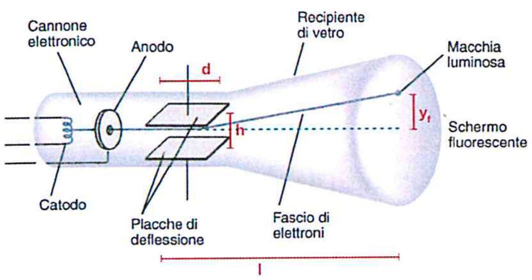
Università di Trieste, A.A. 2019/2020

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Prima prova intermedia - 8.11.2019

Cognome .... Nome ....

<u>*Istruzioni per gli esercizi*</u>:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate***.



1. Nel tubo catodico descritto dalla figura qui sopra vengono prodotti elettroni di energia cinetica K=45.2 eV. Questi elettroni passano tra due lastre conduttrici (a meta` rispetto alla loro separazione), inizialmente scariche; le lastre sono a distanza h=0.5 cm e sono lunghe d=3.2 cm lungo la direzione del moto. In queste condizioni il fascio di elettroni arriva al centro dello schermo, che si trova a distanza l=22.1 cm. Applichiamo un voltaggio V alle lastre, in modo che quella superiore sia caricata positivamente; ipotizziamo che il campo elettrico sia esattamente costante tra le lastre e nullo altrove.

a. Che voltaggio dobbiamo imporre perche' il fascio arrivi a y_f=4.2 cm sopra il centro dello schermo?

$$V = \frac{m_e v_0^2}{e}\frac{y_f h}{d^2}\frac{1}{(\ell/d - 1/2)} = \left(\frac{K}{1eV}\right)\frac{2h y_f}{d^2}\frac{1}{(\ell/d - 1/2)} = 4.14\ V\ ,\quad K_{eV} = \frac{K}{1eV} = 45.$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eK_{eV}}{m_e}} = 3.98\times 10^6\ m s^{-1},\quad a = \frac{V}{h}\frac{e}{m_e}\ \text{tra le lastre}$$

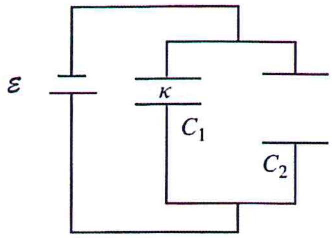
b. Calcolare in questo caso la posizione y_1 e la velocita` v_1 dell'elettrone all'uscita dalle piastre. L'elettrone rischia di scontrarsi con il bordo della piastra?

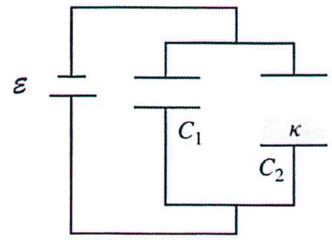
$$y_1 = \frac{d^2}{2h}\frac{e}{m v_0^2}V = \frac{d^2}{4h}\frac{V}{K_{eV}} = 0.22\ cm < h/2$$

$$\vec{v}_1 = v_0\hat{\imath} + \frac{V}{h}\frac{e}{m_e}\frac{d}{v_0}\hat{\jmath} = (3.98\,\hat{\imath} + 0.80\,\hat{\jmath})\times 10^6\ m s^{-1}$$

c. Volendo traslare il fascio di -3.2 cm in orizzontale tramite un'altra coppia di lastre immediatamente successiva alla precedente, e supponendo di poter ignorare il precedente spostamento verticale1 in questo calcolo, quale voltaggio dovremmo imporre al secondo sistema di piastre?

$$V = K_{eV}\frac{2h(-3.2\ cm)}{d^2}\frac{1}{\left(\frac{\ell - d}{d} - \frac{1}{2}\right)} = -3.50\ V$$





2. Due condensatori piani, montati in parallelo come in figura, sono sottoposti ad una differenza di potenziale E=45.2 V. Entrambi i condensatori hanno piastre quadrate di lato l=20 cm; nel primo la distanza tra le piastre e` d=4.3 mm, e lo spazio e` riempito da un dielettrico di costante kappa; nel secondo la distanza tra le piastre e` doppia, 2d, e tra le piastre c'e` il vuoto. Il dielettrico viene quindi spostato dal condensatore 1 al condensatore 2, come mostrato in figura; il dielettrico in questo caso e` appoggiato a una delle due lastre.

