

Corso di Mineralogia



DEFINIZIONE DI MINERALE

- **Corpo solido naturale con composizione chimica definita**
- **Stato Solido – Cristallino**
- **Amorfo**
- **Atomi disposti in modo ordinato e periodico**
- **Anisotropia – Isotropia**

Composto chimico naturale allo stato solido, dotato cioè di un reticolo cristallino omogeneo, periodico, anisotropo e tridimensionale.

- **Legge Costanza angoli diedri (Romè de l'Isle, 1783)**
- **Legge razionalità degli indici (Hauy, 1786; molecola integrante**
- **14 reticoli di traslazione (Bravais, metà 800)**
- **230 Gruppi Spaziali (Fedorov, Schoenflies, Barlow)**

SIMMETRIA DI TRASLAZIONE

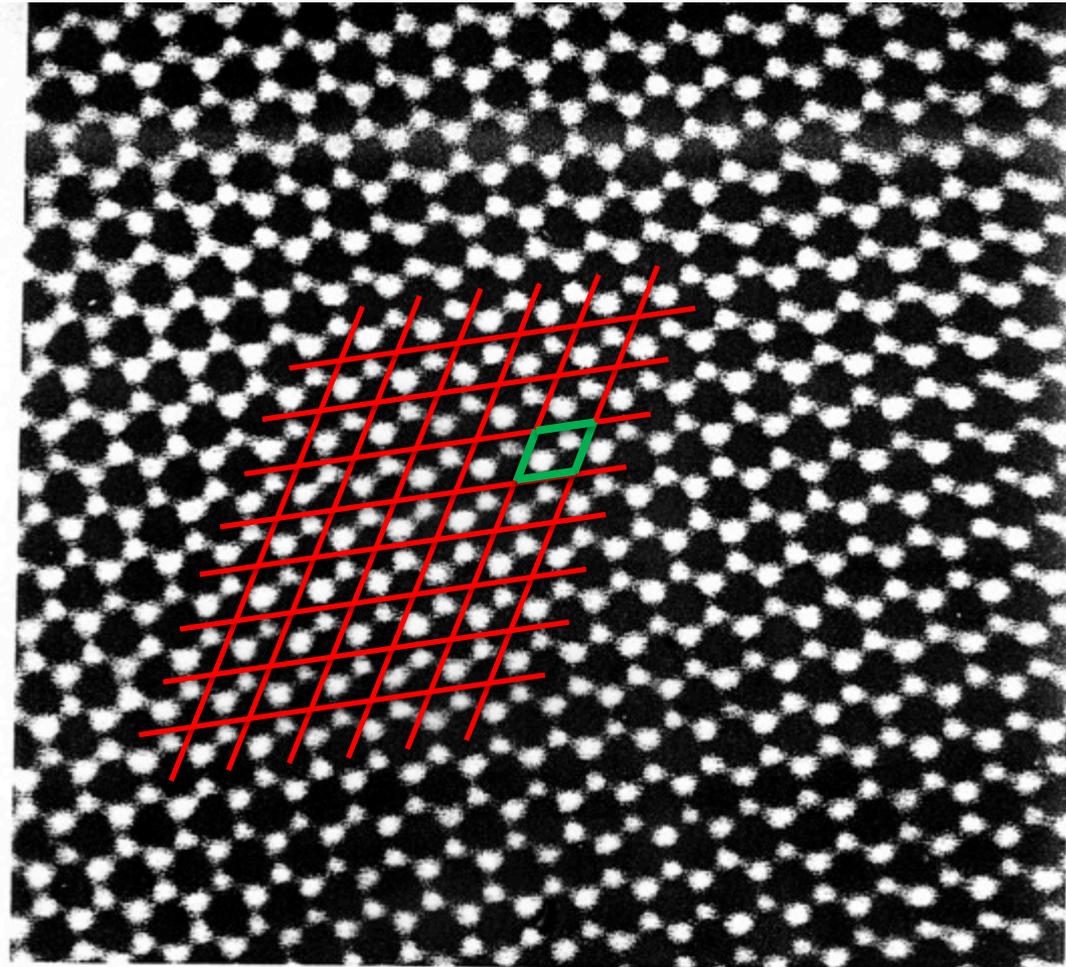
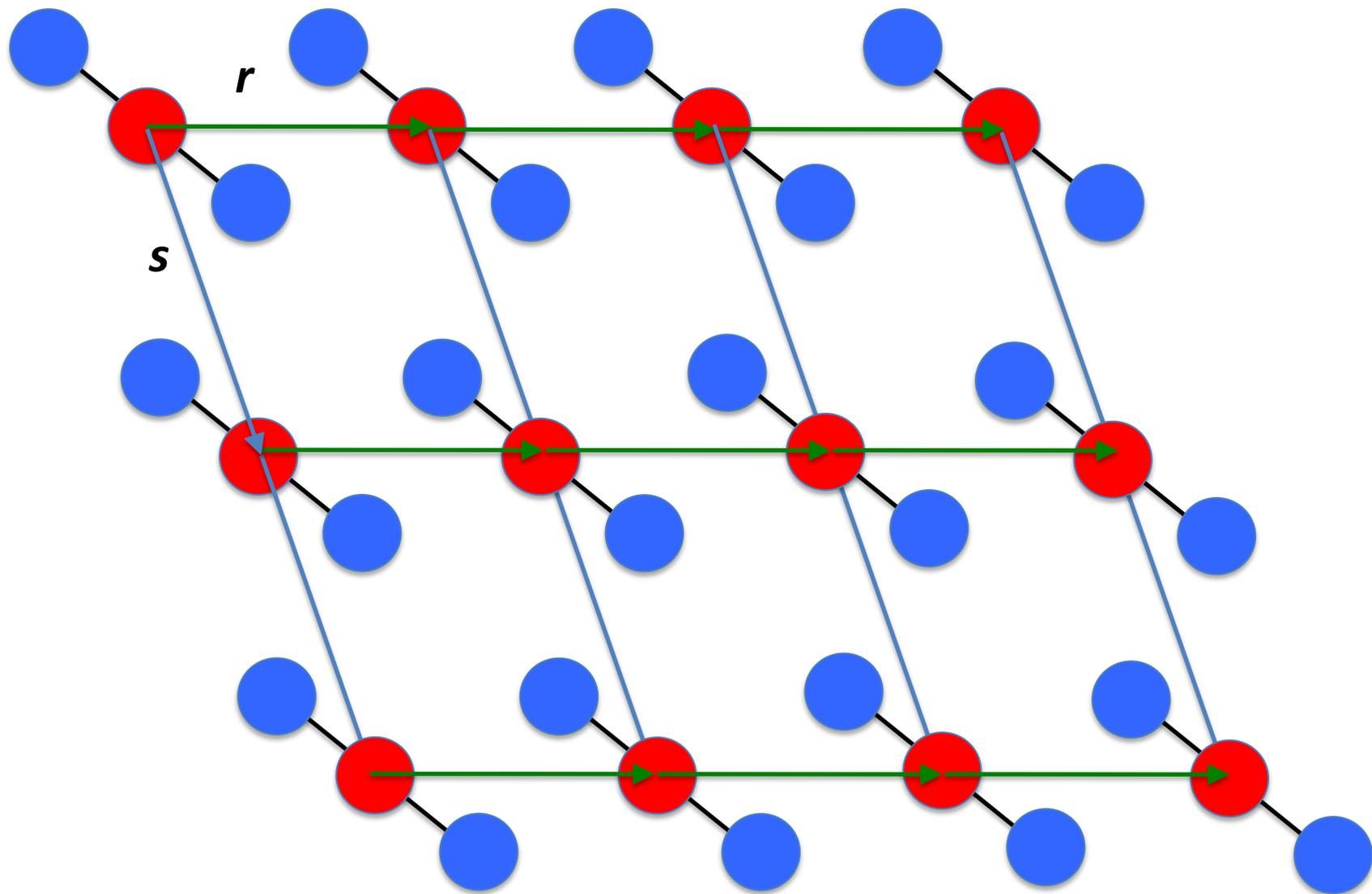


Figure 1.1. This image of the crystal structure of the mineral cordierite, ($Mg_2Al_2Si_2O_{10}$) has been taken with a high resolution transmission electron microscope. It is a projection, through a very thin ($\sim 200 \text{ \AA}$) slice, of the atomic distribution, the black spots representing hollow channels through the structure while the white spots can be equated with the regions of high atomic density, arranged around the channels in 6-fold rings. It is shown here to illustrate some aspects of the periodicity and symmetry of crystalline materials. (Scale: The distance between the black spots is $\sim 9.7 \text{ \AA}$ or 0.97 nm .)

Una simmetria è un'operazione che muove o trasforma un oggetto lasciandone però inalterato l'aspetto.

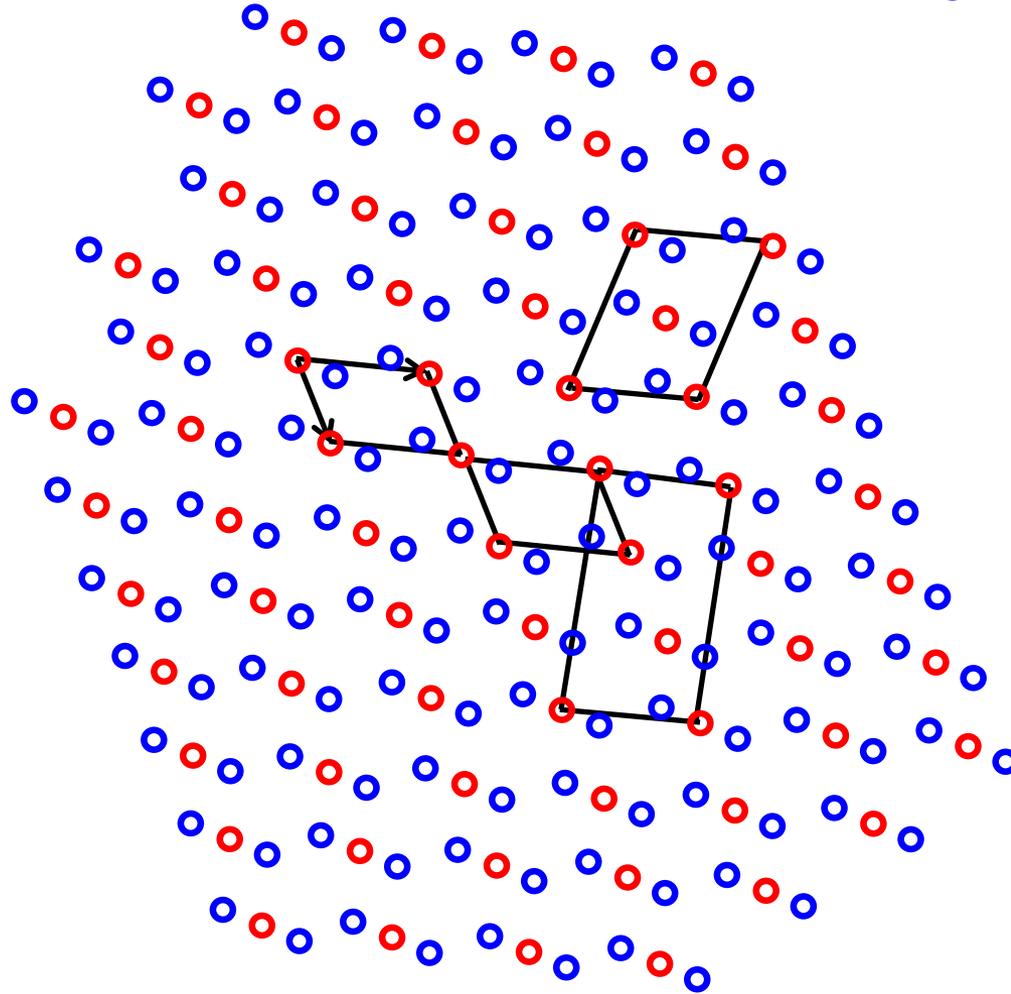
**SIMMETRIA DI TRASLAZIONE:
ripetizione periodica secondo una direzione.**

SIMMETRIA DI TRASLAZIONE: motivo strutturale



Motivo Strutturale: scelta della maglia elementare

- A
- B

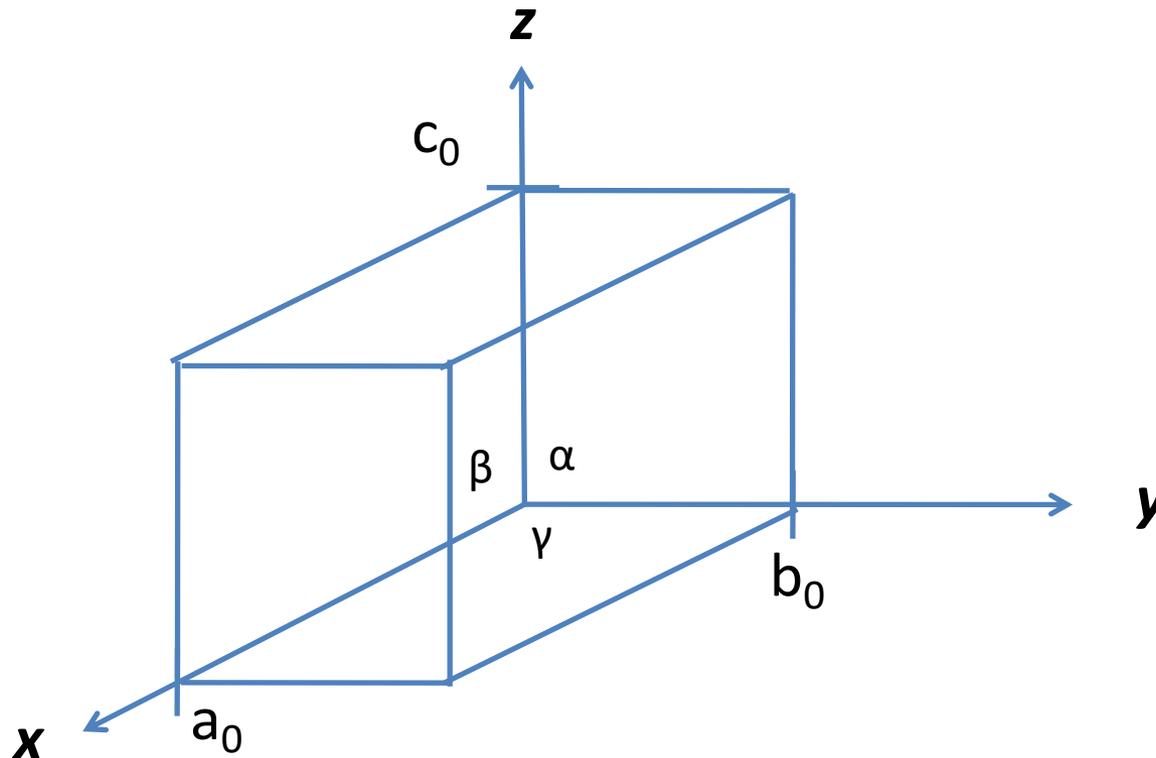


Maglia Elementare basata sui due più corti periodi di traslazione.

