorno di $z = 0$ (cioè di $Z = T_m$):

$$y(z) = y_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot z + \frac{1}{2!} \cdot \left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right)_{z=0} \cdot z^2 + \dots$$

avendo indicato con il pedice "0" le grandezze misurate sul galleggiamento diritto WL . Fermandosi al primo ordine, si ottiene:

$$A_T(x) = \int_0^{z'(x)} 2y(z) dz = 2 \cdot y_0 \cdot z'(x) + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot z'(x)^2 = 2 \cdot y_0 \cdot x \cdot \tan(\vartheta) + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot x^2 \cdot \tan^2(\vartheta)$$

da cui, integrando longitudinalmente sulla lunghezza nave:

$$\delta V = \int A_T(x) dx = x_F \cdot A_w \cdot \tan(\vartheta) + \left(\frac{dI_L}{dz} \right)_{z=0} \cdot \tan^2(\vartheta)$$

$$\text{essendo} \quad \int \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot x^2 dx = \left(\frac{\partial \left[\int x^2 y dx \right]}{\partial z} \right)_{z=0} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dI_L}{dz} \right)_{z=0}$$

Ricordando la definizione di Momento Unitario d'Assetto (§5.9), si ha:

$$I_L = \frac{100 \cdot L_{pp} \cdot M_u}{w_S}$$

e, infine:

$$\begin{aligned} \delta\Delta = w_S \delta\nabla &= x_F \cdot 100 \cdot D_u \cdot \tan(\vartheta) + 50 \cdot \left(\frac{dM_u}{dz} \right)_{z=0} \cdot L_{pp} \cdot \tan^2(\vartheta) \\ &= x_F \cdot 100 \cdot D_u \cdot \frac{\Delta T}{L_{pp}} + 50 \cdot \left(\frac{dM_u}{dz} \right)_{z=0} \cdot \frac{(\Delta T)^2}{L_{pp}} \end{aligned}$$

8.3 LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO D'ASSETTO ED I DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO FLETTENTE DELLA TRAVE SCAFO

La robustezza longitudinale di una nave si studia considerando la nave come una trave (*trave scafo* – *hull girder*) che trova appoggio nel liquido nel quale galleggia ed è caricata del peso proprio e di quello di tutti gli oggetti imbarcati¹¹. In questa breve nota considereremo il solo caso di nave liberamente galleggiante sotto l'azione di peso e spinta, che saranno rappresentati da *forze distribuite* rispettivamente sulla lunghezza fuori tutto (L_{OA}) e sulla lunghezza di carena (L_{OS}).

Consideriamo per ora il caso di carena in equilibrio longitudinalmente dritta ($\vartheta = 0$). Dette allora $p(x)$ ed $s(x) = k w_S A_T(x)$ le densità lineari di peso¹² e spinta (pesi e spinte *lineici*), x_{aft} e x_{for} le ascisse estreme della lunghezza fuori tutto, si ha:

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_{aft}}^{x_{for}} p(x) dx & X_G &= \left(\int_{x_{aft}}^{x_{for}} x p(x) dx \right) / W \\ S &= \int_{x_{aft}}^{x_{for}} s(x) dx & X_B &= \left(\int_{x_{aft}}^{x_{for}} x s(x) dx \right) / S \end{aligned}$$

e le condizioni di equilibrio d'assetto (§ 8.1.2):

$$\begin{cases} W = S \\ X_G = X_B \end{cases}$$

¹¹ Ci si riferisce qui ai cosiddetti *carichi primari*, come riportato nel Principles of Naval Architecture (Mansour, A. & Liu, D., 2008), "The geometric arrangement and resulting stress or deflection response patterns of typical ship structures are such that it is usually convenient to divide the structure and the associated response into three components, which are labeled primary, secondary, and tertiary. *Primary response* is the response of the entire hull when bending and twisting as a beam, under the external longitudinal distribution of vertical, lateral, and twisting loads."

¹² Il castello dei pesi viene costruito considerando il peso di nave vacante (*lightship*), come tradizionalmente suddiviso in peso scafo, apparato motore ed allestimento, al quale va aggiunto quello del carico, a sua volta suddiviso in consumabili, equipaggio e suoi effetti, e carico vero e proprio (carico *pagante* per le navi mercantili). I diversi elementi possono essere schematizzati come pesi distribuiti con continuità sulla lunghezza nave, oppure carichi concentrati agenti su parti della lunghezza nave. La presenza di questi ultimi dà origine a *punti di discontinuità* della funzione $p(x)$, e conseguentemente della funzione $c(x)$ che descrive la densità lineare di carico, con la necessità dell'introduzione di due valori (basso e alto) in corrispondenza di tali punti. Le curve integrali, a partire da quella del taglio, *eliminano* queste discontinuità trasformandole prima in discontinuità di pendenza, poi di curvatura, etc.

Lo studio della robustezza della trave nave viene affrontato costruendo il diagramma del taglio (*shear force*) $T(x)$ e quello del momento flettente (*bending moment*) $M(x)$. A tal fine, si comincia con il riportare in diagramma le densità lineari di peso (*Diagramma o Castello dei pesi – Weight curve*) e spinta (*Diagramma delle spinte - Buoyancy curve*) che, con le opportune convenzioni sui segni, sono del tipo rappresentato in Fig. 8.3.1.

La differenza tra i due, effettuata sezione per sezione, fornisce allora il *Diagramma dei carichi o degli eccessi (Loads curve)* $c(x) = p(x) - s(x)$, riportato anche in Fig. 8.3.1¹³.

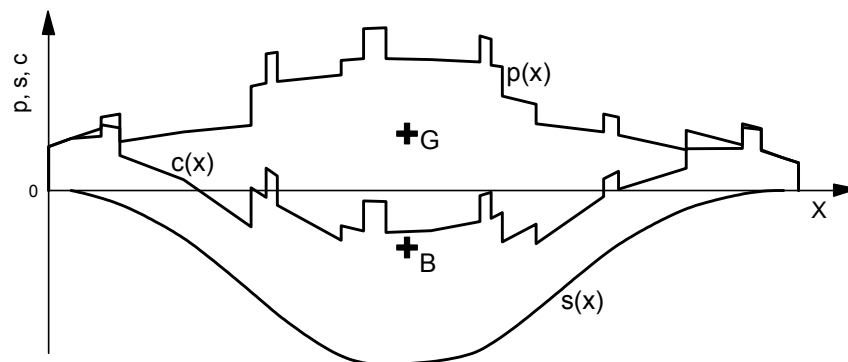


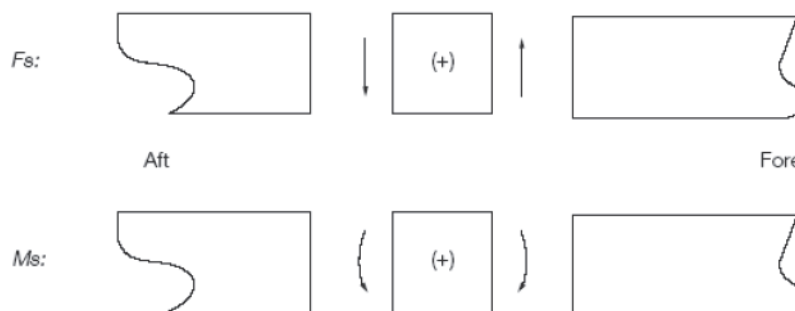
Fig. 8.3.1 Castello dei pesi e diagrammi delle spinte e dei carichi. G e B indicano rispettivamente la posizione longitudinale del centro di gravità e quella del centro di carena.

Considerata la generica sezione trasversale all'ascissa $\bar{x}$ si definisce *sforzo di taglio*, o semplicemente *taglio* $T(\bar{x})$, a quella sezione, la risultante di tutte le forze agenti alla sua sinistra¹⁴:

$$T(\bar{x}) = \int_{x_{aft}}^{\bar{x}} c(x) dx$$

Si definisce poi momento flettente $M(\bar{x})$ agente sulla sezione all'ascissa generica $\bar{x}$ il momento risultante delle forze agenti alla sinistra della sezione¹⁵:

¹³ Ci riferiamo qui alla convenzione dei segni adottata dall'IACS (International Association of Classification Societies) nel documento "S11 – Longitudinal Strength, Revision 10, Dec": "For these calculations, downward loads are assumed to be taken as positive values, and are to be integrated in the forward direction from the aft end of L. The sign conventions of Ms and Fs are as shown in following Figure":



¹⁴ Ricordiamo che stiamo parlando di una trave sottile soggetta a sole forze perpendicolari all'asse.

¹⁵ Mentre la prima formula è conseguenza immediata della definizione, la seconda trova giustificazione nel calcolo del momento flettente $M(x + dx)$ che viene generato sulla sezione all'ascissa $x + dx$ dalle forze agenti su un tratto di trave tra le ascisse x e $x + dx$. Detti $M(x)$ e $T(x)$ momento e taglio presenti all'inizio dell'intervallo $[x, x + dx]$,

$$M(\bar{x}) = \int_{x_{aft}}^{\bar{x}} (\bar{x} - x) c(x) dx = \int_{x_{aft}}^{\bar{x}} T(x) dx$$

Dalle precedenti equazioni discendono alcune caratteristiche dei due diagrammi:

- $T(x_{aft}) = 0$ e $M(x_{aft}) = 0$ per definizione;
- L'area sottesa dalla curva dei carichi è nulla per la prima condizione di equilibrio. Si ha, infatti:

$$\int_{x_{aft}}^{x_{for}} c(x) dx = \int_{x_{aft}}^{x_{for}} [p(x) - s(x)] dx = \int_{x_{aft}}^{x_{for}} p(x) dx - \int_{x_{aft}}^{x_{for}} s(x) dx = W - S = 0$$

- $T(x_{for}) = 0$, cioè il diagramma del taglio è “chiuso”, per la prima condizione di equilibrio d'assetto. Si ha, infatti:

$$T(x_{for}) = \int_{x_{aft}}^{x_{for}} c(x) dx = 0$$

- $M(x_{for}) = 0$, cioè il diagramma del momento è “chiuso” se, oltre alla prima, vale anche la seconda condizione di equilibrio d'assetto. Si ha, infatti:

$$\begin{aligned} M(x_{for}) &= \int_{x_{aft}}^{x_{for}} (x_{for} - x) c(x) dx = \int_{x_{aft}}^{x_{for}} x_{for} [p(x) - s(x)] dx - \int_{x_{aft}}^{x_{for}} x [p(x) - s(x)] dx \\ &= x_{for} \cdot (W - S) - (W \cdot X_G - S \cdot X_B) \end{aligned}$$

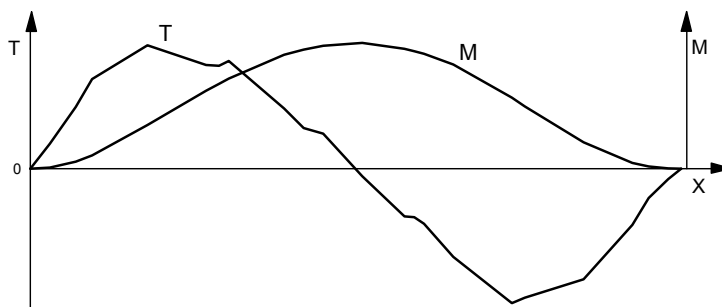


Fig. 8.3.2 Diagrammi di taglio e momento flettente.

Altre caratteristiche (zeri, massimi, minimi, flessi) dipendono dal legame tra le diverse funzioni, come specificato nei corsi d'Analisi Matematica. Ricordiamo infatti che è:

è $M(x + dx) = M(x) + T(x) dx + c(x) dx \cdot \left(\frac{dx}{2}\right)$ da cui, trascurando il termine del secondo ordine, si ottiene:

$\frac{dM(x)}{dx} = T(x)$. Allo stesso risultato si arriva applicando al secondo integrale la formula di integrazione “per parti” e

ricordando che $c(x) = \frac{dT}{dx}$ e $T(x_{aft}) = 0$.

$$\begin{cases} c(x) = \frac{dT}{dx} \\ T(x) = \frac{dM}{dx} \end{cases}$$

Un po' più complessa è la situazione di nave in equilibrio con assetto longitudinale non diritto ($\vartheta \neq 0$). In questo caso, taglio e momento sono definiti tramite le componenti $p^*(x) = p(x) \cdot \cos \vartheta$, $s^*(x) = s(x) \cdot \cos \vartheta$ e $c^*(x) = c(x) \cdot \cos \vartheta$ normali all'asse della trave.

8.4 LE (ISO-)CARENE INCLINATE CON VARIAZIONE D'ASSETTO – METODO ESATTO E METODI APPROSSIMATI

Si è visto nel § 6.3 che, nel caso molto comune di mancanza di simmetria prora-poppa, si ha una condizione di equilibrio con variazione d'assetto nel caso di inclinazioni trasversali isocareniche (Figg. 6.3.1 e 6.3.2) e, di conseguenza una variazione nella curva dei bracci di stabilità della carena inclinata trasversalmente con variazione d'assetto rispetto alla “pura” inclinazione trasversale (Fig. 6.3.3). Da qui l'indicazione normativa di effettuare il calcolo con variazione d'assetto quando si ritenga che questo possa comportare una differenza significativa nelle curve dei bracci di stabilità. Il calcolo risulta piuttosto complesso perché bisogna soddisfare contemporaneamente le due condizioni di equilibrio

$$\begin{cases} S = W \\ tg \vartheta = \frac{x_B - x_G}{z_G - z_B} = \frac{X_B - X_G}{Z_G - Z_B} = \frac{LCB - LCG}{\overline{KG} - \overline{KB}} \end{cases}$$

oppure:

$$\begin{cases} S = W \\ tg \vartheta = \frac{x_G}{z_{H_L} - z_G} = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{Z_{H_L} - Z_G} \approx \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} \approx \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{BM}_L} \end{cases}$$

dove si sono anche indicate le espressioni approssimate di origine metacentrica per la seconda condizione di equilibrio.

Tipicamente si procede nel seguente modo:

1. Si fissa un angolo di inclinazione trasversale;
2. Si sceglie un assetto iniziale, ad esempio quello diritto;
3. Si varia l'immersione fino a realizzare l'isocarena (equilibrio delle forze);
4. Si verifica la condizione di equilibrio d'assetto (equilibrio dei momenti) e, all'occorrenza, si determina una nuova condizione d'assetto;
5. Si riparte dal punto 3) e si itera fino a soddisfacimento di entrambe le condizioni di equilibrio;
6. Si fissa un nuovo angolo di inclinazione trasversale e si riparte dal punto 2).

Per la seconda condizione di equilibrio si ricorre spesso alle seguenti espressioni approssimate:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{GM}_L} \quad ; \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{X_G - X_{B_{is}}}{\overline{BM}_L} \quad ; \quad LCB = LCG \quad (\text{cioè } X_B = X_G)$$

l'ultima delle quali, che è la più usata, è in realtà molto meno malvagia di quanto sembri a prima vista. Questo è dovuto al fatto che, per una nave di forme convenzionali, è solitamente $\overline{BG} \ll \overline{BM}_L$ (Fig. 8.4.1 nella quale la differenza effettiva tra X_G e X_B è indicata con δ).

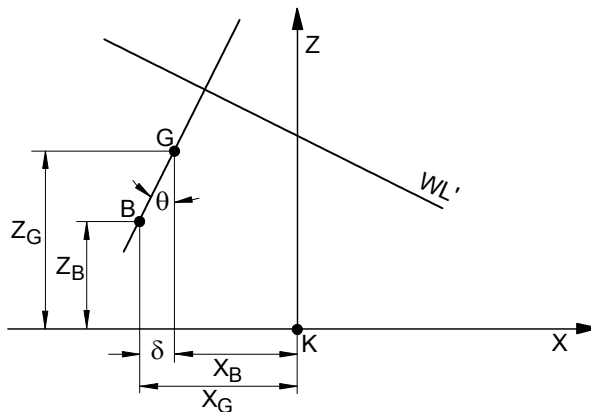


Fig. 8.4.1. Illustrante l'approssimazione insita nella soluzione del II Problema degli Assetti con qualunque metodo basato sull'assunzione: $X_B = X_G$.

8.4.1 La risoluzione (approssimata) del Secondo Problema degli Assetti con il Diagramma di Van der Ham

Proprio l'utilizzo dell'ultima approssimazione vista al paragrafo precedente permette un'agevole risoluzione del secondo problema degli assetti mediante utilizzo del Diagramma di Van der Ham (§ 5.10.5). Posto, infatti, $X_B = X_G$, si ha $X_B \cdot \nabla = X_G \cdot \nabla$ e si costruiscono per interpolazione le curve aventi volume e momento cercati. Le coordinate del punto di intersezione delle due curve danno allora le coordinate poppiera e prodiera di equilibrio, come indicato in Fig. 8.4.1.1. L'approssimazione conseguente all'assunzione $X_B = X_G$ è mostrata nella Fig. 8.4.1 del paragrafo precedente.

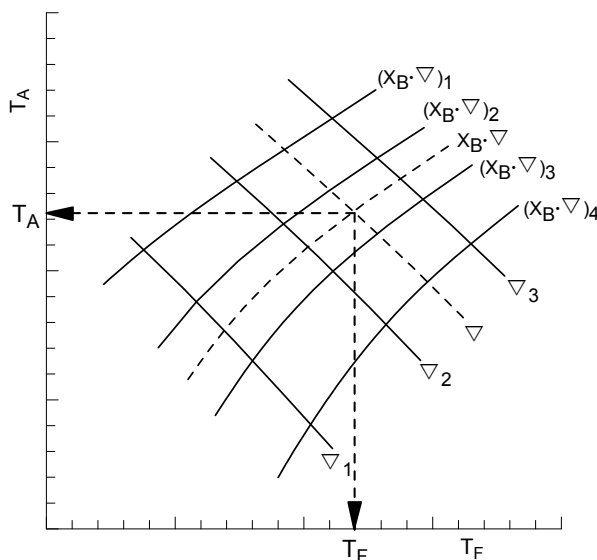


Fig. 8.4.1.1. Risoluzione (approssimata) del Secondo Problema degli Assetti con il Diagramma di Van der Ham.

CAPITOLO 9 IMBARCO, SBARCO E SPOSTAMENTO DI PESI

Supponiamo di partire da una posizione iniziale dritta di equilibrio stabile. Considereremo prima lo spostamento di pesi già a bordo nell'*ipotesi di sovrapponibilità degli effetti*, così che le inclinazioni trasversali e longitudinali possano essere considerate indipendenti. In generale bisognerebbe risolvere un complesso problema di *carene comunque inclinate*.

9.1 SPOSTAMENTO DI PESO

Si abbia allora il peso p che debba essere spostato dalla posizione iniziale Q alla posizione finale R . Scomponiamo lo spostamento $\overline{QR}$ nelle componenti $\overline{QQ'}$, $\overline{Q'Q''}$ e $\overline{Q''Q'''}$ rispettivamente parallele agli assi Z , Y e X .

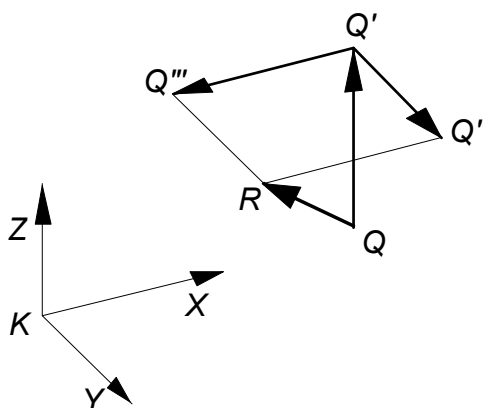


Fig. 9.1.1. Scomposizione dello spostamento di peso a bordo nelle tre componenti principali

9.1.1 Spostamento verticale

Lo spostamento verticale del peso determina uno spostamento verticale del centro di gravità determinabile mediante il calcolo del momento verticale di peso

$$M'_{\Delta}(X, Y) = \begin{cases} \Delta \cdot \overline{KG'} \\ \Delta \cdot \overline{KG} - p \cdot \overline{KQ} + p \cdot \overline{KQ'} \end{cases}$$

Si ricava

$$(\overline{GG'})_Z = \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{QQ'}$$

cioè lo spostamento verticale del peso comporta uno spostamento verticale del centro di gravità che sta allo spostamento di peso come il peso sta al dislocamento nave. Si noti che, se la posizione iniziale dritta è di equilibrio, anche la posizione finale è di equilibrio.

In conseguenza dello spostamento di peso, supponendo che il peso poi resti fissato alla quota raggiunta nella nuova posizione, si ha una variazione di stabilità iniziale e di stabilità agli angoli finiti date da:

$$C'_R = \Delta \cdot \overline{G'M} = \Delta \cdot (\overline{KM} - \overline{KG'})$$

$$M'_R = \Delta \cdot \overline{G'Z} = \Delta \cdot (\overline{KR} - \overline{KG'} \cdot \sin \phi)$$

9.1.2 Spostamenti di peso nel piano orizzontale

Ognuno degli spostamenti orizzontali (nave) comporta un corrispondente spostamento del centro di gravità o, in maniera *equivalente ma alternativa*, l'azione di un momento sbandante. Questo dà origine a due metodi di calcolo alternativi ma equivalenti.

Nel caso in cui lo spostamento di peso preveda sia una componente trasversale che una longitudinale, applicheremo, ai fini di un calcolo semplificato, il *principio di sovrapposizione degli effetti*, per cui il risultato finale è la somma di uno sbandamento trasversale ed un'inclinazione longitudinale.

9.1.2.1 Spostamento trasversale di peso

9.1.2.1a Metodo dello spostamento del centro di gravità

Analogamente al caso dello spostamento verticale, uno spostamento trasversale di peso dà origine ad uno spostamento trasversale di centro di gravità

$$(\overline{G'G''})_Y = \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{Q'Q''}$$

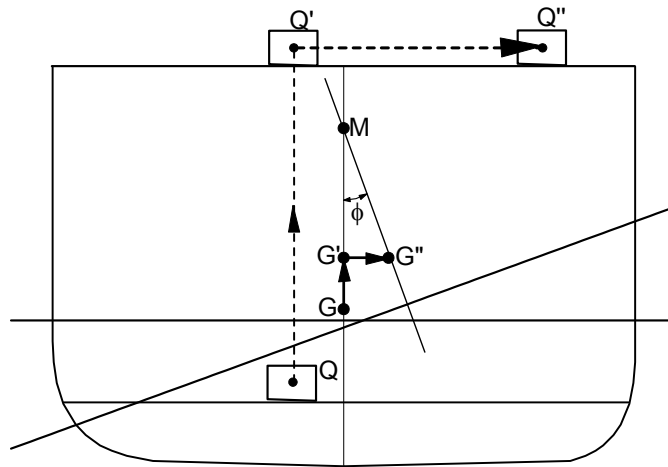


Fig. 9.1.2.1a.1. Ricerca dello sbandamento di equilibrio con metodo metacentrico in conseguenza di uno spostamento trasversale di peso considerandolo equivalente ad uno spostamento trasversale del centro di gravità

Lo sbandamento di equilibrio può essere determinato con diversi metodi, esatti ed approssimati (§7.3.9 e §7.5.4).

Riportiamo qui di seguito la soluzione con il metodo metacentrico.

In questo caso si ha:

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{\overline{TCG''}}{\overline{G'M}} = \frac{p \cdot \overline{Q'Q''}}{\Delta \cdot \overline{G'M}}$$

9.1.2.1b Metodo del momento sbandante

Lo spostamento trasversale di peso, in un corpo rigido quale è supposta essere la nave, corrisponde all'aggiunta di una coppia di forze di momento

$$M_H = p \cdot b = p \cdot \overline{Q'Q''} \cdot \cos \phi$$

Per spostare la forza peso $\vec{p}$ dal punto Q' al punto Q'' , infatti, bisogna far “sparire” la forza applicata in Q' e far “comparire” la forza applicata in Q'' . Bisogna cioè applicare la coppia indicata in figura con linea a tratto, il cui momento, tenendo conto che la forza peso ha sempre la direzione della verticale di gravità indipendentemente dall'inclinazione della nave, ha appunto il valore precedentemente indicato.

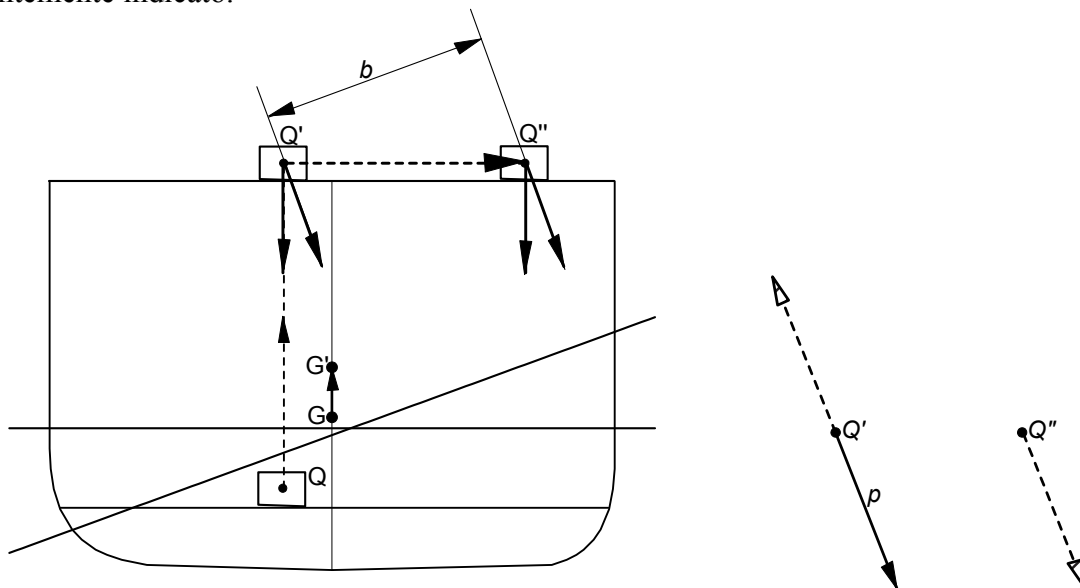


Fig. 9.1.2.1b.1. Ricerca dello sbandamento di equilibrio in conseguenza di uno spostamento trasversale di peso considerandolo equivalente all'azione di una coppia di forze

Si ha l'equilibrio quando

$$M_H(\phi') = M_R(\phi')$$

Risolvendo ancora il problema con il metodo metacentrico ($M_R(\phi) = \Delta \cdot \overline{G'M} \cdot \sin \phi$), si ha

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{p \cdot \overline{Q'Q''}}{\Delta \cdot \overline{G'M}}$$

esattamente come nel metodo precedente.

La soluzione esatta corrisponde invece alla condizione:

$$\overline{GZ}(\phi') = \ell_H(\phi')$$

con

$$\ell_H(\phi') = \frac{M_H(\phi')}{\Delta} = \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{Q'Q''} \cdot \cos(\phi') = TCG'' \cdot \cos(\phi')$$

Dal punto di vista grafico, si tratta di trovare l'intersezione tra la curva dei bracci di stabilità statica e la curva di equazione $f(\phi') = TCG'' \cdot \cos(\phi')$. La soluzione è identica a quella fornita al § 7.3.8.1, con riferimento alla Fig. 7.3.8.1.2b.

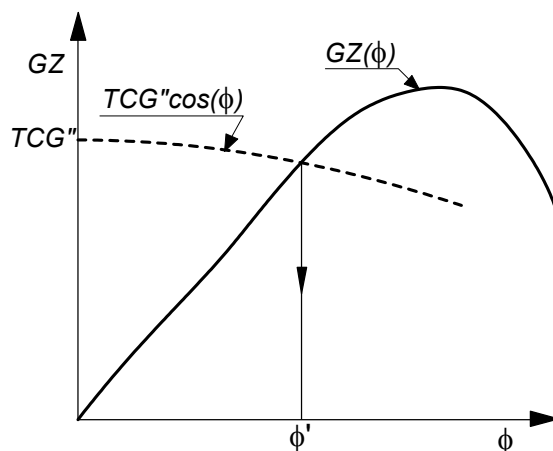


Fig. 9.1.2.1b.2. Ricerca dello sbandamento di equilibrio con metodo esatto in conseguenza di uno spostamento trasversale di peso

9.1.2.2 Spostamento longitudinale di peso

Anche lo spostamento longitudinale di peso può essere affrontato con i due metodi equivalenti ma alternativi visti al paragrafo precedente.

9.1.2.2a Metodo dello spostamento del centro di gravità

Analogamente al caso dello spostamento trasversale, uno spostamento longitudinale di peso dà origine ad uno spostamento longitudinale di centro di gravità

$$(\overline{G'G'''})_X = \frac{p}{\Delta} \cdot \overline{Q'Q'''}$$

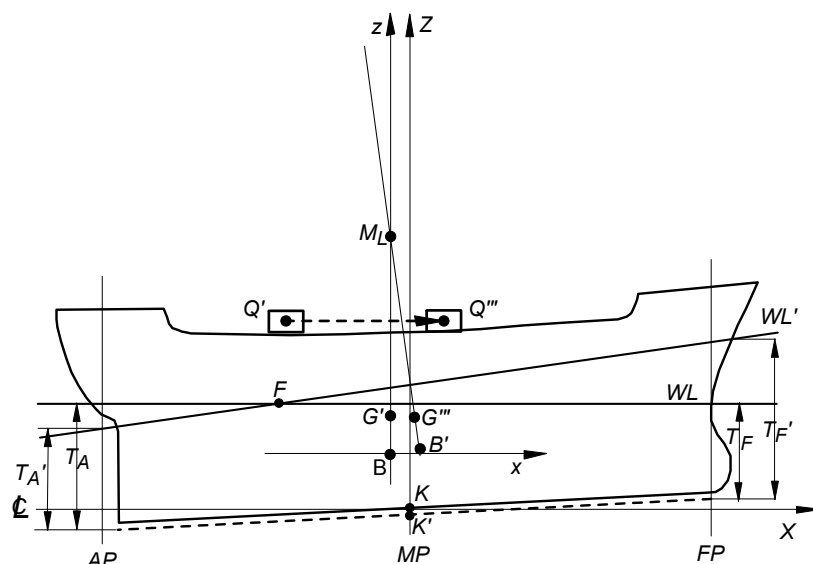


Fig. 9.1.2.2a.1. Ricerca dello sbandamento di equilibrio con metodo metacentrico in conseguenza di uno spostamento longitudinale di peso considerandolo equivalente ad uno spostamento longitudinale del centro di gravità

La condizione di equilibrio è stata data nel §8.1.2. L'assetto di equilibrio longitudinale può essere determinato con diversi metodi, esatti ed approssimati.

Riportiamo qui di seguito la soluzione con il metodo metacentrico (§8.1.2.2) relativa ad uno spostamento longitudinale di peso effettuato a partire dalla condizione dritta definita da T_A , T_F , X_B , Δ , etc.

In questo caso si ha:

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{x_{G'''} - z_{G'}}{z_{M_L} - z_{G'}} = \frac{X_{G'''} - X_B}{Z_{M_L} - Z_{G'}} = \frac{X_{G'''} - X_B}{\overline{G'M_L}}$$

ma

$$X_B = X_{G'}$$

e dunque:

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{p \cdot \overline{Q'Q'''} }{\Delta \cdot \overline{G'M_L}}$$

espressione che può essere ancora semplificata utilizzando il momento unitario d'assetto, come fatto nel §8.2.2.1. Si ha infine:

$$\begin{cases} T'_A = T_A - \left(\frac{L_{pp}}{2} + X_F \right) \cdot \operatorname{tg} \vartheta' \\ T'_F = T_F + \left(\frac{L_{pp}}{2} - X_F \right) \cdot \operatorname{tg} \vartheta' \end{cases}$$

9.1.2.2b Metodo del momento sbandante

Anche lo spostamento longitudinale di peso, in un corpo rigido quale è supposta essere la nave, corrisponde all'aggiunta di una coppia di forze di momento¹⁶:

$$M_{HL} = p \cdot \overline{Q'Q'''} \cdot \cos \vartheta$$

Si ha l'equilibrio quando

$$M_{HL}(\varphi') = M_{RL}(\varphi')$$

Risolvendo ancora il problema con il metodo metacentrico, si ha:

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{p \cdot \overline{Q'Q'''} }{\Delta \cdot \overline{G'M_L}}$$

e di conseguenza le immersioni estreme vengono calcolate esattamente come nel metodo precedente.

9.2 IMBARCO (SBARCO) DI PESO

¹⁶ Il segno è dovuto al fatto che ad uno spostamento di peso positivo, cioè verso prua, corrisponde una rotazione negativa, cioè un appruamento.

Determiniamo innanzitutto la posizione d'imbarco di un peso p in modo tale da non cambiare l'assetto trasversale longitudinale della nave, supposta inizialmente in equilibrio sia trasversale che longitudinale, cioè con B e G sulla stessa verticale di gravità. In queste ipotesi, l'imbarco (lo sbarco sarà simile pur di indicare l'imbarco di un peso *negativo*) darà origine ad un nuovo galleggiamento parallelo a quello iniziale. Detto B_z il centro della zona così individuata, basterà allora imbarcare il peso sulla verticale di gravità di B_z . Nel seguito considereremo per semplicità il caso in cui la carena sia inizialmente diritta sia trasversalmente che longitudinalmente. L'imbarco non cambierà l'assetto se $X_P = X_{B_z}$ e $Y_P = Y_{B_z}$ ($Y_P = 0$ per nave simmetrica destra/sinistra).

Considerando ora il problema dell'imbarco di un peso p nella posizione generica $R \equiv (X_P, Y_P, Z_P)$, si vede che questo può essere trattato in due modi *alternativi ma equivalenti*:

- a) come un secondo problema degli assetti cercando l'assetto di equilibrio della nave le cui caratteristiche meccaniche si ottengono sommando quelle della nave nella condizione iniziale e quelle del carico *già posto nella posizione finale* R :

$$\Delta' = \Delta + p \quad X_{G'} = \frac{X_G \cdot \Delta + X_P \cdot p}{\Delta'} \text{ ed analogamente per } Y_{G'} \text{ e } \overline{KG'} = Z_{G'} \quad .$$

- b) utilizzando i metodi risolutivi già descritti per lo spostamento di pesi. In questo metodo si imbarca prima il peso alla quota finale Z_P in una posizione tale da dare una pura *sovraimmersione parallela* (cioè sulla verticale del centro di zona, come indicato all'inizio di questo paragrafo). Successivamente il peso viene spostato sul piano orizzontale fino alla posizione finale.

Ognuno dei due metodi può poi essere applicato in maniera esatta od approssimata.

La risoluzione del secondo problema degli assetti è stata trattata in dettaglio nel Cap. 8, per cui affrontiamo qui di seguito l'altro metodo risolutivo, anche in vista del fatto che utilizzeremo spesso, nel seguito, la strategia di separare la sovraimmersione dalla rotazione nella risoluzione dei problemi di assetto con metodo approssimato (come abbiamo già fatto nella soluzione approssimata del secondo problema degli assetti).

9.2.1 Imbarco di peso con metodo approssimato sfruttando lo spostamento di peso

L'imbarco di peso, ai fini della determinazione della posizione finale di equilibrio della nave, viene effettuato in più fasi a partire dalla condizione di carico iniziale che si assume longitudinalmente e trasversalmente diritta:

- a) *sovraimmersione parallela*. Per questo dobbiamo imbarcare il peso sulla verticale del centro della zona di sovraimmersione che aumenta il dislocamento (spinta) della quantità $\Delta_z = p$,

cioè di volume $\nabla_z = \frac{p}{k \cdot w_s}$. Per ricavare questo risultato, dobbiamo ricordare che in un

sistema in equilibrio tutte le sue parti sono in equilibrio. La carena finale consta della somma della carena iniziale, che si è supposta in equilibrio (peso e spinta uguali, contrari e con la stessa retta d'azione) e della carena "aggiunta", cioè della zona, la cui spinta Δ_z , passante per il centro di zona B_z deve essere in equilibrio con il peso "aggiunto" p applicato nel baricentro del peso stesso; di qui la proprietà utilizzata. Per comodità, conviene imbarcare il peso direttamente alla quota finale. Sia Q' tale posizione.

- b) Le nuove caratteristiche meccaniche della nave sono allora calcolabili dalle:

$$\Delta' = \Delta + p \quad X_{G'} = \frac{X_G \cdot \Delta + X_{Bz} \cdot p}{\Delta'} \quad Y_{G'} = \frac{Y_G \cdot \Delta + Y_{Bz} \cdot p}{\Delta'} = Y_G = 0 \quad (\text{quest'ultima}$$

per nave simmetrica) e $\overline{KG'} = \frac{\overline{KG} \cdot \Delta + Z_P \cdot p}{\Delta'}$

mentre le grandezze geometriche (T' , $\overline{KB'}$, $\overline{B'M'}$, etc.) sono determinabili dal diagramma delle carene diritte.

- c) Spostamento del peso sul piano orizzontale (nave) fino a raggiungere la posizione finale. A fini di calcolo semplificato si può assumere che le inclinazioni trasversale e longitudinale siano indipendenti e sovrapponibili. Questa parte è già stata risolta nei paragrafi precedenti e non verrà discussa ulteriormente.

9.2.2 Variazione di stabilità in conseguenza dell'imbarco di peso

9.2.2.1 Variazione di stabilità iniziale

Si può anche qui ragionare facendo riferimento alla soluzione mediante secondo problema degli assetti sulla nave avente le caratteristiche meccaniche conseguenti all'imbarco di peso nella posizione finale, oppure, equivalentemente, facendo riferimento alla seconda soluzione presentata in dettaglio al §9.2.1.

In quest'ultimo caso, avendo considerato che la carena finale nella prima fase è data dalla somma della carena iniziale più la carena aggiunta (la zona) ed il peso totale è analogamente la somma dei pesi, si può estendere questo ragionamento ad una inclinazione trasversale infinitesima $d\phi$ (con i pesi "fissati").

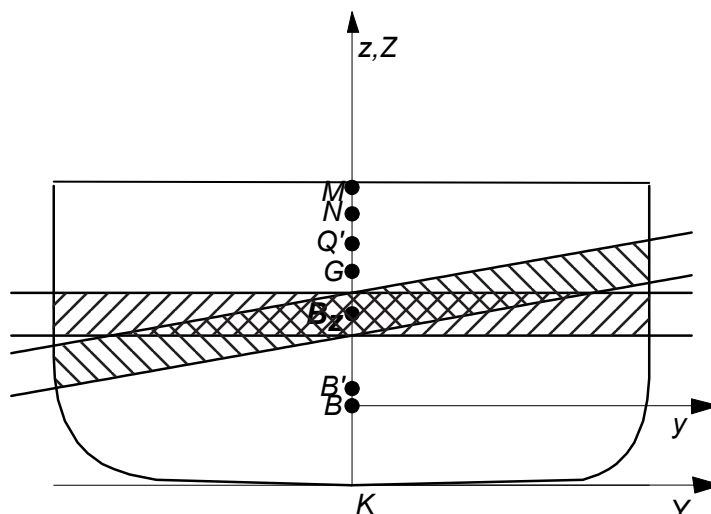


Fig. 9.2.2.1.1. Punti caratteristici della carena iniziale e della zona di sovraimmersione per effetto di un imbarco di peso in un'inclinazione trasversale isocarenica

Nel corso di quest'ultima, peso $W' = W + p$ e spinta $S' = S + S_z$ si disassano dando così origine ad una coppia di forze il cui momento è il momento raddrizzante:

$$dM_R' = \Delta' \cdot \overline{G'M'} \cdot \sin(d\phi)$$

Se invece consideriamo che la carena iniziale e la zona, nel corso dell'inclinazione infinitesima isocarenica, si inclinano simultaneamente dando origine ad una isocarena e ad una zona isocarenica di centri e metacentri rispettivamente (B, M) e (B_z, N), possiamo scrivere il momento raddrizzante come somma di due contributi

$$dM'_R = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin(d\phi) + p \cdot \overline{Q'N} \cdot \sin(d\phi)$$

che corrispondono al disassamento delle due coppie di forze (W, Δ) e (p, Δ_z) . Di conseguenza il coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali diventa

$$C'_R = C_R + p \cdot \overline{Q'N}$$

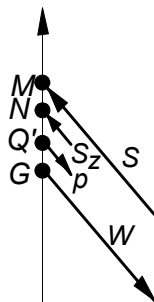


Fig. 9.2.2.1.2. Peso e spinta della carena iniziale, peso imbarcato e spinta della zona di sovrainnerversione in un'inclinazione trasversale isocarenica

L'imbarco del peso p darà allora luogo ad un aumento di stabilità nel caso $\overline{Q'N} > 0$, cioè quando il peso venga imbarcato sotto il metacentro di zona equivalente e viceversa¹⁷.