a. Calcolare la capacita` equivalente iniziale del sistema.

$$C_i = \frac{\varepsilon_0 k \ell^2}{d} + \frac{\varepsilon_0 \ell^2}{2d} = 2.47 \cdot 10^{-10}\,F$$

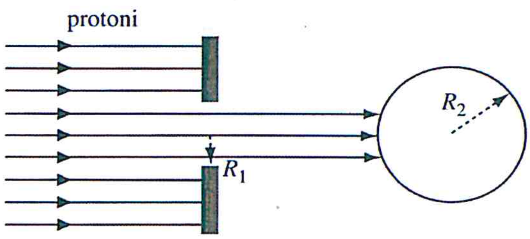
C_f

b. Calcolare la capacita` equivalente finale, dopo avere spostato il dielettrico.

$$C_f = \frac{\varepsilon_0 \ell^2}{d} + C_2^* = 1{,}41 \cdot 10^{-10}\,F \qquad 1/C_2^* = \left(\frac{1}{\frac{\varepsilon_0 \ell^2}{d}}\right) + \left(\frac{1}{\frac{\varepsilon_0 k \ell^2}{d}}\right)$$

c. Calcolare il lavoro totale fatto dall'agente esterno che ha spostato il dielettrico da un condensatore all'altro.

$$W_{ext} = \Delta U_e = \frac{1}{2} C_f \mathcal{E}^2 - \frac{1}{2} C_i \mathcal{E}^2 = -1{,}08 \cdot 10^{-7}\,J$$



3. Un fascio di protoni di energia E=32 MeV viene lanciato a intensita` costante su una lastra in grado di assorbirli, che ha un foro circolare di raggio R_1=1.1 cm. I protoni che passano oltre arrivano su una sfera metallica di raggio R_2=3.4 cm, inizialmente scarica, che li cattura istantaneamente. Dopo t=3 s si misura per la sfera un potenziale di V=20 kV rispetto all'infinito.

a. Calcolare la carica accumulata dalla sfera e il campo elettrico alla sua superficie.

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \qquad q = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V = 7{,}56 \cdot 10^{-8}\,C$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2} = 5{,}88 \cdot 10^{5}\,V/m$$

b. Calcolare l'intensita` e la densita` della corrente di protoni.

$$I = \frac{q}{\Delta t} = 2{,}52 \cdot 10^{-8}\,A$$

$$j = I/\pi R_1^2 = 6.63 \cdot 10^{-5}\,A/m^2$$

c. Ricavare la densita` (in m^{-3}) dei protoni come portatori di carica.

$$n = 5{,}3 \cdot 10^{-6}\,m^{-3}$$

$$j = n e v_p$$

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = E \qquad v_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p}}$$

(NB in JOULE)

Università di Trieste, A.A. 2019/2020

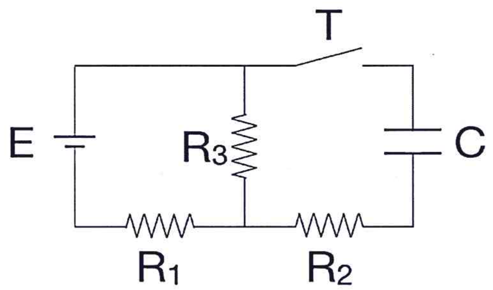
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda prova intermedia - 4.12.2019

Cognome .... Nome ....

<u>Istruzioni per gli esercizi</u>:

*Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate**.*



1. Considerate il circuito in figura, con E=24 V, R_1=15.2 Ω, R_2=37.1 Ω, R_3=8.14 Ω, C=876 nF. Al tempo t=0 l'interruttore T viene chiuso, e la corrente comincia a circolare nella maglia di destra.

a. Risolvete il circuito, applicando le leggi di Kirchhoff, in modo da ricavare la corrente i_2 che carica il condensatore.

$$-\frac{q}{C} - i_2\left(R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1+R_3}\right) + E\,\frac{R_3}{R_1+R_3} = 0$$

b. Identificando i_2 come dq/dt (con q la carica del condensatore), scriverete la soluzione per i_2 come un'equazione differenziale per la carica q. Questa equazione si puo` ridurre all'equazione della carica di un condensatore in un circuito RC, definendo opportunamente una resistenza equivalente $R_{eq}$ e una f.e.m. equivalente $E_{eq}$. Riportate l'equazione in termini di queste quantita`, e i loro valori numerici.