La maglia elementare viene descritta dai due periodi di traslazione secondo \mathbf{x} e \mathbf{y} e dall'angolo tra i due vettori. I moduli di \mathbf{x} e \mathbf{y} vengono chiamati rispettivamente a_0 e b_0 , mentre l'angolo tra i due γ .

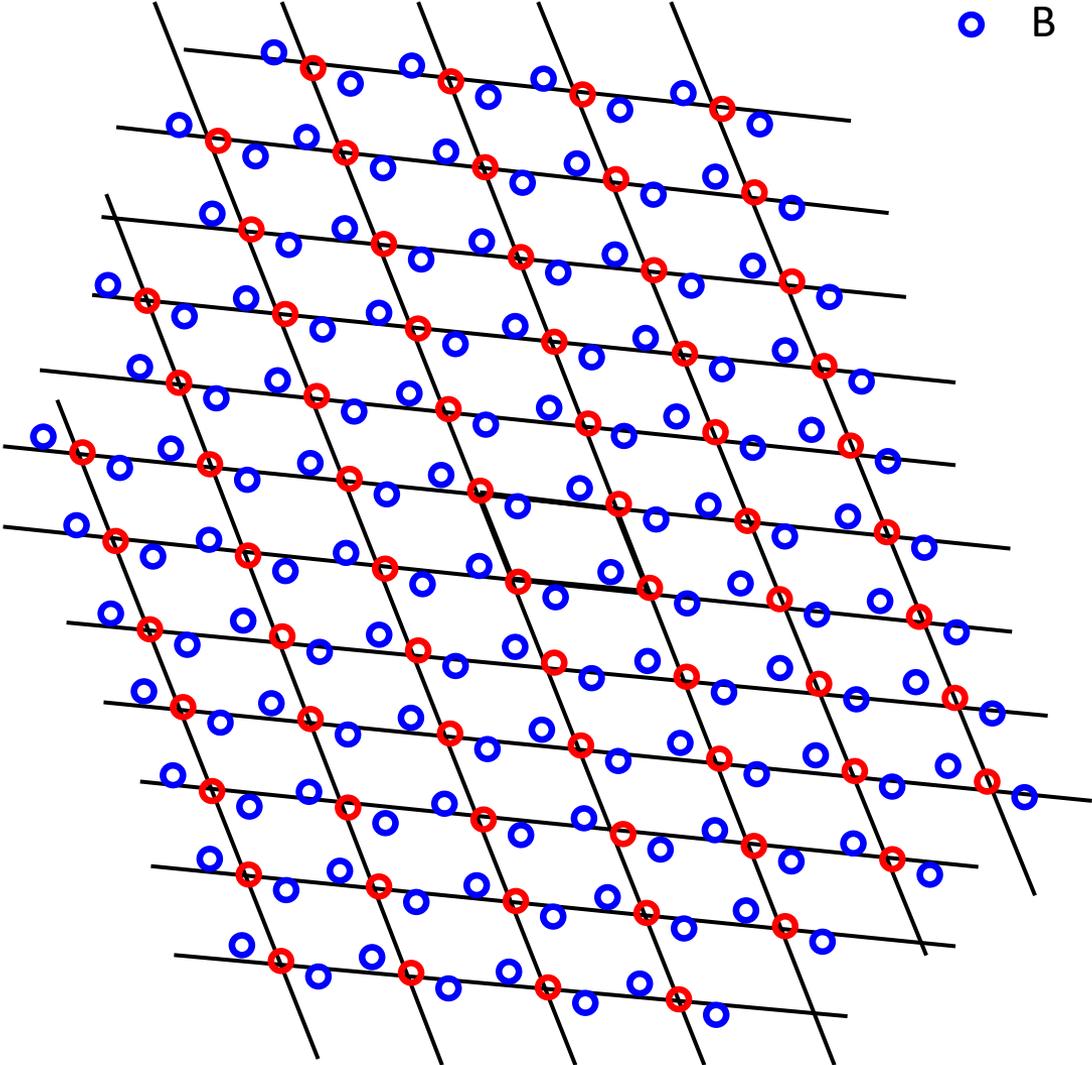
Se considero anche la terza direzione di traslazione \mathbf{z} , il suo modulo si chiamerà c_0 e gli angoli tra $\mathbf{x}^{\wedge}\mathbf{z}$ e $\mathbf{y}^{\wedge}\mathbf{z}$ si chiameranno rispettivamente β e α .

Si passa in questo modo dalla maglia elementare alla cella elementare.

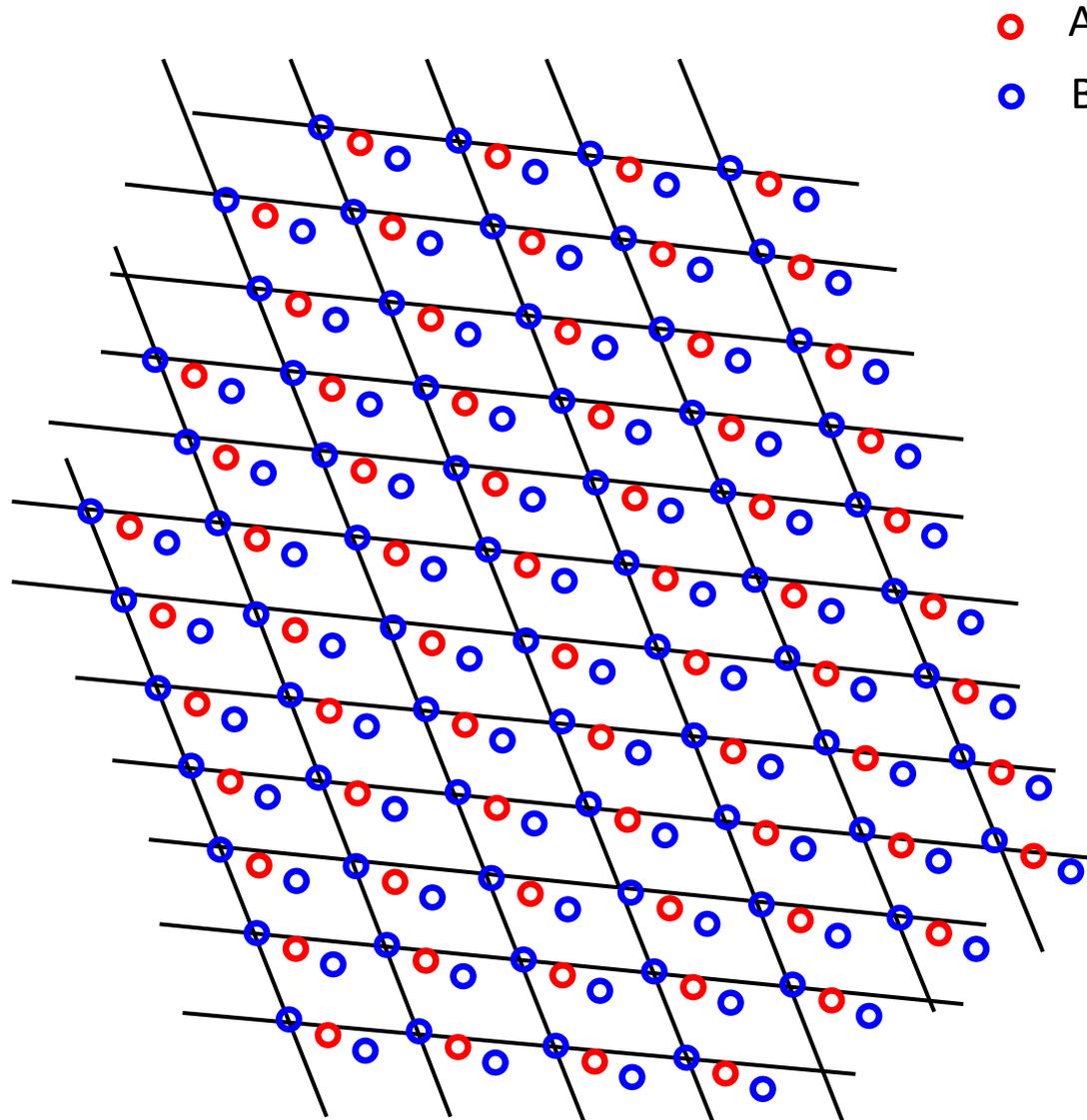


Dal motivo strutturale al reticolo di traslazione.

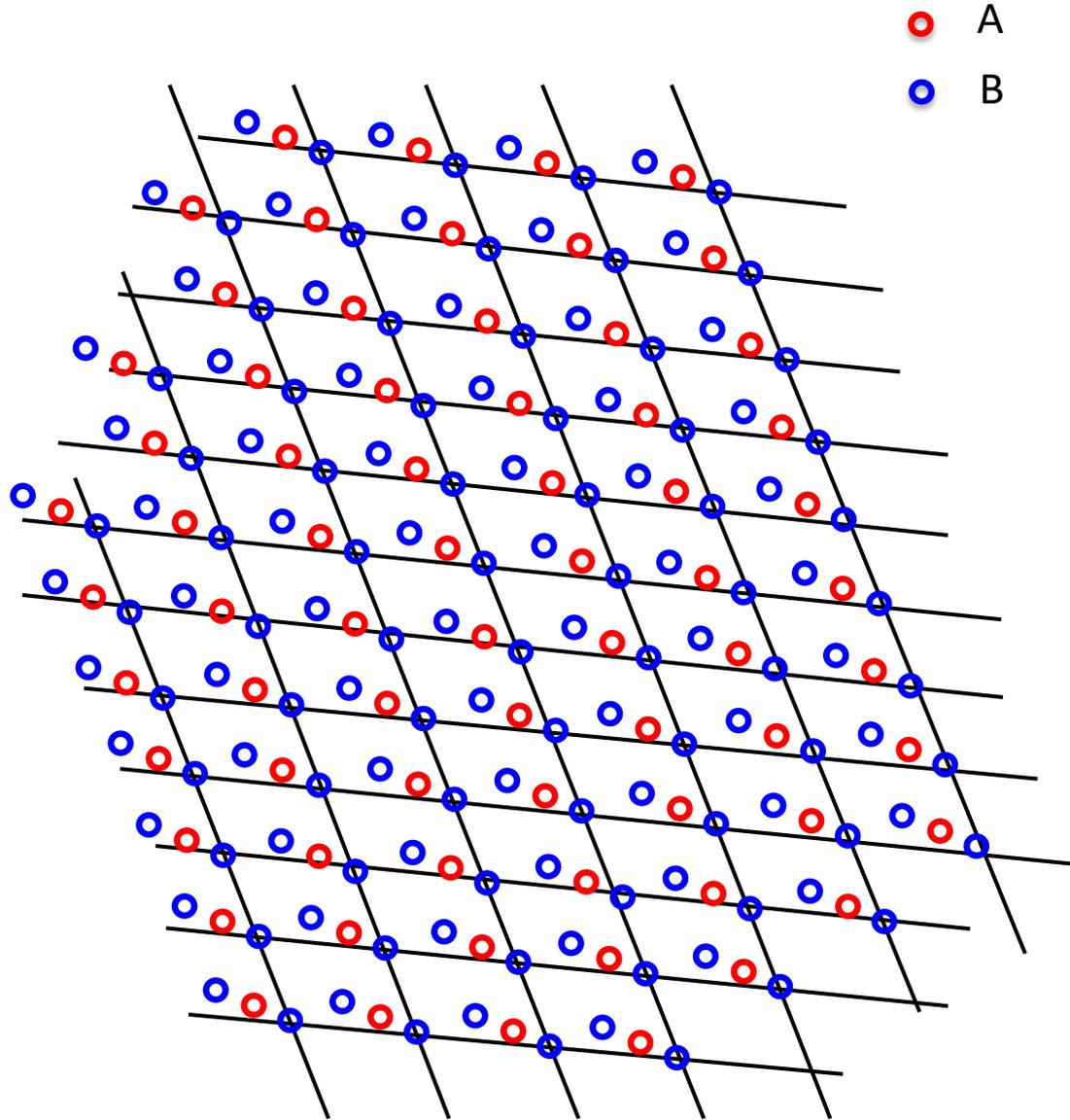
- A
- B



Dal motivo strutturale al reticolo di traslazione.