9.2.3 Un esempio di soluzione di problema di imbarco di peso

Si determinino l'assetto di equilibrio e la stabilità iniziale della nave di cui al § 8.2.1.1.1, in conseguenza dell'imbarco di un peso p pari al 10% del dislocamento iniziale ed il cui baricentro abbia le seguenti coordinate:

$$\begin{cases} X_{GP} = 2.000 \text{ m} \\ Y_{GP} = 0.000 \text{ m} \\ \overline{KG}_P = 3.123 \text{ m} \end{cases},$$

partendo dalla condizione di nave longitudinalmente e trasversalmente dritta con $\Delta_{fo} = 1700.0 \text{ t_f}$ (in acqua di mare $w_s = 1.025 \text{ t_f/m}^3$), $\overline{KG} = 6.000 \text{ m}$, $\Delta T_0 = 0$.

9.2.3.1 La condizione di equilibrio iniziale della nave

Entrando con Δ_{fo} nelle Tabelle delle Carene Drette si determinano, per interpolazione, gli elementi della carena iniziale:

$$\begin{cases} T_m = 3.123 \text{ m} \\ \overline{KB} = 1.776 \text{ m} \\ \overline{BM}_L = 103.930 \text{ m} \\ X_B = -0.899 \text{ m} \\ X_F = -3.504 \text{ m} \end{cases}$$

¹⁷ **Attenzione:** questo è il risultato che si ottiene considerando la stabilità iniziale rappresentata dal coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali. Diverso potrebbe essere il risultato relativamente al solo valore dell'altezza metacentrica iniziale.

La condizione di equilibrio d'assetto con carena diritta permette allora di determinare la posizione longitudinale del centro di gravità (si veda l'esempio riportato nel § 8.1.2.1):

$$X_G = X_{B_{is}} = -0.899 \text{ m}.$$

Si vede, inoltre, che il peso viene imbarcato in una posizione verticale corrispondente al galleggiamento iniziale della nave.

9.2.3.2 Soluzione del problema come Secondo Problema degli Assetti

In questo approccio si imbarca il peso nella posizione finale. In conseguenza dell'imbarco del peso $p = 170 \text{ t}_f$, si ha una variazione delle caratteristiche meccaniche e di quelle geometriche della nave. Per le caratteristiche meccaniche, utilizzando le formule viste nel § 7.2.5.4, si ha:

$$\begin{cases} \Delta'_{fo} = \Delta_{fo} + p = 1870.0 \text{ t}_f \\ X'_G = -0.635 \text{ m} \\ \overline{KG}' = 5.738 \text{ m} \end{cases}$$

Per le caratteristiche geometriche, entrando con Δ'_{fo} nelle Tabelle delle Carene Diritte, si determinano, per interpolazione, gli elementi della nuova isocarena diritta:

$$\begin{cases} T'_{m_{is}} = 3.353 \text{ m} \\ \overline{KB}'_{is} = 1.909 \text{ m} \\ \overline{BM}'_{L_{is}} = 101.754 \text{ m} \\ X'_{B_{is}} = -1.170 \text{ m} \\ X'_{F_{is}} = -4.069 \text{ m} \end{cases}$$

Che corrisponde a $\delta T = T'_{m_{is}} - T_{m_{is}} = 0.230 \text{ m}$, dunque il peso imbarcato non può essere considerato "piccolo".

Facendo ora avvenire la rotazione isocarenica che soddisfa la seconda equazione di equilibrio d'assetto, come visto nel § 8.2.2.1, si ha:

$$\text{tg } \vartheta' = \frac{X'_G - X'_{B_{is}}}{\overline{GM}'_{L_{is}}} = 0.00546. \text{ Da cui:}$$

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X'_{F_{is}} = 28.081 \text{ m} \quad \text{e} \quad L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X'_{F_{is}} = 36.219 \text{ m}$$

e infine la condizione di equilibrio ad imbarco avvenuto:

$$\begin{cases} T'_A = 3.200 \text{ m} \\ T'_F = 3.551 \text{ m} \\ \Delta T = 0.351 \text{ m} \end{cases}$$

9.2.3.3 Soluzione come Spostamento di peso a bordo

In questo approccio si imbarca il peso sulla verticale del centro di zona in modo da dare una sovraimmersione parallela. Successivamente si sposta il peso, che fa ora parte del dislocamento della nave, nella posizione finale. Determiniamo innanzitutto le caratteristiche della zona isocarenica al peso imbarcato:

$$\begin{cases} \Delta_z = \Delta'_{fo} - \Delta_{fo} = p = 170.0 \text{ t}_f \\ X_{B_z} = \frac{X'_B \cdot \nabla' - X_B \cdot \nabla}{\nabla_z} = -3.880 \text{ m} \\ \overline{KB}_z = \frac{\overline{KB}' \cdot \nabla' - \overline{KB} \cdot \nabla}{\nabla_z} = 3.241 \text{ m} \\ \overline{B_z N} = \frac{I'_T - I_T}{\nabla' - \nabla} = \frac{\overline{BM}'_T \cdot \nabla' - \overline{BM}_T \cdot \nabla}{\nabla' - \nabla} = 2.726 \text{ m} \\ \overline{KN} = 5.967 \text{ m} \end{cases}$$

Il peso viene pertanto imbarcato nella posizione:

$$\begin{cases} X'_{GP} = -3.880 \text{ m} \\ Y'_{GP} = 0.000 \text{ m} \\ \overline{KG}'_P = 3.123 \text{ m} \end{cases},$$

In conseguenza dell'imbarco del peso $p = 170 \text{ t}_f$, si ha una variazione delle caratteristiche meccaniche e di quelle geometriche della nave. Per le caratteristiche meccaniche, utilizzando le formule viste nel § 7.2.5.4, si ha:

$$\begin{cases} \Delta'_{fo} = \Delta_{fo} + p = 1870.0 \text{ m} \\ X'_G = -1.170 \text{ m} \\ \overline{KG}' = 5.738 \text{ m} \end{cases}$$

Per le caratteristiche geometriche, entrando con Δ'_{fo} nelle Tabelle delle Carene Diritte, si determinano, per interpolazione, gli elementi della nuova isocarena diritta (che sono gli stessi già visti nel § 9.2.3.2):

$$\begin{cases} T'_{mis} = 3.353 \text{ m} \\ \overline{KB}'_{is} = 1.909 \text{ m} \\ \overline{BM}'_{Lis} = 101.754 \text{ m} \\ X'_{B'is} = -1.170 \text{ m} \\ X'_{F'is} = -4.069 \text{ m} \end{cases}$$

Come si può vedere, il fatto che $X'_G = X'_{B'is}$ conferma che l'imbarco sulla verticale del centro di carena dà origine ad una sovrainnersione parallela. Lo spostamento del peso $X_{B_z} \rightarrow X_{GP}$ equivale all'applicazione del momento sbandante:

$$M_{H_L} = p \cdot (X_{GP} - X_{B_z}) \cdot \cos \vartheta$$

Si ha quindi la rotazione isocarenica intorno al centro di galleggiamento data da:

$$\tan \vartheta' = \frac{p \cdot (X_{GP} - X_{B_z})}{\Delta \cdot \overline{GM}'_{Lis}} = 0.00546$$

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X'_{F'is} = 28.081 \text{ m} \quad \text{e} \quad L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X'_{F'is} = 36.219 \text{ m}$$

e infine:

$$\begin{cases} T'_A = 3.200 \text{ m} \\ T'_F = 3.551 \text{ m} \\ \Delta T = 0.351 \text{ m} \end{cases}$$

come ottenuto con il metodo basato sul Secondo problema degli assetti.

9.2.3.4 La variazione di stabilità come conseguenza dell'imbarco

La stabilità iniziale prima dell'imbarco era data da:

$$\overline{GM} = \overline{KB} + \overline{BM}_T - \overline{KG} = 1.544 \text{ m}$$

$$C_R = \Delta \cdot \overline{GM} = 2624.9 \text{ t}_f \cdot \text{m}$$

mentre la stabilità finale, dopo l'imbarco, è data da:

$$\overline{GM}' = \overline{KB}' + \overline{BM}'_T - \overline{KG}' = 1.662 \text{ m}$$

$$C'_R = \Delta \cdot \overline{GM}' = 3108.41 \text{ t}_f \cdot \text{m}$$

Come si può vedere, c'è una sensibile variazione di stabilità, pur essendo il peso imbarcato in corrispondenza del galleggiamento iniziale. Questo è conseguenza del fatto che:

- Il peso in questione non è "piccolo" (§ 9.2.3);

- Le murate della nave non sono del tutto verticali nella zona interessata (si veda il valore calcolato di $\overline{B_z N}$ nel § 9.2.4.3).

Avendo imbarcato il peso al di sotto del metacentro di zona, la stabilità è aumentata, sia in termini di altezza metacentrica che di coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali. Se si ripettesse invece il calcolo assumendo $\overline{KG}P = \overline{KN}$, si troverebbe:

$$\overline{GM}' = \overline{KB}' + \overline{BM}'_T - \overline{KG}' = 1.404 \text{ m}$$

$$C'_R = \Delta \cdot \overline{GM} = 2624.93 \text{ t}_f \cdot \text{m}$$

Cioè si avrebbe una sostanziale invarianza del coefficiente di resistenza alle inclinazioni trasversali mentre la variazione dell'altezza metacentrica avrebbe il segno negativo (si veda al riguardo la nota al § 9.2.2.1).

9.2.3.5 Lo spostamento trasversale del peso

Se avessimo fatto un imbarco eccentrico, ad esempio con $Y_{GP} = 1.000 \text{ m}$, dovremmo ora effettuare anche uno spostamento trasversale del peso della quantità $(Y_{GP} - Y_{B_z})$. Considerando che anche lo spostamento trasversale di peso è equivalente all'applicazione di un momento sbandante, si avrebbe, con metodo metacentrico:

$$\text{tg} \phi' = \frac{P \cdot (Y_{GP} - Y_{B_z})}{\Delta \cdot \overline{GM}'_{T_{is}}} = \frac{P \cdot Y_{GP}}{C'_R} = 0.05469 \Rightarrow \phi = 3.13 \text{ deg}$$

L'entità dello sbandamento non rende in questo caso necessario l'impiego di metodi esatti.

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, la carena finale di equilibrio sarebbe dunque individuata dalle seguenti coordinate:

$$\begin{cases} T'_A = 3.200 \text{ m} \\ T'_F = 3.551 \text{ m} \\ \phi = 3.13 \text{ deg} \end{cases} .$$

9.2.4 Imbarco di peso con il metodo approssimato del “peso piccolo”

Se il peso da imbarcare è “piccolo” (idealmente tale da dare una sovrainnersione non superiore ad alcuni cm), la zona può essere considerata di spessore infinitesimo e si possono applicare le seguenti semplificazioni:

- $N \rightarrow L$
- $B_z \rightarrow F$
- Per il calcolo della variazione $\delta T = T' - T$ di immersione e per la variazione d'assetto si utilizzano il dislocamento unitario ed il momento unitario d'assetto
- Si considera che le murate siano verticali e di conseguenza si pone il raggio metacentrico differenziale $\overline{FL} = 0$. Di conseguenza la variazione di stabilità è positiva se $\overline{Q'L} > 0$, cioè se il peso viene imbarcato al di sotto del galleggiamento iniziale (in quanto $\overline{Q'L} = \overline{FL} - \overline{FQ}' \cong \overline{FQ}'$).

La logica di calcolo è dunque la seguente:

9.2.4.1 Sovraimmersione e variazione di stabilità

$$\delta T = \frac{p}{kw_s A_w} = \frac{p}{100 D_u}$$

$$T' = T + \delta T$$

$$C'_R = \begin{cases} \Delta' \cdot \overline{GM}' \\ \Delta \cdot \left(\overline{GM} - \frac{p}{\Delta} \overline{FQ}' \right) \end{cases}$$

9.2.4.2 Sbandamento

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{p \cdot \overline{Q'Q''}}{\Delta' \cdot \overline{GM}'} = \frac{p \cdot \overline{Q'Q''}}{\Delta \cdot \left(\overline{GM} - \frac{p}{\Delta} \overline{FQ}' \right)}$$

9.2.4.3 Variazione d'assetto

$$X_{B_z} \cong X_F$$

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{\Delta T - \Delta T_0}{L_{pp}} \cong \frac{p \overline{Q'Q'''} }{\Delta \overline{BM}_L} = \frac{p \overline{Q'Q'''} }{100 M_u L_{pp}}$$

$$T'_A = T_A + \frac{p}{kw_s A_w} - \frac{p \overline{Q'Q'''} }{\Delta \overline{BM}_L} \cdot L_A = T_A + \frac{p}{100 D_u} - \frac{p \overline{Q'Q'''} }{100 M_u L_{pp}} \cdot L_A$$

$$T'_F = T_F + \frac{p}{kw_s A_w} + \frac{p \overline{Q'Q'''} }{\Delta \overline{BM}_L} \cdot L_F = T_F + \frac{p}{100 D_u} + \frac{p \overline{Q'Q'''} }{100 M_u L_{pp}} \cdot L_F$$

con:

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_F \quad \text{e} \quad L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X_F$$

9.2.5 Un esempio di soluzione di problema di imbarco di peso con il metodo del peso “piccolo”

Affrontiamo ora lo stesso problema d'imbarco visto al § 9.2.3, con il metodo del peso piccolo. Tale metodo vale con un'approssimazione accettabile qualora il peso sia effettivamente piccolo, cioè tale da dare una variazione di immersione di qualche centimetro. Lo applichiamo ugualmente ad un caso di peso non piccolo ($p = 170.0 \, t_f$ pari al 10% del dislocamento iniziale) per confrontare il risultato con il metodo esatto. Entrando con Δ_{f0} nelle Tabelle delle Carene Diritte (§ 8.2.1.1.1) si determinano, per interpolazione, gli elementi della carena diritta iniziale:

$$\begin{cases} T_m = 3.123 \text{ m} \\ \overline{KB} = 1.776 \text{ m} \\ X_F = -3.504 \text{ m} \\ D_u = 7.264 \text{ t}_f / \text{cm} \\ M_u = 27.424 \text{ t}_f \cdot \text{m} / \text{cm} \end{cases}$$

Si vede, inoltre, che il peso viene imbarcato in una posizione verticale corrispondente al galleggiamento iniziale della nave. Si calcola ora:

$$\delta T = \frac{P}{100 D_u} = 0.234 \text{ m}$$

$$T' = T + \delta T = 3.357 \text{ m}$$

$$X_{B_z} \cong X_F = -3.504 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{P \cdot \overline{FX_{GP}}}{100 M_u L_{pp}} = 0.005306 \rightarrow \vartheta' = 0.304 \text{ deg}$$

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_F \quad \text{e} \quad L_F = \frac{L_{pp}}{2} - X_F$$

$$T'_A = T' - \frac{P \cdot \overline{FX_{GP}}}{100 M_u L_{pp}} \cdot L_A = 3.205 \text{ m}$$

$$T'_F = T' + \frac{P \cdot \overline{FX_{GP}}}{100 M_u L_{pp}} \cdot L_F = 3.546 \text{ m}$$

$$\text{con: } \Delta T = 0.341 \text{ m}$$

Essendo il peso imbarcato ad un'altezza pari all'immersione iniziale, il metodo non prevede variazione di stabilità trasversale. Lo sbandamento dovuto all'imbarco eccentrico può essere calcolato con il metodo metacentrico.

CAPITOLO 10 PUNTI DI INDIFFERENZA

Consideriamo l'imbarco di un peso p che avvenga in un punto appartenente al piano diametrale, in modo da non dare sbandamento trasversale, in corrispondenza dell'ascissa x_{is} . Per effetto dell'imbarco, la nave in generale subirà una sovra-immersione ed una rotazione. Se esiste una posizione longitudinale, all'ascissa x_s , tale che la sua immersione non cambi per effetto dell'imbarco di peso, cioè tale che l'effetto della sovra-immersione sia compensato dalla rotazione, si dice che il punto x_{is} è *punto di indifferenza (neutral point)* per il punto x_s (Fig. 10.1 - sistema di riferimento nave).

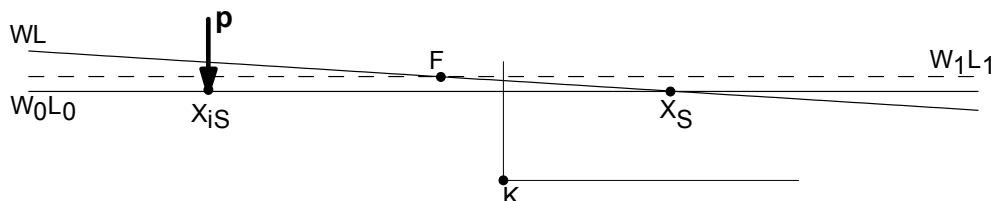


Fig. 10.1. Illustrante l'effetto di sovra-immersione e rotazione nella determinazione del punto di indifferenza.

In generale la posizione di x_s dato x_{is} dipende dall'entità del peso imbarcato e dalla posizione verticale del peso imbarcato.

10.1 SOLUZIONE CON IL METODO DEL PESO PICCOLO

Per semplificare la trattazione, supponiamo che il peso venga imbarcato in un punto P in corrispondenza del galleggiamento iniziale e che il peso sia *piccolo* (§9.2.3). In queste ipotesi, la posizione del punto S sul galleggiamento iniziale all'ascissa x_s non dipende dall'entità del peso imbarcato. Cominciamo intanto con il considerare il punto di indifferenza per la perpendicolare addietro. In base alle nozioni sviluppate al §9.2.3, si ha:

$$T'_A = T_A + \frac{p}{k \cdot w_s \cdot A_w} - \frac{p \cdot \overline{Q'Q'''}}{\Delta \cdot \overline{BM}_L} \cdot L_A$$

dove $\overline{Q'Q'''} = \overline{FP} = L_{IA}$

è lo spostamento longitudinale del peso dalla posizione dove non da variazione d'assetto (Q' sulla verticale di B_z o di F nel caso di peso piccolo) al punto $Q''' = P$ di effettivo imbarco.

Ponendo $T'_A = T_A$ si ottiene:

$$L_{IA} = \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{k \cdot w_s \cdot A_w} \cdot \frac{1}{L_A} = \frac{I_L}{A_w} \cdot \frac{1}{L_A} = \frac{\lambda^2}{L_A}$$

La quantità $\lambda^2 = \frac{I_L}{A_w}$ altro non è che il raggio d'inerzia longitudinale della figura di galleggiamento.

Per navi di forma convenzionale¹ si ha $\lambda \approx \frac{1}{4} \cdot L_{pp}$. Tenendo conto che $X_F \ll L_{bp}$ per cui

$$L_A \approx \frac{L_{pp}}{2}, \text{ si ha infine:}$$

$$L_{IA} \approx \frac{1}{8} \cdot L_{pp}$$

Procedendo in maniera analoga per la perpendicolare avanti si ottiene:

$$L_{IF} = \frac{\lambda^2}{L_F} \quad \text{con} \quad L_{IF} \approx \frac{1}{8} \cdot L_{pp}.$$

Questi due punti, detti *punti principali di indifferenza*, individuano un intervallo di ampiezza $\frac{1}{4} \cdot L_{bp}$ centrato sul centro di galleggiamento. Essi, assieme al centro di galleggiamento dividono la lunghezza nave in quattro zone: $AP - P_{IF}$, $P_{IF} - F$, $F - P_{IA}$, $P_{IA} - FP$.

Indicando infine, in maniera analoga, con L_S ed L_{IS} le distanze dal centro di galleggiamento F dal punto generico P_S e dal punto P_{IS} di indifferenza per esso, si ottiene ancora $L_{IS} = \frac{\lambda^2}{L_S}$. Questa

formula generale, che introduce una evidente simmetria tra i punti S ed IS , permette un'agevole interpretazione geometrica basata sul Secondo Teorema di Euclide²: si riporta verticalmente a partire dal centro di galleggiamento un segmento di lunghezza $\overline{FD} = \lambda$. Si collega poi il punto P_{IS} nel quale si vuole imbarcare il peso con l'estremo superiore D del segmento $\overline{FD}$ e poi si riporta un segmento perpendicolare a $\overline{P_{IS}D}$ fino ad incontrare il galleggiamento in P_S (Fig. 10.2). L'immersione di quest'ultimo punto non cambia per imbarco del peso in P_{IS} .

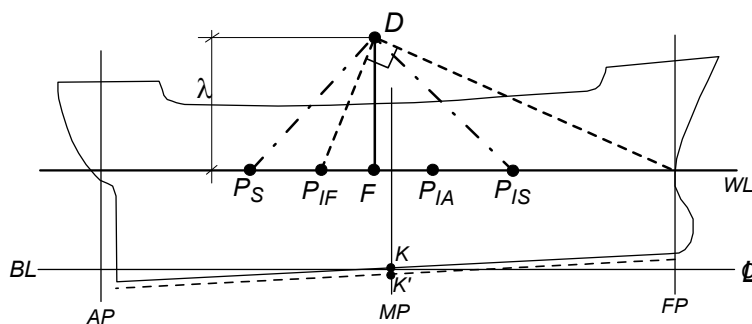


Fig. 10.2. Relazione geometrica tra i punti di indifferenza

¹ Ad esempio, per il piccolo traghetto di cui all'Esercizio 8.2.1.1.1, nella condizione di pieno carico normale ($T = 3.500 \text{ m}$), con riferimento ai dati riportati nella seconda riga della Tab. 8.2.1.1.1, si ha:

$$\lambda^2 = \frac{I_L}{A_w} = \frac{\overline{BM}_L \cdot \nabla}{A_w} = 259.895 \text{ m}^2 \Rightarrow \frac{\lambda}{L_{pp}} = \frac{\sqrt{259.895}}{64.300} = 0.25072 = \frac{1}{3.9885}.$$

² "In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa".

Come si può immediatamente verificare, non esistono punti di indifferenza per la seconda e la terza zona, cioè all'interno dell'intervallo $P_{IF} - P_{IA}$. Si sfrutta questa proprietà, ad esempio, per posizionare la marca di bordo libero proprio all'interno di questa zona.

10.1.1 Un esempio numerico

Nel corso delle operazioni di carico del piccolo traghetto di cui agli esercizi 8.2.1.1.1 e 8.2.2.1.1, viene imbarcato un autocarro del peso $p=10 \text{ t}_f$.

L'immersione iniziale era di 3.000 m sia a prora che a poppa.

Si osserva che, ad imbarco avvenuto, non è variata l'immersione poppiera. Nell'ipotesi di peso "piccolo", si chiede:

- La posizione longitudinale X_P del baricentro dell'autocarro;
- La variazione ΔT_F dell'immersione di prua.

Soluzione

- Dai diagrammi delle carene diritte si ricavano i seguenti dati:

T	A_w	X_F	V_{FO}	D_{FO}	X_B	KB	BM_T	BM_L	D_U
(m)	(m^2)	(m)	(m^3)	(t_f)	(m)	(m)	(m)	(m)	(t_f/cm)
3.000	696.726	-3.201	1569.516	1608.754	-0.753	1.704	5.917	105.098	7.141

Il fatto che ad imbarco avvenuto non sia variata l'immersione poppiera, indica che l'imbarco è avvenuto in corrispondenza del punto di indifferenza per la perpendicolare addietro. Si ha pertanto:

$$L_{IA} = \overline{FP} = \frac{\lambda^2}{L_A} = \frac{236.754}{28.949} = 8.178 \text{ m}$$

$$\text{essendo}^3 \lambda^2 = \frac{I_L}{A_w} = \frac{BM_L \cdot \nabla}{A_w} = \frac{105.098 \cdot 1569.516}{696.726} = 236.754 \text{ m}$$

e

$$L_A = \frac{L_{pp}}{2} + X_F = \frac{64.300}{2} + (-3.201) = 28.949 \text{ m}$$

Si ha, allora:

$$X_P = \overline{FP} + X_F = 4.977 \text{ m}$$

- Per effetto dell'imbarco, si ha una sovraimmersione δT ed una rotazione (isocarenica) del galleggiamento intorno al centro di galleggiamento che provoca una differenza di immersioni ΔT . Entrambe agiscono sulla sola immersione prodiera, che dunque cambia di:

$$T_F = \delta T - \Delta T = 0.045 \text{ m}$$

essendo:

$$tg \vartheta' = \frac{\Delta T - \Delta T_0}{L_{pp}} \cong -\frac{p \overline{FP}}{\Delta BM_L} \quad \Rightarrow \quad \Delta T \cong -\frac{p L_{IA}}{\Delta BM_L} \cdot L_{pp} = -0.031 \text{ m}$$

e

$$\delta T = \frac{p}{100 \cdot D_u} = 0.014 \text{ m}.$$

³ Per semplicità si sono usati gli elementi fuori ossatura.

CAPITOLO 11 PROVA DI STABILITA' (*DETERMINATION OF LIGHTSHIP PARAMETERS*)

Come si è già detto nel §7.2.4, le caratteristiche meccaniche (dislocamento e posizione del centro di gravità) di nave vacante, le uniche determinate in maniera univoca per la posizione del centro di gravità, rivestono un ruolo di grande importanza perché a partire da esse si calcolano le caratteristiche meccaniche della nave nella generica condizione di carico. A partire dalla conoscenza di queste ultime, come visto nel Cap. 8, si determina l'assetto di equilibrio.

La determinazione delle caratteristiche meccaniche della nave vacante si effettua con la cosiddetta *Prova di Stabilità* che consiste di due parti:

1. la *pesata della nave*, avente come oggetto la determinazione del peso della nave attraverso la misura del volume dislocante e della posizione longitudinale del centro di gravità;
2. la *prova di inclinazione*, avente come oggetto la determinazione dell'altezza metacentrica e tramite essa della posizione verticale del centro di gravità.

Le due parti della prova, indipendentemente dall'ordine, devono essere eseguite una immediatamente dopo l'altra.

Secondo la SOLAS⁴ la *Prova di Stabilità* è obbligatoria per ogni nave nuova o dopo modifiche sostanziali che possano avere modificato le caratteristiche di stabilità della nave, come segue:

- le navi passeggeri indipendentemente dalle dimensioni;
- le navi da carico aventi lunghezza di 24 m o superiore.

Le navi passeggeri sono soggette ad un controllo della condizione di nave vacante ogni 5 anni. La prova di inclinazione deve essere rifatta ogni volta che si trova o si preveda una variazione di dislocamento superiore al 2% o della posizione longitudinale del centro di gravità superiore al 1% della lunghezza nave rispetto ai valori contenuti nelle informazioni sulla stabilità.

La teoria della prova di stabilità è relativamente semplice, ma una corretta esecuzione pratica richiede competenza e meticolosità per evitare le numerose cause di errore possibili. Di queste, noi daremo qui di seguito solo un accenno, rimandando il lettore interessato alla lettura delle normative al riguardo.

11.1 LA PESATA DELLA NAVE

Il peso della nave viene determinato attraverso il dislocamento, che viene calcolato mediante la lettura delle immersioni in sei punti (Fig. 11.1.1), tipicamente le scale delle immersioni sulle perpendicolari estreme ed a mezzeria nave su entrambi i lati⁵.

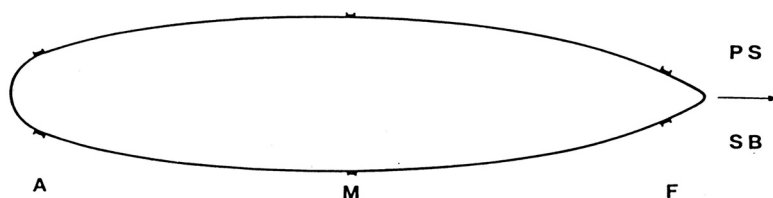


Fig. 11.1.1. Posizionamento delle scale delle immersioni.

I tre valori medi destra-sinistra permettono di definire la posizione della linea di galleggiamento sul piano di costruzione. Il dislocamento e la posizione longitudinale del centro di gravità vengono poi calcolati risolvendo il Primo Problema degli Assetti (§8.2.1). E' ammesso l'utilizzo dei diagrammi delle carene diritte qualora la differenza di immersioni non superi lo 1% della lunghezza tra le

⁴ Chapter II-1, Part B-1 Stability, Regulation 5 Intact Stability Information.

⁵ Per motivi pratici, raramente le scale delle immersioni sono poste esattamente in corrispondenza delle perpendicolari. Si deve in questo caso operare una correzione sulla lettura come indicato nel § 8.1.3.

perpendicolari. Si veda anche quanto detto nei paragrafi 8.1.3 relativamente all'effettivo posizionamento delle scale delle immersioni rispetto alle perpendicolari e 8.2.3 relativamente ai metodi impiegati per risalire al volume dislocante a partire dalle letture delle immersioni.

11.2 LA PROVA DI INCLINAZIONE (*INCLINATION TEST*)

11.2.1 La determinazione dell'altezza del centro di gravità alle prove

Questa si effettua mediante spostamento trasversale di un peso (Fig. 11.2.1) in fasi successive e misura dei relativi angoli ϕ di inclinazione trasversale (Fig. 11.2.2). Il peso può essere già disponibile a bordo della nave o imbarcato allo scopo. Se p è il peso e $y = \overline{Q'Q''}$ il generico spostamento trasversale, mediante applicazione del metodo metacentrico si ha uno sbandamento di equilibrio ϕ dato da (§ 9.1.2.1b):

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{p \cdot y}{\Delta \cdot \overline{GM}}$$

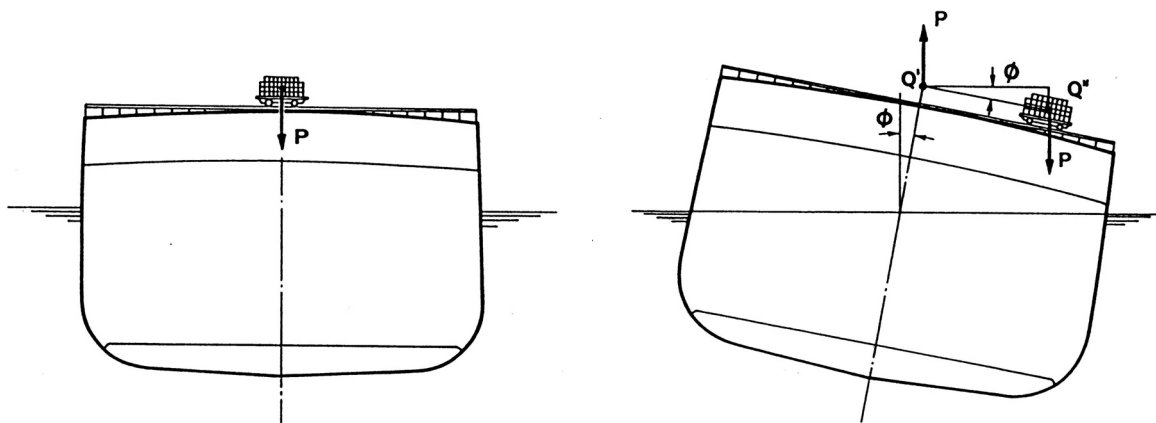


Fig. 11.2.1. Nave con carico mobile per la prova di stabilità (da Cardo, 1974)

Si ricava allora:

$$KG = KM - GM = KM - \frac{p \cdot y}{\Delta \cdot \operatorname{tg}(\phi)}$$

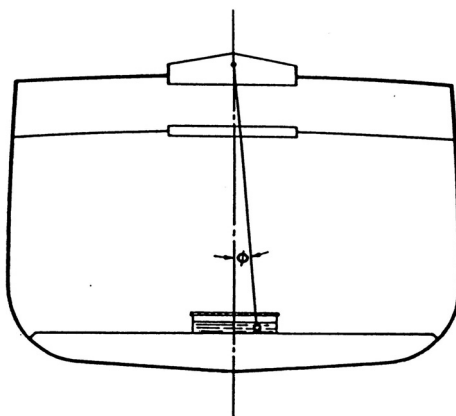


Fig. 11.2.2. Filo a piombo per la misura dell'inclinazione (da Cardo, 1974)

L'angolo di inclinazione trasversale viene misurato normalmente mediante la lettura della deflessione di un filo a piombo (Fig. 11.2.2) la cui presenza è sempre raccomandata. E' anche possibile, con particolari cautele, l'impiego di tubi ad U contenenti liquido o di inclinometri.

Nel caso del filo a piombo, detta d la deflessione alla distanza ℓ dal punto di sospensione, si ha (Fig. 11.2.3 e Fig. 11.2.4):

$$\operatorname{tg}(\phi) = \frac{d}{\ell}$$

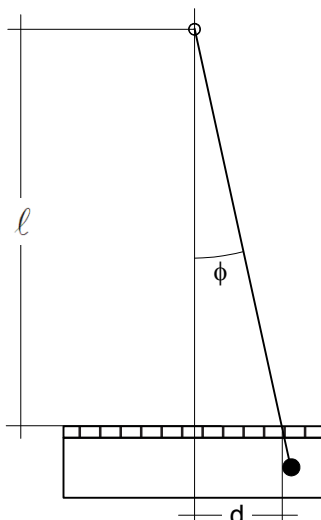


Fig. 11.2.3. Determinazione dell'inclinazione dalla deviazione del filo a piombo

Si raccomanda di effettuare uno spostamento di pesi tale da dare uno sbandamento compreso nell'intervallo $1^\circ \leq \phi \leq 4^\circ$ e di avere una lunghezza del filo a piombo tale da dare una deflessione $d \geq 0.15 \text{ m}$.

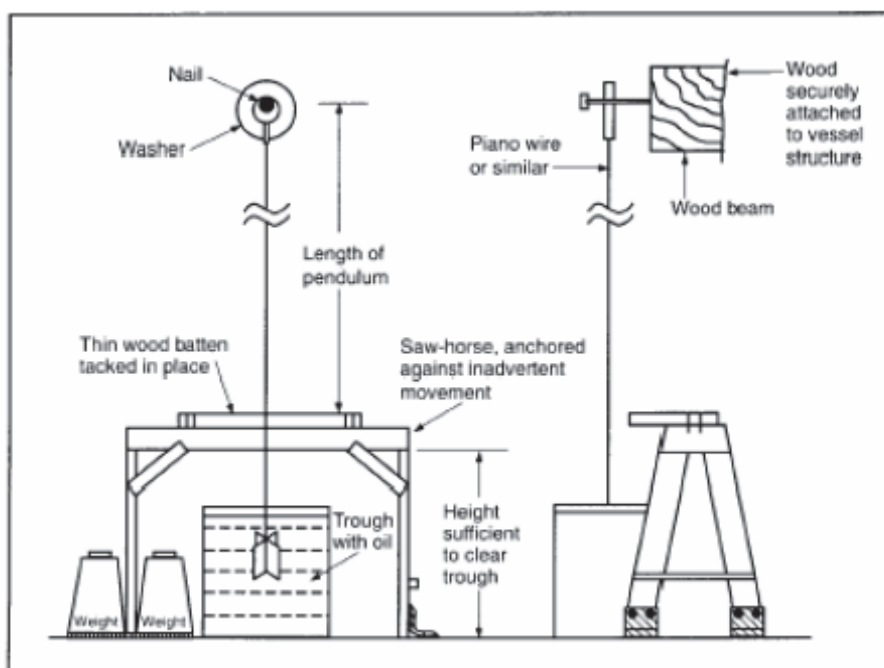


Fig. 11.2.4. Disposizione pratica suggerita per la misura dell'inclinazione (da ISC 2008)

Per questo occorre una lunghezza utile del filo a piombo dell'ordine dei 3÷6 metri.

Dal punto di vista dell'esecuzione della prova, occorre, tra l'altro:

- operare in uno specchio d'acqua protetto da vento, onde e correnti;
- ormeggiare la nave senza interferire con il libero galleggiamento e con gli sbandamenti;
- assicurarsi che la nave non urti la banchina o il fondo;

- assicurarsi che le casse o cisterne siano vuote o tener conto degli specchi liquidi, in particolare qualora si effettui l'inclinazione mediante trasferimento di liquidi (specialmente per grandi navi quando non sia ragionevolmente possibile lo spostamento di pesi solidi);
- provvedere un sistema di smorzamento delle oscillazioni del filo a piombo (con una cassa di olio, ad esempio);

Lo spostamento del peso viene fatto in fasi successive $1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow 8$ come segue, indicando con il segno positivo gli spostamenti a destra:

$$+\frac{1}{3}y_{\max} \rightarrow +y_{\max} \rightarrow +\frac{2}{3}y_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -\frac{2}{3}y_{\max} \rightarrow -y_{\max} \rightarrow -\frac{1}{3}y_{\max} \rightarrow 0$$

essendo $y_{\max}$ il massimo spostamento previsto dal piano diametrale verso murata. Nelle posizioni 4 ed 8 il peso ripassa per lo zero.

Si riportano poi in grafico le seguenti due quantità, rispettivamente in ascisse ed in ordinate:

$$M(y) = p \cdot y$$

$$\operatorname{tg}(\phi)$$

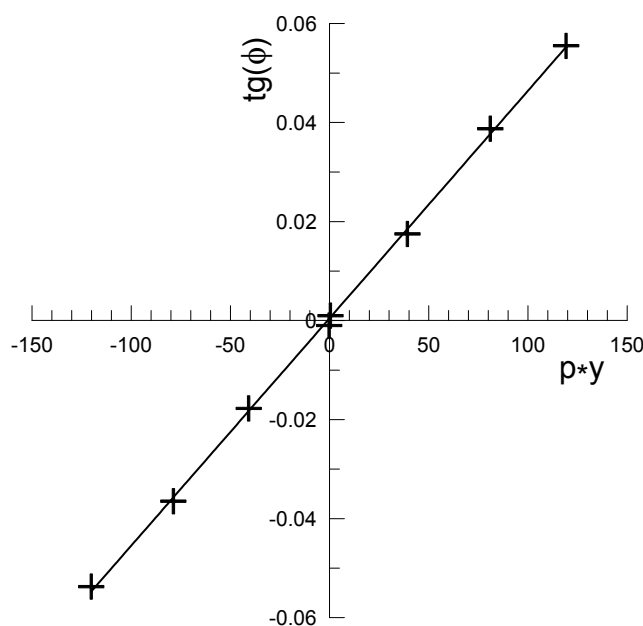


Fig. 11.2.5. Diagramma delle misure eseguite per la determinazione dell'altezza metacentrica alle prove

La pendenza della retta che unisce i punti misurati (di solito la *retta di regressione* o *dei minimi quadrati*, cioè passante il più vicino possibile ai punti in modo da minimizzare la somma dei quadrati degli scarti⁶) è allora data da $\frac{1}{\Delta \cdot \overline{GM}}$.