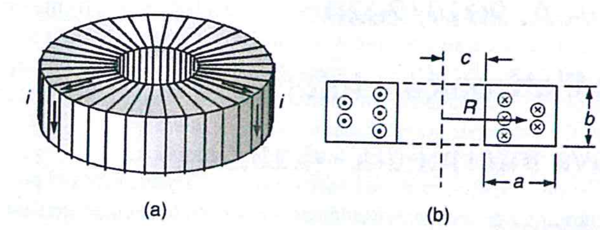
$$E_{eq} = E\,\frac{R_3}{R_1+R_3} = 8.37\ \text{V}\ ,\quad R_{eq} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1+R_3} = 42.4\,\Omega$$

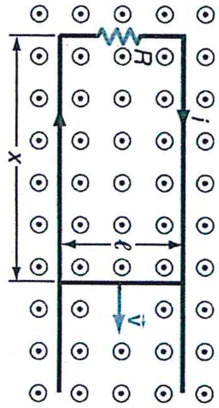
$$+\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt}R_{eq} = E_{eq}$$

c. Scrivete la legge oraria della carica q(t) in termini di un tempo scala τ_{RC}; riportate l'espressione per τ_{RC} e il suo valore.

$$q(t) = E_{eq}C\left(1 - e^{-t/\tau_{RC}}\right)$$

$$\tau_{RC} = R_{eq}C = 37.1\ \mu\text{s}$$





2. Un grande solenoide toroidale, rappresentato nella figura a sinistra, ha dimensioni: raggio interno c=1.10 m, spessore radiale a=42 cm, altezza b=2.0 m. Il solenoide e` composto da N=65000 spire, nelle quali scorre una corrente di I=110 A. All'interno del solenoide abbiamo un circuito come nella figura a destra: un conduttore a U chiuso da un tratto di circuito che scorre verticalmente senza attrito, occupando radialmente tutto il solenoide (per cui l=a=42 cm), con resistenza complessiva R=22 mΩ; questo tratto mobile di circuito e` soggetto alla forza di gravita`.

All'istante t=0 lasciamo cadere il tratto mobile; misuriamo che la sua velocita` cresce fino ad assestarsi a v=24.1 cm/s, per poi toccare il fondo. La richiesta e` quella di calcolare la massa del braccio mobile, seguendo questi passi.

a. Calcolate il modulo del campo magnetico B_{mid} generato dal solenoide toroidale al centro del circuito, ovvero a coordinata radiale r=c+a/2.

$$B_{mid} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi\left(c+\frac{a}{2}\right)} = 1.09\ \mathrm{T}$$

b. Approssimate il campo magnetico come costante nella coordinata radiale r, $B(r) \simeq B_{mid}$ e calcolate la corrente i_{ind} indotta nel circuito per la legge di Faraday quando la velocita` v(t) e` costante al valore indicato sopra.

$$i_{ind} = \frac{B_{mid}\, a\, v}{R} = 5.02\ \mathrm{A}$$

c. Calcolate in questo caso la forza di Lorentz F_{mid} esercitata dal campo magnetico sul conduttore mobile.

$$F_{mid} = \frac{(B_{mid}\, a)^2\, v}{R} = 2.30\ \mathrm{N}$$

d. Usando l'equazione delle forze per il conduttore mobile, che include la forza di Lorentz e la forza di gravita`, ricavate la massa del conduttore mobile.

$$m = F_{mid}/g = 235\ \mathrm{g}$$

e. Calcolate ora il flusso del campo magnetico quando il conduttore mobile e` ad una generica posizione x, sia nell'ipotesi in cui $B(r) \simeq B_{mid}$ (come prima) che tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico col raggio. Riportate il rapporto K tra il flusso esatto e quello approssimato.

$$K = \frac{c+\frac{a}{2}}{a} \ln \frac{c+a}{c} = 1.01$$

f. Ripercorrete i calcoli fatti, ricavando la corrente indotta, la forza sul conduttore e la sua massa tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico. Riportate la massa in termini del risultato ottenuto in precenza e del fattore K definito sopra, e il suo valore numerico.