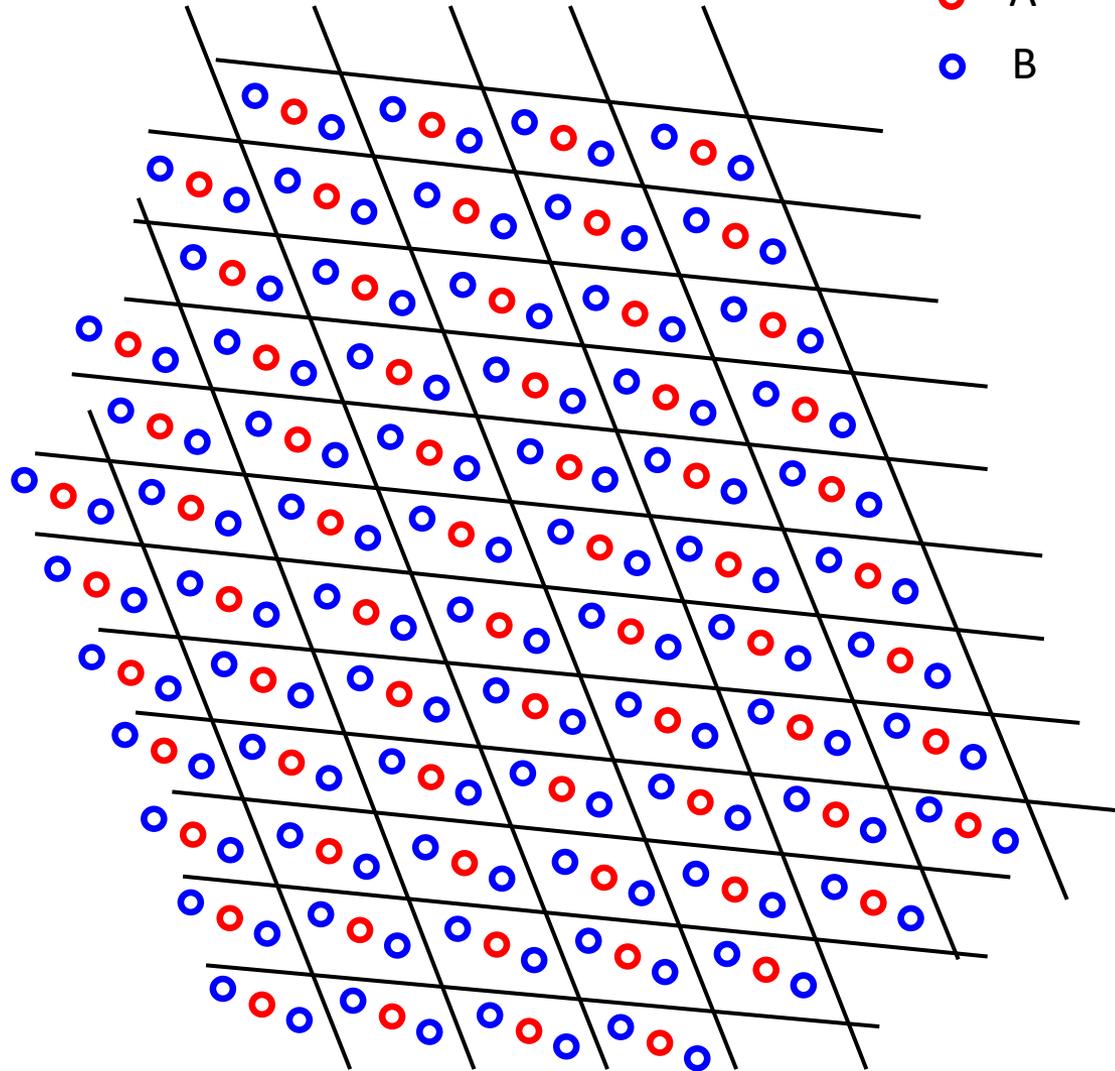


Dalla maglia elementare al reticolo di traslazione.



Dal motivo strutturale al reticolo di traslazione.

○ A
○ B



Omogeneo,
Periodico,
Anisotropo
e, se individuo
una terza
traslazione z non
complanare con
 x e y , anche
tridimensionale.

Reticolo di traslazione.

NODO: vertice delle maglie del reticolo.

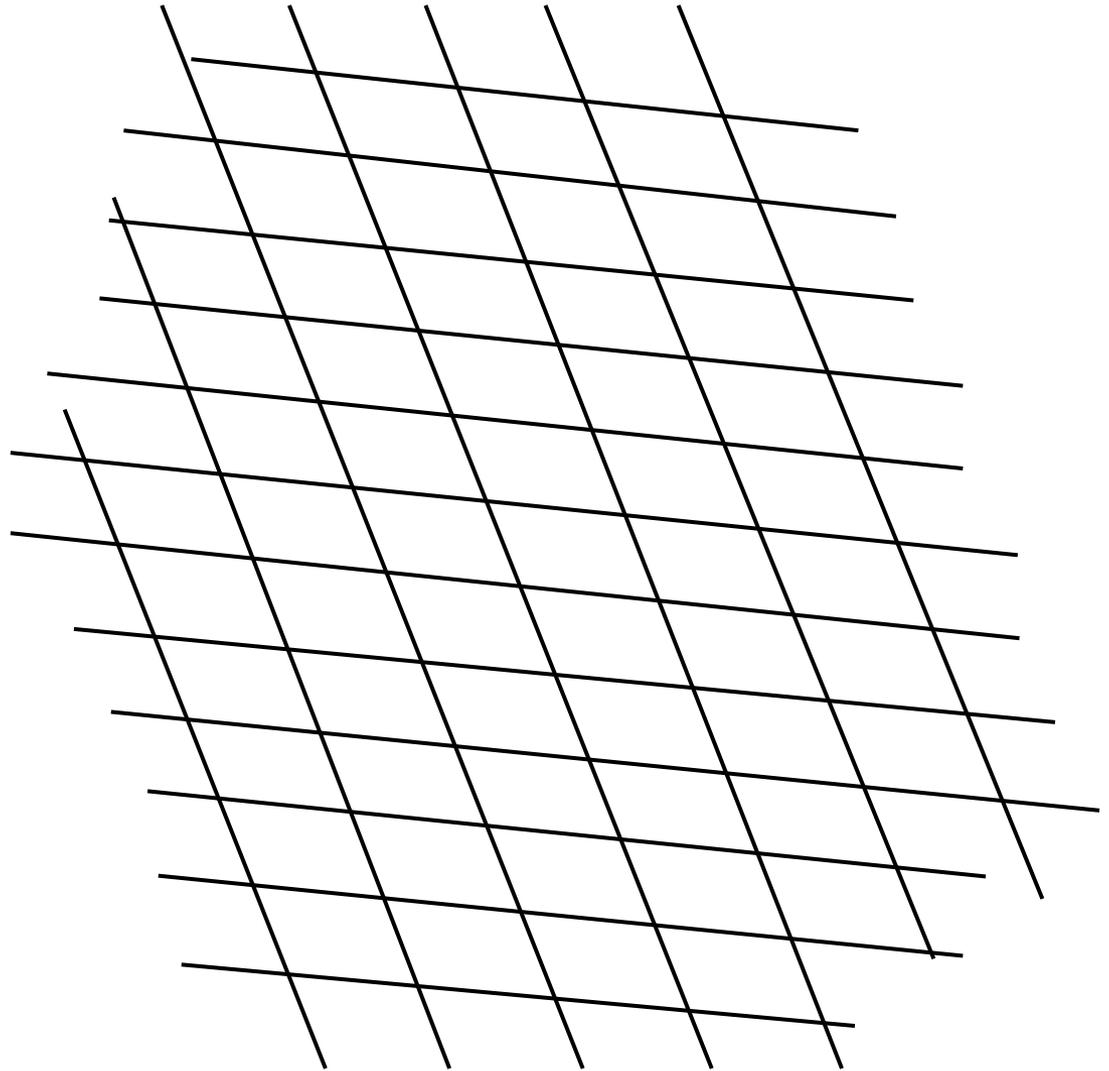
I nodi sono tutti equivalenti.

Nodi disposti lungo una retta costituiscono i **FILARI** reticolari.

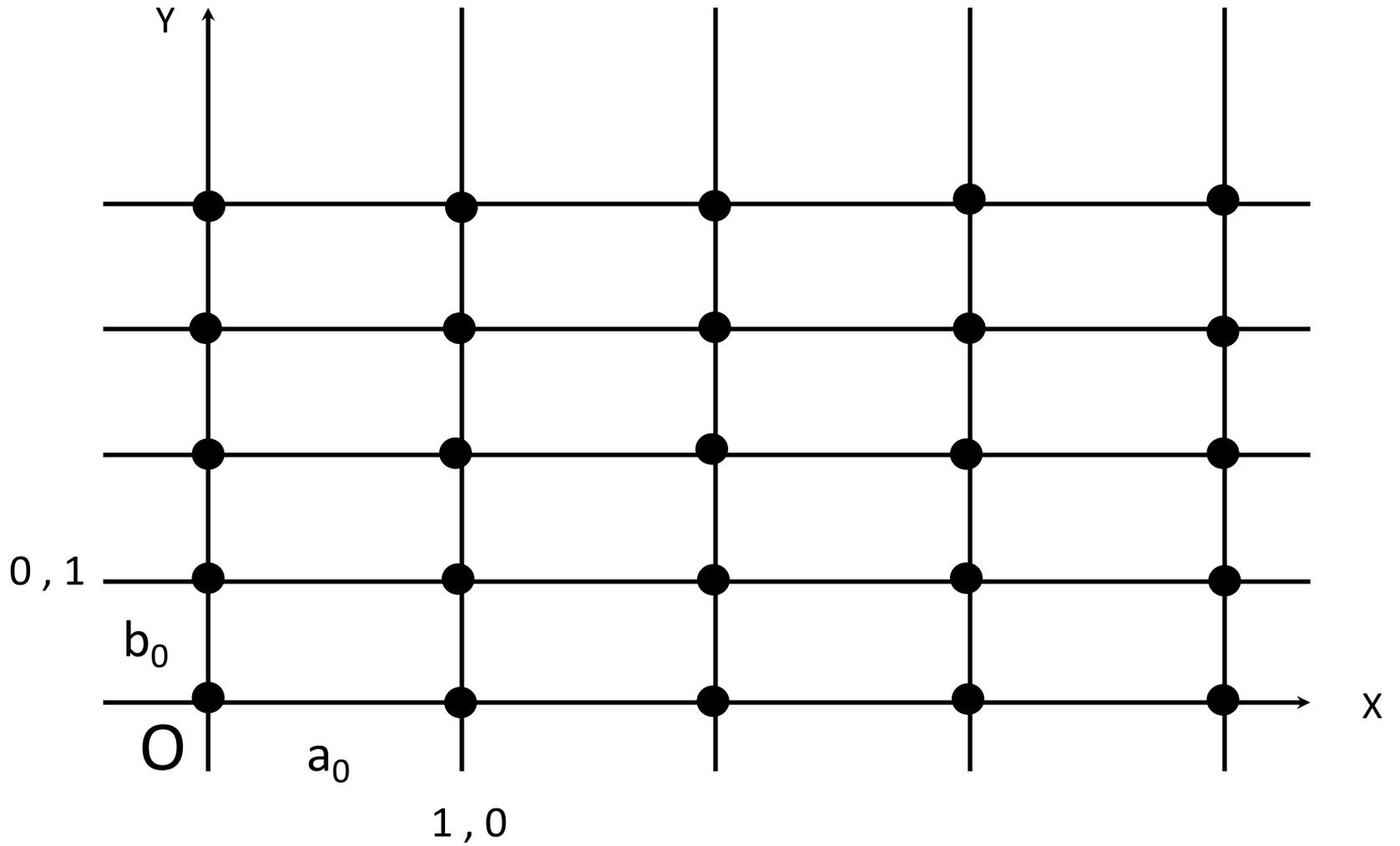
Filari reticolari paralleli sono equivalenti.

Un insieme di nodi e filari costituisce il **PIANO RETICOLARE**.