⁶ Di solito si impone che la somma dei quadrati degli scarti della funzione rispetto ai punti misurati sia minima. Se ad esempio si indicano con $P_i(M_i, \tan(\phi)_i)_{i=1,n}$ i punti misurati, la condizione che determina i valori dei parametri m e q , cioè *pendenza* e *intercetta* della retta $\tan(\phi) = m \cdot M + q$ è:

11.2.2 Lo “sbarco” dei pesi utilizzati per condurre la prova

Se i pesi utilizzati per la prova di stabilità, inclusa la strumentazione, non fanno parte della nave, l'altezza del centro di gravità va corretta “sbarcandoli”. Questa operazione è molto semplice e consiste nell'utilizzo delle formule fornite nel § 7.2.5.4, con l'avvertenza di utilizzare il segno negativo per i pesi in questione. Se, ad esempio, per effettuare la prova è stato imbarcato un peso p il cui centro di gravità sia posizionato alla quota $\overline{KG}_p$, l'altezza del centro di gravità $\overline{KG}_{ap}$ della nave ottenuta alla prova applicando la procedura indicata al § 11.2.1, va corretta come segue:

$$\overline{KG}_{corr} = \frac{\Delta' \cdot \overline{KG}_{ap} - p \cdot \overline{KG}_p}{\Delta}$$

essendo Δ e Δ' rispettivamente i dislocamenti senza e con il peso imbarcato.

Se, infine, la prova non è stata condotta esattamente nella condizione di nave vacante, il $\overline{KG}_L$ si ottiene imbarcando/sbarcando i pesi di tutti gli elementi che costituiscono la differenza tra la condizione alla prova e quella di nave vacante.

$S(m, q) = \sum_{i=1}^n [m \cdot M_i + q - \tan(\phi)_i]^2 = \min$. Detti, allora, $x_i = M_i$ e $y_i = \tan(\phi)_i$ i punti misurati, si

cercano i valori dai parametri m, q tra le soluzioni del sistema di equazioni ottenuto ponendo $\frac{\partial S}{\partial m} = 0, \frac{\partial S}{\partial q} = 0$. Si

ha poi: $m = \frac{1}{\Delta \cdot \overline{GM}}$ mentre il valore di q dà una misura della bontà della prova. Facendo i calcoli, si trova che

parametri che minimizzano la somma dei quadrati degli scarti sono dati da:

$m = \frac{\overline{x \cdot y} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}$ e $q = \overline{y} - m \cdot \overline{x}$. La sopralineatura indica la media aritmetica dei valori della quantità indicata.

Ad esempio:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}, \quad \overline{x \cdot y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i)}{n}, \quad etc.$$

La retta così ottenuta si chiama *retta di regressione* o *dei minimi quadrati*.

CAPITOLO 12 INCAGLIO E DISINCAGLIO

L'incaglio (*grounding, stranding*) di una nave è l'appoggio di essa su di un ostacolo subacqueo⁷.

La trattazione dell'incaglio risulta di grande utilità, oltre che per le operazioni di disincaglio, anche per la trattazione del varo da scalo e per l'immissione in bacino.

L'incaglio accidentale può accadere per diversi motivi: scarsa conoscenza del fondale, azione di vento, onde e correnti, variazione del livello dell'acqua per marea. In molti casi l'incaglio costituisce un incidente grave seguito da falla. In tutti i casi va valutata la stabilità della nave in quanto, come vedremo, l'incaglio equivale ad uno sbarco di peso dal basso, cioè un innalzamento del centro di gravità.

Noi studieremo l'incaglio simmetrico in chiglia in relazione ai seguenti due problemi tipici:

- *Primo problema d'incaglio*. Si deve determinare l'intensità R e la posizione Q della reazione d'incaglio, supposto puntiforme, conoscendo il galleggiamento di equilibrio della nave ad incaglio avvenuto e le caratteristiche geometriche e meccaniche della nave prima dell'incaglio;
- *Secondo problema d'incaglio* (immissione in bacino). Partendo da un galleggiamento di equilibrio noto, si arriva all'incaglio con il punto d'incaglio $Q \equiv (X_Q, Z_Q)$, noto, all'immersione f . Si deve determinare l'intensità R della reazione d'incaglio e l'assetto di equilibrio della nave.

Supporremo, per semplicità di trattazione, che non ci sia stata perdita rilevante di carico e soprattutto che non ci sia stato imbarco d'acqua.

12.1 PRIMO PROBLEMA D'INCAGLIO

Si conoscano le immersioni estreme T'_A, T'_F della nave incagliata e le caratteristiche della nave un attimo prima dell'incaglio. Supponiamo, come detto, che l'incaglio non provochi apprezzabili variazioni di carico o supponiamo di averne già tenuto conto nei dati di partenza, che indicheremo con W', KG', X_G', etc .

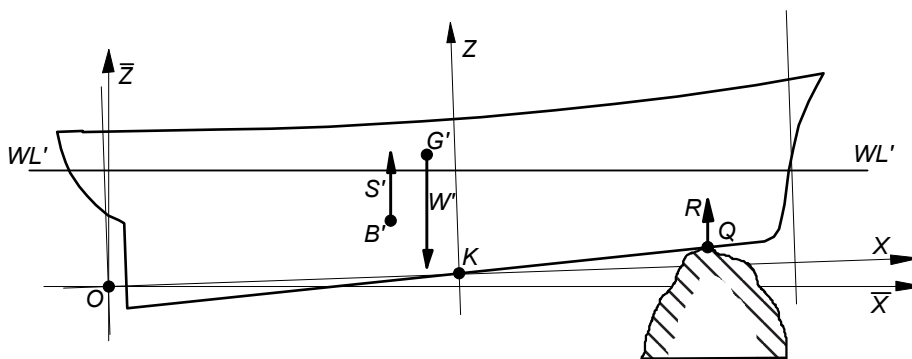


Fig. 12.1.1. I sistemi di riferimento e le forze agenti su una nave incagliata

Risolvendo con questi dati il primo problema degli assetti per la nave incagliata, determiniamo il nuovo dislocamento (spinta) S' e la nuova posizione del centro di carena B' .

L'equilibrio avviene ora sotto l'azione delle tre forze: peso, spinta e reazione d'incaglio

⁷ In linea di principio anche il contatto con un ostacolo aereo, ad esempio con la parte inferiore dell'arcata di un ponte può essere assimilabile...

$$\begin{cases} S' + R - W' = 0 \\ S' \cdot \overline{X}_{B'} + R \cdot \overline{X}_Q - W' \cdot \overline{X}_{G'} = 0 \end{cases}$$

avendo introdotto il sistema di riferimento $O\overline{X}\overline{Z}$ con origine sull'intersezione tra l'asse X e la perpendicolare addietro ed assi rispettivamente orizzontale e verticale (di gravità, a differenza del sistema KXZ che è solidale con la nave)⁸.

Si ricava facilmente

$$R = W' - S'$$

$$\overline{X}_Q = \frac{1}{W' - S'} (W' \cdot \overline{X}_{G'} - S' \cdot \overline{X}_{B'})$$

12.2 STABILITÀ IN INCAGLIO

Per lo studio della stabilità iniziale, conviene considerare che, in base all'equilibrio di cui al § 12.1, il sistema delle tre forze (S', R, W') equivale alla coppia $[S', (W' - R)]$ essendo la risultante $W' - R = -S'$ delle due forze parallele e controverse W' ed R applicata nel punto G'' d'incontro tra la congiungente i loro punti di applicazione e la verticale per B' (si veda il § 1.1.2.1).

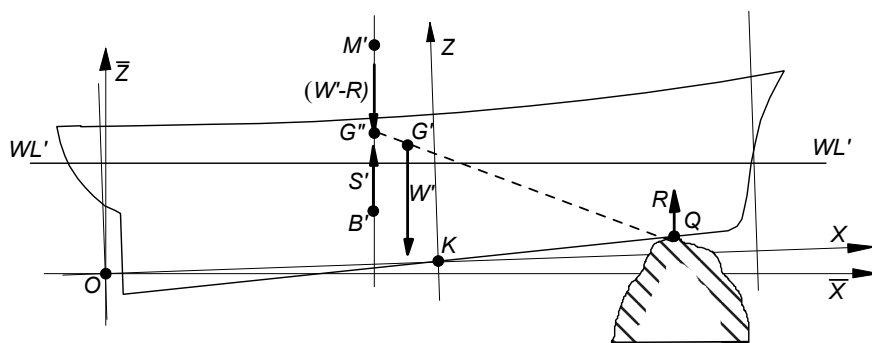


Fig. 12.2.1. La stabilità di nave incagliata (metodo del Techel)

Il punto G'' gioca allora il ruolo di “baricentro effettivo”, come si può vedere nell'inclinazione trasversale infinitesima della figura seguente. Si avrà allora stabilità iniziale se il metacentro M' della carena in equilibrio d'incaglio sta sopra il baricentro effettivo G'' , cioè se:

$$\overline{G''M'} > 0$$

La Fig. 12.2.1 suggerisce allora un metodo grafico immediato per la verifica della stabilità iniziale (*Metodo del Techel*) in incaglio.

⁸ Nel riferimento solidale alla nave la seconda equazione di equilibrio si scriverebbe:

$$S' \cdot (\overline{X}_{B'} \cdot \cos \vartheta + \overline{Z}_{B'} \cdot \sin \vartheta) + R \cdot (\overline{X}_Q \cdot \cos \vartheta + \overline{Z}_Q \cdot \sin \vartheta) - W' \cdot (\overline{X}_{G'} \cdot \cos \vartheta + \overline{Z}_{G'} \cdot \sin \vartheta) = 0.$$

Si noti, tuttavia che, per piccoli valori dell'angolo di inclinazione della nave rispetto alla condizione di nave diritta (angolo ϑ), si possono sostituire i bracci $\overline{X}_{B'}$, $\overline{X}_{G'}$, $\overline{X}_Q$ con i bracci $X_{B'}$, $X_{G'}$, X_Q , più semplici da calcolare.

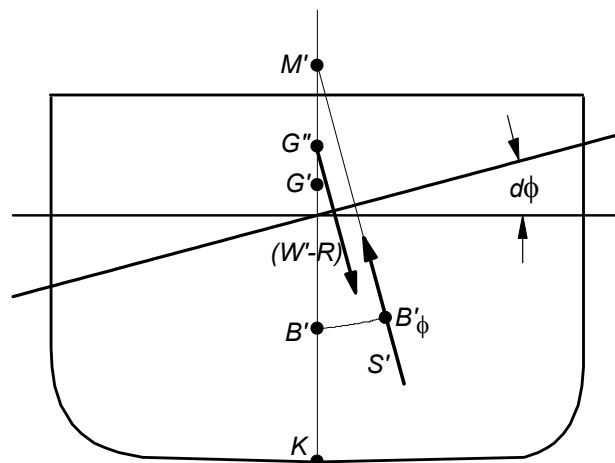


Fig. 12.2.1. Inclinazione trasversale di nave incagliata

L'incaglio equivale dunque allo sbarco del peso R dal punto Q .

12.3 L'INCAGLIO ASIMMETRICO

Il caso di incaglio asimmetrico è di difficile soluzione come tutti i problemi che coinvolgono al tempo stesso inclinazioni trasversali e longitudinali. Una soluzione approssimata può però essere agevolmente ottenuta applicando il principio di sovrapposizione degli effetti considerando indipendenti gli effetti sull'assetto e sull'inclinazione trasversale. Si considera, cioè l'assetto conseguente all'incaglio simmetrico nel punto della chiglia avente la stessa posizione longitudinale del punto Q .

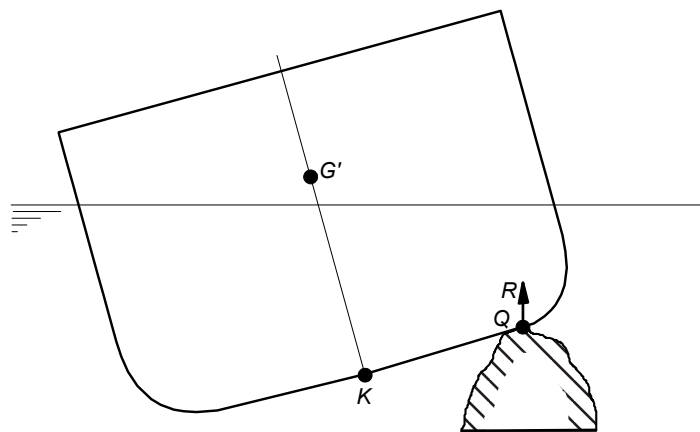


Fig. 12.3.1. Inclinazione trasversale di nave incagliata

Per lo sbandamento si considera l'incaglio come uno sbarco di peso dal punto Q . Nell'approccio che abbiamo usato in questo testo, si considera prima la variazione di stabilità iniziale:

$$M'_r = (\Delta \cdot \overline{G'M'} - R \cdot \overline{Q'N'}) \cdot \sin \phi$$

Dovuta allo sbarco di peso dal punto Q' , che è il punto sul piano diametrale alla stessa quota di Q (nel riferimento nave). Il fatto che lo sbarco di peso sia eccentrico corrisponde ad uno spostamento del peso (negativo) nel punto Q' ed equivale ad un momento sbandante:

$$M_H = -R \cdot \overline{Q'Q} \cdot \cos \phi.$$

In approssimazione metacentrica si ha allora lo sbandamento dato da:

$$\operatorname{tg}(\phi) = -\frac{R \cdot \overline{Q'Q}}{(\Delta \cdot \overline{G'M'} - R \cdot \overline{Q'N'})}.$$

Il problema può essere alternativamente risolto in maniera equivalente considerando che lo sbarco di peso corrisponde ad uno spostamento verticale e trasversale del centro di gravità.

12.4 SECONDO PROBLEMA D'INCAGLIO

Il secondo problema di incaglio può essere così formulato: “La nave sia incagliata in un punto Q (che assumeremo in chiglia per poter considerare l'incaglio simmetrico) noto in fondale f_Q noto.

Bisogna trovare l'assetto di equilibrio ed il valore della reazione d'incaglio”.

La risoluzione, che ci sarà utile più avanti nella discussione del varo e dell'immissione in bacino, si effettua considerando che il problema è ad un grado di libertà. I galleggiamenti “possibili” sono infatti tutti e soli quelli tangenti ad una circonferenza di centro Q e raggio f_Q .

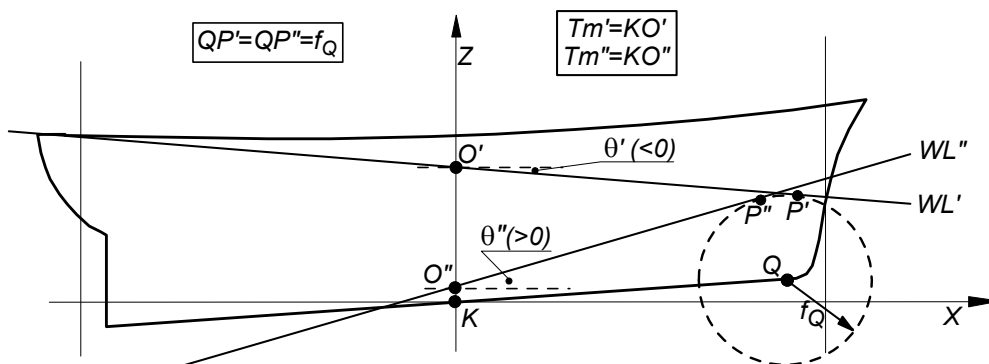


Fig. 12.4.1. Geometria delle carene che soddisfano la condizione del fondale nel punto d'incaglio

Questa condizione geometrica permette di legare l'angolo ϑ alle immersioni estreme ed al mezzo della carena e dunque la individuano univocamente:

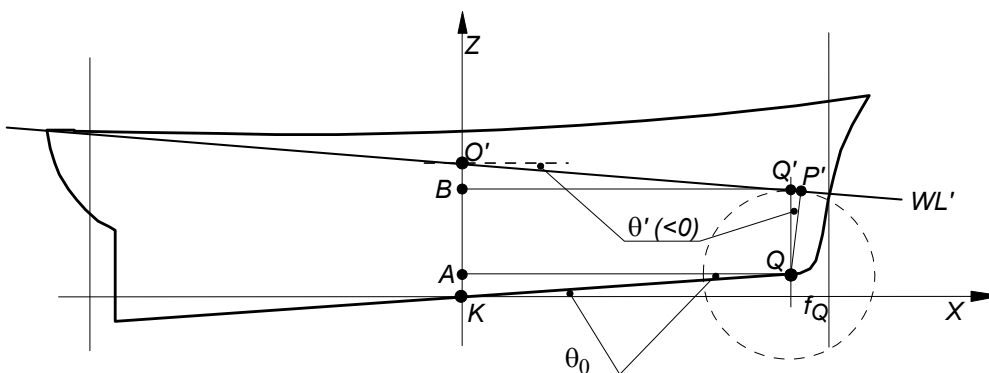


Fig. 12.4.2. Determinazione dell'immersione al mezzo di una carena che soddisfa la condizione del fondale nel punto d'incaglio

Detto allora $\mathcal{G}'$ l'angolo formato dal generico di questi galleggiamenti con l'asse X della nave (o con il galleggiamento di pieno carico normale), sia Q' il punto del galleggiamento WL' sul piano diametrale alla stessa ascissa di Q (cioè tale che $X_{Q'} = X_Q$). Sia poi B il punto della perpendicolare al mezzo alla stessa ordinata di Q' (cioè tale che $Z_B = Z_{Q'}$). L'immersione media della carena individuata dal galleggiamento WL' è allora data da:

$$KO' = T_m' = KA + AB + BO' = Z_Q + \frac{f_Q}{\cos \mathcal{G}'} + X_{Q'} \cdot \operatorname{tg} \mathcal{G}'$$

Dato un angolo $\mathcal{G}'$, si possono quindi calcolare le immersioni estreme ed al mezzo. Risolvendo il I Problema degli assetti si determina la spinta e le coordinate del centro di carena. Prendendo allora i momenti di peso e spinta rispetto al punto d'incaglio Q^9 , si ha:

$$M_{Ris}' = M_{W'} - M_{S'} = f(\mathcal{G}')$$

Da qui, imponendo l'annullamento del momento risultante, si ottiene per tentativi l'angolo di equilibrio. In pratica, se la condizione iniziale scelta è di equilibrio, si annulla il momento risultante di spinta e peso. Altrimenti si sceglie un altro angolo $\mathcal{G}''$ e si ripete il calcolo. Riportando in un grafico avente in ascisse l'angolo $\mathcal{G}$ ed in ordinate il momento risultante M_{Ris} , i due punti $(\mathcal{G}', M_{Ris}')$ e $(\mathcal{G}'', M_{Ris}'')$ si può ottenere una prima stima dell'angolo di equilibrio mediante l'intersezione con l'asse delle ascisse della congiungente i due punti¹⁰. La precisione può essere poi migliorata ripetendo il calcolo a partire da angoli prossimi alla prima stima. Si veda al riguardo, l'Esercizio 13.1.1.4.1 più avanti.

12.5 DISINCAGLIO

Il disincaglio è in generale un'operazione di grande complessità. Esso viene operato mediante l'azione combinata o alternativa di:

1. sbarco di pesi;
2. mezzi da sollevamento;
3. appositi mezzi che forniscano spinta (e, se del caso, stabilità) supplementare.

Ai fini della determinazione dei pesi da sbarcare, nel caso di incaglio simmetrico puntiforme, assunto come centro di rotazione della carena (*pivot point*) come in Fig. 12.1.1, giova osservare che:

- un imbarco/sbarco di peso in corrispondenza del punto d'incaglio varia di una corrispondente quantità la reazione d'incaglio senza variare la spinta idrostatica;
- un imbarco/sbarco di peso in corrispondenza del punto di indifferenza (Cap. 10) per il punto d'incaglio varia di una corrispondente quantità la spinta senza variare la reazione d'incaglio.

Nei casi più semplici è sufficiente attendere la variazione del livello dell'acqua dovuta ad esempio a marea, mentre nel caso in cui si sia verificato allagamento parziale o totale, la situazione è molto più complessa soprattutto per quanto riguarda la stabilità. In quest'ultimo caso, l'utilizzo dei tradizionali calcoli di stabilità, basati sul momento d'inerzia della figura di galleggiamento, non

⁹ Come accennato nel § 12.2, per piccoli valori dell'angolo di inclinazione longitudinale della nave rispetto alla condizione di nave diritta (angolo $\mathcal{G}'$), si possono sostituire i bracci rispetto a Q di peso e spinta rispettivamente con $X_Q - X_{G'}$ e $X_{Q'} - X_{B'}$, più semplici da calcolare.

¹⁰ Si può effettuare un'interpolazione lineare se i due momenti risultanti hanno segno opposto oppure un'estrapolazione lineare in caso contrario.

conduce a risultati significativi in quanto la figura di galleggiamento effettiva può essere ridotta ad una piccola frazione di quella a nave integra.

Anche il recupero di un mezzo completamente immerso ed allagato presenta notevoli difficoltà, specialmente nel passaggio da corpo completamente immerso a galleggiante.

CAPITOLO 13 VARO, ALAGGIO, IMMISSIONE IN BACINO

E se E muove Z nel tempo Δ secondo la lunghezza Γ , non necessariamente in ugual tempo la forza E muoverà il doppio di Z lungo la metà di Γ . Se, poi, A muoverà B nel tempo Δ secondo la grandezza Γ , la metà di A, cioè E, non muoverà B nel tempo Δ né in una parte del tempo Δ secondo una parte della lunghezza Γ nella stessa proporzione in cui è la forza A rispetto alla forza E ... se fosse altrimenti, un uomo solo muoverebbe la nave, qualora venissero numericamente divise la forza di quelli che la tirano a secco e la lunghezza secondo cui tutti la muovono.

Aristotele, *Fisica*, VII¹¹

In questo capitolo considereremo il momento più importante per la vita di una nave: il varo (*launching*), consistente nel portare la nave, costruita a terra, in acqua. Tale operazione può essere compiuta con due modalità diverse corrispondenti al fatto che la costruzione sia avvenuta al di sopra del pelo libero dell'acqua (costruzione su scalo), o al di sotto del pelo libero dell'acqua in un opportuno bacino all'uopo svuotato. L'operazione inversa può anche essere eseguita in due modi: l'alaggio, tipicamente per piccole unità, e l'immissione in bacino (*dry-docking*), tipicamente per le medio-grandi unità.

13.1 IL VARO

Corrispondentemente alle due modalità costruttive descritte, esistono, come detto, due modalità per portare la nave in acqua. Descriveremo nel seguito le fasi del varo e daremo le indicazioni necessarie per poter far avvenire l'operazione in sicurezza.

Il varo, specialmente quello classico da scalo (*building slip*) con la nave che scivola in acqua, dovrebbe essere trattato con approccio dinamico, cioè tenendo conto esplicitamente dei moti nel dominio del tempo. Una trattazione di questo tipo esula però dagli scopi di questo corso. Nel seguito verrà perciò descritto il cosiddetto *varo statico*, che avviene per successione di stati di equilibrio idrostatico.

Esistono poi due modi di trattare il varo che, con riferimento alle due modalità di costruzione, possono essere descritte come *metodo della nave discendente* e *metodo dell'acqua salente*¹².

Il primo risulta particolarmente adatto per la costruzione su scalo (§ 13.1.1). Il secondo risulta particolarmente adatto per la costruzione in bacino (§ 13.1.2); una volta raggiunto il grado voluto di costruzione, si procede all'allagamento del bacino.

Oggi si costruisce soprattutto in bacino, specialmente per quanto riguarda le grandi unità. Riteniamo comunque che una trattazione del varo da scalo possa essere di grande interesse.

Talvolta si vara lateralmente (*side launching*), specialmente nel caso di unità medio-piccole ed in presenza di spazio limitato nella zona antistante lo scalo (§ 13.1.3).

13.1.1 Varo longitudinale statico col metodo della nave discendente

13.1.1.1 Generalità – Le fasi del varo

¹¹ Universale Laterza, Opere, Vol. 3, traduzione Antonio Russo, Bari, 1973. In realtà, la concezione aristotelica della fisica racchiusa nel brano riportato è stata, almeno secondo leggenda, confutata sperimentalmente già da Archimede.

¹² Il primo è alla base di quello che è comunemente detto *Metodo Inglese*, mentre il secondo *Metodo Francese*.

Lo scalo di costruzione altro non è che un piano inclinato, generalmente in muratura con una parte all'asciutto che continua in acqua, oltre il punto di affioramento (battigia), con una parte chiamata avantiscalo fino al ciglio dell'avantiscalo (*threshold*). La lunghezza dell'avantiscalo, spesso limitata gioca un ruolo essenziale nell'evitare l'insorgere di alcuni problemi (si veda il § 13.1.1.7 più sotto).

Lo scalo ha una pendenza generalmente compresa tra $\frac{1}{12} \div \frac{1}{16}$ che può salire a $\frac{1}{8}$ per piccole unità o scendere a $\frac{1}{22}$ per le unità più grandi.

Generalmente si vara in senso longitudinale (*end launching*) e di poppa per una serie di motivi, tra cui la minore resistenza al moto iniziale (le forme di poppa in basso sono più fini), l'anticipo della rotazione (le forme di poppa sono più piene in alto) e conseguente riduzione del valore massimo della pressione sul brione dei vasi (*fore end of cradle*), minori deformazioni scafo (le strutture prodiere sono più adatte a resistere alla reazione dello scalo).

Classicamente il varo si divide in quattro fasi:

- 1) scorrimento a secco;
- 2) scorrimento (parallelo) in acqua;
- 3) (scorrimento con) rotazione (*pivoting*);
- 4) galleggiamento libero.

La costruzione viene realizzata su una o più file di blocchi di legno od altro materiale detti taccate. Alla fine della costruzione la nave viene fatta poggiare su una struttura detta invasatura (*cradle*), costituita da due lunghe travi, dette vasi (*sliding ways*), in grado di scorrere lungo le soles (*standing ways o ground ways*) e trattenute lateralmente dalle guide.

Sopra i vasi viene eretta una struttura verticale composta di diversi elementi e comprendente dei coni che permettono di sollevare la nave in modo da poter demolire le taccate. I vasi sono tenuti rigidamente collegati tra loro dagli scontri e tutta l'invasatura viene attaccata alla nave con delle funi. Il sistema nave+invasatura di peso complessivo W' (*massa varante-launching weight*) scivola in mare (eventualmente aiutato nella fase iniziale dalla spinta di opportuni martinetti che servono a vincere l'attrito al distacco) e l'invasatura viene successivamente recuperata. Il punto a monte della invasatura si chiama *brione dei vasi*.

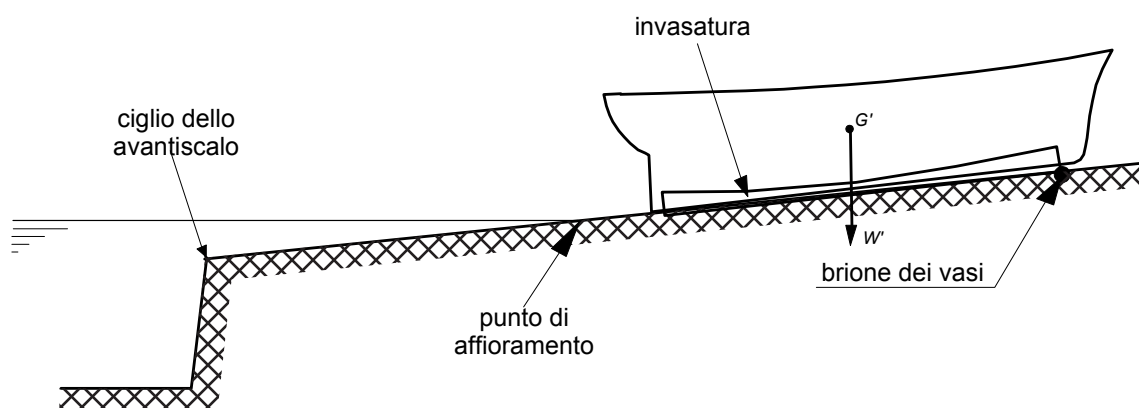


Fig. 13.1.1.1.1. Nomenclatura per il varo longitudinale da scalo



Fig. 13.1.1.1.2. Varo della RoRo “Repubblica di Roma” per il Gruppo Grimaldi presso lo stabilimento della Fincantieri di Castellammare di Stabia (da Tecnica Italiana, 1992)

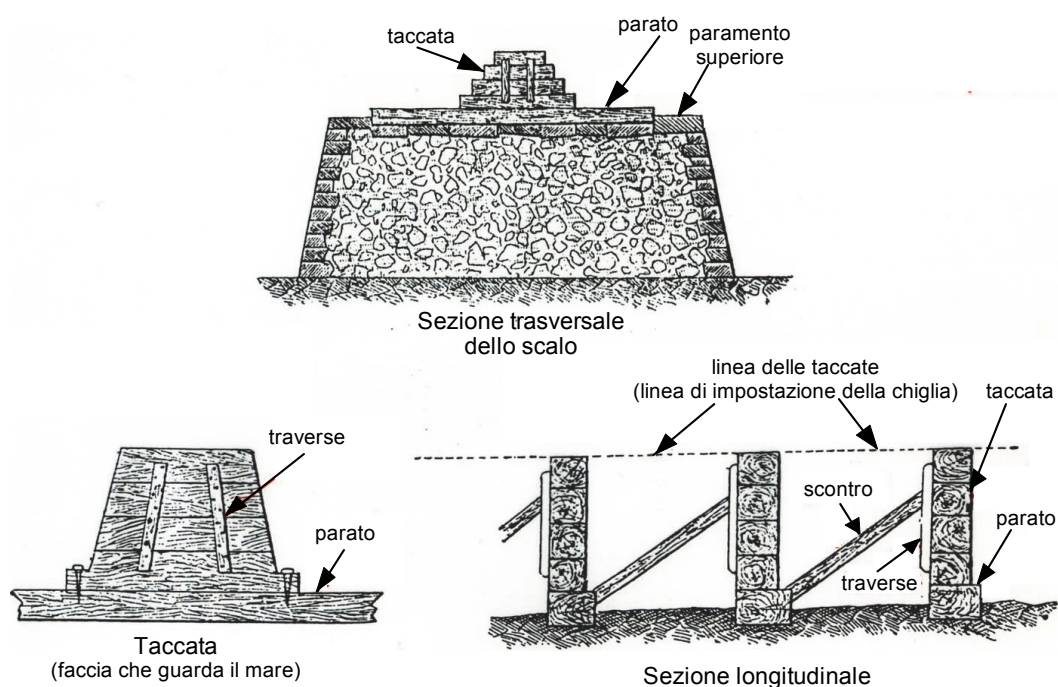


Fig. 13.1.1.1.3. Nomenclatura per gli elementi della costruzione su scalo (da Russo, 1905)

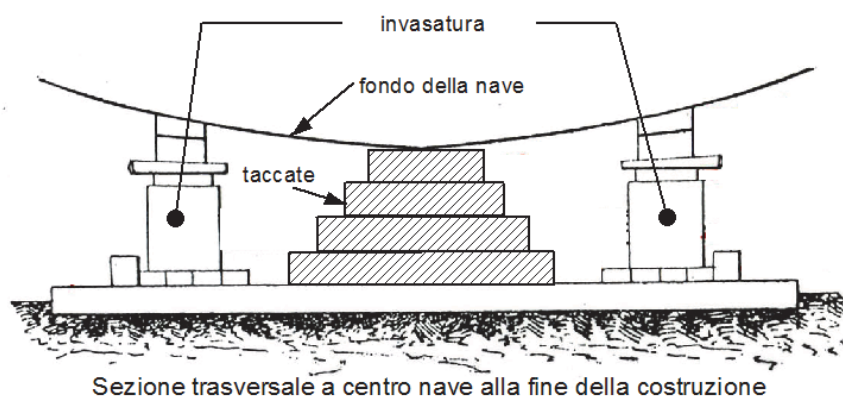
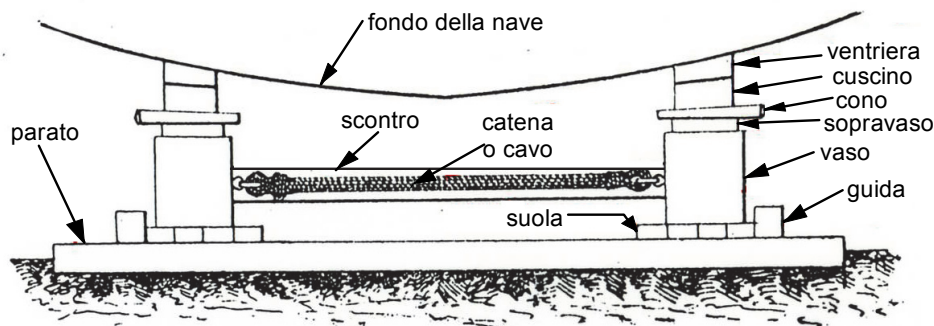


Fig. 13.1.1.1.4. Nomenclatura per gli elementi della costruzione su scalo (adattato da Lewis, 1988)



Sezione trasversale a centro nave al momento del varo

Fig. 13.1.1.1.5. Nomenclatura per gli elementi della costruzione su scalo (adattato da Lewis, 1988)

13.1.1.2 Prima fase: lo scorrimento a secco

In questa prima fase la massa varante si muove sotto l'azione di una forza motrice data dalla differenza tra la componente lungo il piano inclinato del peso W' e la forza di attrito radente (o diversamente nel caso di invasatura su carrelli):

$$F = W' \cdot \sin \alpha - A = W' \cdot \sin \alpha - f \cdot W' \cdot \cos \alpha$$

essendo α l'inclinazione dello scalo ed f il coefficiente di attrito radente (dinamico).

13.1.1.3 Seconda fase: lo scorrimento (parallelo) in acqua

Questa fase inizia quando la massa varante oltrepassa il punto di affioramento (*waterfront*) ed il primo punto della massa varante, classicamente il calcagnolo del timone, tocca l'acqua. La spinta idrostatica ed il suo momento rispetto al brione dei vasi è funzione crescente della distanza x percorsa in acqua dal calcagnolo del timone a partire dal punto di affioramento, mentre il peso complessivo W' ed il suo momento $M_{W'}$ rispetto al brione dei vasi sono costanti. Si ha l'equilibrio:

$$W' = S' + R$$

$$W' \cdot p = S' \cdot s + R \cdot r$$

essendo

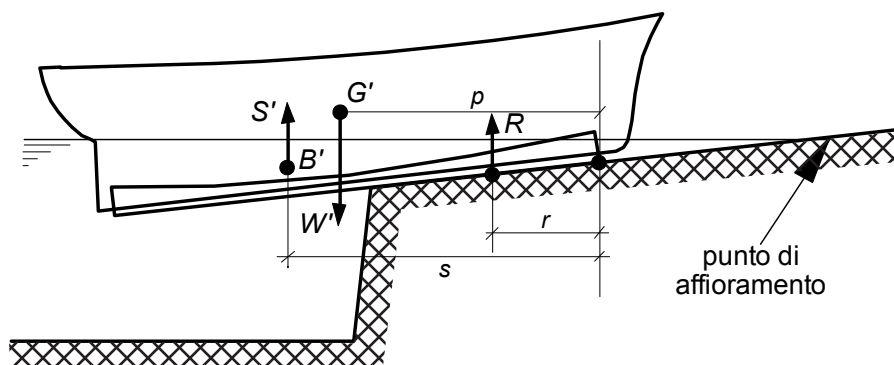


Fig. 13.1.1.3.1. La seconda fase del varo da scalo

R la reazione del piano d'appoggio, comprensiva dell'attrito. La situazione è rappresentata nel seguente diagramma che riporta, ovviamente in scala diversa, le forze ed i loro momenti rispetto al brione dei vasi.

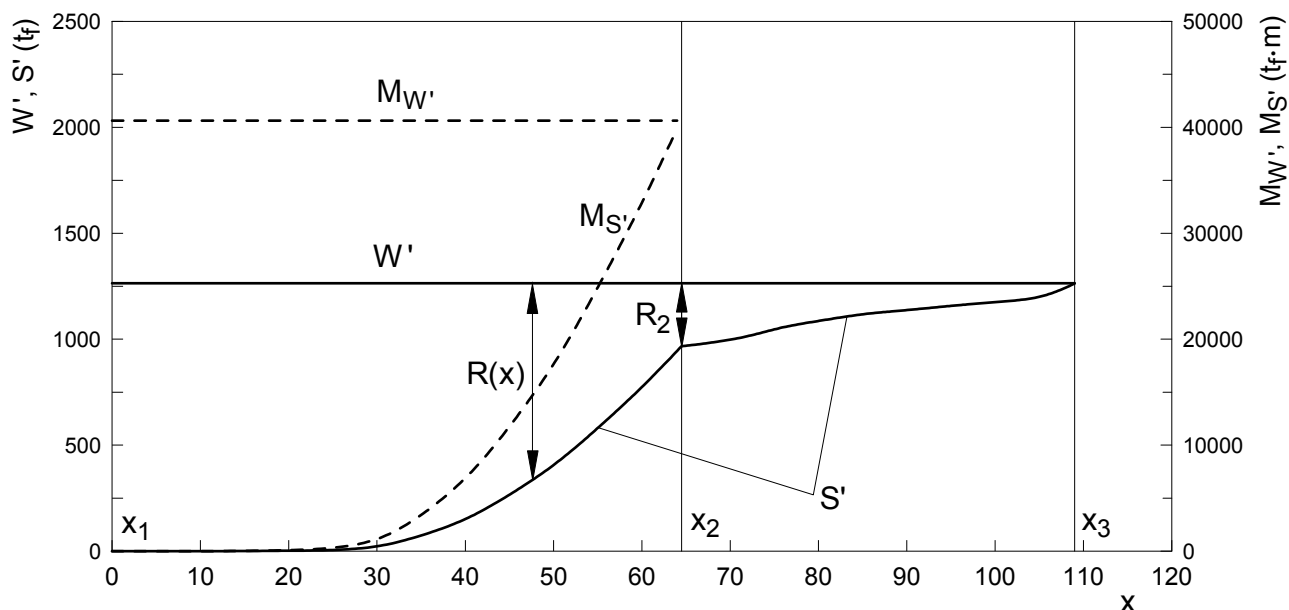


Fig. 13.1.1.3.2. Diagramma di forze e momenti nelle diverse fasi del varo in funzione della distanza percorsa dal calcagnolo del timone a partire dal punto di affioramento per un piccolo traghetto.

La seconda fase inizia nel punto x_1 ($= 0$), quando il calcagnolo del timone oltrepassa il punto di affioramento, e termina nel punto x_2 quando il momento $M_{S'}$ della spinta supera il momento $M_{W'}$ del peso ed inizia la rotazione, cioè la terza fase.

Fissato il valore x della posizione del calcagnolo del timone in acqua, la geometria della carena rimane individuata dalle immersioni T_A e T_F , entrambe funzioni di x . La spinta e la posizione del centro di carena, e dunque i bracci s di spinta, p di peso ed r di reazione rispetto al brione dei vasi sono dunque ottenibili risolvendo il I Problema degli Assetti (§ 8.2.1).

Si noti che la reazione R nel percorso $x_1 \rightarrow x_2$ diminuisce progressivamente dal valore W' al valore R_2 . Quest'ultimo è il *massimo valore* della reazione concentrata nel brione dei vasi, ed è proprio con questo valore che va fatta la verifica di robustezza. Prima di x_2 la reazione è più grande ma distribuita sulla parte di invasatura che appoggia sulla suola; dopo x_2 , la reazione è ancora concentrata, ma più piccola in intensità.

13.1.1.4 Terza fase: (scorrimento con) rotazione

In questa fase, la nave continua la sua discesa rimanendo in equilibrio idrostatico¹³ in ogni posizione successivamente occupata dal brione dei vasi, che rimane in contatto con lo scalo. Immersione media ed assetto della nave vengono calcolati risolvendo il Secondo Problema d'Incaglio (§ 12.4) sapendo che l'incaglio avviene nel brione dei vasi ad una immersione nota, quella dello scalo in quel punto.