$$m = \frac{K^2 F_{mid}}{g} = 239\ \mathrm{g}$$

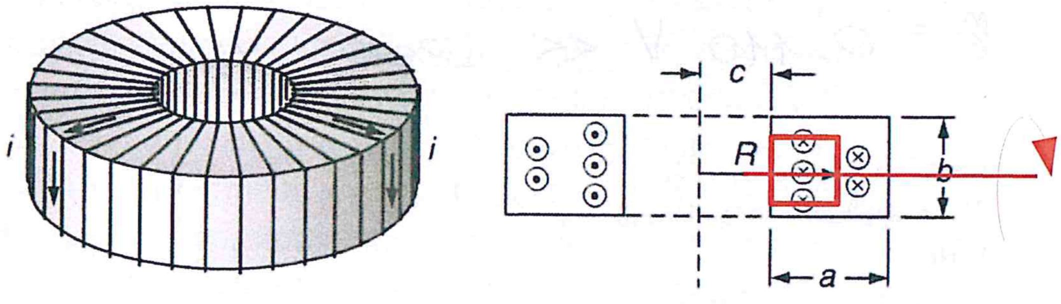
Università di Trieste, A.A. 2019/2020

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Terza prova intermedia - 18.12.2019

Cognome .... Nome ....

Istruzioni per gli esercizi:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate***.



(a) (b)

1. Consideriamo il grande solenoide toroidale gia` visto nella seconda prova intermedia: raggio interno c=1.10 m, spessore radiale a=42 cm, altezza b=2.0 m, composto da N=65000 spire nelle quali scorre una corrente continua di I_{sol}=110 A, guidata da una tensione continua di V=12000 V. All'interno del solenoide stavolta mettiamo una spira quadrata di lato L=31 cm (in rosso), appoggiata al lato interno del solenoide (che parte quindi da r=c), e posizionata a meta` altezza. La spira ha una resistenza $R_{spira}=19.2\,\Omega$ e puo` ruotare su un asse radiale; chiamiamo ϑ l'angolo tra il vettore superficie della spira e il campo magnetico, supponendo che siano inizialmente allineati.

a. Calcolate il coefficiente di mutua induzione tra la spira e il solenoide toroidale, in funzione dell'angolo ϑ, trascurando la curvatura delle linee del campo magnetico. Nella risposta mettere in evidenza (come formula e valore numerico) il suo valore massimo M_0.

$$M = M_0 \cos\vartheta \ , \quad M_0 = \frac{\mu}{2\pi} N L \ln\frac{c+L}{c} = 1.00 \text{ mH}$$

b. La spira viene fatta ruotare da un agente esterno a frequenza $\nu = 22\,Hz$; chiamando $\vartheta = \omega t$ calcolate la corrente i_{spira} che circola nella spira.

$$i_{spira} = \frac{M_0 I_{sol} \omega}{R_{spira}} \text{sen}\, \omega t = 0.79 \text{ A} \ \text{sen}\, \omega t$$

$$= 0.79 \text{ A} \left(-j e^{j\omega t}\right)$$

c. Adesso teniamo la spira ferma a $\vartheta=0$ e facciamo circolare nel solenoide toroidale corrente alternata, sempre di frequenza $\nu=22\,Hz$, con lo stesso valore efficace della corrente continua, I_{eff}=110 A; la resistenza R_{sol} del solenoide non cambia. Calcolate la corrente i_{spira} che circola nella spira in questo caso, e il suo sfasamento con la corrente del solenoide.

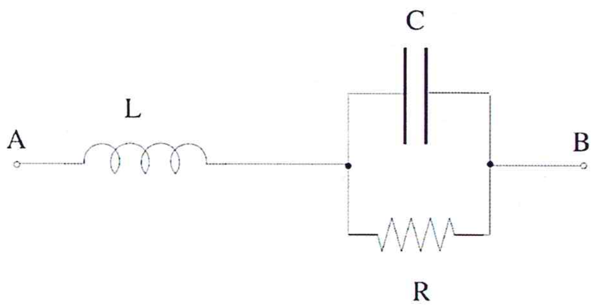
$$i_{spira} = \frac{M_0 \sqrt{2} I_{eff}\, \omega}{R_{spira}} \operatorname{sen} \vartheta = 1.12\,A\; e^{j\omega t - j 90^\circ}$$

d. Calcolate adesso la f.e.m. che la corrente della spira induce sul solenoide per mutua induzione, e dimostrate che e` trascurabile per il solenoide stesso.