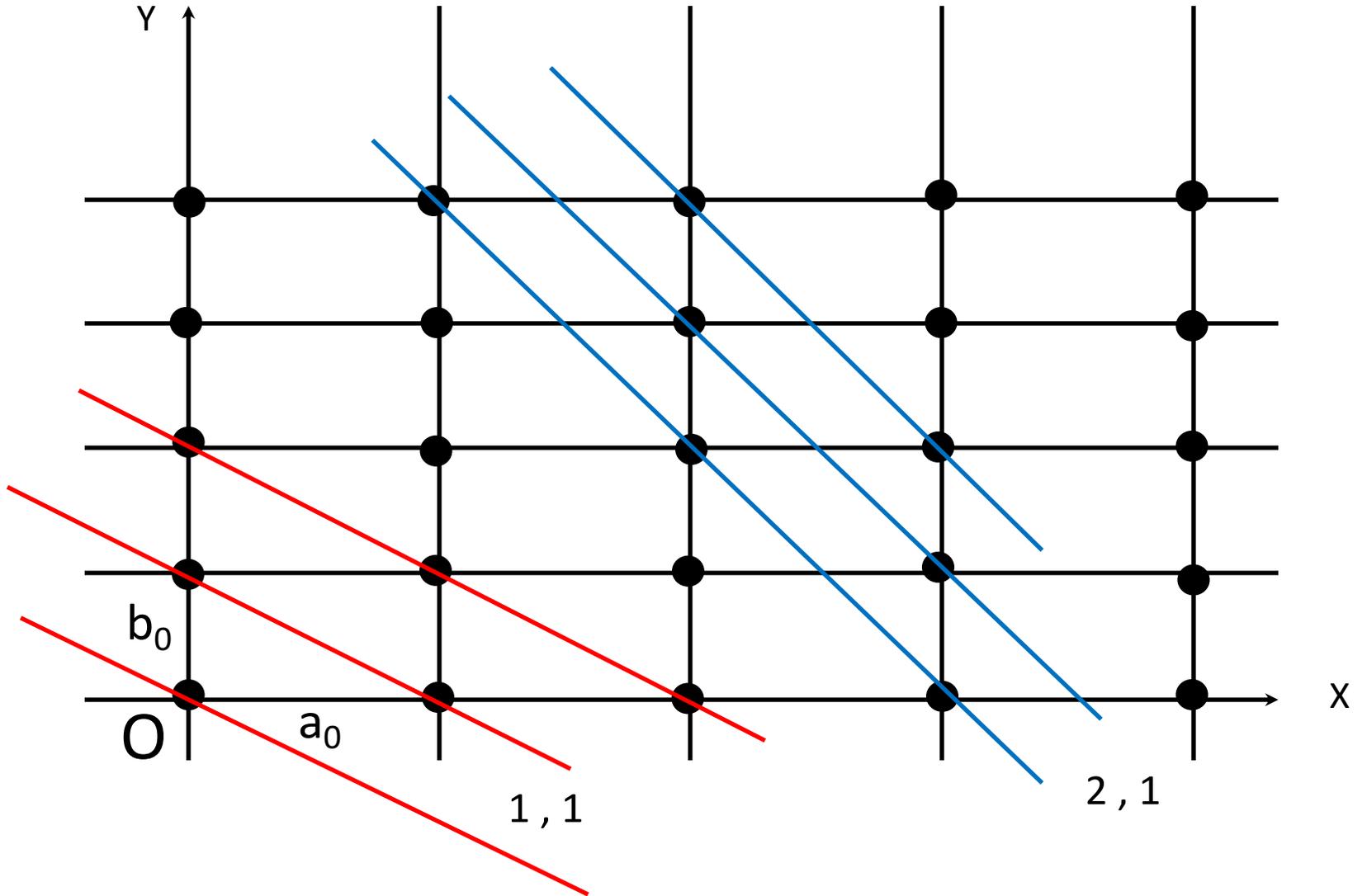
I piani reticolari possono essere identificati mediante un tripletto di indici (h, K, l).



Indici dei Piani: $h=a_0/a'$ $k=b_0/b'$ $l=c_0/c'$



Indici dei Piani: $h=a_0/a'$ $k=b_0/b'$ $l=c_0/c'$



Proprietà dei Reticoli

- Filari paralleli hanno lo stesso periodo di traslazione.
- Piani reticolari paralleli hanno la stessa densità reticolare (numero di nodi per unità di superficie).
- La distanza tra due piani reticolari paralleli si chiama distanza interplanare.
- Maggiore è la distanza interplanare, più semplici sono gli indici dei piani reticolari e maggiore è la densità reticolare.

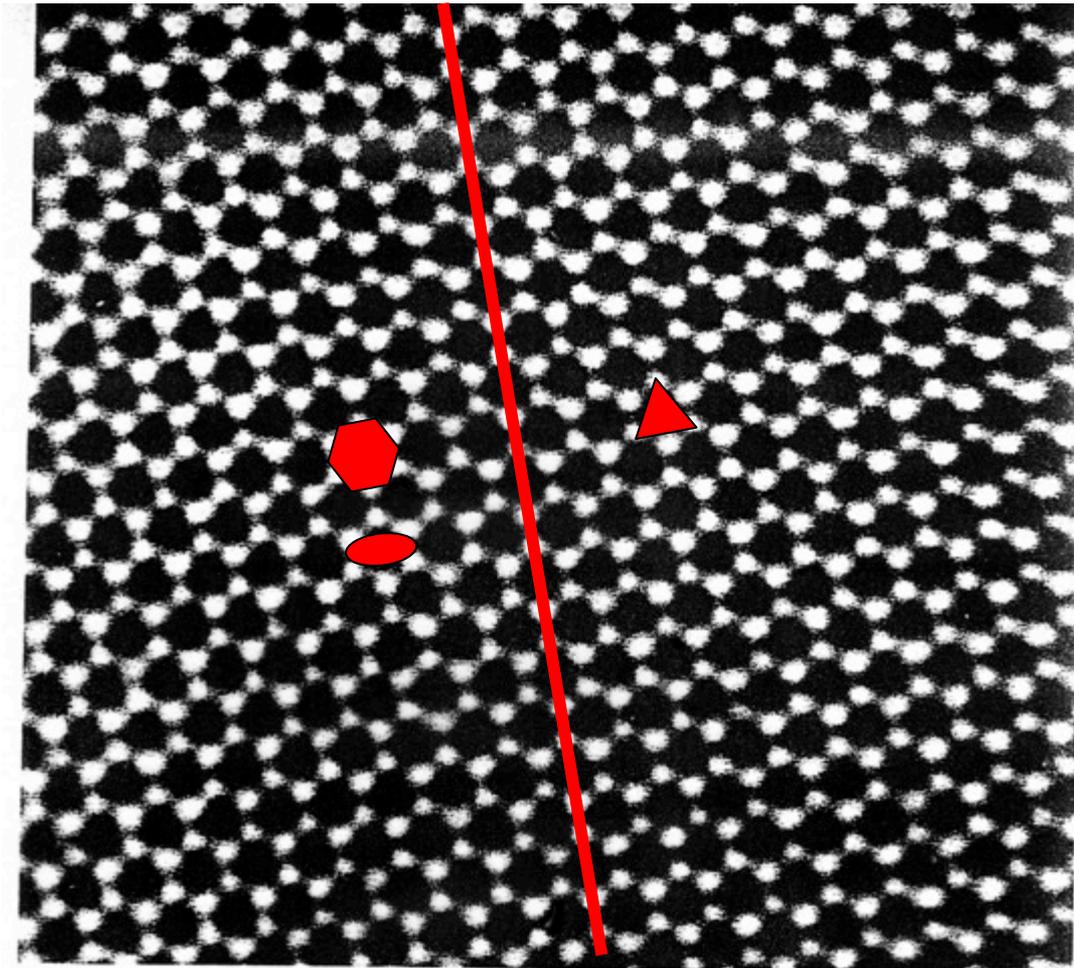
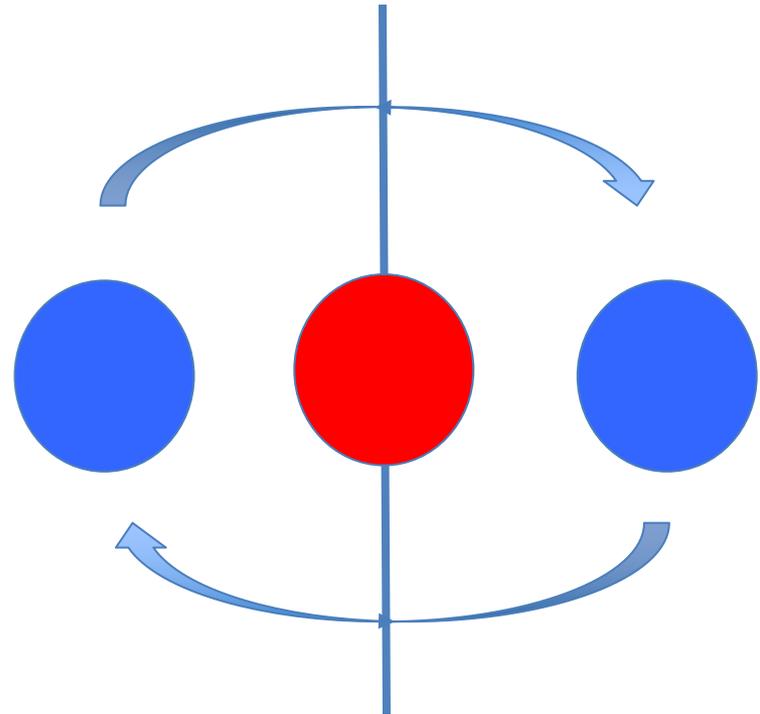
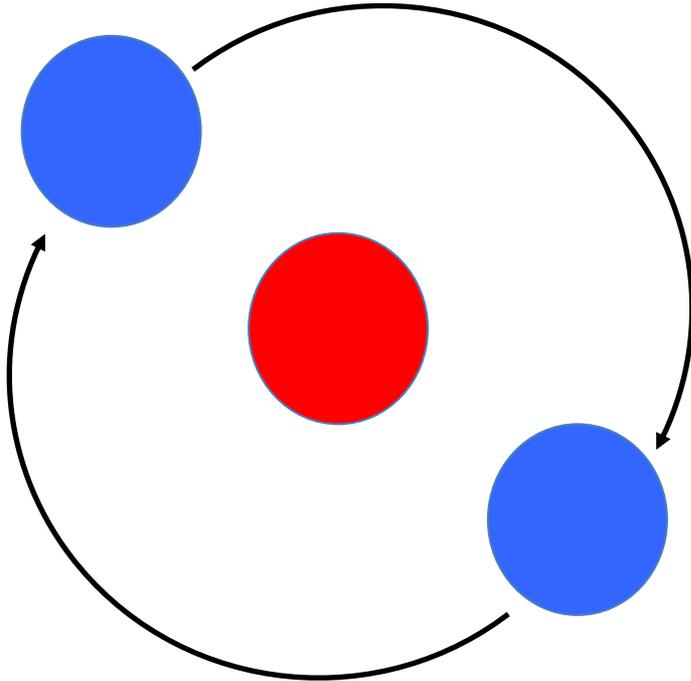


Figure 1.1. This image of the crystal structure of the mineral cordierite, ($Mg_2Al_4Si_7O_{18}$) has been taken with a high resolution transmission electron microscope. It is a projection, through a very thin ($\sim 200 \text{ \AA}$) slice, of the atomic distribution, the black spots representing hollow channels through the structure while the white spots can be equated with the regions of high atomic density, arranged around the channels in 6-fold rings. It is shown here to illustrate some aspects of the periodicity and symmetry of crystalline materials. (Scale: The distance between the black spots is $\sim 9.7 \text{ \AA}$ or 0.97 nm .)

Una simmetria è un'operazione che muove o trasforma un oggetto lasciandone però inalterato l'aspetto.

**SIMMETRIE DI ROTAZIONE E RIFLESSIONE:
rotazione rispetto un asse o riflessione
rispetto un piano o un punto.**

Asse di simmetria: rotazione di $360/n$



Nel presente caso $n=2$ e pertanto l'angolo di rotazione è 180°
Compatibili con il reticolo di traslazione vi sono solo assi di ordine (1), 2, 3, 4, 6. Altri tipi di assi, 5 per esempio, non sono compatibili con i reticoli di traslazione.

Tipologie di ASSI di SIMMETRIA

Gli assi di simmetria compiono rotazioni pari a $360/n$, dove n rappresenta l'ordine dell'asse.