¹³ Questo fatto è conseguenza del tipo di trattazione seguita in questo testo, come specificato nel §13.1.

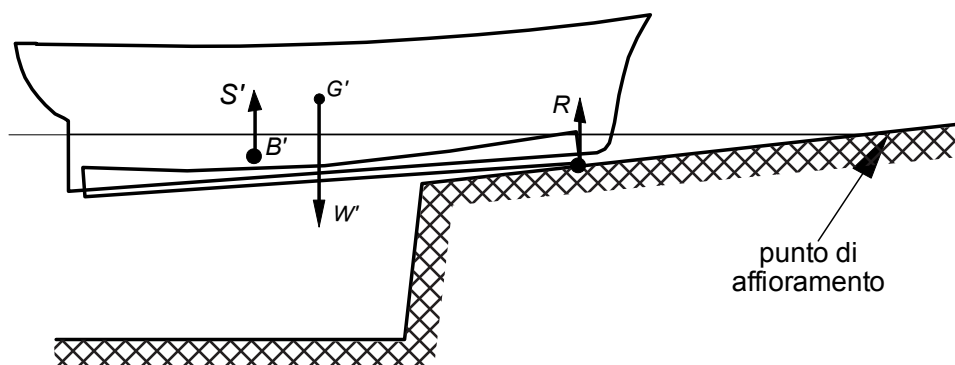


Fig. 13.1.1.4.1. La terza fase del varo

L'aumento di spinta provocato dall'ulteriore discesa della nave rispetto al punto x_2 è ora mitigato dalla rotazione. Da qui la riduzione di pendenza della curva della spinta in Fig. 13.1.1.3.2. La terza fase termina nel punto x_3 quando viene realizzata la condizione $S' = W'$.

13.1.1.4.1 Esercizio

Il piccolo traghetto di cui agli esercizi 8.2.1.1 e 8.2.2.1 viene varato da uno scalo con pendenza 1/15. Si assuma che:

- il peso complessivo della massa varante sia di $W' = 1263.7 \text{ t}_f$ e le coordinate del centro di gravità siano: $\overline{KG} = 6.000 \text{ m}$ (da LC) e $X_G = 0.000 \text{ m}$ (da PPM);
- il contributo al peso ed alla spinta dati dall'invasatura siano trascurabili;
- l'invasatura mantenga la chiglia ad un'altezza $T_0 = 0.400 \text{ m}$ dalla suola di scorrimento;
- i punti estremi dell'invasatura siano in corrispondenza della perpendicolare avanti (brione dei vasi) e della perpendicolare addietro (punto a mare);

Si determinino l'assetto, l'entità della reazione nel brione dei vasi e la stabilità della nave durante la terza fase, nella condizione in cui il brione dei vasi è sottoposto ad un battente $f = 2.000 \text{ m}$.

Dalle Tabelle delle Carene Diritte della Nave, si ha:

T (m)	$A_W (\text{m}^2)$	$X_F (\text{m})$	$\nabla_{fo} (\text{m}^3)$	$\Delta_{fo} (\text{t}_f)$	$X_B (\text{m})$	KB (m)	BM (m)	$BM_L (\text{m})$
2.500	650.060	-1.930	1232.797	1263.617	-0.263	1.418	6.737	115.677
3.000	696.726	-3.201	1569.516	1608.754	-0.753	1.704	5.917	105.098

Tab. 13.1.1.4.1. Dati delle Carene Diritte nella zona di interesse

Seguendo la teoria presentata nel § 12.4, si considerano due assetti per così dire "estremi", quello di nave longitudinalmente diritta ($\vartheta' = 0$) e quello di nave appoggiata allo scalo ($\vartheta'' = (-)\alpha$, essendo $\alpha = \arctan(1/15)$ la pendenza dello scalo¹⁴), tra i quali prevedibilmente è contenuto l'assetto di equilibrio. Risolvendo il Primo Problema degli assetti in entrambi i casi, si possono calcolare i valori del momento risultante di spinta e peso rispetto al brione dei vasi (punto d'incaglio). Riportando i risultati in diagramma, si ottiene il grafico di Fig. 13.1.1.4.1. L'interpolazione lineare porta ad una prima stima ϑ_1 dell'angolo di equilibrio. Ripetendo il calcolo per ϑ_1 , si ottiene un momento risultante un po' discosto da zero. L'interpolazione parabolica sui tre punti porta ad una seconda stima ϑ_2 .

¹⁴ L'angolo viene considerato negativo in quanto la nave viene varata di poppa e quindi in appoppamento.

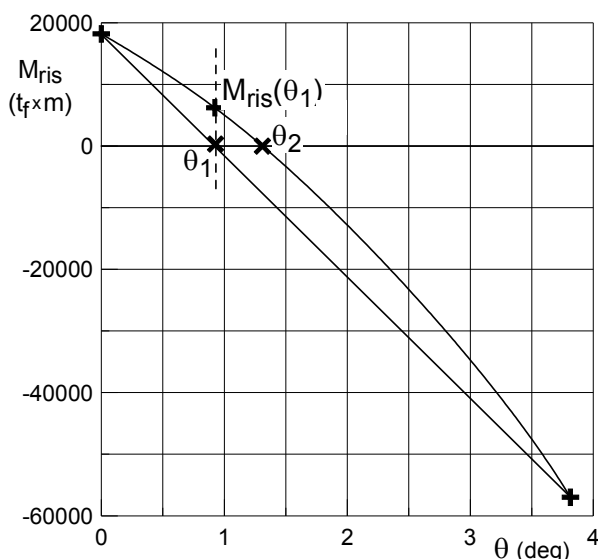


Fig. 13.1.1.4.1. Determinazione dell'assetto di equilibrio nella terza fase del varo.

13.1.1.5 Quarta fase: il galleggiamento libero

Nella quarta fase la nave è liberamente galleggiante. La determinazione dell'assetto di equilibrio viene effettuata risolvendo il Secondo Problema degli Assetti per la massa varante (o per la sola nave, una volta recuperata l'invasatura).

Il problema che può presentarsi è quello di frenare il moto, specialmente in presenza di limitato spazio nella zona antistante lo scalo. Questa operazione viene fatta con dispositivi frenanti basati sull'impiego di rotoli di catene che si srotolano progressivamente o per mezzo di funi che si spezzano progressivamente, contribuendo alla frenatura.

13.1.1.6 La stabilità durante il varo

La fase più pericolosa per la stabilità della nave è la terza, nella quale la nave è parzialmente galleggiante ed appoggiata allo scalo solo nel brione dei vasi. La situazione è perfettamente analoga a quella discussa per l'incaglio in chiglia al §12.2, al quale si rimanda.

13.1.1.7 Problemi connessi con la lunghezza dell'avantiscalo: saluto, strapiombo e nasata

In presenza di un avantiscalo corto, può succedere che la nave abbandoni lo scalo prima che sia realizzata la condizione $S' = W'$. In questo caso la nave sprofonda un po' di prua con quel movimento noto come *saluto* (*drop*). Un certo grado di saluto è comunemente accettato.

Nel corso della discesa in acqua (fase 2) la spinta aumenta e la risultante di peso e spinta, che è a monte del peso, si sposta progressivamente a monte fino a raggiungere il brione dei vasi e dare inizio alla fase 3 (rotazione). Se l'avantiscalo è molto corto, può invece succedere che la risultante di peso e spinta, pur rimanendo sempre a monte del peso, passi a valle del ciglio dell'avantiscalo (*threshold*). In questo caso si ha un momento appoppante che fa sprofondare la nave di poppa (*strapiombo - tipping*), come illustrato in Fig. 13.1.1.7.1.

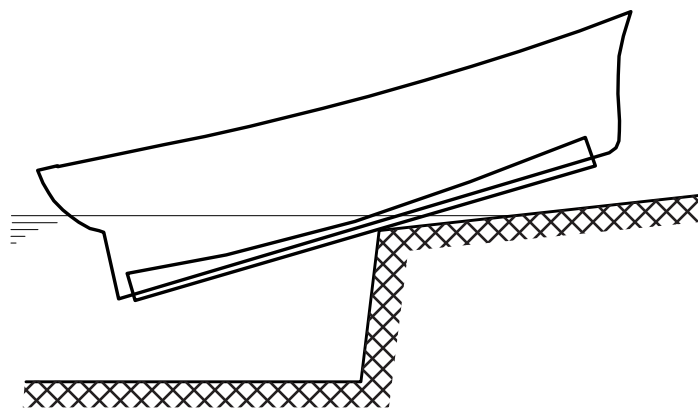


Fig. 13.1.1.7.1. Lo strapiombo

Il rapido aumento del volume dislocante provoca allora una rapida rotazione in senso inverso che, qualora nel frattempo la nave non abbia abbandonato del tutto lo scalo, può far sbattere violentemente la prua sullo scalo. Si può cioè avere la *nasata*.

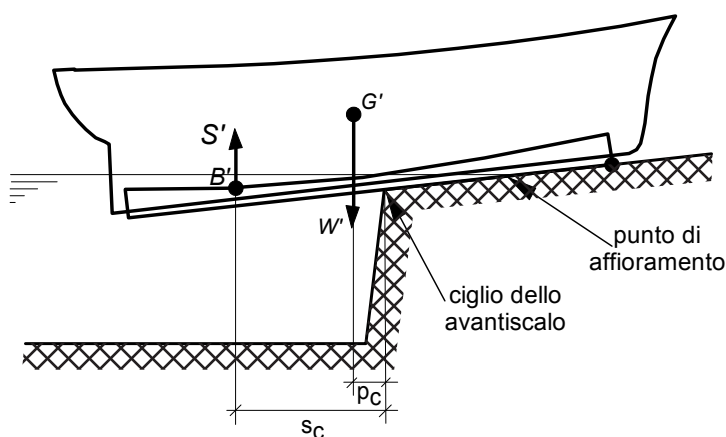


Fig. 13.1.1.7.2. Relativa alla determinazione della possibilità di strapiombo e nasata

Il problema può venire discusso in un diagramma nel quale sono riportati i momenti di peso e spinta rispetto al ciglio dell'avantiscalo in funzione della distanza x_c percorsa dal calcagnolo del timone dal punto di affioramento. Indichiamo con x_{c1} il punto in cui il centro di carena B' oltrepassa il ciglio dell'avantiscalo; con x_{c2} quello in cui il centro di gravità oltrepassa il ciglio dell'avantiscalo e con x_{c3} il punto nel quale la nave è uscita completamente dall'avantiscalo. Dette allora:

$$M_{W'} = p_c \cdot W' \quad \text{e} \quad M_{S'} = p_c \cdot S'$$

Le intensità dei momenti di peso e rispettivamente spinta rispetto al brione dei vasi (Fig. 13.1.1.7.2), si hanno i diagrammi riportati nelle Figg. 13.1.1.7.3 per i diversi casi.

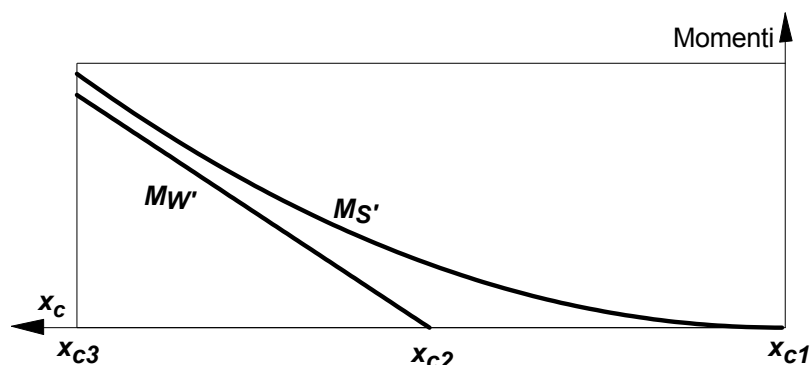


Fig. 13.1.1.7.3a. Diagrammi dei momenti di peso e spinta calcolati rispetto al ciglio dell'avanti scalo nel caso in cui non si verificano strapiombo e nasata

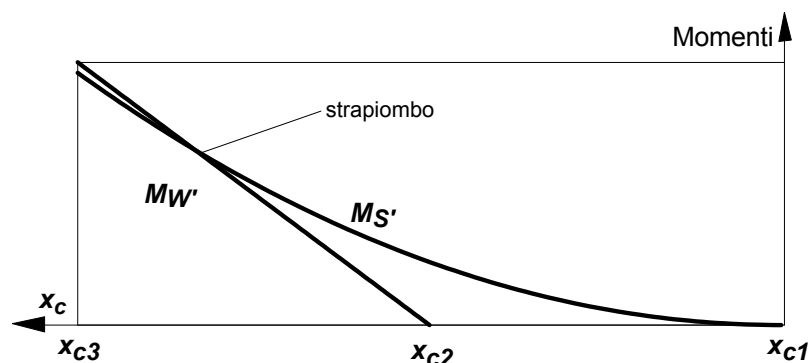


Fig. 13.1.1.7.3b. Diagrammi dei momenti di peso e spinta calcolati rispetto al ciglio dell'avanti scalo nel caso in cui si verifica lo strapiombo ma non la nasata

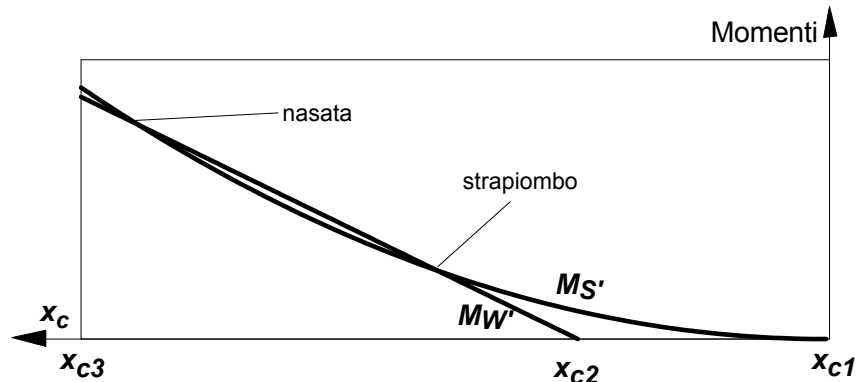


Fig. 13.1.1.7.3c. Diagrammi dei momenti di peso e spinta calcolati rispetto al ciglio dell'avanti scalo nel caso in cui si verificano strapiombo e nasata

Nel primo caso non si verifica lo strapiombo. Nel secondo caso si ha lo strapiombo quando il momento della spinta passa sotto quello del peso. Nel terzo caso si ha lo strapiombo e successivamente la nasata in corrispondenza della seconda inversione dei momenti.

13.1.1.7 Esercizio

Si determini la lunghezza minima dell'avantiscalo affinché la nave di cui all'Esercizio 13.1.1.4.1 abbandoni lo scalo senza incorrere in saluto, strapiombo e nasata.

Per la soluzione di questo esercizio, giova osservare che il saluto si verifica quando la massa varante abbandona lo scalo prima che sia terminata la *terza fase*, mentre lo strapiombo, che è prodromo di una possibile nasata, avviene in presenza di avantiscalo troppo corto durante la *seconda fase*. Di conseguenza, uno scalo di lunghezza sufficiente ad evitare il saluto è sufficiente ad

eliminare tutte e tre i fenomeni pericolosi. Per questo, la massa varante deve terminare la terza fase rimanendo appoggiata allo (avanti-)scalo, cioè il galleggiamento libero deve avvenire con la massa varante appoggiata all'avantiscalo nel brione dei vasi, ma con reazione nulla. L'immersione del brione dei vasi in questa condizione può dunque essere determinata risolvendo il Secondo Problema degli assetti per il galleggiamento libero, con i dati forniti nel § 13.1.1.4.1. La lunghezza minima di avantiscalo può essere a questo punto determinata trigonometricamente.

13.1.2 Varo in bacino (*Launching from a graving dock*)

Le differenze principali rispetto alla costruzione su scalo riguardano l'assenza dell'invasatura al momento del varo. L'unità è comunque appoggiata su una o più file di taccate ed è lateralmente puntellata per evitare problemi con la stabilità. Il bacino è isolato dal mare da una porta che può essere a scorrimento od essere un apposito battello detto *barcaporta*. Al momento del varo, l'acqua viene immessa in maniera controllata nel bacino, il cui allagamento corrisponde dunque ad un varo col *metodo dell'acqua salante*. In questa modalità non è necessaria l'invasatura ma possono essere necessari comunque dei puntelli laterali. Si hanno solamente tre fasi in quanto la prima e la seconda viste nel caso precedente si riducono ad una sola (nave appoggiata alla fila delle taccate. Non si verificano in questo caso i problemi connessi con la lunghezza dello scalo (saluto, strapiombo e nasata).



Fig. 13.1.2.1. Un piccolo bacino ed un dettaglio della barcaporta (foto dell'Autore, 2013)

Rimane sempre la necessità della verifica di stabilità, che è del tutto analoga a quella descritta nel § 13.1.1.6.

Nonostante su scalo siano state realizzate (e varate) unità importanti, come ad esempio il transatlantico Raffaello ($L_{QA} = 275.810\text{ m}$) nei bacini del Cantiere San Marco a Trieste nel 1963,

oggi la costruzione in bacino è sempre più diffusa anche perché ben si accoppia con la prefabbricazione di tranci di nave.

13.1.3 Varo laterale o trasversale (*Side launching*)

Come accennato nell'introduzione, talvolta si ricorre al varo laterale (*side launching*) per unità medio-piccole ed in presenza di limitata ampiezza della zona antistante il bacino. La nomenclatura relativa è riportata in Fig. 13.1.3.1. Bisogna però tener presente che l'avantiscalo è in generale molto corto o addirittura assente, cioè il ciglio dell'avantiscalo può essere poco immerso o completamente fuori dall'acqua.

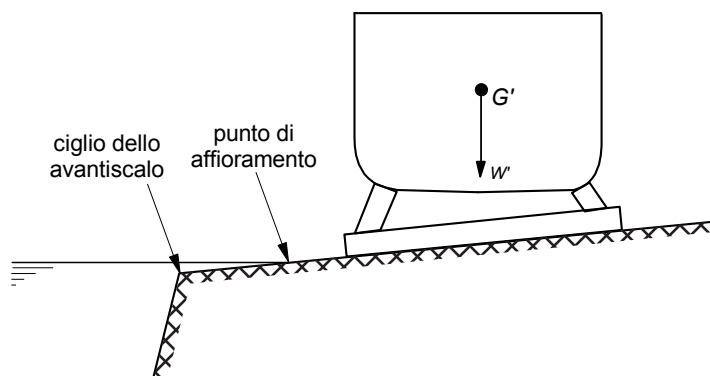


Fig. 13.1.3.1. Nomenclatura per il varo trasversale

Come conseguenza, si ha una modifica significativa nelle fasi in cui può essere suddiviso il varo laterale rispetto a quello longitudinale. Sinteticamente si può osservare che:

- Le fasi di scorrimento a secco e l'eventuale scorrimento (parallelo) in acqua si possono unificare in quanto non c'è la formazione di una spinta significativa specialmente se il punto di affioramento sta sotto il ciglio dello scalo);
- La seconda fase inizia quando la massa varante, avendo il suo baricentro superato il ciglio dell'(avanti)-scalo, comincia a ruotare in maniera corrispondente allo strapiombo (*tipping*) come in Fig. 13.1.3.2a;
- La terza fase inizia quando la massa varante ha abbandonato lo scalo precipitando in maniera più o meno consistente come in Fig. 13.1.3.2b (*dropping*) e subendo un violento sbandamento dal lato mare seguito da uno sbandamento contrario per effetto del braccio di stabilità trasversale.

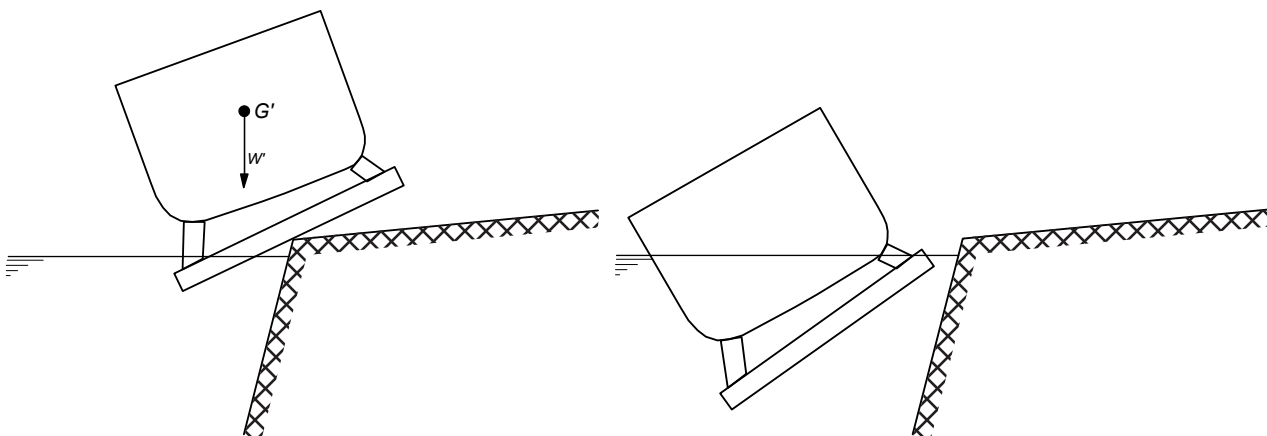


Fig. 13.1.3.2. Varo trasversale: a) tipping (figura di sinistra), b) dropping (figura di destra)

I fenomeni pericolosi principali, da evitare, sono connessi con:

- La fase di scorrimento a secco nel corso della quale la nave può ruotare intorno ad un asse perpendicolare allo scalo e toccare l'acqua con le due estremità in tempi diversi. Questo può provocare eccessive sollecitazioni strutturali o imbarchi d'acqua;
- la fase di dropping: la nave può urtare sul fondo o con il fronte immerso dello scalo o capovolgersi per eccessivo sbandamento. Per quanto riguarda la frenatura della nave una volta in acqua, in questo caso non ci sono problemi in quanto la resistenza al moto laterale è considerevolmente più alta di quella al moto longitudinale. Corrispondentemente, si ha però una consistente generazione ondosa.

I fenomeni connessi con il varo laterale presentano una dinamica spiccata che rende poco realistica una descrizione statica. Per una trattazione dinamica si rimanda a testi specializzati come quello di Semyonov-Tyan-Shansky (1963).

13.2 ALAGGIO ED IMMISSIONE IN BACINO

In questo paragrafo si tratteranno le operazioni consistenti nel “portare a secco” un'unità per l'esecuzione di operazioni di ordinaria manutenzione, come ad esempio la pulizia periodica di carena, o per effettuare trasformazioni o rimessaggio.

13.2.1 Alaggio

Come si è già accennato, a causa delle elevatissime forze in gioco, l'alaggio, che letteralmente consiste nel portare l'unità a secco mediante traino o sollevamento, è un'operazione riservata ad unità di piccole dimensione.

13.2.2 Immissione in bacino

L'unità viene fatta entrare in un bacino posto in libera comunicazione con il mare. La chiglia viene allineata con la linea delle taccate ed eventualmente si fa variare l'assetto della nave in modo che il contatto chiglia-taccate avvenga nella zona di prua. Il bacino viene poi chiuso mediante una porta scorrevole od una *barcaporta* e si inizia lo svuotamento.

La reazione d'incaglio varia con continuità dall'istante di contatto ($R = 0$) all'istante in cui la nave è completamente a secco ($R = W$), essendo W il peso della nave. La reazione d'incaglio è concentrata ed applicata nel punto Q durante tutta la fase di rotazione; successivamente è distribuita tra le taccate con risultante che si sposta progressivamente fino a passare per il baricentro della nave quando la nave è completamente a secco. Discuteremo soltanto il problema della valutazione della forza massima che si esercita nel punto di contatto. Se l'angolo tra la linea della chiglia e la linea delle taccate nell'istante di primo contatto è γ , il valore massimo della reazione (d'incaglio) nel punto Q di contatto si verifica un attimo prima che termini la rotazione che porta le due linee a contatto completo e vale:

$$R_{\max} = \frac{\Delta \cdot \overline{GM}_L}{\overline{QF}} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cong \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{\overline{QF}} \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

calcolato col metodo del peso piccolo. $\overline{QF}$ corrisponde alla distanza longitudinale tra i due punti; le altre quantità vanno calcolate sulla carena corrispondente alla condizione del contatto iniziale.

Il valore $R_{\max}$ corrisponde allo sbarco del peso che determina la rotazione dell'angolo γ .

13.2.3 Il bacino galleggiante

Oltre ai bacini fissi, di cui al § 13.2.2, esistono anche bacini galleggianti utilizzati per costruzione e/o riparazioni (Fig. 13.2.3.1). La sezione tipica di un bacino galleggiante è a “U” (Fig. 13.2.3.2), formata da una platea detta *pontoon* e da due fianchi o ali dette *wing wall*. All’interno del *pontoon*, ed eventualmente nella parte più bassa delle *wing wall*, si trovano dei compartimenti stagni adibiti a casse di zavorra, necessari a garantire la corretta immersione/assetto del bacino per consentire l’immissione o il varo della nave. Il cielo delle casse di zavorra dei fianchi viene indicato con il termine di *safety deck*: solitamente al di sopra di questo troviamo i locali di controllo, gli spogliatoi per gli addetti ai lavori e tutto quanto sia necessario a garantire l’utilizzo e il funzionamento del bacino. L’estremità superiore dei fianchi viene chiamata *wing deck*. Su di essa si è soliti posizionare alcune gru.



Fig. 13.2.3.1 Un bacino galleggiante (foto dell’Autore, 2007).

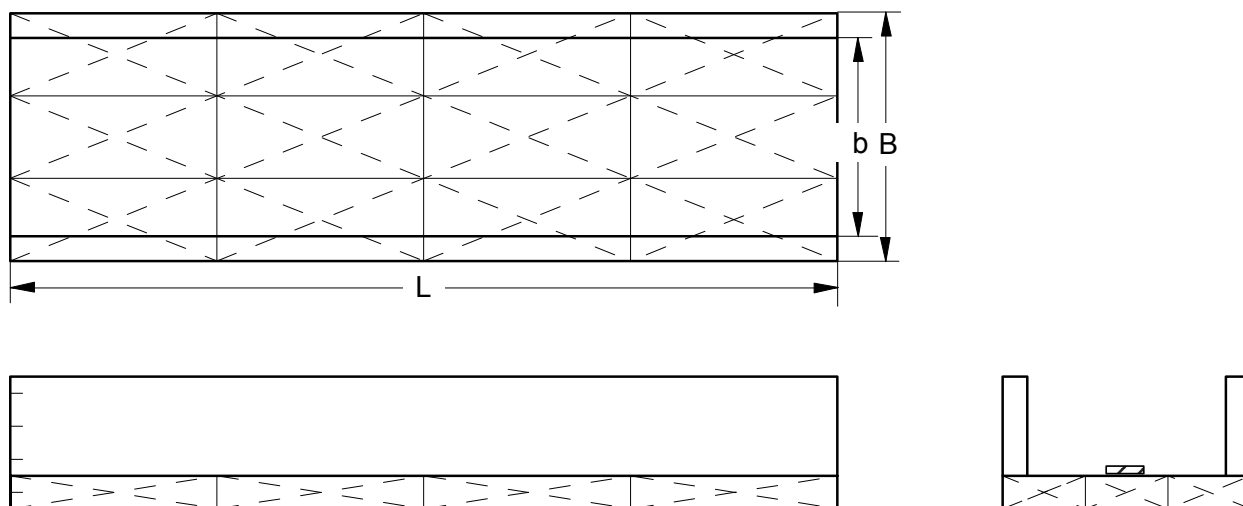


Fig. 13.2.3.2 Rappresentazione schematica di un bacino galleggiante.

Il *pontoon* ha il compito di fornire integralmente la spinta al sistema nave+bacino quando la nave è appoggiata sulle taccate. Spesso la forma è simile a quella di un parallelepipedo e presenta, inoltre, una struttura molto robusta perché su di esso gravano i carichi concentrati delle taccate su cui

poggia la nave e quelli generati dal battente idrostatico quando il bacino è quasi completamente immerso.

In Fig. 13.2.3.3 si ha una sezione trasversale con l'indicazione di due immersioni di riferimento:

- T_2 corrispondente al bacino alla sua massima immersione con la platea e la linea delle taccate completamente immerse;
- T_1 corrispondente al bacino emerso nelle normali condizioni operative.

Data una nave galleggiante all'immersione T_s , bisogna immergere il bacino in modo che $T_2 > T_s + D + h_t$, essendo h_t l'altezza delle taccate sulla platea. A questo punto la nave viene portata in modo da avere la chiglia in corrispondenza della linea delle taccate e si inizia lo svuotamento delle casse allagate fino al completo appoggio della chiglia sulle taccate e successivamente fino all'emersione della platea corrispondente all'immersione T_1 .

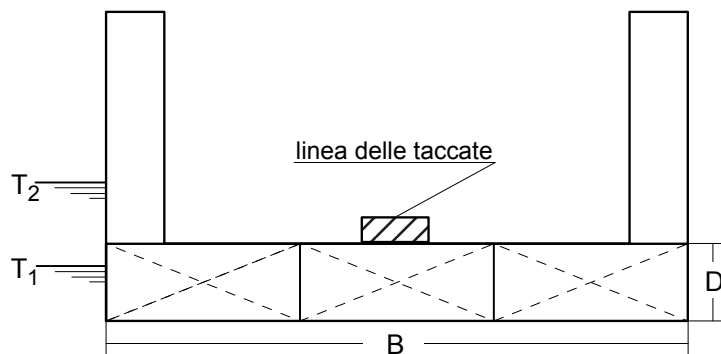


Fig. 13.2.3.3. Rappresentazione schematica di un bacino galleggiante.

L'allagamento e lo svuotamento delle casse viene fatto seguendo un opportuno piano di allagamento che tenga conto dell'assetto, della robustezza e della stabilità del sistema nave+bacino. Lo studio della stabilità deve essere fatto tenendo conto di tutto il transitorio di allagamento/svuotamento, considerando che si possono avere specchi liquidi multipli e che la stabilità geometrica subisce una brusca variazione a $T = D$, immersione oltre la quale la stabilità geometrica è fornita dalla sola figura di galleggiamento delle ali.

CAPITOLO 14 I CRITERI DI STABILITÀ A NAVE INTEGRA

International regulations generally define the highest level on which agreement was possible at the time they were proposed. They are often not the best level achievable within the state of the art.

Tagg, R. D., Damage Survivability of Cargo Ships, Transactions SNAME, 1982.

Sebbene il termine stabilità (nel senso stretto o *asintotico* del ritorno alla posizione iniziale dopo un certo tempo dal cessare della – piccola – perturbazione) si applichi rigorosamente alla sola condizione $\overline{GM} > 0$ per la stabilità iniziale della posizione dritta, è ormai consuetudine che con tale termine si indichi il complesso di regolamenti che garantiscono la sicurezza della nave dal capovolgimento. Come tali, essi in realtà includono una serie di norme che dovrebbero garantire la *limitatezza* dell'angolo massimo di inclinazione trasversale raggiungibile nelle diverse condizioni, cioè garantire che quest'angolo massimo rimanga al di sotto di valori considerati pericolosi¹⁵.

Criteri di stabilità sono stati introdotti molto tardi nei regolamenti di sicurezza. A livello internazionale, in particolare, si è dedicata prima l'attenzione alla compartimentazione e solo in tempi successivi alla stabilità in allagamento. La formulazione dei due principali Criteri di Stabilità a nave integra a livello internazionale nasce negli anni '60 e '74 come richiesta nelle conclusioni dei rispettivi Convegni SOLAS (Safety of Life At Sea).

Attualmente (2016) esistono diversi Criteri di Stabilità applicabili a particolari tipi di nave, ma esistono due Criteri di Stabilità progettuali a nave integra applicabili in linea di principio a tutti i tipi di nave:

- a) il *Criterio Generale di Stabilità* (detto spesso *Criterio Statistico*, in quanto ricavato da osservazioni sulle statistiche degli incidenti in mare), inizialmente contenuto nella Risoluzione IMO A.167 del 1968;
- b) il *Criterio Meteorologico* (*Weather Criterion*), basato su una modellazione fisica (anche se non molto completa) dell'azione del vento e del mare sulla nave, inizialmente contenuto nella Risoluzione IMO A.562 del 1985.

Sia la curva dei bracci di stabilità che l'altezza metacentrica iniziale, che si considerano nella verifica dei due criteri, devono essere corrette per l'effetto degli specchi liquidi (§7.10).

Entrambi i criteri hanno subito diverse modifiche, sia nel contenuto che nell'applicabilità, nel corso degli anni fino ad essere inclusi nel *Code of Intact Stability for All Types of Ships Covered by IMO Instruments* (IMO Res. A.749 del 1995). Secondo la A.749, questi criteri si applicavano a navi da carico e navi passeggeri (il Criterio Meteorologico alle navi di 24 metri ed oltre di lunghezza)¹⁶ e non erano obbligatori a livello internazionale (erano delle “raccomandazioni”), sebbene siano stati considerati tali in diversi regolamenti nazionali.

Nel 2008 è terminata la revisione dell'Intact Stability Code che ha portato all'adozione dello *International Code of Intact Stability 2008*. Il nuovo codice è entrato in vigore nell'ambito della Convenzione Internazionale SOLAS nel 2010 ed ha pertanto carattere “obbligatorio” per la maggior parte delle navi. Nel seguito, verranno riportati i criteri originali, con indicazioni, in nota, sui cambiamenti introdotti. Importanti cambiamenti sono attesi nei prossimi anni con la possibile adozione di nuovi criteri “*performance based*”, cioè basati sulle effettive prestazioni della nave

¹⁵ Per un'impostazione più rigorosa del problema della *Stabilità* si veda l'APPENDICE.1.

¹⁶ Il nuovo International Intact Stability Code 2008 prevede che entrambi i criteri si applichino a navi da 24 m ed oltre di lunghezza.

nelle diverse condizioni meteo marine, attualmente allo studio (un cenno viene riportato nel § 14.10). Per maggiori dettagli sul nuovo codice, note storiche e critiche, si veda l'APPENDICE 2.

Per fissare meglio la nomenclatura, facciamo riferimento al documento IMO/SLF 51/WP.2 che nell'ANNEX 1 recita:

- *criterio* (di stabilità) è una procedura, un algoritmo, una formula o una quantità usata per giudicare la “probabilità”¹⁷ di capovolgimento;
- *standard* è il limite che separa l'accettabilità dalla non accettabilità della “probabilità”;
- *norma* è la specificazione della relazione intercorrente tra lo standard ed il valore calcolato dal criterio.

Nel caso specifico, ad esempio nel successivo punto 14.1.f, $\overline{GM}_0$ è un criterio, mentre 0.15 m è lo standard ad esso relativo.

14.1 CRITERIO GENERALE DI STABILITÀ (ex-IMO Res.A.167)¹⁸

Questo criterio prevede che una nave debba soddisfare i seguenti requisiti:

- a) L'area sottesa dalla curva dei bracci di stabilità statica $A(0,30^\circ) \geq 0.055\text{ m} \cdot \text{rad}$;
- b) L'area sottesa dalla curva dei bracci di stabilità statica $A(0,\phi_1) \geq 0.09\text{ m} \cdot \text{rad}$;
- c) L'area sottesa dalla curva dei bracci di stabilità statica $A(30,\phi_1) \geq 0.03\text{ m} \cdot \text{rad}$;
- d) Il braccio di stabilità statica deve essere almeno 0.20 m ad un angolo di sbandamento non minore di 30° ;
- e) Il (primo) massimo della curva dei bracci di stabilità statica deve essere ad un angolo preferibilmente maggiore di 30° ma in ogni caso non inferiore a 25° ;
- f) L'altezza metacentrica iniziale $\overline{GM}_0 \geq 0.15\text{ m}$;

con $\phi_1 = \min(40^\circ, \phi_f)$, essendo ϕ_f l'angolo di allagamento progressivo (§ 7.3.5).

Per le navi passeggeri bisogna inoltre verificare che lo sbandamento causato dall'affollamento dei passeggeri a murata (§ 7.11.2) e quello causato dall'azione evolutiva (§ 7.11.1.3) siano entrambi entro il limite dei 10° . Sia l'altezza metacentrica iniziale che il braccio di stabilità statica devono essere corretti per l'effetto di specchio liquido (§ 7.10). Come simbologia, $\overline{GM}_0$ indica appunto l'altezza metacentrica iniziale corretta per l'effetto di specchio liquido.

Il requisito relativo alla posizione del massimo, piuttosto ambiguo fin dalla nascita in quanto di non facile verifica per navi con elevati valori di B/D , è stato successivamente modificato con l'abbandono dell'indicazione dei 30° . Nel nuovo Codice (ISC'2008), si ammette di poter scendere fino a 15° con un compenso in area, cioè aumentando l'area sottesa dalla curva fino all'angolo di 30° , come nelle normative attualmente in vigore per gli “Offshore Supply Vessel”:

“For certain ships the requirement contained in 14.1.e) above may not be practicable. Such ships are typically of wide beam and small depth, indicatively $B/D \geq 2.5$. For such ships Administrations may apply the following alternative criteria:

1. the maximum righting lever should occur at an angle of heel not less than 15° ; and
2. the area under the curve of righting levers should not be less than 0.070 metre-radians up to an angle of 15° when the maximum righting lever occurs at 15° and 0.055 metre-radians up to an angle of 30° when the maximum righting lever occurs at 30° or above. Where the maximum righting lever occurs at angles $\phi_{\max}$ of between 15° and 30° , the corresponding area under the righting lever curve should be:

¹⁷ Il termine inglese “likelihood” ha in realtà un significato un pò più ampio di “probabilità”.

¹⁸ Nell'International Intact Stability Code 2008 va sotto il nome di: “Criteria regarding righting lever curve properties”.

$$A(0, \phi_{\max}) \geq 0.055 + 0.001 \cdot (30^\circ - \phi_{\max}) \quad m \cdot rad.$$

14.2 CRITERIO METEOROLOGICO (ex-IMO Res.A.562)

14.2.1 Il Criterio Meteorologico

Nel Criterio Meteorologico si verifica la capacità della nave¹⁹ di non superare, sotto l'azione combinata del vento e del mare, un prefissato massimo angolo di sbandamento $\phi_2 = \min(\phi_f, \phi_c, 50^\circ)$ ²⁰ essendo ϕ_c l'angolo di ribaltamento sotto l'azione della raffica (Fig. 14.2.1). Si comincia con il considerare l'azione di un vento costante di braccio ℓ_{w1} riportato al dislocamento nave (§7.2.9.2) che determina un angolo di sbandamento ϕ_0 (la normativa prevede che ϕ_0 non debba superare il minimo tra 16° e l'ottanta per cento dell'angolo ϕ_{deck} oltre il quale si immerge l'orlo del ponte, come *criterio del vento*).

L'azione delle onde genera un rollio di ampiezza ϕ_1 (§7.8.4.5) intorno a ϕ_0 . Quando la nave si trova al massimo sbandamento sopravento, cioè all'angolo $\phi_0 - \phi_1$, arriva una raffica di vento di braccio $\ell_{w2} = 1.5 \cdot \ell_{w1}$. Sotto l'azione della raffica, il massimo sbandamento sottovento non deve superare il valore ϕ_2 . Per questo, con riferimento alla Fig. 14.2.1, deve essere:

$$Area \ b \geq Area \ a$$

La dimostrazione di questo verrà data nel §14.2.1. Il calcolo del momento sbandante del vento, dell'angolo di rollio dovuto alle onde, etc., segue le formulazioni date nel § 7.8.2.2 e rispettivamente nel § 7.8.4.5 alle quali si rimanda.