$$\mathcal{E}_{ind,sol} = - \frac{M_0^2 \sqrt{2} I_{eff}\, \omega^2}{R_{spira}} e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_{ind,sol,eff} = 0.110\ V \ll 12000\ V$$

2. Ai capi del tratto di circuito in figura, dove $L=1\,H$, $R=500\,\Omega$, $C=5\,\mu F$, e` applicata una tensione di $V_{eff}=220V$ e $\nu=50$ Hz.



a. Calcolate l'impedenza equivalente (complessa) del circuito, sia come parte reale e immaginaria (numeri e formule) che come modulo e fase (qui bastano i numeri).

$$Z = \frac{R}{1+\omega^2 R^2 C^2} + j\left(\omega L - \frac{\omega R C}{1+\omega^2 R^2 C^2}\right) = (309 + j71)\ \Omega$$

$$|Z| = 317\ \Omega \quad , \quad \phi_z = 13.0^\circ$$

b. Usando queste quantita`, calcolate la corrente efficace sull'induttanza e il suo sfasamento rispetto alla tensione.

$$i_z = \frac{\sqrt{2} V_{eff}}{|Z|} e^{j\omega t - j\phi_z} \quad , \quad i_{z\,eff} = 0.633\ A \quad , \quad \phi_i = -\phi_z = -13{,}0^\circ$$

c. Calcolate la potenza media dissipata sulla resistenza R.

$$\langle P \rangle = \frac{V_{eff}^2}{R}\left[\left(1 - \frac{\omega L}{|Z|}\operatorname{sen}\phi_z\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{|Z|}\cos\phi_z\right)^2\right] = 115\ W$$

d. Supponiamo ora di cambiare la frequenza; mettendo a zero la parte immaginaria dell'impedenza complessa, calcolare la frequenza di risonanza del circuito e la sua impedenza in risonanza.

$$\omega_{ris} = \frac{1}{RC}\sqrt{\frac{R^2 C}{L} - 1} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}} = 200\ rad\ s^{-1}, \quad \nu_{ris} = 31.8\ Hz,$$

Domanda Jolly: esprimere l'impedenza in generale e l'impedenza alla risonanza in termini di tempi scala dei circuiti RL, RC e LC.

$$Z_{RIS} = \frac{L}{RC} = 400\ \Omega$$

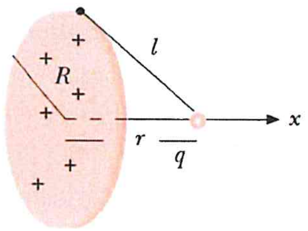
Universita` di Trieste, A.A. 2021/2022

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Prima simulazione, 4/11/2021

Cognome .... Nome ....

<u>*Istruzioni per gli esercizi:*</u>
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***



1. Sul bordo di un disco isolante di raggio R=10 cm, uniformemente carico con densita` superficiale $\sigma$, e` appeso un filo di lunghezza l, al cui estremo e` attaccata una pallina isolante di massa m=2 g e carica q=4 10^{-8} C. All'equilibrio la pallina si trova esattamente sull'asse x del disco (vedi figura) a distanza r=2 cm da esso.

a. Calcolate il campo elettrico nel punto di equilibrio in funzione della densita` di carica σ, e confrontatelo con il campo di un piano indefinito.

$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{r}{\sqrt{r^2+R^2}}\right)\hat{i}$ contro $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{i}$, $1-\frac{r}{\sqrt{r^2+R^2}} = 0.804$

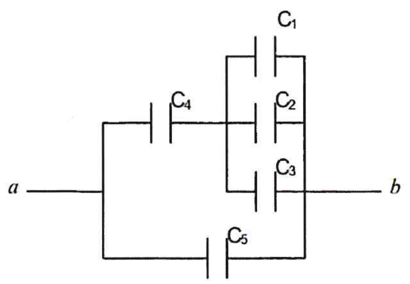
$\ell = \sqrt{r^2+R^2}$

b. Da questo e dalla configurazione di equilibrio ricavate la carica Q del disco.