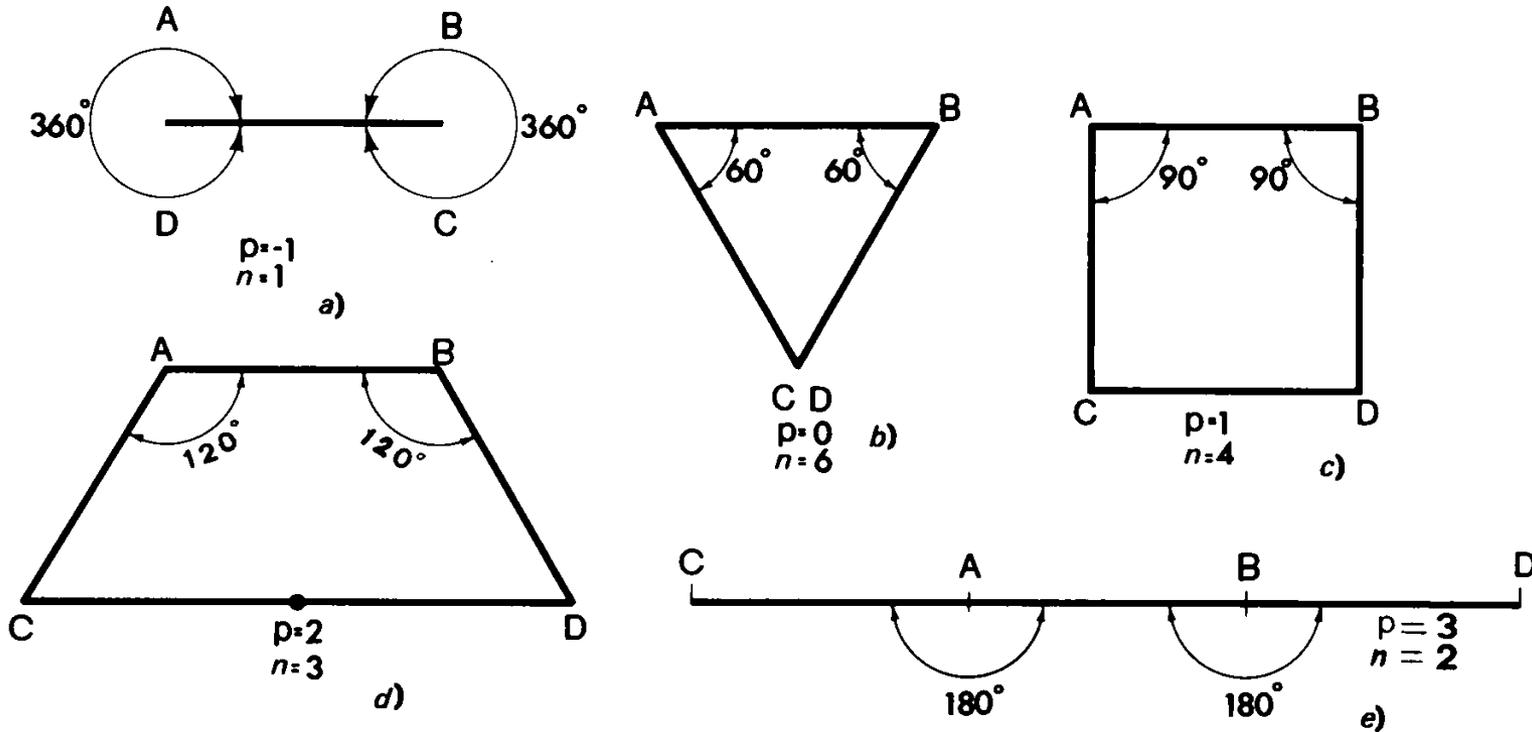


Fig. 39.8 Come degenera il trapezio della fig. 39.7 in relazione all'ordine dell'asse di simmetria: a) asse 1; b) asse 6; c) asse 4; d) asse 3; e) asse 2.

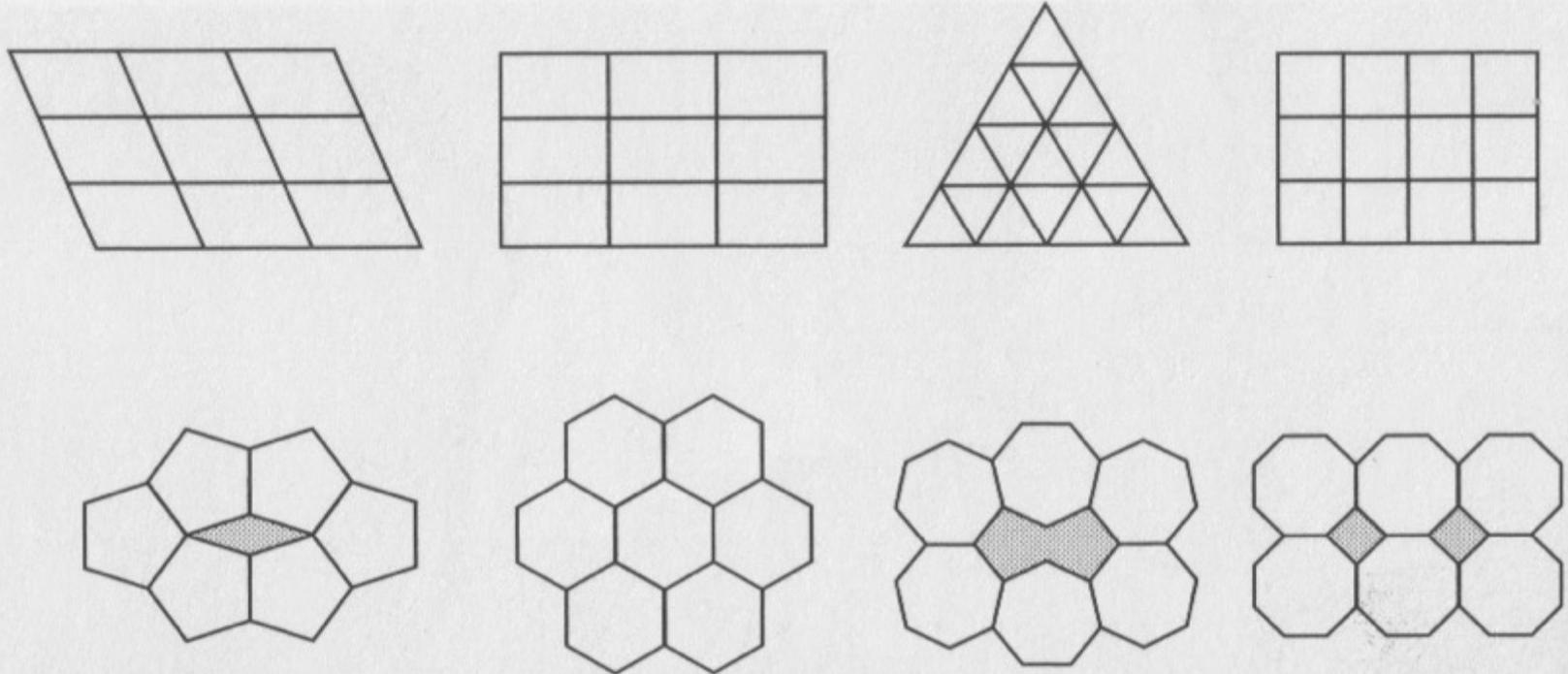
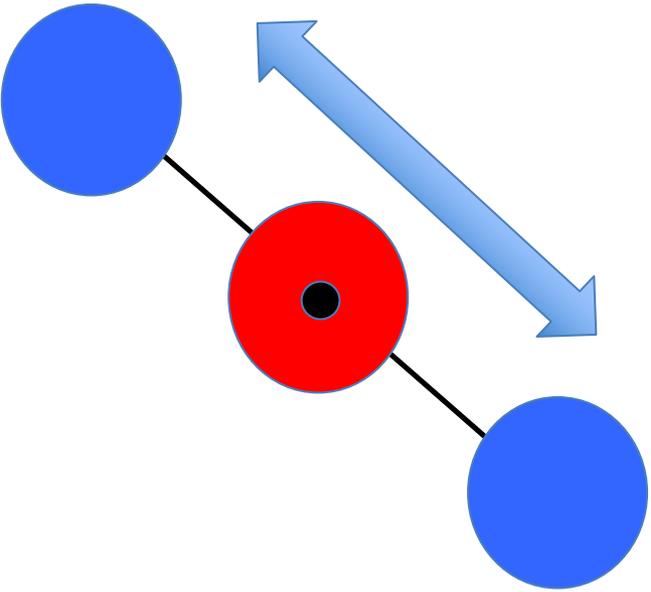
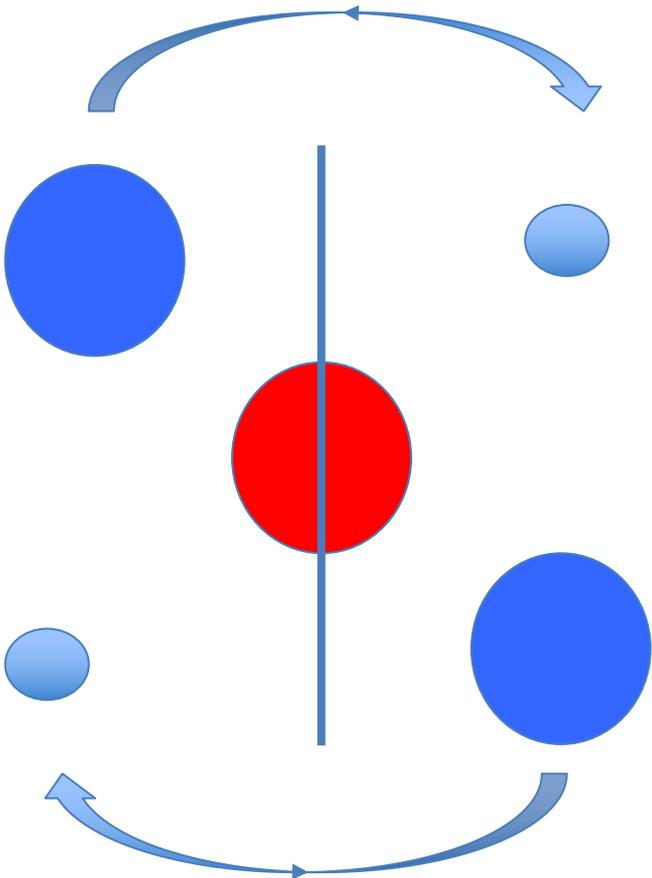
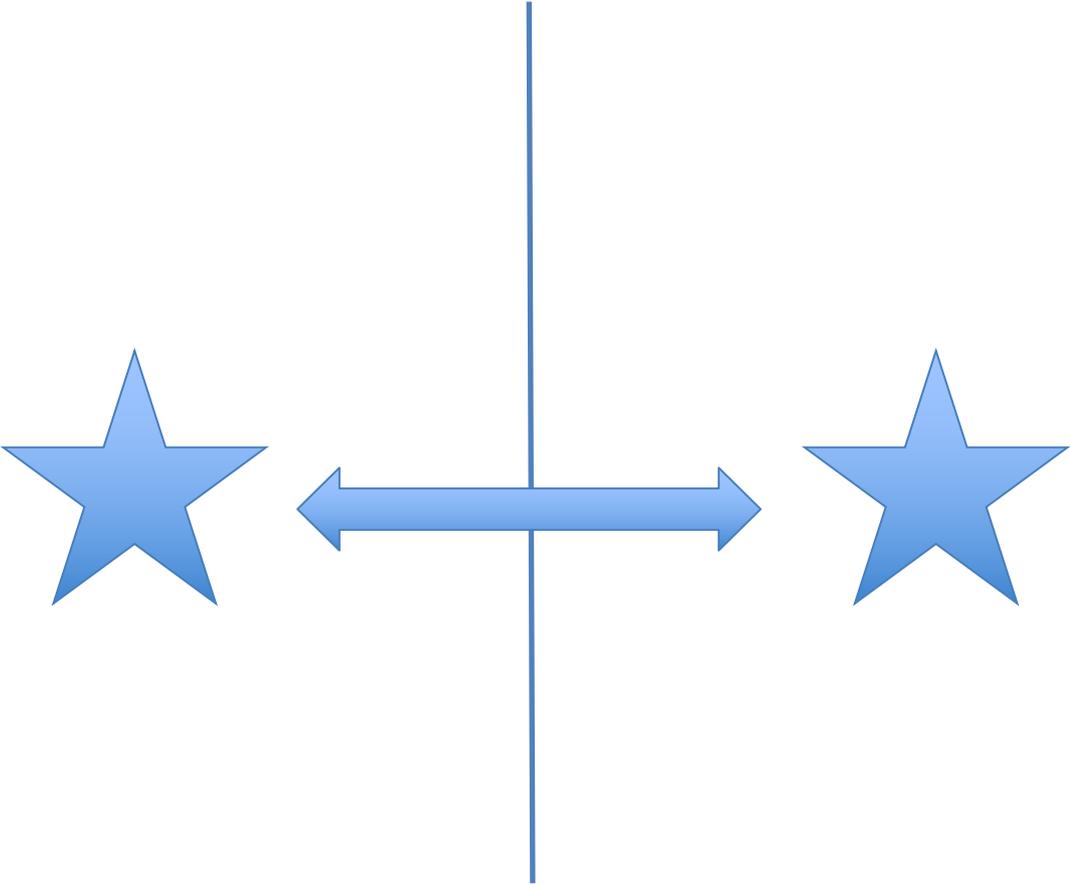


Fig. 3.10 Coverage of a surface with polygons. Note that gaps (shaded areas) exist within pentagons, heptagons and octagons.