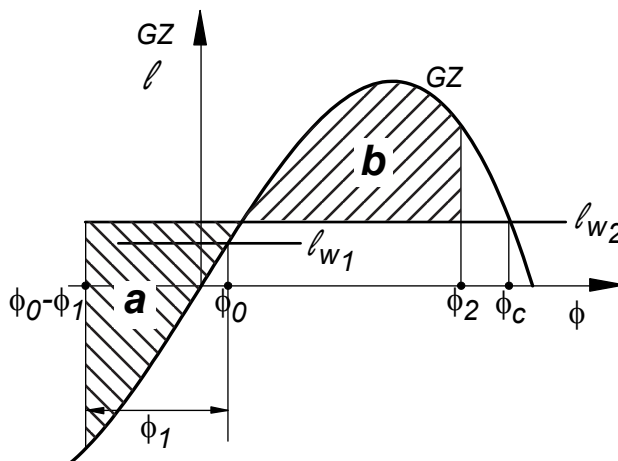


Fig. 14.2.1. Illustrante il Criterio meteorologico

14.2.2 Considerazioni energetiche sul Criterio Meteorologico

¹⁹ Nella condizione di “dead ship” (secondo la SOLAS Ch.II-1 Part A: “Dead ship condition is the condition under which the main propulsion plant, boilers and auxiliaries are not in operation due to the absence of power.”)

²⁰ In base alla formulazione, a differenza del Criterio Generale, il Criterio Meteorologico, essendo basato su una seppur semplicistica modellazione fisica, è un criterio basato sulle prestazioni (*performance based*). Esso è anche, secondo una terminologia introdotta di recente, un criterio *Goal-based*, il “goal” consistendo nel non superamento dell'angolo critico ϕ_2 nelle prescritte condizioni meteomarine.

Nel Cap. 7.4 si è visto che, partendo dalla posizione diritta con velocità iniziale nulla, il moto si arresta, cioè si ha il massimo sbandamento, ad un angolo $\phi_{\max}$ tale che:

$$\int_0^{\phi_{\max}} M_H d\phi = \int_0^{\phi_{\max}} M_R d\phi$$

o, rispettivamente:

$$\int_0^{\phi_{\max}} \ell_H d\phi = \int_0^{\phi_{\max}} \overline{GZ} d\phi = A(0, \phi_{\max})$$

L'area sottesa dalla curva del braccio di stabilità statica deve, cioè, eguagliare l'area sottesa dalla curva del braccio del momento sbandante riportato al dislocamento nave.

Più in generale, se si parte da un angolo iniziale qualunque (ad esempio $\phi_0 - \phi_1$), sempre con velocità iniziale nulla, si ha che il massimo sbandamento sottovento $\phi_{\max}$ è dato da:

$$\int_{\phi_0 - \phi_1}^{\phi_{\max}} M_H d\phi = \int_{\phi_0 - \phi_1}^{\phi_{\max}} M_R d\phi$$

cioè

$$\int_{\phi_0 - \phi_1}^{\phi_{\max}} \ell_H d\phi = \int_{\phi_0 - \phi_1}^{\phi_{\max}} \overline{GZ} d\phi$$

e infine:

$$\int_{\phi_0 - \phi_1}^{\phi_{\max}} (\overline{GZ} - \ell_H) d\phi = 0$$

come illustrato nelle Figg. 14.2.1.1-3, nelle quali sono stati esplicitati i segni delle diverse quantità.

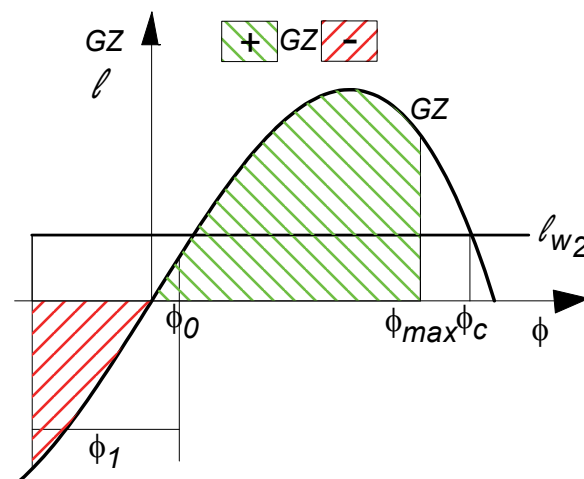


Fig. 14.2.1.1. Illustrante il lavoro fatto dal momento raddrizzante tra gli angoli $\phi_0 - \phi_1$ e $\phi_{\max}$.

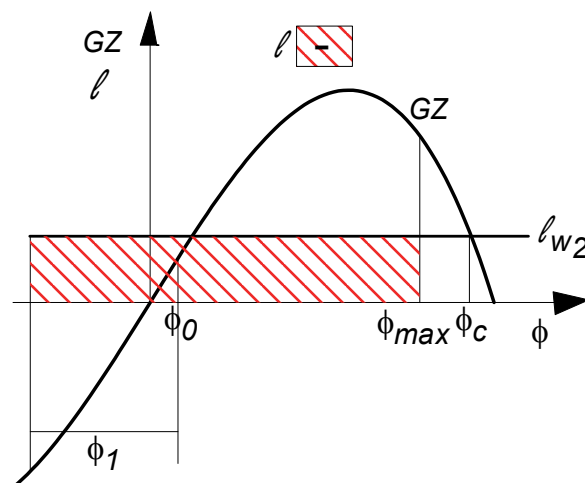


Fig. 14.2.1.2. Illustrante il lavoro fatto dal momento sbandante tra gli angoli $\phi_0 - \phi_1$ e $\phi_{\max}$.

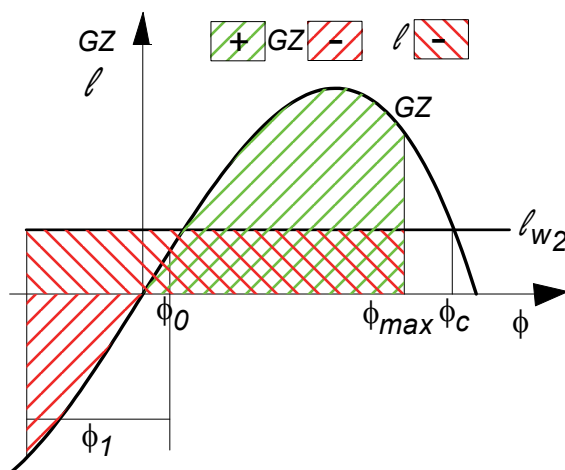


Fig. 14.2.1.3. Illustrante il bilancio energetico del Criterio Meteorologico.

Il Criterio Meteorologico impone che $\phi_{\max} \leq \phi_2$; di conseguenza si ha il requisito sulle aree, mostrato in Fig. 14.2.1, come risultato del bilancio energetico esposto in questo paragrafo.

14.2.3 Considerazioni critiche e limiti del Criterio Meteorologico

Le formule e tabelle (§ 7.8.4.5) sulle quali si basa la verifica del Criterio Meteorologico sono state ottenute per tipologie di navi e dati ondametrici con i seguenti limiti:

- $B/T \leq 3.5$ (fattore X_1 - Tab. 7.8.4.5.2);
- $-0.3 \leq OG/T \leq 0.5$ (fattore r);
- $T \leq 20$ s (periodo di rollio per la determinazione di s - Tab. 7.8.4.5.4).

Questi valori mal si adattano a molte tipologie di navi moderne, specialmente le navi passeggeri ed i traghetti, che hanno spesso alti valori dei rapporti B/T , OG/T , accompagnati da alti valori del periodo di rollio. Per questi motivi, il nuovo International Intact Stability Code approvato dall'IMO prevede: "For ships with parameters outside the above limits, the angle of roll (ϕ_1) may be determined with model experiments of a subject ship, following the procedure described in the

Guidelines²¹ as the alternative. In addition, the Administration may accept such alternative determinations for any ship if deemed appropriate.”

14.3 CRITERIO METEOROLOGICO PER NAVI MILITARI

Anche i criteri di stabilità a nave integra per navi militari di superficie contengono in generale il corrispettivo del criterio meteorologico. I criteri attualmente in adozione, per i dettagli dei quali si rimanda agli appositi regolamenti, sono in generale derivati da uno studio condotto da Sarchin e Goldberg (Transactions SNAME, 1962) e considerano:

- l'azione di un momento sbandante dovuto al vento con velocità dipendente dal servizio (e dall'età) della nave e dipendenza del braccio ℓ_w dall'angolo del tipo $\cos^2 \phi$;
- un angolo di roll-back ϕ_r prefissato od ottenuto mediante prove sperimentali.

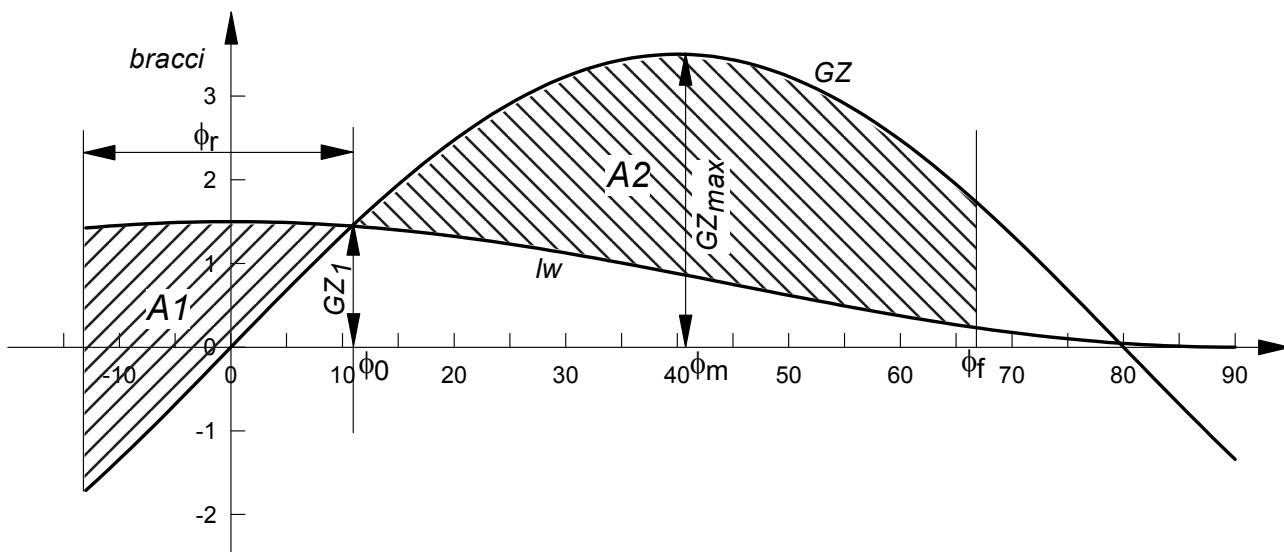


Fig. 14.3.1. Schema di Criterio meteorologico per navi militari

Vengono poi fissati degli standard massimi per l'angolo ϕ_0 di equilibrio sotto l'azione del vento, per il rapporto $GZ_1 / GZ_{\max}$ e per il rapporto tra le aree A_1 / A_2 .

Con riferimento alla Fig. 14.3.1, tipicamente si fanno le seguenti assunzioni di normativa:

- L'angolo di rollio viene assunto $\phi_r = 25^\circ$ invece di essere calcolato;
- Il momento sbandante del vento viene considerato variabile con $\cos^2(\phi)$;
- Non si considera l'azione di una raffica;
- La velocità del vento da mettere a calcolo è compresa tra 50 kn e 100 kn e dipende dal tipo di servizio (*costiero-coastal* o *d'altura-unrestricted*), dalle condizioni ambientali più severe che fanno parte del profilo operativo della nave e dall'età di servizio della nave stessa.

Le richieste della normativa sono tipicamente le seguenti:

- $\phi_0 \leq 30^\circ$;
- $\frac{\overline{GZ_1}}{\overline{GZ_{\max}}} \leq 0.6$;
- $\frac{A_2}{A_1} \geq 1.4$.

²¹ MSC.1/Circ.1200 “Interim Guidelines for Alternative Assessment of the Weather Criterion” ed MSC.1/Circ.1227 “Explanatory Notes to the Interim Guidelines for Alternative Assessment of the Weather Criterion”.

14.4 CRITERI DI STABILITÀ PER ALTRE TIPOLOGIE

Come accennato sopra, esistono poi criteri specifici per altre categorie di imbarcazioni. Tra questi segnaliamo in particolare le imbarcazioni ad alta velocità (*HSC – High Speed Craft*), definite come tali in relazione alla velocità massima sviluppabile V (m/s), che deve soddisfare la relazione:

$$V \geq 3.7 \cdot \nabla^{0.1667}$$

essendo ∇ il volume dislocante corrispondente al galleggiamento di progetto.

I criteri di stabilità allo stato integro considerano separatamente il caso delle imbarcazioni monoscafo da quello delle multiscafo. Per la descrizione dei criteri attualmente in adozione, si rimanda all'ultima edizione dello *High Speed Craft Code* dell'IMO.

Esistono poi criteri particolari per Navi da Pesca (*Fishing Vessels*), Unità Mobili da Perforazione (*Mobile Offshore Drilling Units - MODU*), Unità da Traino e Sollevamento (*Anchor handling, Towing, including Escort towing, Lifting*), etc.

Per ognuno di essi si rimanda agli appositi Codici dell'IMO.

14.5 IL PROBLEMA DELLE ACCELERAZIONI

La necessità di soddisfare i criteri di stabilità comporta l'esistenza di *valori minimi* dell'altezza metacentrica iniziale (o massimi per l'altezza del centro di gravità) che vengono rappresentati nelle Istruzioni al Comandante sotto forma di diagrammi del tipo di quelli descritti nel paragrafo successivo. I criteri attuali di stabilità non prevedono invece di prescrivere alcun valore massimo per l'altezza metacentrica iniziale. D'altra parte, come si è visto nel § 7.8.4.1, all'aumentare della stabilità, diminuisce il periodo T_0 di rollio e corrispondentemente aumentano la frequenza angolare

$\omega_0 = \sqrt{\Delta \cdot \overline{GM}} / J'_{xx}$ e l'accelerazione angolare del moto di rollio. Assumendo per semplicità un rollio sinusoidale di ampiezza $\phi = C \cos(\omega_0 t)$ di ampiezza C , l'accelerazione è data da:

$$\ddot{\phi} = -\omega_0^2 C \cos(\omega_0 t)$$

e dunque ha ampiezza $\omega_0^2 C$. Queste accelerazioni angolari possono produrre grandi accelerazioni lineari nei punti che si trovano a grande distanza dal “*centro di rollio*”, qualificando le navi in questione come navi “*dure*”. Le accelerazioni sono prevalentemente verticali sui ponti in prossimità del centro di rollio, mentre hanno crescenti componenti laterali man mano che ci si allontana da esso, in particolare in plancia e nelle file alte di container. Esse possono dar origine a fenomeni indesiderati come:

- la scarsa confortevolezza;
- la rottura dei lashing che trattengono i container e conseguente perdita di carico;
- la perdita di operatività (specialmente importante per le navi militari);
- la perdita di vite umane come è successo recentemente al personale di plancia di alcune navi portacontainer.

Di conseguenza, si comincia a parlare all'IMO di limitazioni alle accelerazioni e conseguentemente di “*intervalli di stabilità*” raccomandati²². Questo anche in relazione ad altri fenomeni pericolosi nei quali si può involontariamente incorrere proprio in presenza di elevati valori della stabilità iniziale.

²² Questo è ad esempio il caso delle navi militari, per le quali il codice di stabilità recita: “Anyway is recommended not to exceed with the value of GM to the purpose of avoiding high dangerous accelerations”. Nel passato venivano anche indicati intervalli di stabilità iniziale raccomandati...

Il Norrby (1964), in uno studio sui Coastal Vessels, ad esempio indicava l'intervallo di *confortevolezza* con la seguente condizione:

$$8 \leq T_0 \sqrt{\frac{g}{B}} \leq 14$$

essendo “dure” le navi al di sotto del limite inferiore e “cedevoli” quelle al di sopra del limite superiore.

14.6 I DIAGRAMMI DEL $KG_{\max}$ e del $GM_{\lim}$

Come si è visto, l'obiettivo dei Criteri di Stabilità è quello di garantire che la nave possieda *sufficiente* stabilità iniziale e ai grandi angoli in modo da poter evitare incidenti connessi con carenza di stabilità (“*for ensuring the safe operation of ships, to minimize the risk to such ships, to the personnel on board and to the environment*”, come recita l'International Intact Stability Code). Vedremo ora come questo si traduca in una coppia di diagrammi di importanza fondamentale per la sicurezza della nave.

14.6.1 La posizione verticale del centro di gravità e stabilità della nave

Ricordiamo che, fissata la carena diritta di una nave attraverso la scelta di un'immersione T o di un dislocamento Δ ²³, rimangono determinate la posizione del metacentro iniziale M e la curva dei bracci di stabilità di forma (o geometrica) $\overline{KR}(\phi)$, rispettivamente per inclinazioni trasversali infinitesime o ai grandi angoli, per inclinazioni isocareniche. A parità di immersione/i e dislocamento, una nave può invece avere diverse valori dell'altezza $\overline{KG}$ del centro di gravità in dipendenza della effettiva disposizione del carico a bordo. Per individuare completamente una condizione di carico, occorre allora conoscere la coppia $(T, \overline{KG})$ (o la terna $(T_A, T_F, \overline{KG})$ in presenza di assetto).

Si è visto, a questo proposito, che il momento raddrizzante per inclinazioni trasversali è dato da $M_R = \Delta \cdot \overline{GZ}(\phi)$ dove $\overline{GZ}(\phi)$ rappresenta il braccio di stabilità statica, cioè il braccio della coppia peso/spinta dato da $\overline{GZ}(\phi) = \overline{KR}(\phi) - \overline{KG} \cdot \sin \phi$ mentre per inclinazioni infinitesime si ha $dM_R = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \sin \phi$ e dunque la stabilità iniziale, rappresentata dal *Coefficiente di Resistenza* alle inclinazioni trasversali $C_R = \Delta \cdot \overline{GM}$ e, in ultima analisi, dall'altezza metacentrica iniziale: $\overline{GM} = \overline{KM} - \overline{KG}$ dipendono entrambe dall'altezza del centro di gravità.

Si vede allora immediatamente che, qualunque innalzamento del centro di gravità, cioè qualunque aumento di $\overline{KG}$, a parità di dislocamento, porta ad una diminuzione della stabilità iniziale (riduzione di $\overline{GM}$) ed ai grandi angoli (riduzione di $\overline{GZ}$).

L'applicazione dei Criteri di Stabilità porta dunque all'individuazione di un valore massimo accettabile $\overline{KG}_{\max}$ per l'altezza del centro di gravità²⁴ o, corrispondentemente, ad un valore

²³ Se la nave è longitudinalmente diritta esiste una corrispondenza biunivoca tra immersione e dislocamento a nave trasversalmente diritta. Essa è data dalla *Scala di Solidità* di cui al § 7.2.3. Se la nave presenta una differenza d'assetto, fissate le immersioni estreme T_A e T_F , a nave trasversalmente diritta, ad esse corrisponde un dislocamento, una posizione verticale del centro di carena ed un raggio metacentrico trasversale dai diagrammi Russo di cui al § 5.10.4.

²⁴ Qualora la normativa applicabile al tipo di nave in questione preveda l'applicazione di più criteri di stabilità, il $\overline{KG}_{\max}$ risultante sarà il minimo dei $\overline{KG}_{\max}$ corrispondenti ad ognuno dei criteri. Analogamente, qualora un

minimo accettabile per l'altezza metacentrica iniziale $\overline{GM}_{\min}$. I due sono legati dalla nota relazione:

$$\overline{GM}_{\min} = KM - \overline{KG}_{\max}$$

Ripetendo l'operazione per diversi valori dell'immersione (o del dislocamento), si ottiene una tabella di valori $\overline{KG}_{\max}(T)$ e la corrispondente $\overline{GM}_{\min}(T)$ legate da:

$$\overline{GM}_{\min}(T) = \overline{KM}(T) - \overline{KG}_{\max}(T)$$

14.6.2 I diagrammi del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$

Come risultato dell'applicazione dei criteri di stabilità a nave integra si possono dunque costruire due diagrammi che fanno parte (anzi costituiscono la parte più importante) delle informazioni al Comandante contenute nel *Manuale di Stabilità* (§14.8). Si tratta dei diagrammi del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$ o $\overline{GM}_{\lim}$ in funzione dell'immersione e/o del dislocamento. Per questo, si applicano i vari criteri che compongono il Criterio Generale ed il Criterio Meteorologico. La cosa è agevole per i criteri 14.1.a, 14.1.b, 14.1.c, 14.1.f, avendo a disposizione il diagramma delle carene diritte e quello delle pantocarene isocline. E' meno immediata per i 14.d e 14.1.e per il Criterio Meteorologico. Per quest'ultimo, ad esempio, la conoscenza della stabilità della nave è un prerequisito per l'applicazione del Criterio, in quanto è necessaria per il calcolo del periodo di rollio e della conseguente pendenza d'onda. Si procede pertanto in maniera iterativa a partire da un valore arbitrario di $\overline{KG}$ aumentandolo o riducendolo fino ad individuare il valore limite.

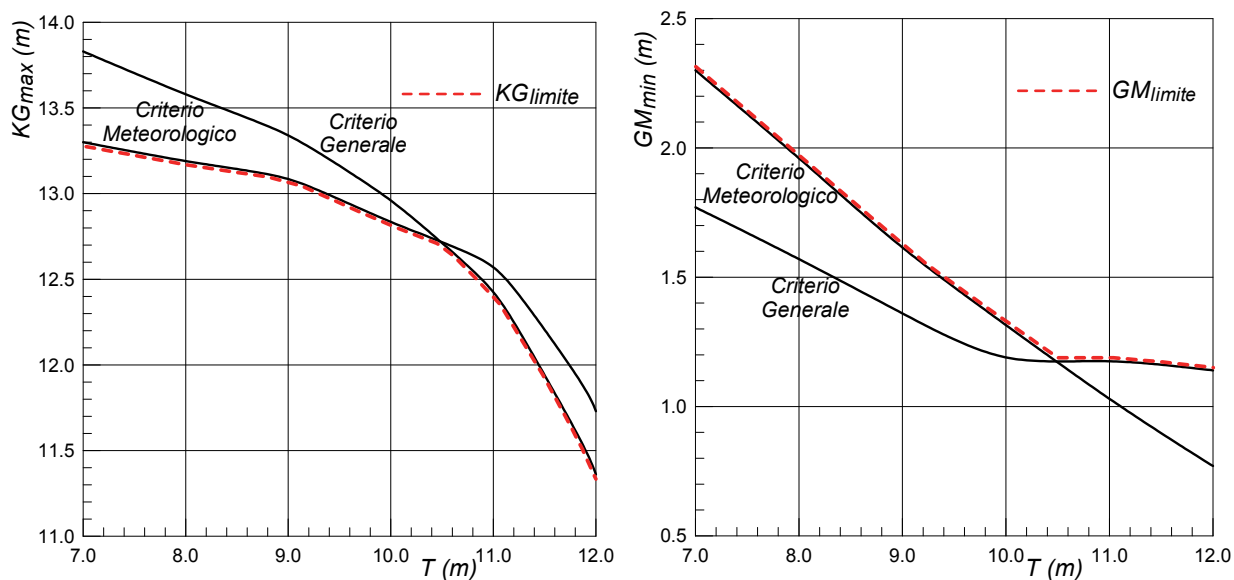


Fig. 14.6.1. Determinazione delle curve del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$ per una nave soggetta ai criteri di stabilità a nave integra.

criterio di stabilità, come ad esempio il Criterio Generale di Stabilità (§ 14.1) consta di diversi requisiti, il $\overline{KG}_{\max}$ risultante sarà il minimo dei $\overline{KG}_{\max}$ corrispondenti ad ognuno dei requisiti.

Come precedentemente ricordato, le curve del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$ si ottengono considerando la richiesta più severa tra i due criteri di stabilità applicati. In Fig. 14.6.1 è riportato uno dei casi possibili (con intersezione tra le due curve).

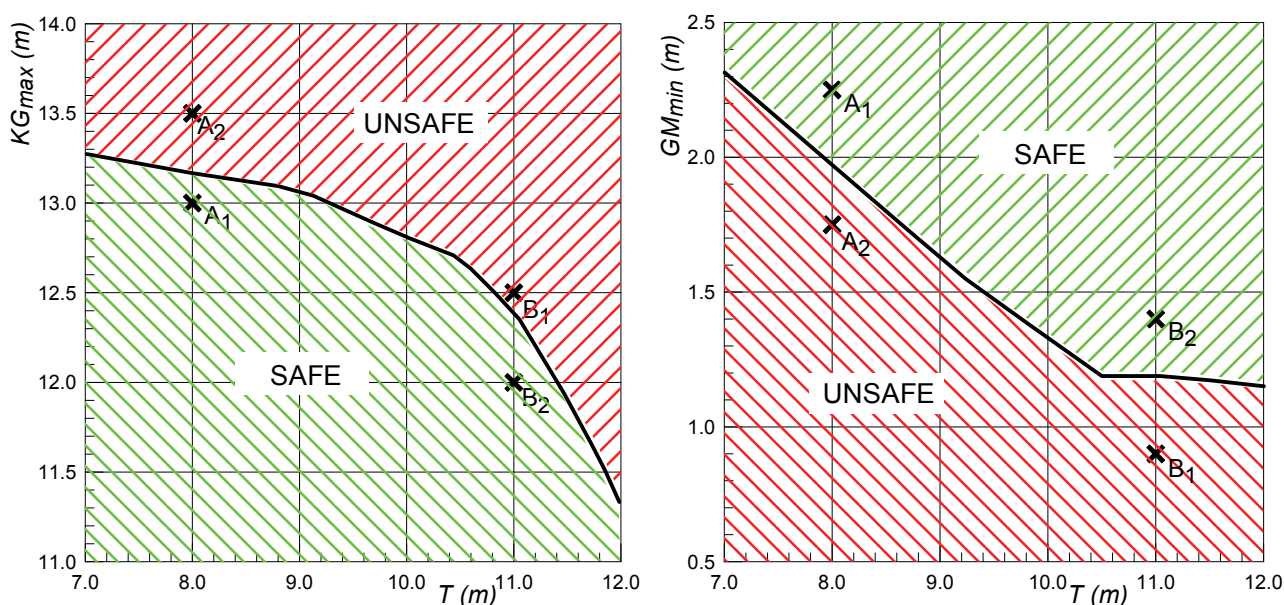


Fig. 14.6.2. Suddivisione delle condizioni di carico a seconda che soddisfino o meno i criteri che hanno portato alle curve limite di Fig. 14.6.1 per una nave soggetta ai criteri di stabilità a nave integra. Le crocette indicano le condizioni di carico riportate in Tabella 16.1

Ricordando che ogni punto dei diagrammi corrisponde ad una determinata condizione di carico individuata dalla coppia di valori $(T, \overline{KG})$ o $(T, \overline{GM})$, per illustrare l'utilizzo dei due diagrammi di Fig. 14.6.1, riportiamo in Fig. 14.6.2 una versione contenente la sola curva limite che separa le due zone di soddisfacimento (SAFE) o di non soddisfacimento (UNSAFE) dei Criteri di Stabilità.

Condizione di carico	T (m)	Δ (t _f)	KG (m)	GM (m)
A ₁	8.000	10080	13.000	2.250
A ₂	8.000	10080	13.500	1.750
B ₁	11.000	16180	12.500	0.900
B ₂	11.000	16180	12.000	1.400

Tabella 16.1. Alcune condizioni di carico per la nave di cui alle Fig. 14.6.1 e 14.6.2.

Come si può vedere dalla Fig. 14.6.2, le condizioni di carico A₁ e B₂ sono accettabili, mentre le altre due non lo sono per effetto di un'altezza eccessiva del centro di gravità.

Il fatto che una condizione di carico non soddisfi i criteri di stabilità previsti per quel tipo di nave non significa necessariamente che la nave sarà soggetta a capovolgimento; significa però che non possiede un margine di stabilità sufficiente a norma dei criteri esistenti e pertanto, seppure implicitamente, è soggetta ad un rischio di incidente inaccettabile.

Va notato, infine, che il diagramma finale per una nave in esercizio deve anche tenere conto dei requisiti imposti dalla Stabilità in Allagamento (Vedi Corso di Statica della Nave II)

14.6.3 L'effetto dei diversi requisiti del Criterio Generale sui diagrammi del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$

Nella determinazione del $\overline{KG}_{\max}$ e del $\overline{GM}_{\min}$ in relazione all'applicazione del Criterio Generale di stabilità di cui al § 14.1, si osserva che i diversi requisiti del Criterio hanno un peso diverso per diverse tipologie di nave.

In Fig. 14.6.3.1, sono riportate le curve che danno il $\overline{KG}_{\max}$ per il piccolo traghetto di cui ai paragrafi 8.2.1.1.1 e 8.2.2.1.1, unitamente alla corrispondente curva limite. Un'analisi dettagliata (svolta nell'ambito delle Esercitazioni) ha mostrato che i requisiti più stringenti sono quelli relative alle aree sottese dalla curva dei bracci di stabilità statica, mentre il requisito sull'altezza metacentrica non è determinante. Questo è conseguenza della forma della curva dei bracci di stabilità statica (§ 7.5.2.2), che è sostanzialmente del tipo “teso”.

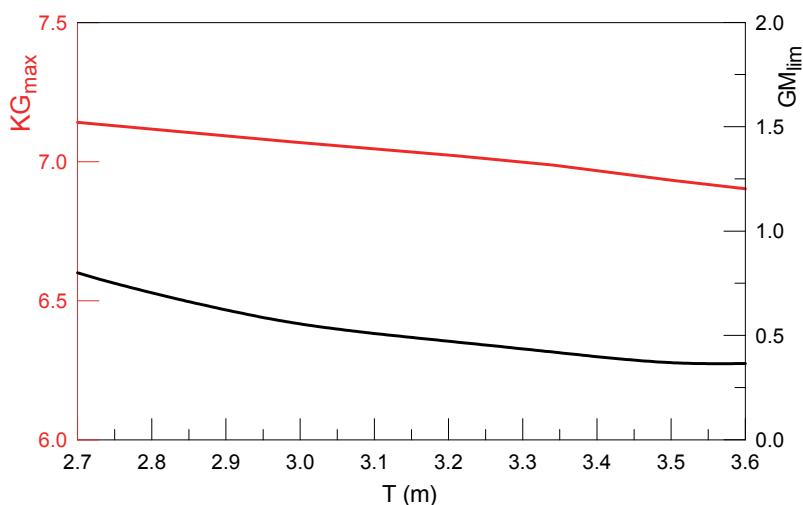


Fig. 14.6.3.1. Curve che danno il $\overline{KG}_{\max}$ ed il $\overline{GM}_{\min}$ per il piccolo traghetto.

In Fig. 14.6.3.2, sono riportate le curve che danno il $\overline{KG}_{\max}$ ed il $\overline{GM}_{\min}$ per la portarinfuse di cui alla Fig. 3.4.6. Come si può vedere, il requisito più stringente su un ampio intervallo di condizioni di carico è il requisito sull'altezza metacentrica non è determinante. Questo è conseguenza della forma della curva dei bracci di stabilità statica (§ 7.5.2.2), che è sostanzialmente del tipo “ad S”.

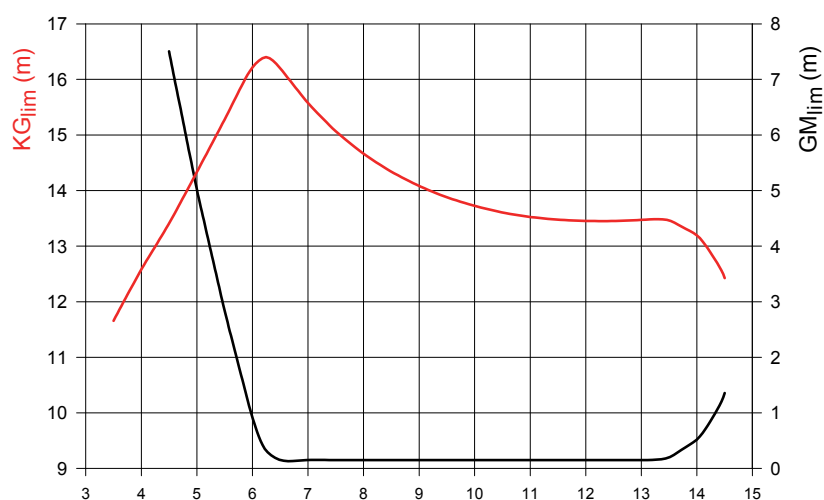


Fig. 14.6.3.2. Curve che danno il $\overline{KG}_{\max}$ ed il $\overline{GM}_{\min}$ per la portarinfuse.

14.7 CONDIZIONI DI CARICO DA PRENDERE IN CONSIDERAZIONE PER LA VERIFICA DEI CRITERI DI STABILITÀ A NAVE INTEGRA

I requisiti dei criteri di stabilità devono essere verificati per le condizioni di carico previste dall'armatore in relazione al reale impiego della nave. In mancanza di indicazioni sufficientemente dettagliate riguardo le condizioni di carico operative, la verifica deve essere fatta almeno per le condizioni di carico base di cui ai paragrafi seguenti.

14.7.1 Condizioni di carico base che devono essere esaminate

14.7.1.1 Per le navi passeggeri:

- .1 Pieno carico alla partenza, con il pieno di provviste, acqua dolce, dotazioni e combustibile e con il massimo numero di passeggeri e relativi bagagli, con immersione al bordo libero estivo;
- .2 Pieno carico all'arrivo, con il Massimo numero di passeggeri e relative bagagli, ma con solo il 10% di provviste, acqua dolce, combustibile e con l'eventuale zavorra liquida necessaria;
- .3 Nave senza carico, ma con il pieno di provviste, acqua dolce, dotazioni e combustibile, con il Massimo numero di passeggeri e relative bagagli;
- .4 Nave nelle stesse condizioni del caso .3 precedente, ma con solo il 10% di provviste, acqua dolce, combustibile e con l'eventuale zavorra liquida necessaria.

14.7.1.2 Per le navi da carico:

- .1 Pieno carico alla partenza: cioè con carico omogeneamente distribuito in ogni locale ad esso destinato, con pieno di provviste, acqua dolce, dotazioni e combustibile e con immersione corrispondente al bordo libero estivo;
- .2 Pieno carico all'arrivo: cioè con carico omogeneamente distribuito come nel caso precedente e con il 10% di provviste, acqua dolce, combustibile e con l'eventuale zavorra liquida necessaria;
- .3 Nave in zavorra nelle condizioni di partenza, senza carico ma con il pieno di provviste, acqua dolce, dotazioni e combustibile;
- .4 Nave in zavorra nelle condizioni di arrivo, senza carico e con il 10% di provviste, acqua dolce e combustibile.

A queste si aggiunge, in generale, la condizione di nave vacante.

Condizioni di carico standard sono previste anche per le navi che portano carico in coperta, che portano legname in coperta, per gli offshore supply vessel, per i pescherecci, etc.

Le Amministrazioni e le Società di Classificazione forniscono poi precisazioni dettagliate per il calcolo delle condizioni di carico.

14.8 LE INFORMAZIONI PER IL COMANDANTE - IL LOADING AND STABILITY MANUAL

14.8.1 Informazioni sulla stabilità che devono essere fornite al Comandante

La Regola 5-1 del Capitolo II-1, Parte B-1, della SOLAS specifica che devono essere fornite al Comandante informazioni sufficienti a costituire una guida rapida ed accurata riguardo la stabilità della nave nelle diverse condizioni di servizio. Queste informazioni devono, tra l'altro, includere:

“Curves or tables of minimum operational metacentric height (GM) versus draught which assures compliance with the relevant intact and damage stability requirements, alternatively corresponding curves or tables of the maximum allowable vertical centre of gravity (KG) versus draught, or with the equivalents of either of these curves”.

14.8.2 Il Loading and Stability Manual

Il *Loading and Stability Manual* comprende in generale²⁵:

- a) Information that enables the master to load and ballast the vessel while keeping structural stresses within design limits
- e
- b) lo *Stability Booklet* (Fascicolo di “Istruzioni al Comandante sulla Stabilità).

Quest'ultimo comprende i seguenti tipi di informazioni:

1. informazioni di carattere generale atte ad identificare la nave;
2. Piani generali;
3. Indicazioni delle masse e dei centri di massa per passeggeri, equipaggio e loro effetti, automezzi e carri ferroviari nel caso di navi traghetto, carichi sul ponte, carichi sospesi e carichi entro contenitori;
4. Volumi e centri di volume per ogni compartimento destinato al carico, a deposito, a liquidi combustibili e/o lubrificanti, acqua dolce o di zavorra;
5. Tabelle o diagrammi per ogni cisterna o cassa indicanti l'effetto sulla stabilità delle casse non completamente piene;
6. Le caratteristiche della nave vacante;
7. Le tabelle o diagrammi delle principali grandezze idrostatiche (Tabelle o diagrammi delle *Carene diritte* e, se necessario, anche delle carene inclinate longitudinalmente);
8. La posizione longitudinale delle scale delle immersioni;
9. Diagrammi o tabelle riportanti i bracci di stabilità della nave in relazione all'assetto di progetto e in funzione dell'angolo di inclinazione trasversale e del dislocamento. Nel caso in cui la variazione d'assetto comporti variazioni significative dei bracci di stabilità, devono essere forniti dati aggiuntivi per un adeguato campo di assetti;
10. I requisiti di stabilità richiesti in relazione al servizio della nave;
11. Particolari relativi al bordo libero assegnato;
12. Diagrammi o tabelle per mezzo dei quali il comandante possa determinare se la stabilità della nave è accettabile in relazione alle condizioni di caricazione assegnate ed ai requisiti di stabilità richiesti;
13. I casi di caricazione tipici della nave con dimostrazione che in dette condizioni la nave stessa ha stabilità sufficiente;
14. Informazioni sull'uso dei dati forniti nel fascicolo delle Istruzioni al Comandante sulla stabilità al fine di ottenere l'immersione, l'assetto e le caratteristiche di stabilità ed alle limitazioni di immersione di cui sopra.

14.10 I CRITERI DI STABILITA' DELLA SECONDA GENERAZIONE

Nel corso della discussione all'IMO sulla revisione del Codice di Stabilità della Nave allo Stato Integro, si è evidenziato come i fenomeni sotto elencati non fossero inclusi o adeguatamente coperti dai criteri esistenti. Per ognuno di questi fenomeni è in corso lo sviluppo di appositi criteri di stabilità che si chiamano, appunto, Criteri di Stabilità di Seconda Generazione. Essi sono intesi a complementare i Criteri esistenti nel breve periodo. Potrebbero poi sostituirli nel lungo periodo, ma su questo punto c'è ancora una notevole incertezza. Le richieste in termini di $\overline{GM}_{\min}$ (o di $\overline{KG}_{\max}$) prevedibilmente porteranno a risultati contraddittori con gli attuali criteri a nave integra ed in allagamento. Non è oggi chiaro, pertanto, a quale livello sarà possibile sostituire la verifica di un

²⁵ Si veda al riguardo la MSC/Circ.920 del 1999.

criterio con lo sviluppo di limitazioni operative e delle corrispondenti indicazioni al Comandante (si veda al proposito lo schema contenuto nel § A.2.9 dell'APPENDICE 2).