$E = \frac{mgr}{qR}$, $Q = \frac{2\pi\varepsilon_0 mgR}{q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\ell}\right)} = 6.79\times10^{-8}$ C

c. Approssimando adesso il disco come una superficie piana indefinita, ipotizzate di portare la pallina a contatto col disco per poi rilasciarla. A che velocita` passera` dal punto di equilibrio?

$K = qEr - mg(\ell - R) = 5.88\times10^{-5}$ J, $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 2.42\times10^{-1}$ m/s



2. Il sistema di condensatori in figura, con C_1 = 1pF, C_2 = 2 pF, C_3 = 3 pF, C_4 = 4 pF, C_5 = 5 pF, e` soggetto a V_{ab} = 100 V.

a. Calcolate la capacita` efficace del sistema.

$C_{eq} = \frac{(C_1+C_2+C_3)C_4}{C_1+C_2+C_3+C_4} + C_5 = 7.4$ pF

$$C_{1234} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3)\, C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$$

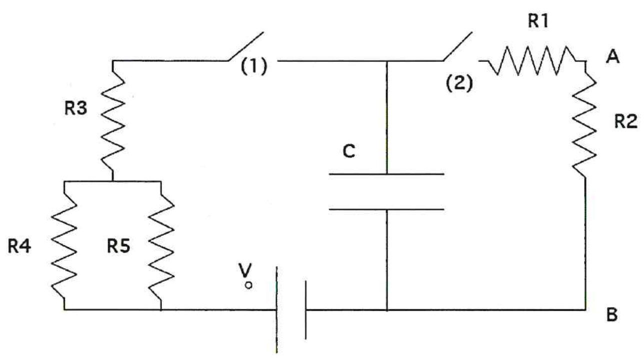
b. Calcolate l'energia elettrostatica del sistema.

$$C_{123} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V_{ab}^2 = 3.70 \times 10^{-8}\ J$$

c. Calcolate la carica e la tensione del condensatore 2.

$$V_2 = V_{ab} \frac{C_{1234}}{C_{123}} = 40\ V, \quad Q_2 = V_2 C_2 = 80\ pC$$



3. Un condensatore piano, tra le cui armature di superficie A=1 m^2 e distanza d=8.82 mm è fatto il vuoto, è connesso a un generatore di forza elettromotrice V_0=10 V attraverso un interruttore (1) e tre resistenze uguali $R_3=R_4=R_5$=2 kΩ disposte come in figura. Partendo da carica nulla, il condensatore viene caricato lasciando l'interruttore (1) chiuso per un tempo t=1 μs. Il condensatore puo` successivamente scaricarsi attraverso un interruttore (2), su una maglia con resistenze $R_1=R_2$=1 kΩ.

a. Calcolate, a condensatore caricato, la tensione V ai suoi capi e la carica Q accumulatasi sulle armature dopo il tempo di carica.

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 1\ nF, \quad \tau_1 = \left(R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}\right) C = 3.01\ \mu s, \quad Q = V_0 C \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) = 2.84\ nC$$

b. Il condensatore viene quindi riempito con un dielettrico di costante relativa κ=5.1. Calcolate la densita` di energia del campo elettrico all'interno del condensatore.

$$u = \frac{1}{2} k \varepsilon_0 \left(\frac{V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)}{k d} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q V_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}}\right)}{k A d} = 8.91 \times 10^{-8}\ J\, m^{-3}$$

c.. Ad un istante che chiamiamo t_2=0 l'interruttore (2) viene chiuso, calcolate la corrente che passa sulla resistenza R_1 dopo t=3.5 μs.

$$\tau_2 = (R_1 + R_2) C k = 10.2\ \mu s, \quad I = \frac{Q}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 1.97 \times 10^{-4}\ A$$

Universita` di Trieste, A.A. 2021/2022

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda simulazione, 9/12/2021

Cognome .... Nome ....

Istruzioni per gli esercizi:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

1. Un fascio di particelle di carica positiva composto da protoni ($m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg) e deutoni (costituiti da un protone e un neutrone, che per noi hanno la stessa massa) è accelerato mediante una differenza di potenziale $\Delta V = 10^6$ V. Una volta accelerate, le particelle si muovono in direzione dell'asse x del nostro sistema di riferimento, $\vec{v} \propto \hat{i}$, ed entrano in una regione, definita da $x \geq 0$, in cui è presente un campo magnetico $\vec{B} = (1.0 T)\hat{k}$ diretto lungo l'asse z. All'uscita delle particelle da questa regione determinate:

a. la distanza D tra i protoni e i deutoni del fascio; $R_p = \frac{m_p v_p}{eB} = 14.4$ cm , $R_d = \sqrt{2} R_p$

$$D = 2(R_d - R_p) = 2(\sqrt{2}-1)\frac{m_p}{eB}\sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}} = 12,0 \text{ cm}$$

b. le velocità (vettore!) e di protoni e deutoni, sia all'entrata che all'uscita della regione.