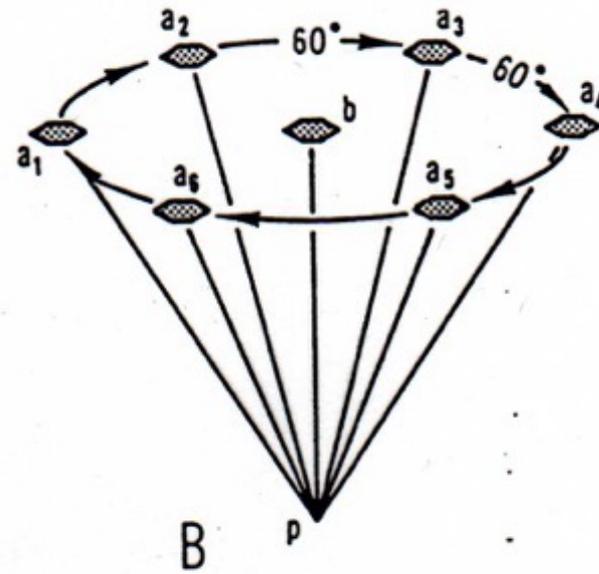
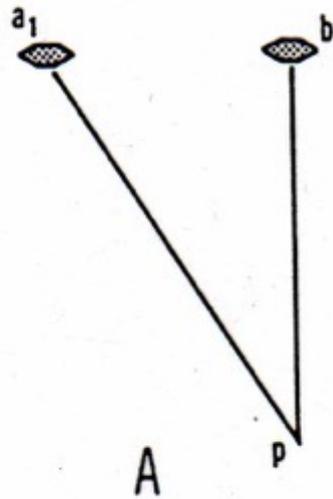
Centro di simmetria: -1

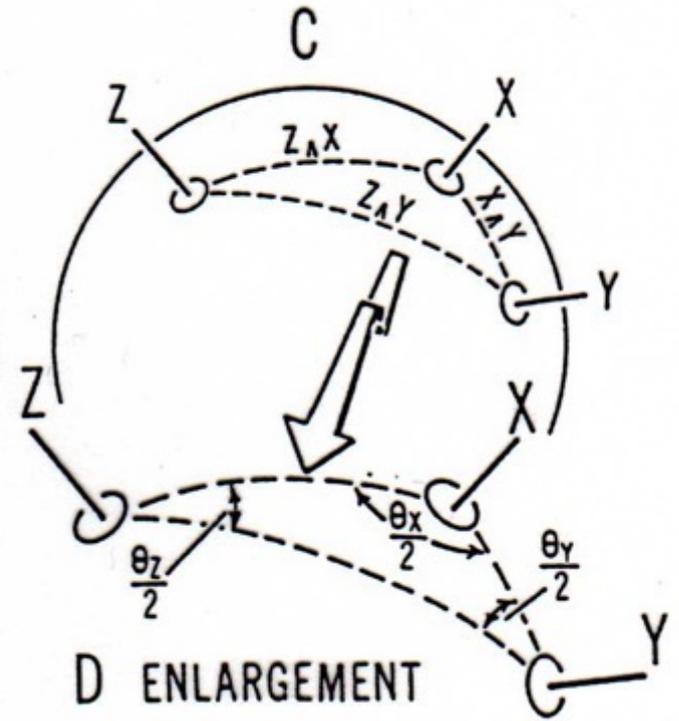
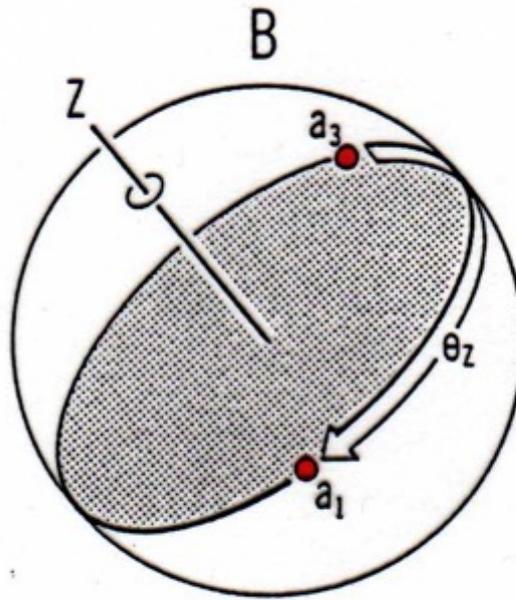
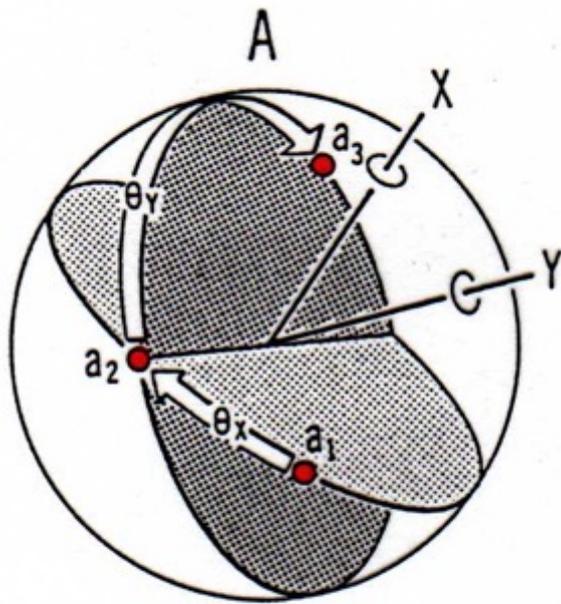


Piano di Simmetria: m



Combinazione di Assi di Simmetria



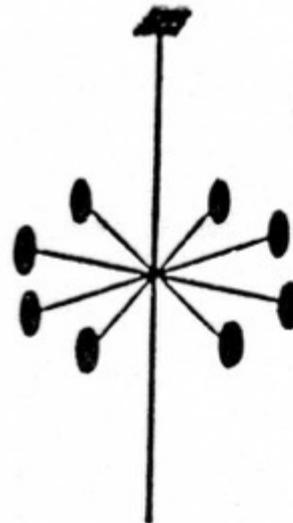
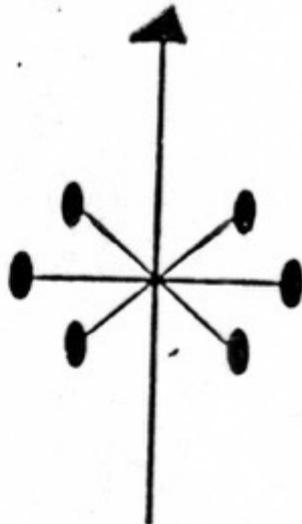
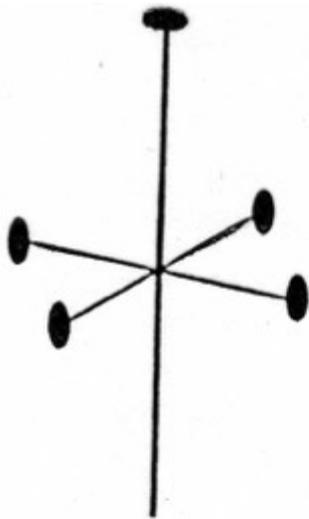


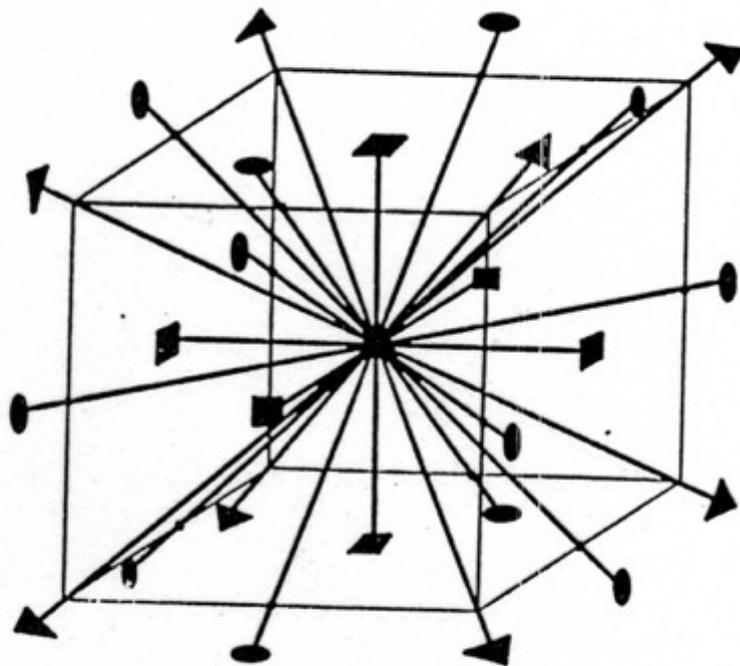
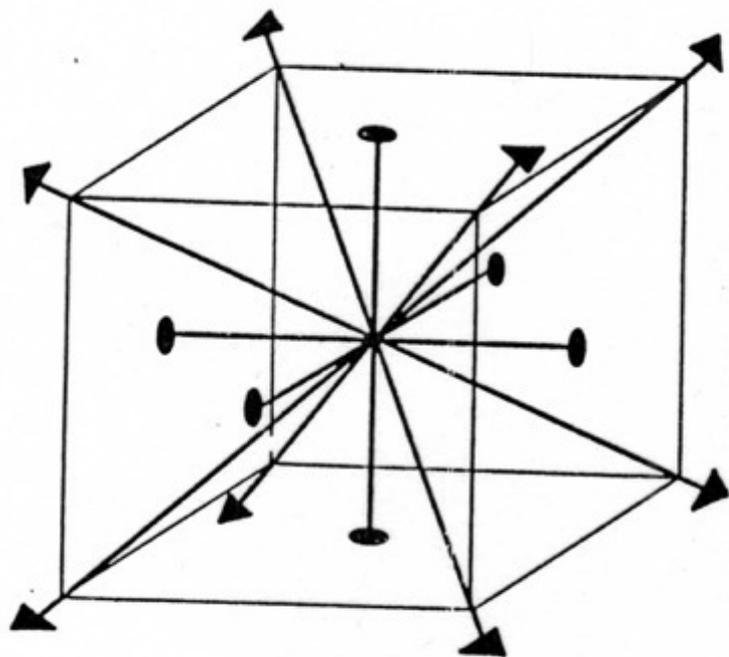
Triplette compatibili con la simmetria di traslazione

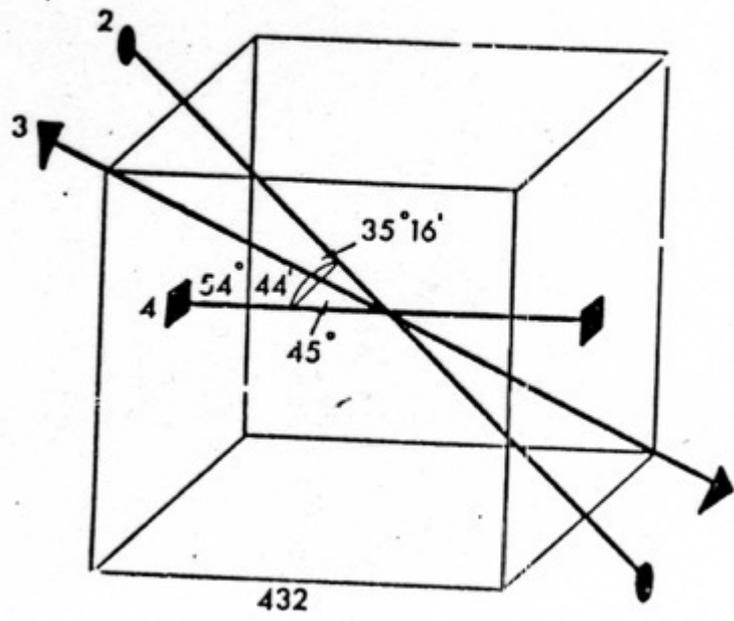
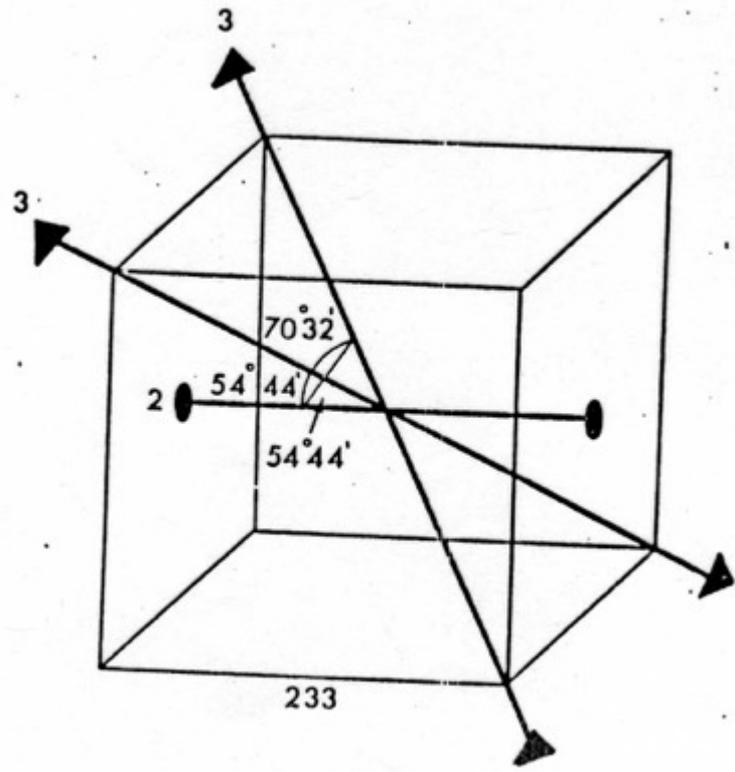
2 2 2 2 2 3 2 2 4
2 2 6 2 3 3 2 3 4

Triplette non compatibili con la simmetria di traslazione

2 3 6 2 4 4 2 4 6
2 6 6 3 3 3 3 3 4
3 3 6 3 4 4 3 4 6
3 6 6 4 4 4 4 4 6
4 6 6 6 6 6





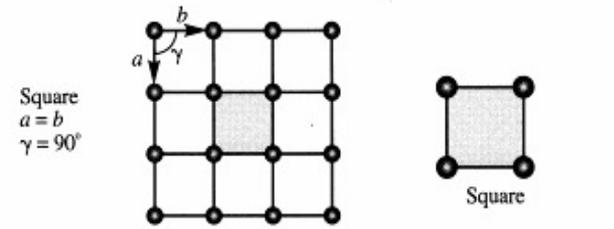


Compatibilmente con la simmetria di rotazione (assi 2-3-4-6) e di riflessione (piano e centro), le maglie elementari, possono avere le seguenti forme.