14.10.1 Stability failures under dead ship conditions

Per *dead ship condition* si intende la condizione in cui la nave, per arresto o malfunzionamento dell'apparato motore non è in grado di controllare la direzione. L'esperienza mostra che, in presenza di vento ed onde la nave, in questo caso, si dispone prossima alla condizione di *mare al traverso*, con la quale *dead ship* è spesso confusa. Il pericolo nasce sia dall'effetto di onde di altezza straordinaria (relativamente alle dimensioni della nave) sia dal raggiungimento di grandi ampiezze di rollio per il fenomeno della risonanza con le onde, delle quali si è ampiamente parlato nel § 7.8.4 e sul quale è parzialmente basato il Criterio Meteorologico (§ 14.2), sia infine dall'azione sbandante del vento (§ 7.8.2 e Criterio Meteorologico). La discussione all'IMO ha messo in evidenza che il Criterio Meteorologico necessita di una profonda revisione. In vista della sua importanza per la sicurezza della navigazione, si è comunque deciso che il Criterio Meteorologico verrà mantenuto nella sua formulazione originale fintantoché I nuovi criteri non saranno stati completamente sviluppati ed appropriatamente validati. Per le navi che abbiano i parametri caratteristici al di fuori degli intervalli sulla base dei quali le formule attualmente contenute nel Criterio sono state sviluppate, è comunque possibile procedere in via alternativa utilizzando le procedure contenute nelle MSC.1/Circ. 1200 (2006), "Interim guidelines for alternative assessment of weather criterion" ed MSC.1/Circ. 1227 (2007), "Explanatory notes to the interim guidelines for alternative assessment of the weather criterion".

14.10.2 Stability failures in following seas associated with matters related to stability variation in waves, in particular reduced righting levers of a ship situated on a wave crest

Si tratta della cosiddetta *perdita di stabilità sull'onda*, alla quale si è accennato nel § 7.8.6, alla quale la nave è soggetta quando si trova in mare longitudinale o dai quartieri con la cresta in prossimità del centro nave. Perché il fenomeno sia pericoloso, occorre che la perdita di stabilità sia significativa ($GM_{cresta} \approx 0$) e che la nave permanga in tale condizione per il tempo sufficiente a raggiungere uno sbandamento rilevante tenendo anche in conto la possibile presenza di cause sbandanti aggiuntive. Si tratta dunque di un fenomeno legato alla presenza di onde longitudinali o dai quartieri poppieri e richiede che la nave sia in grado di sviluppare una velocità massima prossima a quella di un'onda avente lunghezza comparabile alla lunghezza nave. Indicazioni operative, per quanto non legate alle caratteristiche specifiche della nave, sono contenute nella MSC.1/Circ. 1228 (2007), "Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions" (§ 14.10).

14.10.3 Stability failures caused by parametric resonance, including consideration of matters related to large accelerations and loads on cargo and stability variation in waves

Si tratta del *rollio parametrico* del quale si è parlato nel § 7.8.6. Anche per esso, nell'attesa dello sviluppo di appropriati criteri di stabilità, indicazioni operative, per quanto non legate alle caratteristiche specifiche della nave, sono contenute nella MSC.1/Circ. 1228 (2007), "Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions" (§ 14.10).

14.10.4 Stability failures caused by broaching including consideration of matters related to manoeuvrability and course keeping ability as they affect stability

Si tratta del rischio legato al fatto che la nave possa essere “catturata” dal fronte d’onda, cavalchi l’onda (*surf riding*) e possa poi finire in “broaching”, cioè possa perdere stabilità direzionale²⁶ generando possibili moti di rollio di grande ampiezza ed eventualmente capovolgersi. Un primo criterio di stabilità, per quanto poco discriminatorio in quanto è in realtà un criterio per evitare il surf riding, sarà dunque basato sul numero di Froude relativo alla velocità di progetto (tipicamente si potrà incorrere in surf riding per $Fn \geq 0.3$). Indicazioni operative analoghe, per quanto non legate alle caratteristiche specifiche della nave, sono contenute nella MSC.1/Circ. 1228 (2007), “Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions” (§ 14.10).

14.10.5 Stability failures related to excessive accelerations

Vedi § 14.5.

14.11 LE INDICAZIONI OPERATIVE AL COMANDANTE PER EVITARE SITUAZIONI PERICOLOSE IN CONDIZIONI METEOMARINE AVVERSE

Si veda la MSC.1/Circ. 1228 (2007), “*Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions*” che sostituisce la precedente MSC/Circ.707 (1995) “*Guidance to the master for avoiding dangerous situations in following and quartering seas*”.

²⁶ Per la descrizione di questo ed altri problemi legati alla manovrabilità, si veda: Francescutto, A., “Lezioni di Manovrabilità delle Navi”, Università degli Studi di Trieste, 2004.

APPENDICE 1 - LA STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO

A1.1 Introduzione

Come si è visto in questo Corso, la *stabilità* gioca un ruolo di fondamentale importanza per la sicurezza della nave, delle persone a bordo e del carico trasportato, ed anche per l'operatività e confortevolezza della nave stessa.

Vogliamo pertanto ricordare in questa Appendice le principali definizioni ed i risultati che la Meccanica Razionale mette a disposizione a questo riguardo. Infine, daremo qualche cenno sul problema generale affrontato con i criteri di stabilità della nave, che di fatto consiste sia della stabilità, della posizione di equilibrio dritta, sia della limitatezza del moto in prefissate condizioni meteo marine.

A1.2 I diversi gradi di stabilità

Come accennato nel § 1.1.1 del testo, le definizioni relative alla stabilità o instabilità di una posizione di equilibrio sono basate sull'analisi del moto del corpo (o sistema) conseguente all'azione di una causa perturbatrice di breve durata. Nello specifico di interesse, considereremo una nave la cui posizione verticale, identificata da $\phi = 0$, sia di equilibrio. Abbiamo visto nel § 7.8.4.1 che il moto di rollio di piccola ampiezza della nave è descritto dall'equazione differenziale lineare:

$$J'_{xx} \ddot{\phi} + B_1 \cdot \dot{\phi} + \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi = \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \alpha_{\max} \cdot \alpha_0 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

Supponiamo che sulla nave abbia agito una (piccola) causa perturbante, cessata all'istante t_0 , lasciando la nave con le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \phi(t_0) = \phi_0 \\ \dot{\phi}(t_0) = \dot{\phi}_0 \end{cases}$$

Vogliamo esaminare il moto della nave negli istanti seguenti, cioè per $t \geq t_0$. Tale moto è regolato dall'equazione differenziale:

$$J'_{xx} \ddot{\phi} + B_1 \cdot \dot{\phi} + \Delta \cdot \overline{GM} \cdot \phi = 0$$

con le condizioni iniziali:

$$\begin{cases} \phi(t_0) = \phi_0 \\ \dot{\phi}(t_0) = \dot{\phi}_0 \end{cases}$$

A1.2.1 Definizione di stabilità (semplice)

Una posizione di equilibrio si dice stabile se il sistema, al cessare di una piccola perturbazione rimane in un intorno piccolo della posizione di equilibrio. Quantitativamente:

Def: $\forall \varepsilon > 0$ arbitrariamente piccolo, $\exists \delta > 0$ tale che dall'essere $|\phi_0| < \delta$ e $|\dot{\phi}_0| < \delta \Rightarrow |\phi(t)| < \varepsilon$ e $|\dot{\phi}(t)| < \varepsilon \quad \forall t \geq t_0$, cioè ogni traiettoria del sistema nello spazio $(\phi, \dot{\phi})$ che parte da un punto interno all'intorno rettangolare di semiampiezza δ del punto di equilibrio rimane all'interno di un intorno rettangolare di semiampiezza ε del punto stesso.

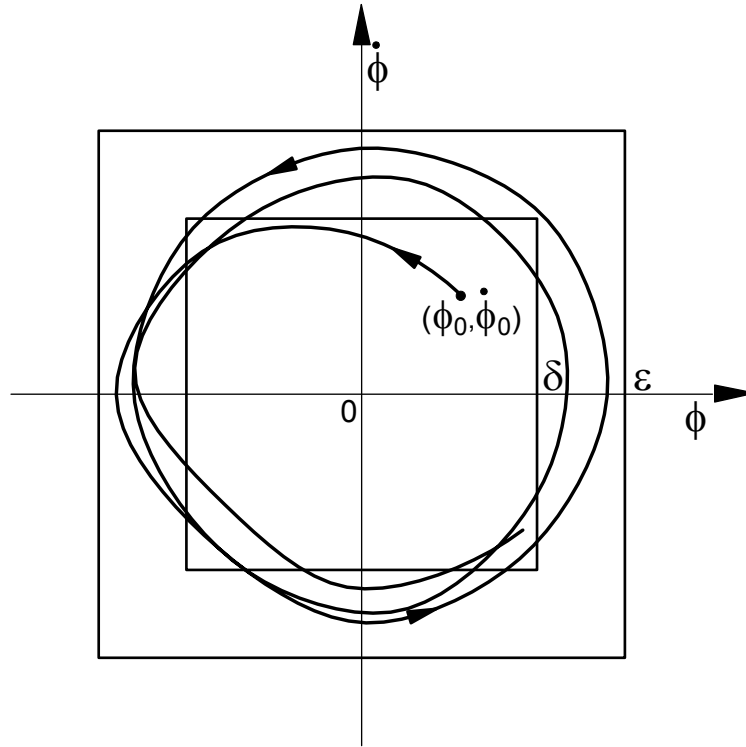


Fig. A.1.2.1. Illustrazione del concetto di stabilità semplice.

A1.2.2 Definizione di stabilità asintotica

Se oltre alle condizioni viste nel punto precedente, la traiettoria converge al punto di equilibrio, cioè se:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi(t) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{\phi}(t) = 0$$

La posizione di equilibrio (in questo caso la posizione dritta) possiede stabilità asintotica.

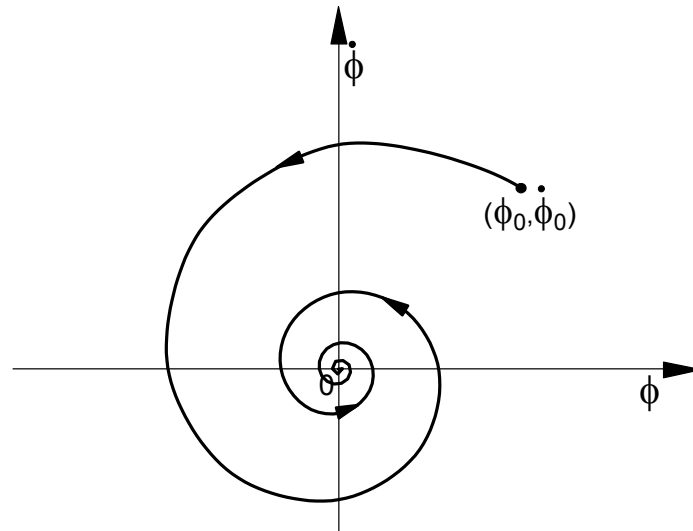


Fig. A.1.2.2. Illustrazione del concetto di stabilità asintotica.

A1.2.3 Condizioni per la stabilità semplice ed asintotica

Abbiamo visto che il moto, negli istanti successivi al cessare della perturbazione, è regolato dall'equazione differenziale di rollio (libero) con le condizioni iniziali sopra indicate.

L'equazione del moto è lineare ed omogenea. Questo significa che, oltre alla soluzione identicamente nulla, può possedere soluzioni del tipo:

$$\phi(t) = a \cdot e^{\lambda t}$$

con a dipendente dalle condizioni iniziali e λ dipendente dai parametri del sistema. Derivando e sostituendo nell'equazione del moto, si ottiene:

$$\left[J'_{xx} \cdot \lambda^2 + B_1 \cdot \lambda + \Delta \cdot \overline{GM} \right] \cdot a \cdot e^{\lambda t} = 0$$

I valori di λ che corrispondono a soluzioni diverse dalla soluzione identicamente nulla sono dunque dati dalle soluzioni della seguente equazione algebrica (*equazione caratteristica*):

$$J'_{xx} \cdot \lambda^2 + B_1 \cdot \lambda + \Delta \cdot \overline{GM} = 0$$

Per il moto di rollio tutti e tre i coefficienti sono positivi e si ha in generale $B_1^2 \ll 4J'_{xx}\Delta\overline{GM}$, in quanto la nave presenta piccolo smorzamento per il moto di rollio.

Per la stabilità asintotica le soluzioni devono avere parte reale negativa. Nel caso particolare, questo è garantito dall'essere tutti i coefficienti positivi. Questo conduce a:

$$\begin{cases} \overline{GM} > 0 \\ B_1 > 0 \end{cases}$$

In assenza di smorzamento la condizione di stabilità conduce a:

$$\overline{GM} > 0.$$

che corrisponde ad una *stabilità semplice*.

A1.3 Stabilità in piccolo e stabilità in grande

Si è visto nel paragrafo precedente che la (nota) condizione di stabilità è:

$$\overline{GM} > 0$$

Letteralmente, essa rappresenta solo una condizione di stabilità semplice. L'inevitabile presenza di cause dissipative (smorzamento) nel moto di rollio, garantisce comunque che questa è anche condizione di stabilità asintotica. Nell'approssimazione lineare adottata, questa condizione garantirebbe una stabilità asintotica anche in grande, cioè indipendentemente dalle condizioni iniziali risultanti dalla perturbazione. In realtà, a grandi sbandamenti non è in generale più valida né l'approssimazione metacentrica né l'approssimazione lineare per il momento smorzante.

Gli altri elementi dei criteri di stabilità servono appunto proprio a garantire, in maniera diretta od empirica, un'opportuna *limitatezza del moto* entro limiti accettabili per la sicurezza e l'operatività in presenza di predefinite condizioni meteomarine.

A1.4 Riferimenti bibliografici

1. Cardo, A., Ceschia, M., Francescutto, A., Nabergoj, R., "Stabilità della nave e movimento di rollio: caso di momento sbandante non variabile", *Tecnica Italiana*, Vol. 43, 1978, pp. 1-9.
2. Ughi, M., "Dispense di Fisica Matematica", Università degli Studi di Trieste, 2005.
3. Gantmacher, F., "Lectures in Analytical Mechanics", Editrice Mir, Mosca, 1975.

APPENDICE 2 - LO SVILUPPO DEI CRITERI DI STABILITÀ DELLE NAVI ALLA LUCE DEI PROGRESSI DELL'ARCHITETTURA NAVALE

A2.1 Introduzione – Il metacentro e la curva dei bracci di stabilità statica

Sebbene i concetti base della galleggiabilità fossero noti da un punto di vista empirico molto tempo prima, le leggi fondamentali dell'idrostatica dei galleggianti vennero formulate da Archimede nel 300 A.C. La recente disponibilità di un testo smarrito ha permesso di scoprire che egli aveva anche posto i fondamenti della stabilità dei galleggianti introducendo il concetto di equilibrio di forze e momenti. Le applicazioni da lui fatte riguardavano principalmente i solidi geometrici, ed in particolare i paraboloidi, ai quali era in grado di applicare i metodi matematici da lui sviluppati. Si trattava, evidentemente, della nozione di *stabilità statica* in quanto i concetti di lavoro ed energia non erano ancora stati sviluppati (per una bibliografia più completa su questa prima parte, vedi [1]). Molti secoli dopo, all'inizio del secolo XVII, Stevino introdusse i primi rudimenti di quello che si sarebbe chiamato *metacentro*, che giocherà un ruolo essenziale per la stabilità delle navi. Furono però Bouguer nel 1746 con il suo testo "Traité du Navire" ed Eulero nel 1749 con il suo "Scientia Navalis", che posero quasi simultaneamente le basi della moderna teoria della stabilità della nave. Il metodo di Bouguer era basato sul concetto di metacentro, mentre quello di Eulero sul concetto di momento raddrizzante. Nell'impostazione moderna, per quanto tutto possa essere descritto efficacemente in termini di momento raddrizzante, si conserva ancora la suddivisione tra stabilità iniziale (o agli angoli infinitesimi), che è basata sulla nozione di metacentro, dalla stabilità agli angoli finiti (o ai grandi angoli), che è basata sul momento raddrizzante. Il metacentro permette una facile visualizzazione del requisito di stabilità iniziale. Osserviamo ancora che la differenza di trattamento tra angoli infinitesimi ed angoli finiti risiede nella diversa difficoltà di calcolo richiesta per valutare gli elementi necessari, punto sul quale ritorneremo più avanti.

Quasi cent'anni prima il veliero da guerra svedese Wasa era affondato, dopo aver percorso appena un miglio nel suo viaggio inaugurale, per difetto di stabilità agli angoli finiti. Si tratta di un problema che ritornerà alla ribalta anche molto dopo le scoperte di Bouguer ed Eulero, a dimostrare la difficoltà da parte dei progettisti di metabolizzare e trasformare in pratica corrente i nuovi concetti.

A2.2 Dalla stabilità "statica" alla stabilità "dinamica"

Il termine energia (ἔνεργια), sebbene introdotto da Aristotele nel senso di azione efficace, è stato usato in senso moderno per la prima volta da Keplero all'inizio del 1600. La formulazione corretta dei termini energia potenziale ed energia cinetica (o *vis viva*) dovette però attendere la prima rivoluzione industriale ed è legata ai nomi di M^{me} du Châtelet, Young, Coriolis e Rankine. Il reverendo Moseley, tuttavia, precorse i tempi introducendo il concetto di *stabilità dinamica* già nel 1850 nella sua memoria "On the Dynamical Stability and on the Oscillations of Floating Bodies" [2]:

"Whence it follows that the work necessary to incline a floating body through any given angle is equal to that necessary to raise it bodily through a height equal to the difference of the vertical displacements of its centre of gravity and that of its immersed part, so that other things being the same, that ship is the most stable the product of whose weight by this difference is the greatest."

Il termine dinamica, per quanto di fondamentale importanza nel seguito, non deve trarre in inganno. Si tratta, infatti, del lavoro fatto nello sbandamento di una nave che, partendo da una posizione iniziale di quiete ed arrivando ad una posizione finale isocarenica di quiete, si trasforma integralmente in energia potenziale come conseguenza del principio di conservazione dell'energia (trascurando le cause dissipative). Come è noto, la conoscenza del momento raddrizzante permette

di calcolare l'angolo di sbandamento di equilibrio rispetto ad un momento sbandante, mentre la stabilità dinamica permette di calcolare l'angolo di massimo sbandamento conseguente all'applicazione di quel momento sbandante.

La nozione "dinamica" è qui usata in un'accezione un po' particolare: essendo un'applicazione del principio di conservazione dell'energia, vengono trascurate le cause dissipative e si tratta in ogni caso, di momenti sbandanti e raddrizzanti dipendenti al più dall'angolo, *ma non dal tempo*.

Con l'avvento delle navi a scafo metallico, prima fra tutte il *Great Eastern* nel 1858, la necessità di approcci più sistematici ed a carattere pratico alla stabilità crebbe notevolmente. Fu l'inglese Reed, chief constructor della Royal Navy, a realizzare per primo la connessione tra bordo libero e stabilità ai grandi angoli. Le sue intuizioni furono confermate dal tragico incidente occorso alla nave HMS Captain, progettata con bordo libero ridotto dal Coles, rispetto alla nave HMS Monarch da lui progettata. Era il 1870.

A2.3 Le basi per il Criterio Generale di Stabilità

Il Rahola, nella sua tesi di dottorato pubblicata nel 1939 [3], effettuò un'analisi discriminatoria su un campione di navi che avevano subito incidenti connessi con scarsa stabilità o che non avevano subito alcun incidente. Dopo aver individuato i parametri significativi in termini di stabilità iniziale e delle caratteristiche della curva dei bracci di stabilità statica e dinamica (curva delle aree), Rahola sviluppò degli standard minimi relativi a questi parametri che una nave avrebbe dovuto avere per non incorrere in quegli incidenti (si veda ad esempio la Fig. 1). Questa è stata la base per lo sviluppo in sede IM(C)O del Criterio Generale di Stabilità, come raccomandazione, contenuto nella Ris. A. 167 del 1968.

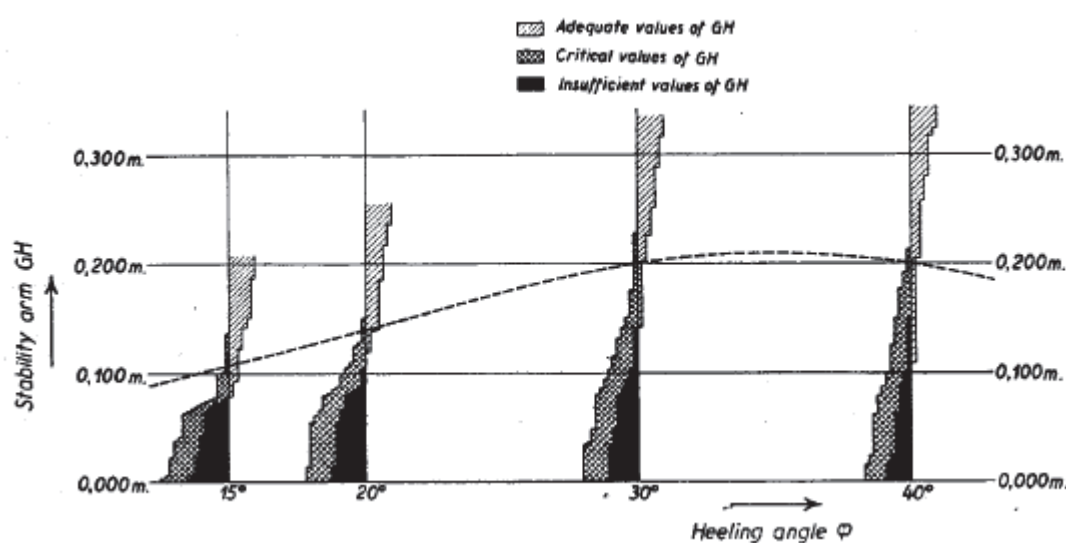


Fig. 1. Requisiti minimi per la curva dei bracci di stabilità statica risultanti dall'analisi discriminatoria tra navi che avevano avuto incidenti connessi con insufficiente stabilità e navi che non avevano subito incidenti [3]. Nel diagramma, GH rappresenta il braccio di stabilità statica (oggi $\overline{GZ}$).

A2.4 Le basi per il Criterio Meteorologico

Il Rev. Moseley, come accennato nel § A.2.2, aveva posto nel 1850 le basi per l'utilizzo del bilancio energetico quale metodo per calcolare il massimo sbandamento sotto l'azione di una causa sbandante che agli angoli minori dell'angolo di equilibrio statico ecceda di una quantità finita il momento raddrizzante. Nel 1935 il Pierrottet [4] utilizzò il metodo del bilancio energetico sulla base del quale presentò un criterio di stabilità delle navi che, direttamente o indirettamente,

influenzò in grande misura lo sviluppo dei criteri di stabilità qualche decennio più tardi. Il criterio considerava l'effetto di onde e vento, lo spostamento dei passeggeri a murata, lo sbandamento in evoluzione e la stabilità in allagamento. È peraltro di grande interesse leggere i commenti di Sir Archibald Denny, Chairman della Sessione della Institution of Naval Architects:

"The CHAIRMAN: I do not wish in the least to detract from the good work that Professor Pierrottet has done. I think the Paper will be very useful to us, but I do hope it will be a long time before it is made the basis for new Board of Trade regulations by the Classification Societies. The number of losses from capsizing is so exceedingly small, even more tiny than he says, that it would be a very stiff to impose these regulations. After all, when you had imposed them, the skipper might upset them all by his loading of the ship. There is the difficulty. I hope Professor Pierrottet will not assume that I am pouring too much cold water on his scheme, for I think you will agree with me that he has devoted his energy, brains and ability to producing an interesting and, I believe, a useful Paper, and that we ought to accord him a very hearty vote of thanks"

e la risposta di Pierrottet:

"To Sir Archibald Denny I would say that I think the problem of stability is rather neglected by ship designers. I can see danger in his recommendations of empirical, rather than scientific methods. If the proportions of bridges across rivers were decided empirically, I am sure that sooner or later there would be many a disaster. The limits of the field over which empirical methods can safely be applied are very vague. It is my opinion, therefore, that no effort should be spared to study scientifically the stability of ships, and to ensure that designers do not neglect its consideration. I am rather doubtful, moreover, if this object can be attained without the application of binding regulations. I quite agree that at 50° inclination nothing would remain still on deck, but that is not the problem: when a ship is unfortunate enough to acquire a list of 50°, the problem is not so much of how to keep all the passengers safely on board, but rather to prevent her from capsizing. I should not be adverse, though, to reducing the proposed 50° to some smaller figure."

Si tratta di un dibattito di grande attualità anche oggi. In particolare per quanto concerne la presunta difficoltà di applicazione dei criteri connessa, una volta, con le effettive difficoltà di calcolo, oggi con la grandissima varietà e livello degli uffici progetti, dei cantieri e degli operatori. Accade spesso di sentire che i criteri di stabilità sono giudicati troppo poco scientifici da parte degli studiosi e al tempo stesso troppo complessi da parte degli operatori [5].

A partire dal criterio proposto dal Pierrottet, i Giapponesi, in seguito al capovolgimento della nave Toya Maru nel 1954, svilupparono negli anni '50 un Criterio Meteorologico [6] che fu, per l'epoca, uno standard di altissimo livello e costituì la base di quello che sarà poi il Criterio Meteorologico dell'IMO (Raccomandazione contenuta nella Ris. A.562 del 1985) per le navi da carico e passeggeri di 24 m di lunghezza ed oltre.

È importante notare che, anche il criterio Giapponese è stato sviluppato sull'onda di un disastro, come appare evidente dal testo dello Yamagata nel 1959 [6]:

"Various proposals for a suitable standard or a critical value of the stability of ships have been put forward by a number of naval architects since the publication of papers by Rahola and Pierrottet. In Japan, also investigations have been made in this field by Watanabe, Kato, etc. Although some of the results of these investigations were applicable to the design of ships, it seemed premature until recently, to draw up regulations for a standard of stability. However, the large number of casualties attributed to insufficient stability and the world-wide tendency towards establishing regulations for stability, has led to an increasing demand for legislation in Japan with reference to the provision for a standard in these matters.

...

In May 1953 a committee under the chairmanship of the author (Yamagata) was organized within the Ministry of Transportation, and a policy of laying down a standard of stability of ships was determined upon.

...

This work comprised the review of the past investigations conducted in various countries as well as the experiments and investigations conducted by us.

...

Being prompted, in the course of investigations, by the catastrophic casualties of Toya Maru and other ferry-boats, the results ... were considered and the standard of stability was finally drawn up. This standard was adopted in the "Regulations for Stability of Ships" enacted in February 1957 and the survey of ships in accordance with this standard is being undertaken at present."

Precedentemente al 1985, una versione interim del Criterio Meteorologico era stata inclusa nella prima Convenzione di Torremolinos del 1975 per le navi da pesca di 45 metri di lunghezza ed oltre.

A2.5 Verso una vera "dinamica": il moto di rollio ed il fenomeno della risonanza

Le azioni del mare e del vento a raffiche, dipendono dal tempo e quindi non si può applicare il principio di conservazione dell'energia. Bisogna in questo caso considerare il fenomeno della risonanza. In condizioni stazionarie, l'ampiezza dell'oscillazione è data dal bilancio energetico tra la forzante e le cause dissipative. Per la stabilità sono di grande interesse due casi corrispondenti a mare al traverso ed a mare longitudinale.

A2.5.1 Il caso del mare al traverso – Aspetti non lineari

Già Froude tra il 1860 ed il 1880 aveva messo in luce diversi aspetti del rollio sull'onda, considerando principalmente il caso di mare al traverso. Si tratta di considerare la soluzione dell'equazione differenziale del moto di rollio, eventualmente accoppiata almeno con gli altri i moti laterali se l'ipotesi di asse di rotazione fisso non è accettabile. Si può adottare una descrizione in angolo assoluto o in angolo relativo, quest'ultima riacquistando un ruolo rilevante dopo un lungo periodo di oblio dovuto alla difficoltà di effettuare calcoli con mare irregolare o comunque con composizione armonica. I diversi contributi idrostatici ed idrodinamici di questa equazione non sono di facile calcolo a causa delle grandi ampiezze generalmente raggiungibili da questo moto anche in presenza di mari di intensità moderata. Non entreremo in questa memoria nel merito di queste questioni, ricordando soltanto che il calcolo dei coefficienti di smorzamento costituisce ancora un problema aperto.

Complicazioni importanti sono costituite dallo studio delle fasi transitorie, dagli aspetti stocastici, dagli aspetti non lineari e dalla combinazione di questi ultimi due.

Per quanto riguarda gli aspetti non lineari, osserviamo che, sebbene le equazioni differenziali siano state introdotte già da Leibniz e Newton, lo studio degli aspetti non lineari è iniziato solamente con Poincaré alla fine del 1800 e la meccanica non lineare è stata sviluppata soltanto a partire dagli anni '70 del secolo scorso. L'applicazione di questi concetti al rollio non lineare in mare regolare al traverso, descritto ad esempio mediante un'equazione differenziale contenente termini non lineari sia nello smorzamento che nel momento raddrizzante, ha permesso di identificare condizioni di risonanza diverse dal caso convenzionale del sincronismo [7]. Si tratta delle cosiddette risonanze ultrarmonica e subarmonica (Fig. 2).

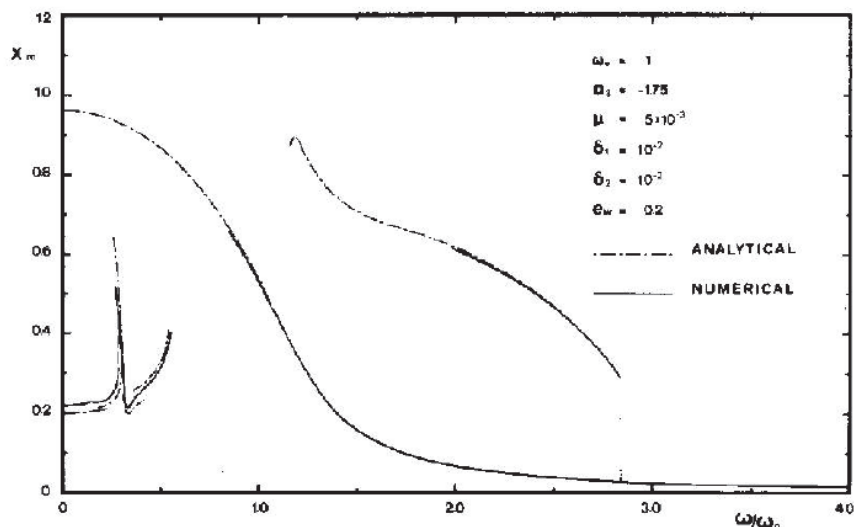


Fig. 2. Ampiezza di rollio stazionario in funzione della frequenza per una nave in mare regolare al traverso. Risultati ottenuti mediante applicazione di un metodo perturbativo approssimato all'equazione differenziale non lineare di rollio e confronto con i risultati ottenuti per via numerica [7].

Di questi aspetti, dei quali si è fornita evidenza sperimentale [8] di esistenza e pericolosità (Fig. 3), bisogna tener conto quando si progettano sistemi fortemente non lineari e quando si valutano i parametri di tali sistemi a partire da prove sperimentali attraverso procedure di identificazione parametrica.

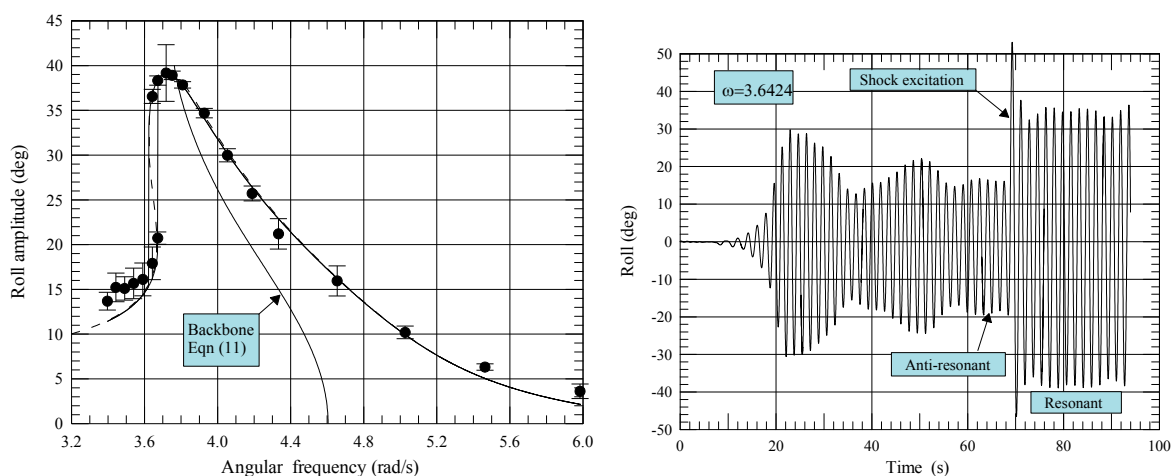


Fig. 3. a) Ampiezza stazionaria di rollio in mare regolare al traverso. I punti indicano i risultati di prove sperimentali. b) Storia temporale di una prova sperimentale con salto di ampiezza in presenza di una biforcazione dell'equazione del moto [8].

A2.5.2 Il caso del mare longitudinale – La risonanza parametrica

Grim, Kerwin e Paulling già negli anni '50 avevano discusso il problema della stabilità in mare longitudinale (prevalentemente dai quartieri poppieri) di una nave avente la posizione dritta di equilibrio stabile ($\overline{GM} > 0$) in mare calmo trovando che essa poteva essere descritta da un'equazione differenziale del tipo di Mathieu.

Come accennato nel § 7.8.6, l'effetto dell'onda longitudinale, combinato con i moti della nave produce una grande variazione della forma di carena ed in particolare della forma ed estensione

della figura di galleggiamento. Come conseguenza si ha una variazione periodica dell'altezza metacentrica e del braccio di stabilità agli angoli finiti.

Sebbene la funzione $\overline{GM}(t)$ possa avere un andamento complicato, le caratteristiche principali possono essere rappresentate dai primi termini della serie di Fourier. Considerando solo il primo termine, di ampiezza $\delta\overline{GM}$, si ha:

$$\overline{GM}(t) = \overline{GM}^* \cdot \left(1 + \frac{\delta\overline{GM}}{\overline{GM}^*} \cdot \cos \omega_e \cdot t \right)$$

e di conseguenza l'equazione del moto di rollio diventa:

$$\ddot{\phi} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\phi} + \omega_0^2 \left(1 + \frac{\delta\overline{GM}}{\overline{GM}^*} \cdot \cos \omega_e \cdot t \right) \cdot \phi = 0$$

Un'equazione di questo tipo, confrontata con quella tipica di mare al traverso, presenta le seguenti differenze:

- assenza di una forzante esplicita a causa della simmetria della nave rispetto all'onda longitudinale (in presenza di onde da direzioni diverse si ha anche qui una forzante);
- presenza di un termine, il momento raddrizzante, esplicitamente dipendente dal tempo. Questo termine appare come una modulazione della frequenza naturale o, alternativamente, come una forzante di tipo parametrico.

Pur essendo lineare, la risoluzione dell'equazione di Mathieu, introdotta nel 1868 in relazione al problema delle vibrazioni di una membrana ellittica, presenta grandi difficoltà e prevede comportamenti nuovi rispetto all'assenza di termini aventi una dipendenza periodica dal tempo. In particolare, essa prevede che si possa avere la perdita di stabilità della posizione diritta, che peraltro rimane sempre posizione di equilibrio. In presenza di perturbazioni anche di piccola entità si può allora avere l'insorgenza di un moto di rollio, detto appunto *rollio parametrico*, che può raggiungere rapidamente ampiezze pericolose per la sicurezza della nave o del carico trasportato. Le condizioni di soglia per l'insorgenza del rollio parametrico sono le seguenti [9,10]:

$$\begin{cases} \omega_e \cong 2 \cdot \omega_0 \\ \frac{\delta\overline{GM}}{\overline{GM}^*} > 4 \cdot \frac{\mu}{\omega_0} \end{cases}$$

Che mostrano come il rollio parametrico sia subarmonico di ordine due rispetto alla forzante. L'approccio lineare, essendo limitato a piccole ampiezze di moto, è utile per la previsione della soglia, ma non permette di valutare l'ampiezza del rollio sopra soglia. La limitazione superiore è infatti fornita dall'effetto dei termini di smorzamento non lineari [11,12], che dissipano l'energia fornita dalla forzante, o dai termini non lineari del momento raddrizzante che contribuiscono allontanando progressivamente la frequenza naturale dalla condizione di risonanza con un meccanismo analogo a quello di Fig. 2.

Una volta innescato, il rollio parametrico sopra soglia può presentare un transitorio molto rapido e raggiungere ampiezze pericolose, come ad esempio in Fig. 4, che mostra i risultati sperimentali relativi a prove su modello in mare regolare di prua con $s_w = 1/30$. La situazione è più complessa in presenza di mare irregolare e di forti non linearità. In approccio non lineare possono verificarsi diverse condizioni, tutte verificate sperimentalmente [13], oltre all'instabilità della posizione diritta:

- coesistenza della stabilità della posizione dritta con una soluzione di rollio parametrico stabile, al di fuori della zona di frequenza tipica dell'instabilità della posizione dritta;
- coesistenza di due soluzioni non nulle stabili in presenza di instabilità della posizione dritta;
- altri casi più complessi...

Il rischio di rollio parametrico può essere ridotto in sede di progetto aumentando lo smorzamento, riducendo le variazioni di altezza metacentrica sull'onda (riducendo il flare), o installando casse antirollanti. Dal punto di vista operativo, può essere mitigato evitando la condizione di risonanza parametrica intervenendo sulla condizione di carico o con indicazioni al Comandante.

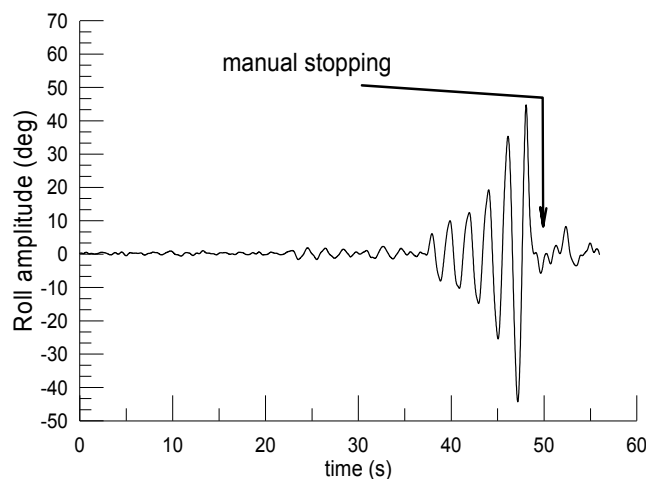


Fig. 4. Storia temporale del rollio parametrico in mare regolare di prua avente $\lambda = L_{pp}$ e $s_w = 1/30$ [10].

Pur essendo il rollio parametrico un fenomeno noto da tempo, scarso interesse era stato dedicato al caso di mare di prua finché non è occorso l'incidente alla portacontaineri APL China nel 1998. In conseguenza di questo incidente, e degli studi connessi, è stata effettuata la revisione della MSC Circ. 707 del 1995 "Guidance to the master for avoiding dangerous situations in following and quartering seas" e l'argomento rollio parametrico è stato inserito a pieno titolo tra i fenomeni che devono essere inclusi nei Criteri di Stabilità della seconda generazione (vedi § 7.3 del testo).

A2.6 La stabilità in allagamento

Come è noto, lo sviluppo delle prime normative internazionali di compartimentazione ha avuto inizio in conseguenza dell'affondamento del Titanic nel 1912 nel corso del suo viaggio inaugurale. Questo tragico evento mobilitò l'opinione pubblica internazionale e dette origine alla prima (di una lunga serie) riunione nell'ambito della Convenzione SOLAS nel 1914. Va notato che, sebbene le linee guida del metodo di compartimentazione detto del *Criterio di Servizio*, basato sui concetti di lunghezza allagabile, lunghezza ammissibile e fattore di compartimentazione, fossero state già individuate nel corso della prima riunione, per avere la prima normativa di stabilità in allagamento bisogna attendere il 1948 e l'IMCO. La prima regola di stabilità in allagamento, riportata in Fig. 5, richiedendo che la stabilità iniziale fosse non negativa in allagamento simmetrico, dimostra quanto poco fosse considerata la compartimentazione ancora in quegli anni. Si noti che il Pierrottet aveva incluso la stabilità in allagamento già nella sua proposta del 1935...

Sempre nella Fig. 5 è rappresentata l'evoluzione della normativa di stabilità in allagamento fino alle modifiche SOLAS'90 navi passeggeri, modifiche che hanno segnato il punto più alto (ed anche l'ultimo!) del metodo deterministico del criterio di servizio. Già del 1960, infatti, era iniziato il percorso che porterà nel 1974 con la IMO/Res.A.265 alla prima formulazione della compartimentazione con metodo probabilistico per le navi passeggeri e successivamente, nel 2009,

alla formulazione della normativa di compartimentazione armonizzata su base probabilistica nota come SOLAS'2009. Non è compito di questa breve Appendice di entrare nel dettaglio di questa normativa [14].

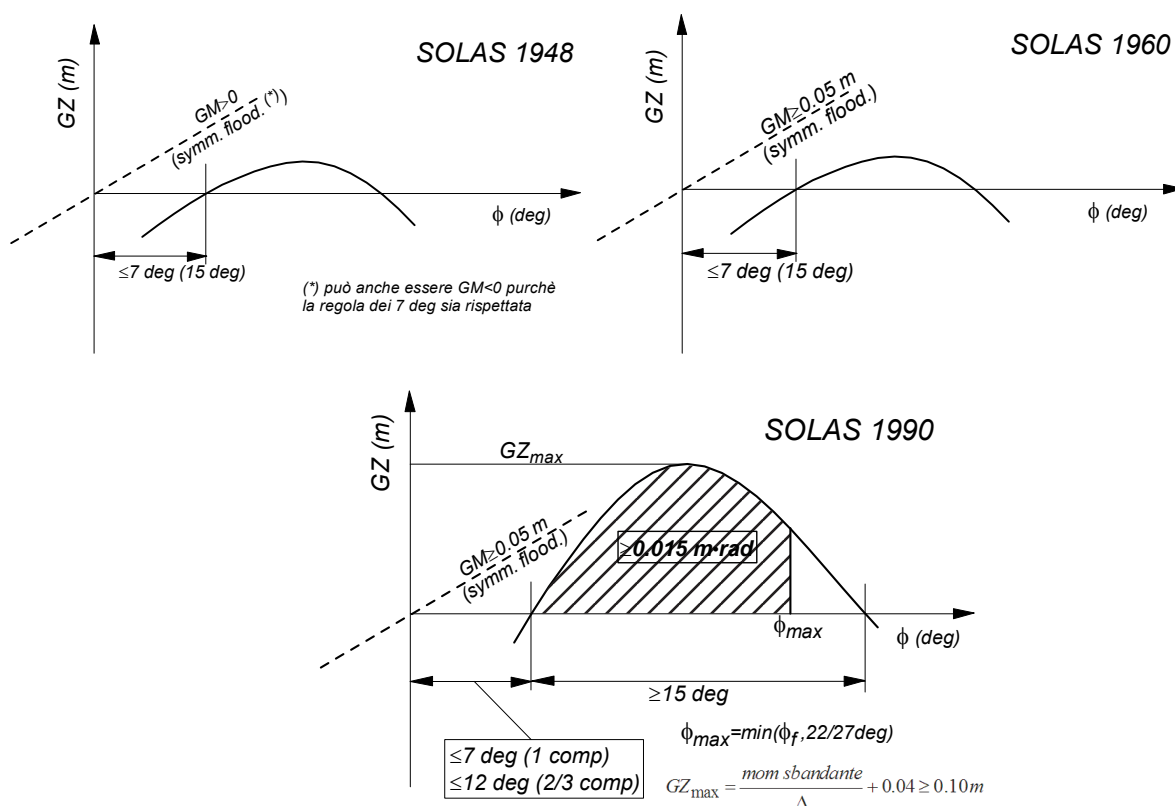


Fig. 5. Evoluzione dei requisiti di stabilità in allagamento per la normativa SOLAS basata sul Criterio di Servizio ([14] - per esigenze di spazio sono stati trascurati i transitori di allagamento).

A2.7 Atteggimento re-attivo ed atteggimento pro-attivo

Va purtroppo segnalato che l'evoluzione delle normative di compartimentazione e stabilità in allagamento, al pari di quelle di stabilità allo stato integro è costellato di incidenti gravi in conseguenza dei quali le normative venivano cambiate.

Negli ultimi anni si è avuto un aumento della conoscenza dei meccanismi pericolosi ed un forte sviluppo delle metodologie teorico-numeriche per la simulazione dei moti in condizioni estreme anche grazie alla spinta data dai Convegni e Workshop sulla Stabilità, che si svolgono con cadenza annuale e grande partecipazione, ed all'istituzione da parte della ITTC di un Comitato Specialistico "Stability in Waves". Come conseguenza, l'atteggimento *re-attivo* è stato abbandonato in favore di un atteggimento *pro-attivo* solo all'inizio della discussione riguardante i criteri di stabilità a nave integra della seconda generazione. Per quanto la discussione abbia poi portato ad escludere, almeno inizialmente, l'adozione integrale di un approccio tipo Formal Safety Assessment (FSA), il passaggio sopra indicato rappresenta in ogni caso il passaggio tra i due atteggiamenti contrapposti che stanno alla base (Step 1 di FSA) di quell'approccio:

What *did* go wrong? → What *might* go wrong?

A2.8 Lo sviluppo dei criteri di stabilità a nave integra

Per convenienza di presentazione, questa parte può essere suddivisa in tre periodi:

- dalla fase iniziale dello sviluppo di Criteri di Stabilità a livello internazionale (grossolanamente l'inizio degli anni '60) fino al completamento del Code of Stability for all ship types covered by IMO Instruments (raccomandazione IMO Res. A.749) e la sua (lenta) evoluzione fino al 2001;
- dall'inizio della ristrutturazione del *Code of Stability for all ship types covered by IMO Instruments* alla fine di questo processo nel 2007;
- dall'inizio dello sviluppo dei criteri della seconda generazione (PBC – *Performance Based Criteria*) ad oggi, inclusi i prevedibili sviluppi futuri.

A2.8.1 Prima parte: I criteri di stabilità della prima generazione – In principio era la sopravvivenza in allagamento

Come abbiamo visto, le normative di stabilità, sia a nave integra che a nave allagata, sono state formulate solo recentemente, ad uno stadio molto avanzato di sviluppo dell'Architettura Navale [15,16]. Questo è particolarmente vero per le normative formulate a livello internazionale che hanno seguito di parecchio la stessa istituzione dell'IM(C)O. Le prime di esse sono nate, infatti, da una raccomandazione contenuta nelle conclusioni della Conferenza del 1960 della Convenzione SOLAS:

“The Conference, having considered proposals made by certain governments to adopt as part of the present Convention regulations for intact stability, concluded that further study should be given to these proposals and to any other relevant material which may be submitted by international Governments. The Conference therefore recommends that the Organization should, at a convenient opportunity, initiate studies on the basis of the information referred to above, of:

- a) intact stability of passenger ships;
- b) intact stability of cargo ships;
- c) intact stability of fishing vessels, and
- d) standards of stability information.”

Come risultato di questi studi è stato formulato ed adottato nel 1968 dall'IMO (Res. A.167) il cosiddetto *Criterio Generale* o “Statistico”. Esso contiene standard minimi per l'altezza metacentrica iniziale ed alcune caratteristiche della curva dei bracci di stabilità statica e le aree da essa sottese (stabilità dinamica). Per le navi passeggeri sono previsti anche degli standard di stabilità riguardanti lo sbandamento in evoluzione e l'affollamento dei passeggeri a murata.

Diversi autori hanno verificato l'importanza dei diversi standard in relazione a specifiche tipologie di navi [17,18].

In parallelo fu condotta l'attività finalizzata alla formulazione di criteri di stabilità adeguati alle navi da pesca. Questo condusse alla Ris. A.168 ed alla Convenzione di Torremolinos del 1975. Per una panoramica sullo stato attuale ed i prevedibili sviluppi futuri della normativa per i pescherecci, si veda [19].

Va notato che i 6 sotto-criteri dei quali si compone il Criterio Generale non hanno in generale tutti ugual peso nell'applicazione pratica, essendo uno o più di essi particolarmente limitativi per particolari tipologie di navi. Quello riguardante la posizione del massimo della curva dei bracci di stabilità, in particolare, ha presentato delle difficoltà fin dall'inizio. Questo ha portato all'ambigua formulazione (il corsivo è mio):

“The maximum righting arm should occur at an angle of heel *preferably exceeding 30° but not less than 25°*”.

In vista delle tendenze attuali che vedono un progressivo aumento del rapporto B/D per alcune tipologie di navi e facendo riferimento alle prassi precedentemente adottate da diversi Registri, nella stesura delle Note Esplicative al nuovo International Code on Intact Stability 2008, da parte dell'IMO, si è infine deciso di accettare, soggetto all'approvazione dell'Amministrazione, una riduzione dell'angolo del massimo fino a 15° con un compenso nell'area 0°÷30° come previsto dal Codice per gli Offshore Supply Vessels.

Di nuovo nelle conclusioni, la SOLAS 1974 indicava:

“[IMO] recommends that steps be taken to formulate improved international standards on intact stability of ships taking into account, inter alia, external forces affecting ships in a seaway which may lead to capsizing or to unacceptable angles of heel.”

Come risultato, il *Criterio Meteorologico* (Weather Criterion) fu adottato dall'IMO nel 1985 (Res. A. 562). In realtà, esso consiste di un Criterio del Vento, la cui formulazione è stata resa meno ambigua nell'International Code on Intact Stability 2008, e di un Criterio di Vento e Onde. In quest'ultimo, l'angolo di rollio ϕ_1 sotto l'azione delle onde viene calcolato con la (oggi tanto criticata) formula:

$$\phi_1 = 109 \cdot k \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sqrt{r \cdot s}$$

che rappresenta l'ampiezza della soluzione stazionaria della seguente equazione differenziale del moto (non lineare nello smorzamento) di rollio:

$$\ddot{\phi} + \beta \cdot \dot{\phi} + \omega_0^2 \cdot \phi = \omega_0^2 \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot \cos(\omega_e \cdot t)$$

Uno studio approfondito del problema ha mostrato che tutti i parametri della formula per il calcolo di ϕ_1 sono valutati dalla procedura in maniera non corretta [20-22]. Si è inoltre visto che l'assunzione che il centro di resistenza laterale nel moto di drift sotto l'azione del vento sia a metà immersione, non è affatto supportata dagli esperimenti recenti [23]. Ricordiamo che tale ipotesi semplificativa, rispetto alle precedenti assunzioni del centro di resistenza laterale come centro del piano di deriva, era stata esplicitata dal Pierrotet e trasportata pari-pari al Criterio Meteorologico attraverso il Criterio Giapponese [6]. Osserviamo anche che il criterio si basa su un bilancio energetico, durante l'*ultima mezza rollata*, l'applicazione del quale non è ovvia, trattandosi di azioni dipendenti dal tempo. La giustificazione si basa su quanto detto precedentemente a proposito della risonanza.

I due criteri di stabilità così formulati hanno costituito la base del Code of Stability for all ship types covered by IMO Instruments contenuto nella Res. A.749 e successive modifiche. Assieme alla MSC Circ. 707, di natura qualitativa ed indipendente dal tipo di nave, hanno rappresentato un indubbio progresso ed hanno grandemente contribuito all'aumento della sicurezza in mare. Ricordiamo che i due Criteri principali dovevano essere applicati entrambi pur rimanendo a livello IMO di “raccomandazioni”.

Da un punto di vista generale, i due Criteri sono entrambi di natura prescrittiva ed hanno carattere semiempirico. Mentre il Criterio Generale è di natura statistica, essendo basato sui risultati dell'analisi di incidenti, e pertanto è soggetto ad obsolescenza in corrispondenza con la variazione delle forme e delle tipologie, il Criterio Meteorologico contiene una modellazione fisica, seppure semplificata, ed è di tipo Goal-based, consistendo il *goal* nel non superamento dell'angolo critico ϕ_2 .

A2.8.2 Seconda parte: Le modifiche introdotte con la formulazione dell'International Code on Intact Stability 2008

Nel 2001 è iniziato il processo di revisione del “Code of Stability for all ship types covered by IMO Instruments”. La revisione si era resa necessaria in base alla valutazione dell'obsolescenza delle formule incluse nel Criterio Meteorologico riguardanti sia il calcolo dell'angolo di rollio che l'azione del vento, con particolare riferimento alle moderne navi da crociera [SLF44/INF.6]. Inizialmente limitato alla revisione del Criterio Meteorologico, il processo si è esteso all'intero Codice con l'idea di operarne la revisione da una parte e di formulare una nuova generazione di

Criteri di Stabilità basati sul comportamento effettivo della nave nelle diverse condizioni meteomarine. Nell'ambito del Sottocomitato SLF fu formato un "Ad-Hoc Working Group for the Revision of the Intact Stability Criteria" con il coordinamento dell'autore di questa nota e la prima parte dell'attività fu dedicata alla revisione del Codice ed alla risoluzione di alcuni problemi urgenti. Questa parte dell'attività si è conclusa nel 2007 con i seguenti risultati principali:

- a) Ristrutturazione del Codice (International Intact Stability Code 2008 ed MSC.1/Circ. 1281) rendendone una parte *obbligatoria* contemporaneamente sotto l'ombrello SOLAS e quello ILLC. Pur essendo una *raccomandazione* a livello IMO, diverse parti del Codice avevano carattere obbligatorio di fatto. Tuttavia il loro status particolare rendeva possibili alcune alternative presenti nei regolamenti adottati da alcune Amministrazioni (come ad esempio l'angolo del massimo GZ di cui si è parlato nel § 7.1).
- b) Si è pertanto resa obbligatoria la Parte A contenente "design criteria applicable to all types of ships", mentre è rimasta raccomandazione la Parte B "containing recommendations for certain types of ships";
- c) Sviluppo di una procedura alternativa per la verifica del Criterio Meteorologico su base sperimentale (MSC.1/Circ. 1200 e 1227). Questa procedura si è resa necessaria in vista della futura obbligatorietà del Criterio Meteorologico e del fatto che si è considerato pericoloso apportare a questo livello modifiche al criterio stesso senza disporre della necessaria validazione. La procedura alternativa è stata sviluppata nell'ambito di una collaborazione tra Italia e Giappone;
- d) Altre modifiche minori (riguardanti l'effetto degli specchi liquidi, l'effetto dell'assetto, etc.);
- e) La revisione della MSC Circ. 707 per produrre la MSC.1/Circ.1228. Si noti che, data la ristrettezza di tempo a disposizione, la nuova circolare è ancora di tipo qualitativo e ship-independent. Indicazioni specifiche al Comandante verranno fornite alla fine dell'ultima parte dell'attività.

A2.8.3 Fenomeni non inclusi o non adeguatamente trattati nell'International Code on Intact Stability 2008

Nel corso della discussione all'interno dello Working Group, si è evidenziato come i seguenti fenomeni non fossero inclusi o adeguatamente trattati dai criteri esistenti:

1. Stability failures under dead ship conditions;
2. Stability failures in following seas associated with matters related to stability variation in waves, in particular reduced righting levers of a ship situated on a wave crest;
3. Stability failures caused by parametric resonance, including consideration of matters related to large accelerations and loads on cargo and stability variation in waves; and
4. Stability failures caused by broaching including consideration of matters related to manoeuvrability and course keeping ability as they affect stability;

Un fenomeno ulteriore: "Problems related to excessive accelerations" è stato aggiunto durante la SLF53 nel Gennaio 2011.

A2.8.4 Terza parte: La seconda generazione di criteri di stabilità: Performance-Based Criteria (PBC)

Nel 2007 l'International Code on Intact Stability fu completato ed adottato dal Maritime Safety Committee dell'IMO come *International Code on Intact Stability, 2008*.

Si riprese a questo punto a lavorare alla seconda parte del programma consistente nello sviluppo di criteri di stabilità della seconda generazione [24]. Di conseguenza fu deciso il seguente piano d'azione:

- Develop vulnerability criteria to identify the possible susceptibility of a ship to partial (excessive heeling/roll angles/accelerations) or total (capsizing) stability failures for each mode.
- Develop procedures for direct assessment of all the failure modes identified (vedi § 7.3 di questa memoria);

- Develop:
 - Standard requirements for on-board guidance;
 - Criteria for certain types of ships; and
 - Implementation plan for incorporating a new generation intact stability criteria into the IS Code as well as parametric (simplified) criteria.”

L'idea dei *Criteri di Vulnerabilità* è molto importante al fine di migliorare la sicurezza della navigazione sviluppando criteri che siano *cost-effective*. I criteri di stabilità della seconda generazione sono infatti basati su una struttura a più livelli (3+1) ed indirizzati a navi che, per forme o dimensioni possono essere maggiormente sensibili ai fenomeni (modi) individuati come potenzialmente pericolosi e rispetto ai quali i criteri esistenti non forniscano adeguata copertura. Queste navi vengono qualificate come *non-convenzionali* e lo scopo del primo livello dei nuovi criteri (*Criteri di Vulnerabilità di livello 1*) è proprio quello di determinare se una data nave è convenzionale o non convenzionale rispetto a quel particolare modo.

Se una nave passa il primo livello, significa che non è suscettibile rispetto a quel modo e va soggetta all'International Code on Intact Stability, 2008, se applicabile. Se non passa il primo livello, questo significa che quella nave è non convenzionale rispetto a quel particolare modo e quindi può essere vulnerabile rispetto ad esso. A questo punto, essa dovrebbe essere soggetta a verifica completa (*DSA - direct stability assessment*) rispetto a quel modo. Questo passo sarà prevedibilmente molto oneroso, per cui si è previsto un secondo livello di verifica (*Criteri di Vulnerabilità di livello 2*) con lo scopo di confermare o meno la vulnerabilità a quel modo. Se la nave non passa il livello 2, bisogna passare al livello 3, cioè al DSA (effettuato con metodologie performance-based), altrimenti la nave è soggetta all'International Code on Intact Stability, 2008, se applicabile.

I risultati ottenuti con il DSA potranno essere utilizzati per diminuire la vulnerabilità a quel particolare modo attraverso modifiche progettuali e/o indicazioni operative (livello 3+1) che possano assistere il Comandante in modo da ridurre al minimo possibile il livello di rischio. I risultati dell'applicazione del DSA forniranno inoltre informazioni sul livello di sicurezza connesso. Nel corso della riunione della SLF52 sono state date le seguenti specifiche di massima per i criteri dei diversi livelli:

1. Vulnerability Level 1 should consist in formulae or simple procedure based on geometry / hydrostatics, load condition and basic operational parameters, with low complexity and high safety margins;
2. Vulnerability Level 2 should consist in simplified physics-based calculations with reduced computational efforts and straight forward application following suitable guidelines, with moderate complexity and safety margins;
3. Direct assessment (third level) should be based on the best “state-of-the-art” concepts available. Time-domain numerical simulation with “hybrid” method and probability theory, as appropriate, should be used for the failure mode considered. The “hybrid” method includes potential flow + empirical viscous models. Specifically, rigid body-nonlinear dynamics model with undisturbed wave pressure (Froude-Krylov assumption). Specified formulation for added mass / wave damping / diffraction, externally specified coefficients for viscous/hydrodynamic lift components of roll damping and maneuvering, and propulsion force, external environmental actions should be included, as appropriate. Suitable guidelines and procedures (e.g., wave scatter diagram, ship operation conditions, etc.) should be clearly stated. Assessment is expected to be made using a probabilistic measure to evaluate safety level. High complexity and low safety margins are expected.
4. Along the same lines, taking into account that the dangerous phenomena cannot in general be avoided only by design requirements, ship specific operational guidelines should be developed. This is an expected outcome of the direct assessment methodologies.

A2.9 La situazione dopo SLF53

La struttura applicativa dei Criteri di Stabilità a nave integra, che risulta come in Fig. 6.

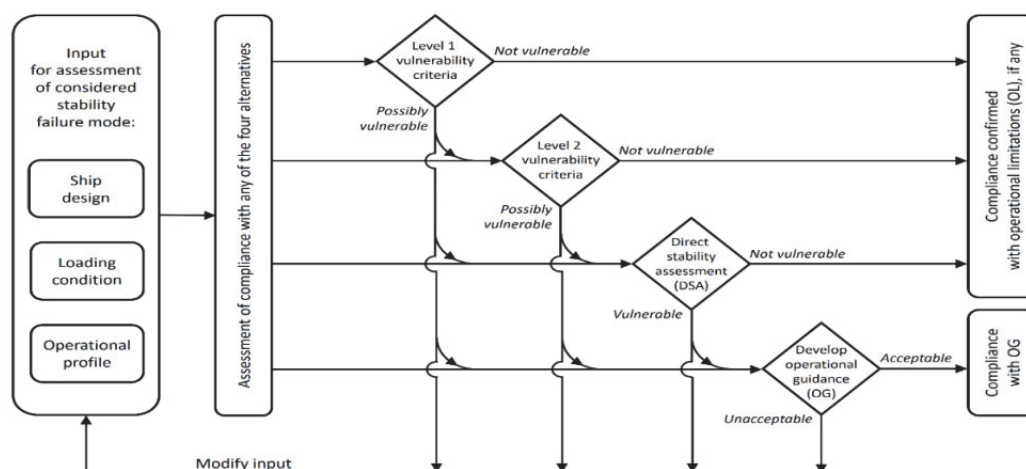


Fig. 6. Struttura dei criteri di stabilità a nave integra come prevista a regime dopo la formulazione, verifica, validazione e sufficiente esperienza nell'applicazione (Simplified scheme of the application structure of the second generation intact stability criteria. For actual application details, reference is to be made to the text of the Interim Guidelines contained in IMO/MSC.1/Circ.1627, 10 December 2020).

I modi ed i livelli da prendere in considerazione sono stati indicati nei paragrafi precedenti. Per la maggior parte di essi sono state avanzate una o più proposte all'IMO (tra cui alcune Italiane [25,26]). Nel caso di presenza di più proposte sono già in fase avanzata i processi di armonizzazione in modo da poter avere a disposizione, per la SLF54 un certo numero di metodologie complete sulle quali completare i processi di verifica e validazione al fine di poter iniziare l'applicazione a casi tipici. In realtà, l'applicazione non va intesa in maniera così rigidamente sequenziale come appare ad una prima vista dalla Fig. 6. All'interno di ogni "modo", bisogna "passare" almeno un livello²⁷.

A2.10 Conclusioni

Nel corso di questa sintetica nota storica, si è visto che lo sviluppo dei criteri di stabilità di prima generazione a livello internazionale è partito molto tardi sia rispetto agli sviluppi scientifici che all'istituzione dell'IMO. I grandi precursori possono essere identificati in Moseley, Rahola e Pierrottet. Una volta iniziato il processo, con la conclusione di SOLAS '60, il progresso è stato importante, ma abbastanza lento fino all'adozione dello Intact Stability Code (Res. A. 749). A partire dal 2001, anno di inizio del processo di revisione del Codice, il progresso è stato molto veloce, anche per la maggiore consapevolezza dei pericoli e delle possibilità connessa con i Convegni e Workshop sulla Stabilità, che si svolgono con cadenza annuale e grande partecipazione, ed all'istituzione da parte dell'ITTC di un Comitato Specialistico "Stability in Waves". Un importante contributo è stato fornito dalla scuola Italiana sia come critica dei criteri della prima generazione che nello sviluppo di procedure alternative e nella formulazione dei criteri della seconda generazione.

Caratteristiche innovative dell'atteggiamento adottato in sede IMO sono:

- a) il passaggio da un atteggiamento re-attivo ad uno pro-attivo;

²⁷ Nell'ambito della 54^{ma} riunione del SottoComitato SLF all'IMO (2012) si è anche discussa la possibilità di un'uscita intermedia, con limitazioni operative, in casi particolari.

- b) lo sviluppo di criteri basati sulle effettive prestazioni in mare ondosio;
- c) la strutturazione dei nuovi criteri in 3+1 livelli sulla base di un approccio cost-effective;

A2.11 E prima dell'IMO/IMCO?

Prima della costituzione dell'IM(C)O le richieste in termini di stabilità allo stato integro erano contenute nei regolamenti nazionali e nei regolamenti delle società di classifica. Per l'Italia, ad esempio nel 1939 [27], il Soldà, allora Direttore Generale del R.I.NA. riportava i seguenti valori (si ricordi che $\overline{GM} = (r - a)$):

“I pareri dei tecnici circa l'altezza metacentrica minima necessaria per la navigazione sono alquanto discordi. E' ovvio che un'altezza metacentrica troppo alta è nociva per la buona conservazione delle strutture, e al tempo stesso sgradevole per la vita di bordo, d'altra parte non si può scendere a valori troppo bassi per ragioni di sicurezza.

Sembra altresì ovvio che nei mari generalmente più agitati sia necessaria una maggiore altezza metacentrica, mentre nei mari relativamente tranquilli possa bastare un'altezza metacentrica minore. A tale riguardo, il R.I.NA. nelle sue norme interne per gli accertamenti di stabilità delle navi da passeggeri nuove, ha ritenuto conveniente precisare che le navi destinate a navigazione oceanica devono avere sempre altezza metacentrica

$$(r - a) \geq 0.30 \text{ m}$$

le navi destinate a navigazione mediterranea, o navigazione minore,

$$(r - a) \geq 0.15 \text{ m}$$

In nessun caso si ammette che in navigazione possa essere

$$(r - a) < 0.15 \text{ m}$$

Soltanto per le navi ferme nei porti, senza merce, si consente come limite estremo:

$$(r - a) \geq 0.05 \text{ m}$$

Per le navi da carico il R.I.NA. non ha avuto occasione di fissare valori concreti, sembrerebbe tuttavia che i limiti dianzi indicati potessero essere soddisfacenti anche per esse.”

Esistevano anche indicazioni relative allo spostamento dei passeggeri a murata, al trasporto di legname in coperta, etc.

A2.12 Bibliografia

1. Francescutto, A., Papanikolaou, A. D., “Buoyancy, Stability and Subdivision: From Archimedes to SOLAS2009 and the Way Ahead”, Int. Journal of Engineering for the Maritime Environment (Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part M), Vol. 225, 2011, pp. 17-32.
2. Francescutto, A., “Intact Stability Criteria of Ships - Past, Present and Future”, Ocean Engineering, 2016.
3. Moseley, H., “On the Dynamical Stability and on the Oscillations of Floating Bodies”, Phil. Trans. of the Royal Society of London, Vol. 140. (1850), pp. 609-643.

4. Rahola, J., "The Judging of the Stability of Ships and the Determination of the Minimum Amount of Stability Especially Considering the Vessels Navigating Finnish Waters", Ph.D. Thesis, Technical University of Finland, Helsinki, 1939, Finland.
5. Pierrottet, E., "Standards of Stability for Ships", Trans. Institution of Naval Architects, Vol. 77, 1935, pp. 208-222.
6. Francescutto, A., "Is it Really Impossible to Design Safe Ships?", Trans. Royal Institution of Naval Architects, Vol. 135, 1993, pp. 163-173.
7. Yamagata, M., "Standard of stability adopted in Japan", Trans. of Institution of Naval Architects, Vol. 101, 1959, pp. 417-443.
8. Cardo, A., Francescutto, A., Nabergoj, R., "Ultraharmonics and Subharmonics in the Rolling Motion of a Ship: Steady-state Solution", International Shipbuilding Progress, Vol. 28, 1981, pp. 234-251.
9. Contento, G., Francescutto, A., "Bifurcations in Ship Rolling: Experimental Results and Parameter Identification Technique", Ocean Engineering, Vol. 26, 1999, pp. 1095-1123.
10. Bulian, G., Francescutto, A., Dattola, R., "On the Possibility of Parametric Rolling for Naval Vessels", Proc. Int. Conf. on Marine Research and Transportation – ICMRT'05, Ischia, 2005, P. Cassella Ed., pp. 35-42.
11. Francescutto, A., "An Experimental Investigation of Parametric Rolling in Head Waves", Trans. ASME, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 123, 2001, pp. 65-69.
12. Francescutto, A., Dessi, D., Penna, R., "Some Remarks on the Nonlinear Modelling of Parametric Rolling", Proc. of 11th Int. Symp. on Offshore and Polar Engineering - ISOPE'2001, Stavanger, 2001, Vol. 3, pp. 317-320.
13. Francescutto, A., Bulian, G., Lugni, C., "Nonlinear and Stochastic Aspects of Parametric Rolling Modeling", Marine Technology, Vol. 41, 2004, pp. 74-81.
14. Bulian, G., Francescutto, A., "Theoretical Prediction and Experimental Verification of Multiple Steady States for Parametric Rolling", Proc. 10th Int. Ship Stability Workshop - ISSW'08, Daejeon, 2008, pp. 31-45.
15. Francescutto, A., "La Compartimentazione delle navi", Università degli Studi di Trieste, Edizione 2010.
16. Francescutto, A., "Intact Ship Stability - The Way Ahead", Marine Technology, Vol. 41, 2004, pp. 31-37.
17. Francescutto, A., "Intact Stability of Ships: Recent Developments and Trends", Proc. 10th Int. Symp. on Practical Design of Ships and Other Floating Structures – PRADS'07, Houston, 2007, Vol. 1, pp. 487-496.
18. Boccadamo, G., Cassella, P., Russo Krauss, G., Scamardella, A., "Analysis of I.M.O. Stability Criteria by Systematic Hull Series and by Ship Disasters", Proc. Int. Conf. on Stability of Ships and Ocean Vehicles - STAB'94, Melbourne (FL), 1994.
19. Francescutto, A., Nabergoj, R., "Parametric Analysis of the Stability of a Family of Fishing Vessels", Bull. de l'Association Technique Maritime et Aéronautique, Vol. 90, 1990, pp. 63-81.
20. Francescutto, A., "L'evoluzione delle normative di stabilità per i pescherecci", in "Marambiente, tecnologie innovative per una nautica sostenibile", a cura di F. Grossi, GTC Editore, Udine, 2010.
21. Francescutto, A., Serra, A., Scarpa, S., "A Critical Analysis of Weather Criterion for Intact Stability of Large Passenger Vessels", Proc. 20th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering - OMAE'2001, Rio de Janeiro, 2001, Vol. 1, pp. 829-836.
22. Bertaglia, G., Francescutto, A., Serra, A., Cafagna, F., "The Possible Evolution of Weather Criterion for Ships with High Values of KG/T and B/T and Its Impact on Design", Proc. 8th Int. Conf. on Marine Design IMDC'03, Athens, 2003, A. D. Papanikolaou Ed., Vol. I, pp. 183-193.
23. Bertaglia, G., Serra, A., Bulian, G., Francescutto, A., "Experimental Evaluation of the Parameters for the Weather Criterion", Proc. 8th Int. Conf. on Stability of Ships and Ocean Vehicles – STAB'03, Madrid, 2003, L. Pérez Rojas Ed., pp. 253-263.

24. Bulian, G., Francescutto, A., Fucile, F., Cafagna, F., Genuzio, D. H., Maccari, A., "Heeling Moment in the Alternative Assessment of the Weather Criterion: Direct Experiments and Numerical Calculations", Proc. 4th Int. Marine Conference on Design for Safety, Trieste, 2010, pp. 107-121.
25. Francescutto, A., Umeda, N., "Current Status of New Generation Intact Stability Criteria Development", Proc. 11th Int. Ship Stability Workshop, Wageningen, 2010, pp. 1-5.
26. Bulian, G., Dreossi, M., Francescutto, A., Maccari, A., Serra, A., "The Development of an Alternative Assessment to Weather Criterion on Experimental Basis", Proc. Int. Conf. on Ship and Shipping Research NAV'06, Genova, 2006, Vol. I, pp. 4.2.1-4.2.15.
27. Bulian, G., Francescutto, A., "New Generation Intact Stability Criteria: Assessing the Vulnerability to Parametric Roll", Proc. 16th Int. Conf. of Ship and Shipping Research – NAV'09, Messina, 2009, Vol. I, pp. 135-144.
28. Soldà, G., "Questioni relative alla stabilità delle navi mercantili", Memorie Tecniche del Primo Congresso degli Istituti di Classificazione Navale, Roma, 1939, pp. 45-55.

Si fa inoltre riferimento ai seguenti documenti dell'IMO:

1. MSC/Circ.707 (1995), "Guidance to the master for avoiding dangerous situations in following and quartering seas".
2. MSC/Circ.920 (1999), "Model Loading and Stability Manual".
3. MSC.1/Circ. 1200 (2006), "Interim guidelines for alternative assessment of weather criterion".
4. MSC.1/Circ. 1227 (2007), "Explanatory notes to the interim guidelines for alternative assessment of the weather criterion".
5. MSC.1/Circ. 1228 (2007), "Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions".
6. MSC.1/Circ. 1281 (2008), "Explanatory Notes to the International Code on Intact Stability.
7. Res. A.749 (18) (1995), "Code on Intact Stability for all types of ships", IMO Publication, 1995.
8. SLF44/INF.6 (2001), "Weather criterion for large passenger ships", Submitted by Italy.
9. SLF50/4/4 (2007), "Framework for the development of new generation criteria for intact stability", Submitted by Japan, the Netherlands and the USA.
10. SLF51/WP.2 (2008), "Revision of the Intact Stability Code - Report of the working group (part 1).
11. SLF52/WP.1 (2010), "Development of New Generation Intact Stability Criteria - Report of the Working Group (Part 1)".
12. SLF53/WP.4 (2011), "Development of second generation intact stability criteria - Report of the Working Group (Part 1)".

APPENDICE 3 – ULTERIORI RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI²⁸

A) Testi, dispense e manuali

1. Bresciani, F., “Appunti di Geometria dei Galleggianti”, Università degli Studi di Trieste.
2. Cardo, A., “Istituzioni di Architettura Navale”, Voll. I-IV, Università degli Studi di Trieste, Settembre 1974.
3. Cassella, P., “Sulle isocarene di galleggianti aventi forma generica”, Libreria Editrice l’Ateneo, Napoli, 1974.
4. Cassella, P., “Lezioni di Statica della Nave – Parte 1: Geometria dei Galleggianti”, Università degli Studi di Napoli, 1978.
5. Di Bella, A., “Statica della Nave”, Pubblicazioni Scientifiche di Ingegneria, Genova.
6. Di Nola, G., Parilli, A., “Elementi di Architettura Navale”, Vol. I, Poligrafico dell’Accademia Navale, Livorno, 1955.
7. Dupin C., “Applications de Géométrie et de Mécanique, à la Marine, aux Ponts et Chaussées, etc ... pour faire suite aux Développements de Géométrie”, Paris, Bachelier, 1822.
8. Faltinsen, O. M., “Sea Loads on Ships and Offshore Structures”, Cambridge University Press, 1990.
9. Francescutto, A., “Lezioni di Manovrabilità delle Navi”, Università degli Studi di Trieste, Edizione 2016.
10. Gleijeses, M., “Architettura Navale – Geometria e Statica delle Navi”, Voll. I-II, Libreria Liguori, Napoli, 1956.
11. Kriloff, A., “A General Theory of the Oscillations of a Ship on Waves”, Trans. INA, Vol. XL, 1898, pp. 135-196.
12. Letcher, J. S. Jr., “The Geometry of Ships”, The Principles of Naval architecture, J. R. Paulling Ed., SNAME, New York, 2009.
13. Lewis, E. V. (Editor), “Principles of Naval Architecture”, Second Revision, Vol. I, “Stability and Strength”, SNAME, New Jersey, USA, 1988.
14. Lloyd, A. R. J. M., “Seakeeping – Ship Behaviour in Rough Weather”, Ellis Horwood Ltd (John Wiley & Sons), 1989.
15. Mannella, G., “Normative di sicurezza marittima – aggiornata con le ultime disposizioni legislative”, Mursia, 1997.
16. Mansour, A., Liu, D., “Principles of Naval Architecture - Strength of Ships and Ocean Structures”, SNAME, Jersey City, 2008.
17. Moore, C. S., “The Principles of Naval Architecture Series: Intact Stability”, J. R. Paulling Ed., SNAME, New Jersey, 2010.
18. Morvillo, A., “Tecnologia delle Costruzioni Navali – La Geometria dello Scafo”, Fridericiana Editrice Universitaria, Napoli, 2008.
19. Munro-Smith, R., “Ships and Naval Architecture (S.I. Units)”, Maritime Management (Holdings) Ltd, London, 1973.
20. Pierrottet, E., “Architettura Navale – Parte I”, Istituto per le Edizioni Scientifiche ed Accademiche, Milano, 1942.
21. Price, G. W., Bishop, R. E. D., “Probabilistic Theory of Ship Dynamics”, Chapman&Hall, 1974.
22. Rawson, K. J., Tupper, E. C., “Basic Ship Theory”, Longman, London, 1981.
23. Russo G., “Manuale di Architettura Navale ad uso degli Ufficiali di Marina, dei Costruttori e Capitani Mercantili e degli Istituti Nautici”, Casa Editrice Nazionale Roux e Viarengo, Torino-Roma, 1905.
24. Russo Krauss, G., “Geometria dei Galleggianti”, Poligrafico dell’Accademia Navale, Livorno, 1998.

²⁸ In aggiunta a quelli riportati in APPENDICE 2.

25. Scheltema De Heere, R. F., Bakker, A. R., "Buoyancy and Stability of Ships", Technical Publications H. Stam, The Netherlands, 1969.
26. Scribanti, A., "La Statica della Nave esposta secondo il principio del minimo lavoro di assestamento", Hoepli, Milano, 1928.
27. Semyonov-Tyan-Shansky, V., "Statics and Dynamics of the Ship", Mir Publishers, Moscow, 1963.
28. Spinelli, F., "Costruzioni Navali", Vol. Terzo, Liguori, Napoli, 1964.

B) Articoli su riviste e rapporti tecnici

1. Bačkalov, I., Bulian, G., Cichowicz, J., Eliopoulou, E., Konovessis, D., Leguen, J.-F., Rosén, A., Themelis, N., "Ship Stability, Dynamics and Safety: Status and Perspectives", Proceedings 12th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles – STAB'2015, Glasgow 14-21 June 2015, Vol. I, pp. 99-141.
2. Cassella, P., Russo Krauss, G., "Caratteristiche geometriche e di stabilità delle carene della serie N.P.L.", *Tecnica Italiana*, Vol. XLVI, 1981, pp. 117-123.
3. De Vito, E., "Atlantic Liners", *Trans. INA*, Vol. 71, 1929, pp. 247-280.
4. Francescutto, Nabergoj, "Considerazioni sui sistemi di riferimento nello studio dei moti nave", *Quaderno N. 71 dell'Istituto di Architettura Navale dell'Università degli Studi di Trieste*, Trieste, Luglio 1990.
5. Francescutto, A., Contento, G., "La stabilità della nave sull'onda", *Quaderno N. 73 dell'Istituto di Architettura Navale dell'Università degli Studi di Trieste*, Trieste, Febbraio 1991.
6. Francescutto, A., "Lo studio dei moti nave mediante simulazione nel dominio del tempo", *Quaderno N. 74 dell'Istituto di Architettura Navale dell'Università degli Studi di Trieste*, Trieste, Marzo 1991.
7. Francescutto, A., "Is it Really Impossible to Design Safe Ships?", *Trans. Royal Institution of Naval Architects*, Vol. 135, 1993, pp. 163-173.
8. Goldberg, L. L., Tucker, R. G., "Current Status for Stability and Buoyancy Criteria Used by U.S. Navy for Advanced Marine Vehicles", *Naval Engineers Journal*, Vol. 87, 1975, pp. 33-46.
9. Leclert, E., "On Certain Theorems Respecting the Geometry of Ships", *Trans. INA*, Vol. XI, 1870, pp. 94-102.
10. Luise, E., "Sui diversi metodi di calcolo impiegati nello studio della compartimentazione", *Tecnica Italiana*, Vol. 26, 1961, pp. 1-14.
11. Luise, E., "Sul disincaglio delle navi", *Tecnica Italiana*, Vol. 30, 1965, pp. 3-20.
12. Luise, E., "Sull'immissione in bacino", *E.P.S.*, Napoli, 1965, pp. 4-24.
13. Murray Smith, D. R., "The 1966 International Conference on Load Lines", *Trans. RINA*, Vol. 111, 1969, pp. 1-20.
14. Nemoto, K., "Quick Calculation of Displacement for a Trimmed Ship", *Harima Zosen Technical Review*, N. 3, 1955, pp. 44-49 (in Giapponese).
15. Norrby, R., "Stability Problems of Coastal Vessels", *International Shipbuilding Progress*, Vol. 11, 1964, pp. 399-413.
16. Petkovic, I., "Calcul des Moments des Poussées du Vent Latéral sur un Navire", *Bulletin ATMA*, Vol. 57, 1958, pp. 787-817.
17. Prohaska, C., W., "Residuary Stability", *Trans. INA*, Vol. Vol. 89, 1947, pp. 342-375.
18. Prohaska, C., W., "Influence of Hull Form on Transverse Stability", *Trans. INA*, Vol. 93, 1951, pp. 258-290.
19. Prohaska, C., W., "Results of Some Systematic Stability Calculations", *Trans. IEES*, Vol. 104, 1951, pp. 211-253.
20. Sarchin, T. H., Goldberg, L. L., "Stability and Buoyancy Criteria for U.S. Naval Surface Ships", *Trans. SNAME*, Vol. 70, 1962, pp. 418-458.