Sono **P** Primitive quelle che hanno nodi solo ai vertici, mentre saranno **C** Centrate quelle che hanno un nodo anche al centro della maglia.

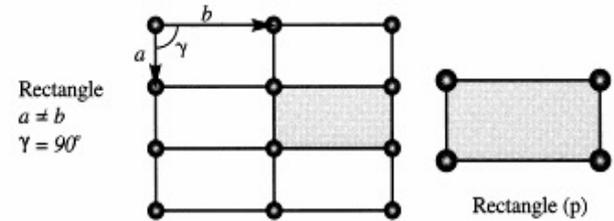
Asse 4

Quadrata



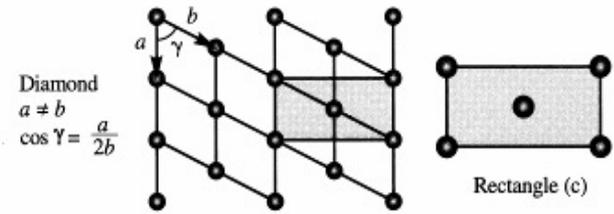
m m m

Rettangolare



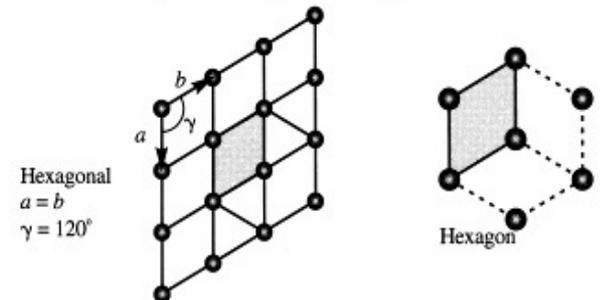
m m m

Rettangolare centrata



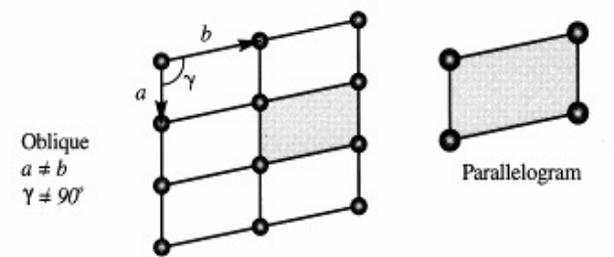
Assi 3 o 6

Esagonale



Asse 2 o 1

Obliqua



Applicando alle maglie il terzo vettore di traslazione otteniamo i:

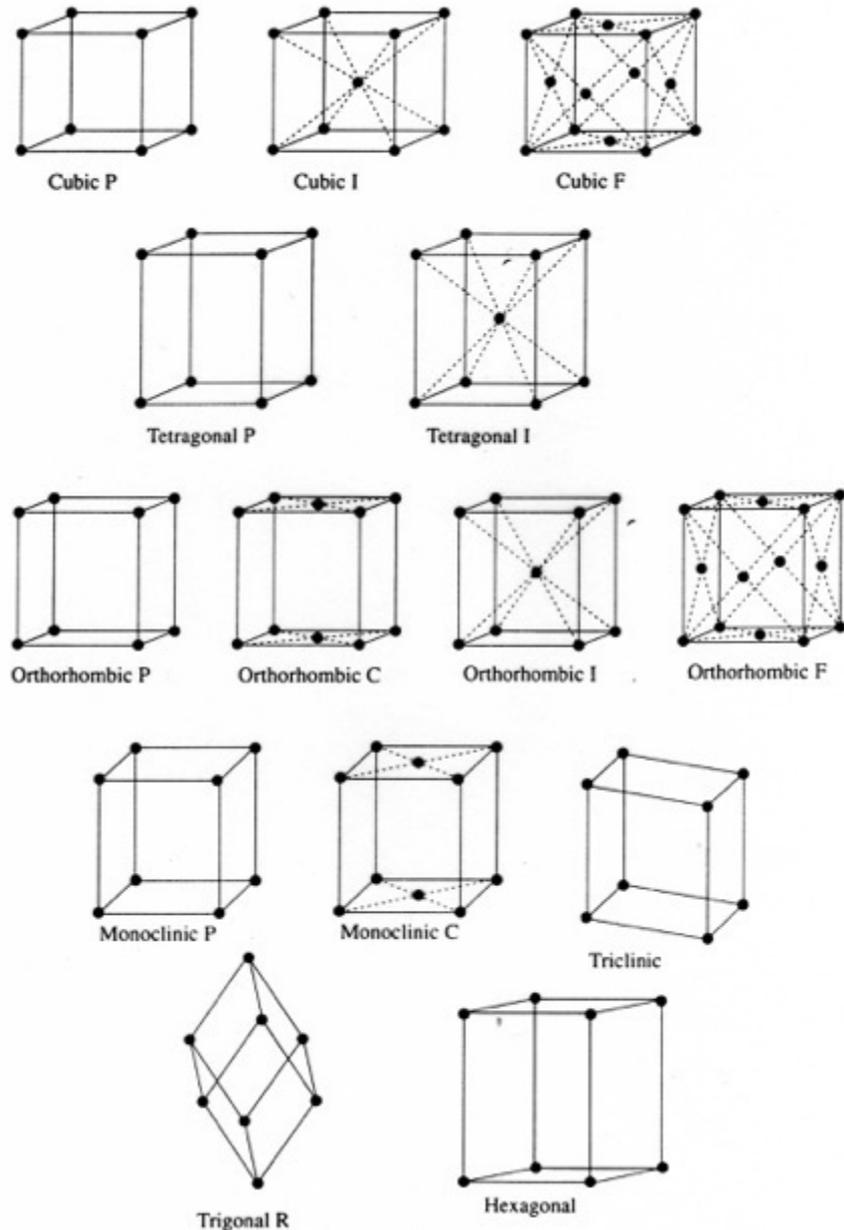
RETICOLI BRAVAISIANI

I reticoli bravaisiani descrivono i vari tipi di celle elementari possibili nei cristalli. Vi sono 7 reticoli primitivi e 7 non primitivi (P = nodi solo ai vertici; C = a base centrata; I = a corpo centrato; F = a facce centrate).

I reticoli primitivi sono basati su celle elementari a forma di parallelepipedo rispecchianti il sistema di simmetria del cristallo.

La derivazione dei reticoli richiede i seguenti passaggi:

- 1) Definizione della posizione degli elementi di simmetria entro le maglie piane
- 2) Definizione di un vettore di traslazione al di fuori dal piano della maglia da assumere come terzo lato



Passando dalla maglia elementare alla cella elementare, i moduli dei tre assi (a_0, b_0, c_0) potranno presentare le seguenti caratteristiche a seconda del tipo di asse/assi di simmetria presenti:

Se gli assi sono di ordine minore o uguale a 2

Tutti e tre diversi: $a_0 \neq b_0 \neq c_0$ 1, 2, e trippletto 2 2 2

Se c'è un asse di ordine superiore a 2 ossia assi di ordine 3, 4, 6

Due uguali e diversi dal terzo: $a_0 = b_0 \neq c_0$ 3, 4, 6 e relativi trippletti 3 2 2, 4 2 2, 6 2 2

Ed infine quando sono presenti due particolari combinazioni di assi

Tutti e tre uguali: $a_0 = b_0 = c_0$ trippletti 4 3 2 e 2 3

Questo definisce i tre **GRUPPI** di simmetria, rispettivamente:

TRIMETRICO, DIMETRICO e MONOMETRICO

Infine, gli angoli tra gli assi (α , β e γ), che dipendono dal tipo di assi di simmetria presenti, permettono di definire i **7 SISTEMI** di simmetria.

GRUPPI	SISTEMI	SIMMETRIA ASSIALE	SIMMETRIA TRASLAZIONE
TRIMETRICO $a_0 \neq b_0 \neq c_0$ $a : b : c$	Triclino ($\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$)	1	P
	Monoclino ($\alpha = \gamma = 90^\circ; \beta \neq 90^\circ$)	2	P, C
	Rombico ($\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)	222	P, C, I, F
DIMETRICO $a_0 = b_0 \neq c_0$ $a : a : c$	Tetragonale ($\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)	4 422	P, I
	Trigonale ($\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$)	3 32	P, R
	Esagonale ($\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 60^\circ$)	6 622	(P)
MONOMETRICO $a_0 = b_0 = c_0$ $a : a : a$	Cubico ($\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$)	23 432	P, I, F

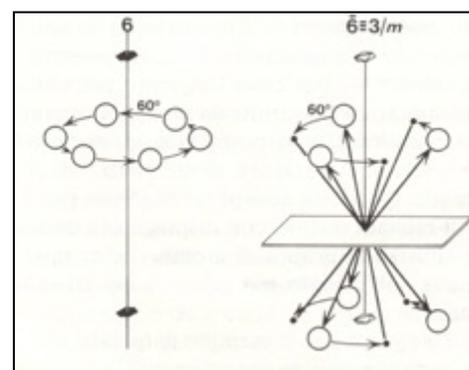
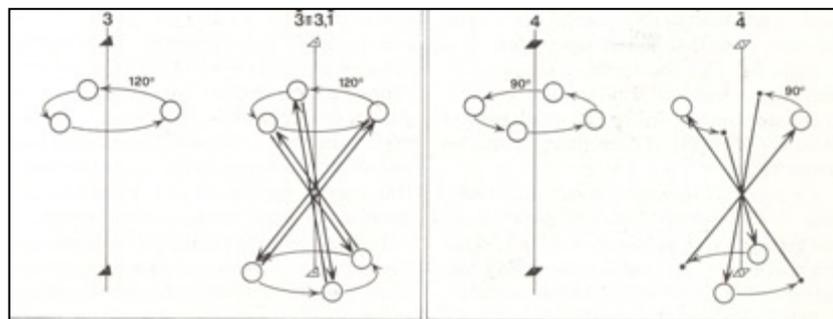
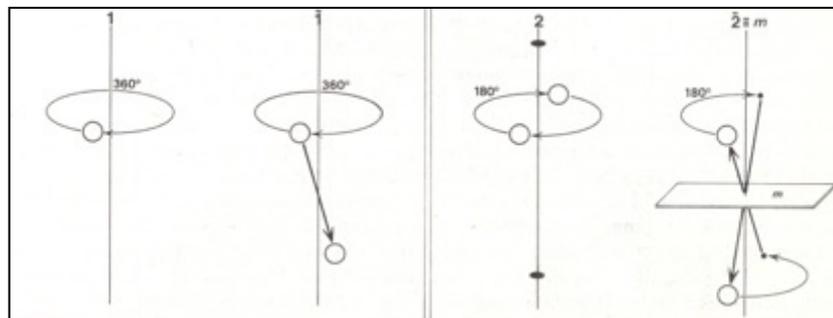
Oltre agli assi di simmetria semplici si possono avere combinazioni di un asse di simmetria con il centro di simmetria. Si ottengono gli:

ASSI DI INVERSIONE

- Un asse di ordine dispari equivale alla combinazione dello stesso asse con il centro di simmetria.

- Un asse di ordine pari (escluso l'asse 4) equivale alla combinazione di un asse di ordine metà più il piano di simmetria normale all'asse.

- L'asse di ordine 4, non è equivalente alla combinazione di altri elementi, ma è in subordine asse di ordine 2.



Combinazione della traslazione con la rotazione.

ELICOGIRE

Con un operatore di simmetria semplice, posizione iniziale e finale sono coincidenti, mentre con le elicogire, posizione iniziale e finale non sono più coincidenti, ma equivalenti per traslazione.

La componente di traslazione associata alla rotazione deve essere una frazione del periodo di traslazione nella direzione dell'asse. La componente di traslazione associata alla rotazione è definita da: mT/n con $m < n$ entrambi numeri interi (T = periodo di traslazione, n è l'ordine dell'asse di rotazione).

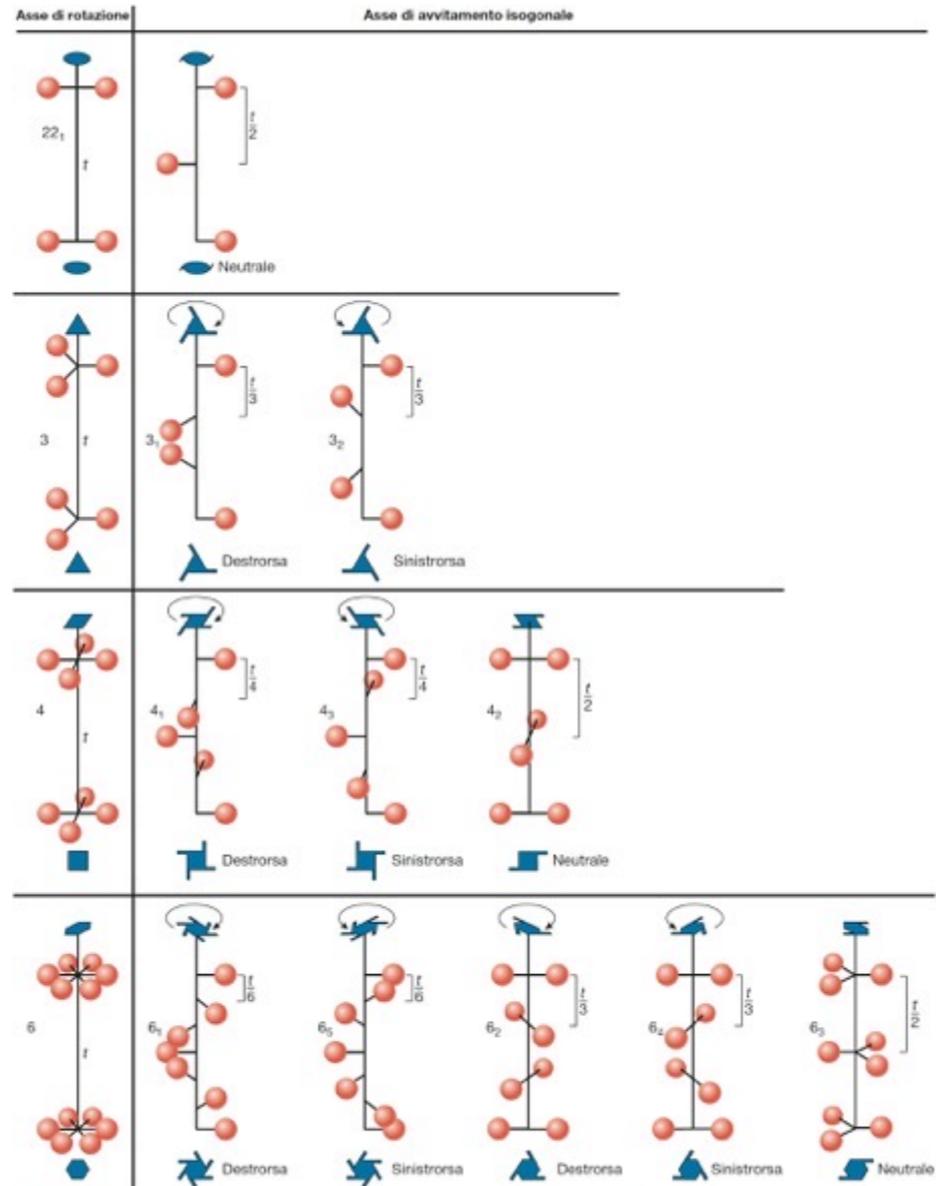
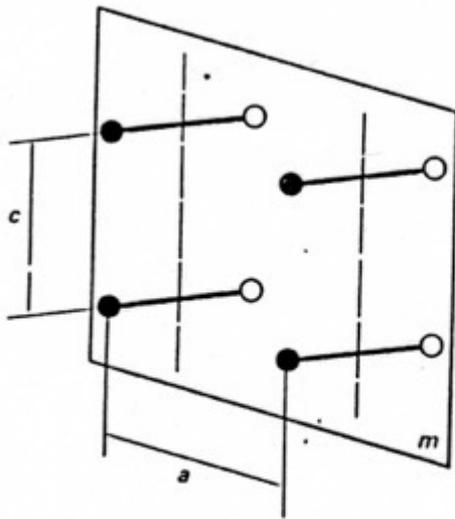


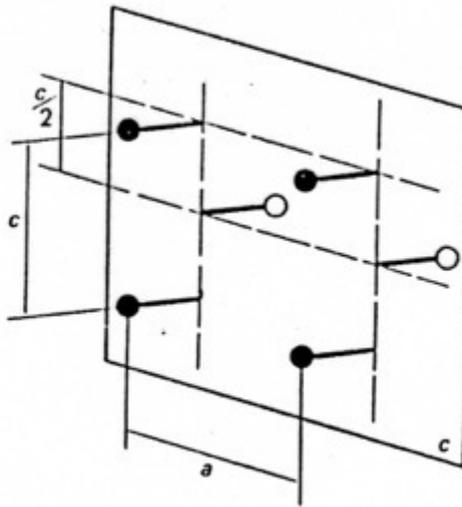
Figura 5.27 In questa figura vengono rappresentate graficamente le operazioni combinate di rotazione e traslazione (elicogire) su motivi, qui rappresentati con una sfera. Le sfere possono rappresentare atomi, ioni o gruppi ionici interni a una struttura cristallina. I simboli grafici internazionali per queste operazioni sono disegnati in prospettiva nella parte superiore dell'elicogira e in pianta alla base. Le frecce circolari indicano il verso della rotazione. (Adattata da *International Tables for Crystallography* 1983, vol. A.)

Combinazione della traslazione con la riflessione.

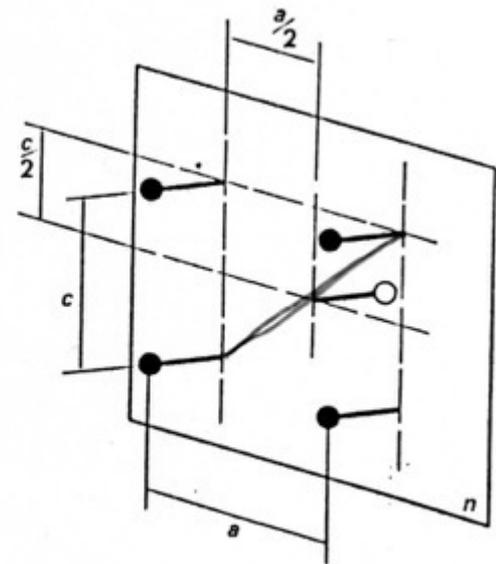
SLITTOPIANI



a)



b)



c)

I 230 Gruppi Spaziali

Rappresentano le possibili associazioni coerenti di operatori di simmetria, capaci di portare in coincidenza un atomo con altri ad esso equivalenti, formanti un insieme ordinato, omogeneo, periodico, anisotropo, quale è un cristallo dal punto di vista della sua struttura.

Nei gruppi spaziali, oltre alle operazioni di rotazione e riflessione, troviamo elicogire, slittopiani e i tipi di reticolo. Mentre nelle 32 Classi cristalline (o puntuali) gli operatori di simmetria passano tutti per un punto, nei gruppi spaziali sono distribuiti nella cella elementare.

Tabella 41.1

CLASSI	SIMBOLO DELLE CLASSI	SIMBOLI DEI GRUPPI SPAZIALI SECONDO LA NOTAZIONE INTERNAZIONALE
Triclina pediale	1	P1
Triclina pinacoidale	$\bar{1}$	P $\bar{1}$
Monoclina sfenoidica	2	P2, P2 ₁ , C2
Monoclina domatica	m	Pm, Pc, Cm, Cc
Monoclina prismatica	$\frac{2}{m}$	P $\frac{2}{m}$, P $\frac{2}{m}$, C $\frac{2}{m}$, P $\frac{2}{c}$, P $\frac{2}{c}$, C $\frac{2}{c}$
Rombica bisfenoidica	222	P222, P22 ₁ , P2 ₁ 2 ₁ 2, P2 ₁ 2 ₁ 2, C222, C22 ₁ , F222, I222, I2 ₁ 2 ₁ 2,
Rombica piramidale	mm2	Pmm2, Pmc2 ₁ , Pcc2, Pma2, Pca2 ₁ , Pnc2, Pmn2 ₁ , Pba2, Pna2 ₁ , Pnn2, Cmm2, Cmc2 ₁ , Ccc2, Cmm2, Abm2, Ama2, Aba2, Fmm2, Fdd2, Imm2, Iba2, Ima2
Rombica bipiramidale	mmm	Pmmm, Pnnn, Pccm, Pban, Pmma, Pnna, Pmna, Pcca, Pbam, Pbcm, Pnmn, Pmna, Pbcn, Pbca, Pnma, Cmcm, Cmca, Cmmm, Cccm, Cmma, Ccca, Fmmm, Fddd, Immm, Ibam, Ibca, Imma
Tetragonale piramidale	4	P4, P4 ₁ , P4 ₂ , P4 ₃ , I4, I4 ₁
Tetragonale bisfenoidica	$\bar{4}$	P $\bar{4}$, I $\bar{4}$
Tetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}$	P $\frac{4}{m}$, P $\frac{4}{m}$, P $\frac{4}{n}$, P $\frac{4}{n}$, I $\frac{4}{m}$, I $\frac{4}{n}$
Tetragonale trapezoedrica	422	P422, P42 ₁ 2, P4 ₁ 22, P4 ₂ 2 ₁ 2, P4 ₁ 22, P4 ₂ 2 ₁ 2, P4 ₁ 22, P4 ₂ 2 ₁ 2, I422, I4 ₁ 22
Ditetragonale piramidale	4mm	P4mm, P4bm, P4cm, P4nm, P4cc, P4nc, P4mc, P4bc, I4mm, I4cm, I4md, I4cd
Tetragonale scalenoedrica	$\bar{4}2m$	P $\bar{4}2m$, P $\bar{4}2c$, P $\bar{4}2m$, P $\bar{4}2c$, P $\bar{4}m2$, P $\bar{4}c2$, P $\bar{4}b2$, P $\bar{4}n2$, I $\bar{4}m2$, I $\bar{4}c2$, I $\bar{4}2m$, I $\bar{4}2d$
Ditetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}mm$	P $\frac{4}{m}mm$, P $\frac{4}{m}cc$, P $\frac{4}{n}bm$, P $\frac{4}{n}nc$, P $\frac{4}{m}bm$, P $\frac{4}{m}nc$, P $\frac{4}{n}mm$, P $\frac{4}{n}cc$, P $\frac{4}{n}mc$, P $\frac{4}{n}cm$, P $\frac{4}{n}bc$, P $\frac{4}{n}nm$, P $\frac{4}{n}bc$, P $\frac{4}{n}nm$, P $\frac{4}{n}mc$, P $\frac{4}{n}cm$, I $\frac{4}{m}mm$, I $\frac{4}{m}cm$, I $\frac{4}{n}md$, I $\frac{4}{n}cd$
Trigonale piramidale	3	P3, P3 ₁ , P3 ₂ , R3
Trigonale romboedrica	$\bar{3}$	P $\bar{3}$, R $\bar{3}$
Trigonale trapezoedrica	32	P312, P321, P3 ₁ 12, P3 ₂ 11, P3 ₁ 12, P3 ₂ 11, R32
Ditrigonale piramidale	3m	P3m1, P31m, P3c1, P31c, R3m, R3c
Ditrigonale scalenoedrica	3m	P31m, P31c, P3m1, P3c1, R3m, R3c
Esagonale piramidale	6	P6, P6 ₁ , P6 ₂ , P6 ₃ , P6 ₄ , P6 ₅
Trigonale bipiramidale	$\bar{6}$	P $\bar{6}$
Esagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}$	P $\frac{6}{m}$, P $\frac{6}{m}$
Esagonale trapezoedrica	622	P622, P6 ₁ 22, P6 ₂ 22, P6 ₃ 22, P6 ₄ 22, P6 ₅ 22
Diesagonale piramidale	6mm	P6mm, P6cc, P6cm, P6mc
Ditrigonale bipiramidale	$\bar{6}m2$	P $\bar{6}m2$, P $\bar{6}c2$, P $\bar{6}2m$, P $\bar{6}2c$
Diesagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}mm$	P $\frac{6}{m}mm$, P $\frac{6}{m}cc$, P $\frac{6}{m}cm$, P $\frac{6}{m}mc$
Tetraedricapentagonododecaedrica	23	P23, F23, I23, P2 ₁ 3, I2 ₁ 3
Diacisdodecaedrica	m3	Pm3, Pn3, Fm3, Fd3, Im3, Pa3, Pa3, Ia3
Pentagonoicositetraedrica	432	P432, P4 ₁ 32, F432, F4 ₁ 32, I432, P4 ₁ 32, P4 ₂ 32, I4 ₁ 32
Esacistetraedrica	43m	P43m, F43m, I43m, P43n, F43c, I43d
Esacisottaedrica	m3m	Pm3m, Pn3n, Pm3n, Pn3m, Fm3m, Fm3c, Fd3m, Fd3c, Im3m, Ia3d

Gruppi spaziali “preferiti” rispetto ad altri dai cristalli. Sono circa 40 i gruppi spaziali mai riscontrati nei cristalli studiati.

P $\frac{2_1}{c}$	9 %		
F $m3m$	8 %		
P nma	5 %	R $\bar{3}m$	3 %
P $2_12_12_1$	4 %	P $m3m$	3 %
P $\frac{6}{m}mc$	4 %	Altri (220)	54 %
F $d3m$	4 %		<hr/> 100 %
P 2_1	3 %		
C $\frac{2}{c}$	3 %		



Aquamarina