21. Sarchiola, G., "Le linee di carico delle navi – Loro importanza – Evoluzione nell'assegnazione relativa – Entrata in vigore della nuova Convenzione Internazionale", *Tecnica Italiana*, Vol. XXXIII, 1968, pp. 371-389.
22. Servello, A., "Estensione e sviluppo della teoria classica dei carichi liquidi a bordo", *Tecnica Italiana*, Vol. 22, 1957, pp. 21-36 e 99-113.
23. Van der Hoven, I., "Power Spectrum of Horizontal Wind Speed in the Frequency Range from 0.0007 to 900 Cycles per Hour", *Journal of Meteorology*, Vol. 14, 1957, pp. 160-164.
24. Vassalos, D., Konstantopoulos, G., Kuo, C., Welaya, Y., "A Realistic Approach to Semisubmersible Stability", *Trans. SNAME*, Vol. 93, 1985, pp. 95-128.
25. Watanabe, Y., Inoue, S., Yamanouchi, Y., Manabe, D., Kato, H., Sato, M., Matora, S., Masuda, Y., Uchida, M., "A Proposed Standard of Stability for Passenger Ships - Ocean-going and Coasting Ships", *Int. Shipb. Progress*, Vol. 4, 1957, pp. 204-217.
26. White, W. H., "Handbuch für Schiffbau (1879) – Zum Gebrauche für Officiere der Kriegs- und Handelsmarine. Für Schiffbauer und Rehder", *Unikum Verlag*, 2011.

C) Documenti dell'International Maritime Organisation

1. Code on Intact Stability for All Types of Ships Covered by IMO Instruments, IMO Res. A.749(18), as amended by MSC.75(69), London, IMO, 1999.
2. Load Lines, International Convention on Load Lines, 1966 and Protocol of 1988, Consolidated Edition 2002, IMO, Londra (vedi anche Raccolta di norme per l'applicazione della Convenzione Internazionale sul Bordo Libero del 1996, a cura del Registro Navale Italiano).
3. SOLAS Consolidated Edition, IMO, London, 2009 e modifiche ed integrazioni successive.
4. International Intact Stability Code, IMO, London, 2008.
5. MSC Circ.1/1200, "Interim guidelines for alternative assessment of weather criterion", IMO, London, 2006.
6. MSC Circ.1/1227, "Explanatory notes to the interim guidelines for alternative assessment of the weather criterion", IMO, London, 2007.
7. MSC Circ.1/1228, "Revised guidance to the master for avoiding dangerous situations in adverse weather and sea conditions", IMO, London, 2007.
8. MSC Circ.1/1281, "Explanatory Notes to the International Code on Intact Stability, 2008", IMO, London, 2008.

D) Riferimenti legislativi:

1. Regio Decreto 30 Marzo 1942, n. 327 e successive modifiche "Codice della Navigazione".
2. DPR 8 novembre 1991 n. 435, pubblicato sulla Gazzetta Ufficiale n. 17 del 22 gennaio 1992. "Approvazione del regolamento per la sicurezza della navigazione e della vita umana in mare",
3. Decreto Legislativo 18 luglio 2005, n.171 - Codice della nautica da diporto ed attuazione della direttiva 2003/44/CE, a norma dell'articolo 6 della legge 8 luglio 2003, n. 172.
4. Altre Direttive Europee e Decreti attuativi per il Governo Italiano.

APPENDICE 4 – PRECISIONE MINIMA RICHIESTA AI PROGRAMMI DI CALCOLO DI IDROSTATICA

L'IMO, con la Circolare MSC.1/Circ.1229 del 2007 ha emanato le “*Guidelines for the approval of stability instruments*” che contengono, tra l'altro i seguenti requisiti minimi in termini di precisione richiesti ai programmi di calcolo di idrostatica da utilizzare a bordo.

Hull Form Dependent	
Displacement	2%
Longitudinal center of buoyancy, from AP	1% / 50 cm max
Vertical center of buoyancy	1% / 5 cm max
Transverse center of buoyancy	0.5% of B / 5 cm max
Longitudinal center of flotation, from AP	1% / 50 cm max
Moment to trim 1 cm	2%
Transverse metacentric height	1% / 5 cm max
Longitudinal metacentric height	1% / 50cm max
Cross curves of stability	50mm
Compartment dependent	
Volume or deadweight	2%
Longitudinal center of gravity, from AP	1% / 50 cm max
Vertical centre of gravity	1% / 5 cm max
Transverse center of gravity	0.5% of B / 5 cm max
Free surface moment	2%
Shifting moment	5%
Level of contents	2%
Trim and stability	
Draughts (forward, aft, mean)	1% / 5 cm max
GMt	1% / 5 cm max
GZ values	5% / 5 cm max
FS correction	2%
Downflooding angle	2°
Equilibrium angles	1°
Distance to unprotected openings or margin line from WL, if applicable	+/- 5% / 50 mm
Areas under righting arm curve	5% or 0,0012mrad

APPENDICE 5 – CENNI SULLO SVILUPPO STORICO DELLA NORMATIVA SUL BORDO LIBERO

The minimum freeboard regulations have also a quite long history. Legislation was passed in England in 1875 requiring that a mark be placed on each ship side to prevent overloading. The *Plimsoll* mark was made compulsory for British ships in 1890. German rules were established in 1904. These two sets of rules included not only freeboard but also strength, hull integrity and provisions for the safe movement of persons on board. Discussion was initiated towards the organization of an international convention which would provide a uniform set of rules for all vessels at sea. An invitation was issued by the British Government in 1913, but due to the Great War, the conference was not convened until 1930 (1st International Load Line Convention).

After an impressive series of accidents to bulk carriers in the '90s, which followed the spectacular loss of the British capesize bulk carrier *Derbyshire* in 1980 and the ensuing two court trials, the IMO started the revision of the International Load Line Convention (ILLC) 1966 in the frame of the 1978 Protocol. The work ended with the new ILLC'2000 which is substantially in line with previous developments. New features are related to a major role given to the seakeeping calculations in the development of the new standard, the minimum bow height, the reserve of buoyancy, the height, strength and watertightness of the forecastle, of the cargo hold hatch covers and the strength of the forward compartment bulkheads. The new ILLC still includes a provision of subdivision which is alternative to the SOLAS for certain types of dry cargo ships. No dramatic change in ILLC provisions is forecast for the near future.

Per riferimenti storici al dibattito che ha portato alla Convenzione Internazionale del 1966 ed a quella precedente del 1930, si vedano Murray Smith (1969) e Sarchiola (1969).

Una modifica importante introdotta nel 1966 rispetto al testo del 1930, per quanto riguarda il Corso di Statica della Nave, è costituita dalla richiesta di ottemperare ai criteri di stabilità esistenti:

“Le Norme presuppongono che la natura e lo stivaggio del carico, della zavorra ecc. siano tali da assicurare una sufficiente stabilità della nave e da evitare eccessive sollecitazioni strutturali. Le Norme presuppongono inoltre che se esistono regole internazionali relative alla stabilità od alla compartimentazione, queste regole siano state osservate.”

INTRODUZIONE	3
CAPITOLO 1	7
NOZIONI INTRODUTTIVE	7
1.1 NOZIONI FONDAMENTALI DI STATICA	7
1.1.1 Equilibrio – Stabilità dell’equilibrio	8
1.1.2 Sistemi di vettori paralleli - Centro	8
1.1.2.1 Il caso particolare di due forze parallele	10
1.1.3 Momento statico d’area – Centro di una figura piana	10
1.1.4 Momento statico di volume – Centro di una figura solida	11
1.1.5 Momenti d’inerzia di una figura piana – Teorema di Steiner-Huygens – Assi principali e centrali d’inerzia – Ellisse d’inerzia	12
1.1.5.1 Momenti d’inerzia di una figura piana	12
1.1.5.2 Teorema di Steiner-Huygens o del trasporto per i momenti d’inerzia di una figura piana	13
1.1.5.3 Gli assi principali e centrali d’inerzia di una figura piana	14
1.1.5.4 L’ellisse d’inerzia di una figura piana	15
1.1.5.5 Ulteriori considerazioni sull’ellisse d’inerzia di una figura piana	16
1.1.6 L’additività dei momenti statici e d’inerzia	16
1.1.6.1 Un esempio sui momenti statici di una figura piana	16
1.1.6.1 Un esempio sui momenti d’inerzia di una figura piana	17
1.2 RICHIAMI DI MECCANICA DEI FLUIDI ED IDROSTATICA	18
1.2.1 Nozioni base – Sforzi	18
1.2.2 Le leggi fondamentali dell’idrostatica	20
1.2.2.1 Principio di Pascal	20
1.2.2.2 Legge di Stevin(o)	22
1.2.2.2.1 Applicazioni della legge di Stevino	23
1.2.2.2.1a Superficie piana orizzontale completamente immersa di area A all’immersione i	23
1.2.2.2.1b1 Superficie piana rettangolare di lati L ed h , verticale e completamente immersa con bordo superiore coincidente con il pelo libero.	23
1.2.2.2.b2 Superficie piana a forma di triangolo isoscele di base b ed altezza h , verticale e completamente immersa con lo spigolo superiore coincidente con il pelo libero	25
1.2.2.2.b3 Superficie piana rettangolare di lati L ed h , verticale e completamente immersa con bordo superiore ad una immersione iT rispetto alla superficie libera del liquido	25
1.2.2.2.c Superficie piana completamente immersa inclinata dell’angolo α rispetto all’orizzontale	26
1.2.2.3 Principio di Archimede – Spinta – Retta d’azione della spinta	27
1.2.2.3.1 L’unità di misura del dislocamento	29
1.2.2.3.2 Applicazioni del principio di Archimede a) parallelepipedo	30
1.2.2.3.2 applicazioni del principio di Archimede b) cono rovesciato	31
1.2.2.3.2 Applicazioni del principio di Archimede c) cono diritto con il vertice sul pelo libero	33
1.2.2.3.3 Conclusioni	33
1.2.3 Considerazioni vettoriali sulla formulazione delle leggi dell’idrostatica	33
1.3 I METODI DI QUADRATURA APPROSSIMATA	34
1.3.1 Metodo di Bezout o dei trapezi	35
1.3.2 Metodi di Simpson o delle parabole	36
1.3.2.2 Il Metodo di Simpson o delle parabole di terzo grado	37
1.3.3 Note applicative sui metodi di integrazione approssimata	37
1.3.3.1 Il caso in cui si abbiano gruppi di intervalli	37
1.3.3.1 Considerazioni sulla funzione integranda	37
1.3.4 La derivata di una funzione data per punti	38
1.3.5 L’interpolazione lineare	38
CAPITOLO 2	39
EQUILIBRIO E STABILITÀ DELL’EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO	39
2.1 CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO	39
2.2 STABILITÀ DELL’EQUILIBRIO DI UN CORPO COMPLETAMENTE IMMERSO	39
CAPITOLO 3	41
GEOMETRIA DEI GALLEGGIANTI	41
3.1 DEFINIZIONI	41
3.1.1 Le carene associate ad una direttrice	42
3.2 GEOMETRIA DELLE ISOCARENE	42
3.2.1 Il Teorema di Eulero	43
3.2.1.1 Considerazioni sugli ordini di infinitesimo del Teorema di Eulero	44

3.2.2	Le superficie dei centri isocarenici di galleggiamento e dei centri isocarenici di carena	45
3.2.2.1	Dimostrazione delle equazioni che danno lo spostamento del centro isocarenico di carena	48
3.2.3	Metacentro e Raggio Metacentrico	49
3.2.3.1	Il caso in cui l'asse di inclinazione è asse principale (centrale) d'inerzia	49
3.2.3.2	Il caso generale	50
3.2.4	Gli assi principali e l'ellisse d'inerzia della figura di galleggiamento	50
3.3	LA ZONA – METACENTRO DI ZONA	52
3.4	SUPERFICIE DEI CENTRI ISOCARENICI DI GALLEGGIAMENTO – METACENTRO DIFFERENZIALE	54
3.5	RELAZIONI TRA I DIVERSI RAGGI METACENTRICI – FORMULE DI LECLERT	57
3.6	INCLINAZIONI DI UN GALLEGGIANTE INTORNO AD UN ASSE ORIZZONTALE QUALUNQUE – LE EQUAZIONI DI SCRIBANTI	58
CAPITOLO 4	EQUILIBRIO E STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO DI UN GALLEGGIANTE	60
4.1	Esempio: la stabilità di un parallelepipedo omogeneo	62
CAPITOLO 5	GEOMETRIA DELLA NAVE	63
5.1	DEFINIZIONI GENERALI	63
5.1.1	Riferimenti principali	63
5.1.2	Lunghezze, larghezze, immersioni ed altezza di costruzione	67
5.1.3	Paratie trasversali	68
5.1.4	Ponti	69
5.2	BOLZONE, INSELLATURA, ALTEZZA DI COSTRUZIONE	70
5.3	IL BORDO LIBERO – CENNI SULLA CONVENZIONE INTERNAZIONALE SULLE LINEE DI MASSIMO CARICO (ILLC)	72
5.3.1	GENERALITÀ, LA MARCA DI BORDO LIBERO, IL BORDO LIBERO TABULARE	72
5.3.2	DEFINIZIONI CONNESSE CON LA NORMATIVA SUL BORDO LIBERO	77
5.3.3	La minima altezza di prora	78
5.3.4	RIDUZIONI E CORREZIONI AL BORDO LIBERO TABULARE	79
5.4	CASSERI, TUGHE ED ALTRE SOVRASTRUTTURE DA CONSIDERARE NEL CALCOLO DEI DIAGRAMMI DI STABILITÀ	80
5.5	DISLOCAMENTO, NAVE VACANTE E NAVE SCARICA ASCIUTTA	81
5.6	IL SISTEMA DI RIFERIMENTO DELLE IDROSTATICHE	82
5.6.2	Nomenclatura di posizioni e moti della nave	84
5.6.3	Il sistema di riferimento per le Costruzioni Navali	85
5.7	PARAMETRI DESCRITTORI DI UNA CARENA COMUNQUE INCLINATA	86
5.7.1	Descrizione nel riferimento delle idrostatiche	86
5.8	FAMIGLIE DI CARENE	88
5.9	IL PIANO DI COSTRUZIONE ED IL DIAGRAMMA DELLE CARENE DIRITTE	89
5.9.1	Il Piano di Costruzione	89
5.9.2	Calcoli e diagrammi delle carene diritte – Coefficienti di forma	91
5.9.2.1	Il rilevato del piano di costruzione	91
5.9.2.2	Aree, Volumi, Centri e Metacentri	92
5.9.2.3	Rapporti dimensionali e coefficienti di forma	94
5.9.2.3	La superficie bagnata di carena	95
5.9.2.5	L'applicazione dei metodi di quadratura approssimata ai calcoli delle Carene Diritte	96
5.9.2.6	Il Diagramma delle Carene Diritte	97
5.10	ALTRI DIAGRAMMI	97
5.10.1	Il Diagramma del Bonjean, la curva di pienezza e la distribuzione longitudinale del volume	98
5.10.1.1	La curva di pienezza e la distribuzione longitudinale del volume	99
5.10.2	Il Diagramma Verticale Integrale	101
5.10.3	Il Diagramma Universale degli Assetti	102
5.10.4	I Diagrammi Russo (Galleggiabilità, Stabilità, Assetti)	103
5.10.5	I Diagrammi di Van der Ham e Firsov	105
CAPITOLO 6	LE INCLINAZIONI ISOCARENICHE DI UN GALLEGGIANTE	106
6.1	IL CASO GENERALE – LA CONDIZIONE GENERALE DI EQUILIBRIO DI UN GALLEGGIANTE	106
6.1.1	Le condizioni di equilibrio	106
6.1.2	La ricerca della configurazione di equilibrio	108
6.2	INCLINAZIONI TRASVERSALI ED INCLINAZIONI LONGITUDINALI	109
6.2.1	Il caso delle navi di forme convenzionali – Problemi di stabilità e problemi di assetto	110

6.2.1.1	Inclinazioni trasversali ed inclinazioni longitudinali	110
6.2.1.2	Le carene comunque inclinate	110
6.2.2	Il caso dei veicoli marini non convenzionali	111
6.3	INCLINAZIONI TRASVERSALI SENZA E CON VARIAZIONE D'ASSETTO	111
CAPITOLO 7	LA STABILITA' DELLE NAVI	114
7.1	CONSIDERAZIONI GENERALI	114
7.2	STABILITA' INIZIALE	114
7.2.1	Componente geometrica dell'altezza metacentrica	115
7.2.2	Calcolo di KB e BM per solidi geometrici tipici	116
7.2.2.2	Andamento di KB e BM in funzione dell'immersione per carene di diverse tipologie	118
7.2.3	Il dislocamento - La portata	119
7.2.4	Il peso e l'altezza del centro di gravità nella condizione di nave vacante	120
7.2.5	Dalla condizione di nave vacante alla generica condizione di carico	121
7.2.5.1	Il piano di capacità	121
7.2.5.2	La scala del carico o della portata	124
7.2.5.3	I pesi medi all'ingombro	124
7.2.5.4	Determinazione del dislocamento e delle coordinate del centro di gravità in conseguenza della caricazione	125
7.2.5.5	Formule approssimate per il calcolo degli elementi geometrici delle carene dritte	126
7.3	STABILITA' AGLI ANGOLI FINITI	128
7.3.1	Il momento raddrizzante	128
7.3.2	Il braccio di Stabilità Statica e quello di Stabilità Geometrica	129
7.3.2.1	Espressione generale delle coordinate correnti del centro di carena	131
7.3.3	Il braccio di Stabilità Residua	132
7.3.4	Il diagramma delle Pantocarene Isocline (Cross Curves of Stability)	132
7.3.5	Caratteristiche del diagramma dei bracci di Stabilità Statica	134
7.3.5.1	L'altezza metacentrica iniziale come pendenza nell'origine della curva dei bracci di stabilità statica - L'altezza metacentrica generalizzata	136
7.3.5.2	Altre caratteristiche	138
7.3.5.3	La stabilità delle posizioni di equilibrio	138
7.3.5.4	Il caso $GM=0$	139
7.3.5.5	Il caso $GM<0$ - L'ingavonamento	139
7.3.5.6	Il caso $TCG\neq 0$ - La caricazione asimmetrica	140
7.3.6	L'Evoluta Metacentrica	141
7.3.6.1	Costruzione dell'evoluta metacentrica a partire dalla curva dei bracci di stabilità statica e viceversa	142
7.3.6.1a	Costruzione della curva dei bracci di stabilità statica a partire dall'evoluta metacentrica	142
7.3.6.1b	Costruzione dell'evoluta metacentrica a partire dalla curva dei bracci di stabilità statica	142
7.3.7	Lo sbandamento per azione di un momento sbandante (metodi esatti)	
7.3.7.1	Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità statica	143
7.3.7.2	Soluzione con l'evoluta metacentrica	144
7.3.8	Le condizioni di equilibrio trasversali e lo sbandamento per spostamento del centro di gravità (metodi esatti)	144
7.3.8.0	Le condizioni di equilibrio trasversale	144
7.3.8.1	Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità geometrica	145
7.3.8.2	Soluzione con il diagramma dei bracci di stabilità geometrica - Lo spostamento trasversale di peso come momento sbandante	146
7.3.8.3	Soluzione con l'evoluta metacentrica	147
7.3.9	Considerazioni vettoriali sulla stabilità agli angoli finiti - Carene comunque inclinate	147
7.3.9.1	Il caso della carena longitudinalmente dritta	148
7.3.10	La determinazione del braccio di stabilità geometrica (di forma)	149
7.3.10.1	Il metodo di Benjamin-Spence	149
7.4	STABILITA' DINAMICA	151
7.4.1	La Stabilità Dinamica ed il Braccio di Stabilità Dinamica	152
7.4.2	L'angolo di equilibrio statico ed il massimo sbandamento per azione di un momento sbandante	153
7.4.3	Il diagramma del braccio di stabilità dinamica o curva delle aree	153
7.4.4	Significato meccanico del braccio di stabilità dinamica	155
7.4.4.1	Una formula notevole per il calcolo del braccio di stabilità dinamica	155
7.4.4.2	Significato del braccio di stabilità dinamica	155
7.4.4.3	Dimostrazione delle proprietà del braccio di stabilità dinamica di cui al paragrafo precedente	156
7.5	CASI PARTICOLARI NOTEVOLI	158
7.5.1	Il Galleggiante Metacentrico	159

7.5.2	Il Galleggiante Cilindrico	160
7.5.2.1	L'ingavonamento con il metodo dei galleggianti cilindrici	162
7.5.2.2	Le curve previste dai metodi approssimati nel caso di carene tipiche - Ulteriori considerazioni sul braccio di stabilità residua	163
7.5.3	Lo sbandamento per azione di un momento sbandante (metodi approssimati)	164
7.5.4	Lo sbandamento per spostamento del centro di gravità (metodi approssimati)	164
7.5.4.1	Soluzione con il metodo metacentrico	164
7.5.4.2	Soluzione con il metodo dei galleggianti cilindrici	165
7.5.4.2.1	Esempio di soluzione iterativa con il metodo dei galleggianti cilindrici	166
7.5.5	Considerazioni sull'utilizzo dei metodi approssimati	167
7.6	L'EFFETTO DI UNA TRASFORMAZIONE IN AFFINITÀ	167
7.7	L'EFFETTO DELLE FORME	168
7.7.1	Allargamento delle murate	168
7.7.2	Aumento dell'altezza di costruzione (al ponte principale)	169
7.7.3	Allargamento degli svasi e delle rientranze al di sopra del galleggiamento	170
7.7.4	Affinamento del ginocchio	170
7.7.5	Confronto tra le diverse variazioni di forma	170
7.7.6	L'effetto del bordo libero sulla stabilità	171
7.8	L'AZIONE SBANDANTE DEL VENTO E DEL MARE	173
7.8.1	Considerazioni generali	173
7.8.2	L'azione sbandante del vento	174
7.8.2.1	Il vento "costante"	174
7.8.2.2	Le assunzioni della normativa – L'effetto delle raffiche	178
7.8.3	Il mare regolare	180
7.8.3.1	Generalità sulle onde – Nomenclatura	180
7.8.3.2	Il caso delle onde in alto fondale	182
7.8.3.3	Considerazioni ulteriori – L'ipotesi di Froude-Krylov	182
7.8.4	Il moto di rollio della nave in mare regolare al traverso	185
7.8.4.1	Considerazioni generali sul rollio di una nave in mare al traverso	185
7.8.4.1.1	L'equazione di rollio in assenza di forzante e smorzamento - Oscillazioni libere – Frequenza naturale e periodo naturale di rollio	188
7.8.4.1.2	L'effetto dello smorzamento – Il decadimento delle oscillazioni libere	188
7.8.4.1.3	L'equazione completa – Soluzione stazionaria – Risonanza	189
7.8.4.2	Periodo naturale di rollio e periodo delle onde	191
7.8.4.3	L'equazione del moto di rollio nell'angolo relativo	192
7.8.4.4	Ulteriori considerazioni ed aspetti non lineari	192
7.8.4.4a	Soluzione lineare	193
7.8.4.4b	La soluzione non lineare nel caso di smorzamento lineare+cubico	194
7.8.4.4c	La soluzione non lineare nel caso di smorzamento quadratico	196
7.8.4.5	Le assunzioni della normativa	197
7.8.5	La relazione tra intensità del vento e stato del mare nelle ipotesi originali del Criterio Meteorologico	198
7.8.6	Il caso di mare longitudinale	199
7.8.6.1	La frequenza d'incontro	199
7.8.6.2	Le variazioni di stabilità sull'onda longitudinale ($\mu=0^\circ$ o $\mu=180^\circ$)	200
7.8.6.3	Il rollio "parametrico"	202
7.8.6.3.1	Le condizioni per l'innesco del rollio parametrico	202
7.8.6.3.2	L'ampiezza del rollio parametrico sopra soglia	203
7.8.6.3.3	La normativa sul rollio parametrico	203
7.8.7	Considerazioni statistiche sul vento e sul mare	203
7.8.7.1	Lo stato del mare	204
7.8.7.2	Lo spettro del mare	204
7.8.7.3	Lo spettro del vento	206
7.10	GLI SPECCHI LIQUIDI	207
7.10.1	Generalità – Le carene liquide	207
7.10.2	La correzione alla stabilità iniziale	209
7.10.2.1	Il caso delle casse parallelepipedo	209
7.10.2.2	Il caso delle casse non parallelepipedo	211
7.10.2.3	Un esempio di calcolo	211
7.10.3	La correzione alla stabilità agli angoli finiti	212
7.10.3.1	Correzione basata sul calcolo per una cassa parallelepipedo (metodo della Tabella del fattore k)	212
7.10.3.1.1	Considerazioni generali sul momento di specchio liquido agli angoli finiti per una cassa parallelepipedo	212

7.10.3.1.2	Il metodo della Tabella del fattore k	214
7.10.3.2	Altri modi di calcolare la correzione agli angoli finiti	215
7.10.3.2a	Calcolo dell'effettivo momento trasferito nello spostamento del liquido	215
7.10.3.2b	Calcolo basato sulla correzione alla stabilità iniziale	216
7.10.3.2c	Confronto tra i tre metodi	216
7.10.3.3	Il caso delle "piccole" casse	218
7.10.3.4	Un esempio di calcolo	218
7.10.4	Casse piene e casse vuote	219
7.10.5	Il caso delle navi cisterna	219
7.10.5	Considerazioni finali sul comportamento statico dei liquidi a superficie libera	221
7.10.6	Il comportamento dinamico dei liquidi a superficie libera	221
7.11	LE ALTRE CAUSE SBANDANTI	222
7.11.1	Lo sbandamento in evoluzione	222
7.11.1.1	La prova di evoluzione	223
7.11.1.2	Gli sbandamenti trasversali durante l'evoluzione	224
7.11.1.3	Lo sbandamento durante la fase di girazione stabilizzata	224
7.11.1.4	Le assunzioni della normativa	225
7.11.1.5	Lo sbandamento durante la fase di manovra	226
7.11.1.6	Le critiche recenti alla normativa	227
7.11.2	Affollamento dei passeggeri a murata	228
7.11.2.1	Un esempio numerico	228
7.11.3	Il tiro di un rimorchiatore	229
7.11.4	L'azione sbandante dell'elica	229
7.12	LA FORMAZIONE DI GHIACCIO SULLE SUPERFICI ESPOSTE	229
7.12.1	Le assunzioni della normativa	230
7.13	I CARICHI SOSPESI	230
7.13.1	Effetto sulla stabilità iniziale	231
7.13.2	Sbandamento durante lo sbarco di peso	232
7.13.3	Un esempio numerico	233
7.13.4	Sbandamento durante l'imbarco di peso	233
7.13.4	La normativa per le unità da sollevamento	234
7.14	LE GRANAGLIE ED ALTRI CARICHI SCORREVOLI (CENNI)	234
CAPITOLO 8	PROBLEMI DI ASSETTO	236
8.1	GENERALITA' SULLE INCLINAZIONI LONGITUDINALI –LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO D'ASSETTO	236
8.1.1	Considerazioni geometriche	236
8.1.1.1	Il caso delle inclinazioni di ampiezza qualunque	236
8.1.2	Il caso delle "piccole" inclinazioni	240
8.1.2	La condizione di equilibrio longitudinale La variazione d'assetto per effetto di un momento inclinante – Il momento Unitario di Assetto	241
8.1.2.1	Esempio: il caso della carena dritta	243
8.1.2.2	La variazione d'assetto per effetto di un momento inclinante	244
8.1.2.3	Il Momento Unitario di Assetto	244
8.1.3	La correzione delle letture delle immersioni qualora le scale non siano poste in corrispondenza delle perpendicolari	245
8.2	I PROBLEMI FONDAMENTALI DEGLI ASSETTI	246
8.2.1	Risoluzione del primo problema degli assetti	247
8.2.1.1	Risoluzione con metodo approssimato	247
8.2.1.1.1	Esempio di risoluzione del Primo Problema degli Assetti con metodo approssimato	248
8.2.1.2	Risoluzione mediante il diagramma del Bonjean o con il Verticale Integrale	249
8.2.1.3	Risoluzione mediante i diagrammi Russo	250
8.2.1.4	Risoluzione mediante il diagramma Universale degli Assetti	250
8.2.1.5	Risoluzione mediante il diagramma di Van der Ham	250
8.2.2	Risoluzione del secondo problema degli assetti	251
8.2.2.1	Risoluzione con metodo approssimato	251
8.2.2.1.1	Esempio di risoluzione del Secondo Problema degli Assetti con metodo approssimato	252
8.2.2.2	Risoluzione mediante il diagramma del Bonjean	253
8.2.2.3	Risoluzione mediante i diagrammi Russo	253
8.2.2.4	Risoluzione mediante il diagramma Universale degli Assetti	254
8.2.3	Il "draft survey"	255

8.2.3.1	Determinazione del volume di carena note le immersioni	255
8.2.3.2	Prima correzione per l'assetto	256
8.2.3.3	Seconda correzione per l'assetto (formula di Nemoto)	257
8.2.3.3.1	Esempio di applicazione delle correzioni di Nemoto	257
8.2.3.4	Dimostrazione delle formule di Nemoto	257
8.3	LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO D'ASSETTO ED I DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO FLETTENTE DELLA TRAVE SCAFO	259
8.4	LE (ISO-)CARENE INCLINATE CON VARIAZIONE D'ASSETTO – METODO ESATTO E METODI APPROSSIMATI	261
8.4.1	La risoluzione del Secondo Problema degli Assetti con il Diagramma di Van der Ham	263
CAPITOLO 9	IMBARCO, SBARCO E SPOSTAMENTO DI PESI	264
9.1	SPOSTAMENTO DI PESO	264
9.1.1	Spostamento verticale	264
9.1.2	Spostamenti di peso nel piano orizzontale	265
9.1.2.1	Spostamento trasversale di peso	265
9.1.2.1a	Metodo dello spostamento del centro di gravità	265
9.1.2.1b	Metodo del momento sbandante	267
9.1.2.2	Spostamento longitudinale di peso	267
9.1.2.2a	Metodo dello spostamento del centro di gravità	268
9.1.2.2b	Metodo del momento sbandante	268
9.2	IMBARCO (SBARCO) DI PESO	268
9.2.1	Imbarco di peso con metodo approssimato sfruttando lo spostamento di peso	269
9.2.2	Variazione di stabilità in conseguenza dell'imbarco di peso	270
9.2.2.1	Variazione di stabilità iniziale	270
9.2.3	Un esempio di soluzione di problema di imbarco di peso	271
9.2.3.1	La condizione di equilibrio iniziale della nave	271
9.2.3.2	Soluzione del problema come Secondo Problema degli Assetti	272
9.2.3.3	Soluzione come Spostamento di peso a bordo	273
9.2.3.4	La variazione di stabilità come conseguenza dell'imbarco	274
9.2.3.5	Lo spostamento trasversale del peso	275
9.2.4	Imbarco di peso con il metodo approssimato del "peso piccolo"	275
9.2.5	Un esempio di soluzione di problema di imbarco di peso con il metodo del peso "piccolo"	276
CAPITOLO 10	PUNTI DI INDIFFERENZA	278
10.1	SOLUZIONE CON IL METODO DEL PESO PICCOLO	278
10.1.1	Un esempio numerico	280
CAPITOLO 11	PROVA DI STABILITA' (DETERMINATION OF LIGHTSHIP PARAMETERS)	281
11.1	LA PESATA DELLA NAVE	281
11.2	LA PROVA DI INCLINAZIONE	282
11.2.1	La determinazione dell'altezza del centro di gravità alle prove	282
11.2.2	Lo "sbarco" dei pesi utilizzati per condurre la prova	285
CAPITOLO 12	INCAGLIO E DISINCAGLIO	286
12.1	PRIMO PROBLEMA D'INCAGLIO	286
12.2	STABILITÀ IN INCAGLIO	287
12.3	L'INCAGLIO ASIMMETRICO	288
12.4	SECONDO PROBLEMA D'INCAGLIO	289
12.5	DISINCAGLIO	290
CAPITOLO 13	VARO, ALAGGIO, IMMISSIONE IN BACINO	292
13.1	IL VARO	292
13.1.1	Varo longitudinale statico col metodo della nave discendente	292
13.1.1.1	Generalità – Le fasi del varo	292
13.1.1.2	Prima fase: lo scorrimento a secco	295
13.1.1.3	Seconda fase: lo scorrimento (parallelo) in acqua	295
13.1.1.4	Terza fase: (scorrimento con) rotazione	296
13.1.1.4.1	Esercizio	297
13.1.1.5	Quarta fase: il galleggiamento libero	298
13.1.1.6	La stabilità durante il varo	298
13.1.1.7	Problemi connessi con la lunghezza dell'avantiscalo: saluto, strapiombo e nasata	298

13.1.1.7	Esercizio	300
13.1.2	Varo in bacino	201
13.1.3	Varo laterale o trasversale	302
13.2	ALAGGIO ED IMMISSIONE IN BACINO	303
13.2.1	Alaggio	303
13.2.2	Immissione in bacino	303
13.2.3	Il bacino galleggiante	303
CAPITOLO 14 I CRITERI DI STABILITÀ A NAVE INTEGRA		306
14.1	CRITERIO GENERALE DI STABILITÀ (IMO Res.A.167)	307
14.2	CRITERIO METEOROLOGICO (IMO Res.A.582)	308
14.2.1	Il Criterio Meteorologico	308
14.2.2	Considerazioni energetiche sul Criterio Meteorologico	308
14.2.3	Considerazioni critiche e limiti del Criterio Meteorologico	310
14.3	CRITERIO METEOROLOGICO PER NAVI MILITARI	311
14.4	CRITERI DI STABILITÀ PER ALTRE TIPOLOGIE	312
14.5	IL PROBLEMA DELLE ACCELERAZIONI	312
14.6	I DIAGRAMMI DEL KG_{max} e del GM_{lim}	313
14.6.1	Posizione verticale del centro di gravità e stabilità della nave	313
14.6.2	I diagrammi del KG_{max} e del GM_{min}	314
14.6.3	L'effetto dei diversi requisiti del Criterio Generale sui diagrammi del KG_{max} e del GM_{min}	316
14.7	CONDIZIONI DI CARICO DA PRENDERE IN CONSIDERAZIONE PER LA VERIFICA DEI CRITERI DI STABILITÀ A NAVE INTEGRA	317
14.7.1	Condizioni di carico base che devono essere esaminate	317
14.7.1.1	Per le navi passeggeri	317
14.7.1.2	Per le navi da carico	317
14.8	LE INFORMAZIONI PER IL COMANDANTE - IL LOADING AND STABILITY MANUAL	317
14.8.1	Informazioni sulla stabilità che devono essere fornite al Comandante	317
14.8.2	Il Loading and Stability Manual	318
14.9	I CRITERI DI STABILITÀ DELLA SECONDA GENERAZIONE	318
14.10.1	Stability failures under dead ship conditions	319
14.10.2	Stability failures in following seas associated with matters related to stability variation in waves, in particular reduced righting levers of a ship situated on a wave crest	319
14.10.3	Stability failures caused by parametric resonance, including consideration of matters related to large accelerations and loads on cargo and stability variation in waves	319
14.10.4	Stability failures caused by broaching including consideration of matters related to manoeuvrability and course keeping ability as they affect stability	319
14.10.5	Stability failures related to excessive accelerations	320
14.11	LE INDICAZIONI OPERATIVE AL COMANDANTE PER EVITARE SITUAZIONI PERICOLOSE IN CONDIZIONI METEOMARINE AVVERSE	320
APPENDICE 1 LA STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO		321
A1.1	Introduzione	321
A1.2	I diversi gradi di stabilità	321
A1.2.1	Definizione di stabilità (semplice)	321
A1.2.2	Definizione di stabilità asintotica	322
A1.2.3	Condizioni per la stabilità semplice ed asintotica	323
A1.3	Stabilità in piccolo e stabilità in grande	324
A1.4	Riferimenti bibliografici	324
APPENDICE 2 LO SVILUPPO DEI CRITERI DI STABILITÀ DELLE NAVI ALLA LUCE DEI PROGRESSI DELL'ARCHITETTURA NAVALE		325
A2.1	Introduzione – Il metacentro e la curva dei bracci di stabilità statica	
A2.2	Dalla stabilità “statica” alla stabilità “dinamica”	
A2.3	Le basi per il Criterio Generale di Stabilità	
A2.4	Le basi per il Criterio Meteorologico	
A2.5	Verso una vera “dinamica”: il moto di rollio ed il fenomeno della risonanza	
A2.5.1	Il caso del mare al traverso – Aspetti non lineari	
A2.5.2	Il caso del mare longitudinale – La risonanza parametrica	
A2.6	La stabilità in allagamento	
A2.7	Atteggiamento re-attivo ed atteggiamento pro-attivo	
A2.8	Lo sviluppo dei criteri di stabilità a nave integra	

A2.8.1	Prima parte: I criteri di stabilità della prima generazione – In principio era la sopravvivenza in allagamento	
A2.8.2	Seconda parte: Le modifiche introdotte con la formulazione dell'International Code on Intact Stability 2008	
A2.8.3	Fenomeni non inclusi o non adeguatamente trattati nell'International Code on Intact Stability 2008	
A2.8.4	Terza parte: La seconda generazione di criteri di stabilità: Performance-Based Criteria (PBC)	
A2.9	La situazione dopo SLF53	
A2.10	Conclusioni	
A2.11	E prima dell'IMO/IMCO?	
A2.12	Bibliografia	
APPENDICE 3	ULTERIORI RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	341
A)	TESTI, DISPENSE E MANUALI	
B)	ARTICOLI SU RIVISTE E RAPPORTI TECNICI	
C)	DOCUMENTI DELL'INTERNATIONAL MARITIME ORGANISATION	
D)	RIFERIMENTI LEGISLATIVI	
APPENDICE 4	PRECISIONE MINIMA RICHIESTA AI PROGRAMMI DI CALCOLO DI IDROSTATICA	344
APPENDICE 5	SVILUPPO DELLA NORMATIVA SUL BORDO LIBERO	345