INIZIO:

$$\vec{v}_p = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}}\,\hat{i} = 1.38 \times 10^7 \text{ m/s } \hat{i}$$

$$\vec{v}_d = \sqrt{\frac{e\Delta V}{m_p}}\,\hat{i} = 9.79 \times 10^6 \text{ m/s } \hat{i}$$

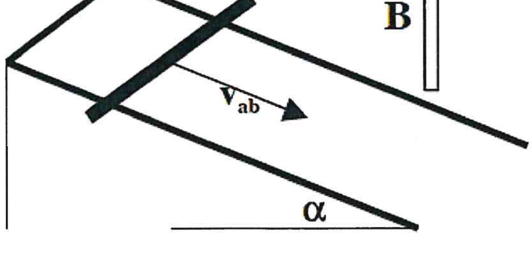
FINE:

$$\vec{v}_{p,f} = -\vec{v}_p$$

$$\vec{v}_{d,f} = -\vec{v}_d$$

c. Supponiamo che sia presente anche un campo elettrico $\vec{E} = (5 \cdot 10^5 V/m)\hat{k}$, ricalcolate la velocita` finale dei protoni in questo caso.

$$\vec{v}_p = -\sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}}\,\hat{i} + \underbrace{\frac{e\vec{E}}{m_p}\frac{\pi R_p}{v_p}}_{=\frac{\pi \vec{E}}{B}}\,\hat{j} = (-1.38\times10^7\,\hat{i} + 0.16\times10^7\,\hat{k}) \text{ m/s}$$



2. In un piano inclinato di angolo $\alpha = 30^\circ$ sono poste due rotaie parallele di resistenza elettrica trascurabile, connesse elettricamente tra loro alla sommità e distanti $L = 10$ cm. Su di esse può scorrere senza attrito una sbarretta conduttrice **ab**, di massa $m = 10.0$ g e resistenza elettrica $R = 0.10\Omega$. Il tutto e` immerso in un campo magnetico uniforme e costante, diretto

verticalmente, di modulo $B=0.5$ T. All'istante $t=0$ la sbarretta ab viene lasciata libera di scivolare lungo il piano inclinato.

a. Calcolate la forza elettromotrice indotta nella sbarretta **ab** in funzione della velocità v_{ab} della sbarretta, quantificandola per $v_{ab}=1$ m/s. (Prendiamo come senso positivo della corrente quello antiorario quando il circuito e` visto dall'alto).

$$\mathcal{E} = -LB\cos\alpha\, v_{ab} = -4.33\times 10^{-2}\left(\frac{v_{ab}}{1\ m/s}\right) V$$

b. Determinate il valore della velocità che realizza l'equilibrio dinamico tra forza magnetica e forza peso.

$$v_{ab} = \frac{mg \operatorname{sen}\alpha\, R}{L^2 B^2 \cos^2\alpha} = 2.61 \ m/s$$

c. Riportate la corrente (con segno!) che circola nel circuito in equilibrio dinamico.

$$i = -\frac{mg}{LB}\tan\alpha = -1.13\,A$$

3. Un circuito RLC serie ha $R=144\,\Omega$, $L=124\,mH$ e $C=28\,\mu F$, ed e` alimentato da una f.e.m. alternata con $V_{eff}=220\,V$ e $\nu=50.0\,Hz$.

a. Calcolare la corrente che scorre nel circuito e il suo sfasamento con la tensione.

$$|Z| = \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} = 162\,\Omega, \quad X_L = 39\,\Omega, \quad X_C = 114\,\Omega, \quad \phi_Z = -27^\circ$$

$$i = \frac{\sqrt{2}\,V_{eff}}{|Z|} e^{j(\omega t+\Phi_I)}, \quad i_{eff} = 1.36\,A, \quad \phi_i = -\phi_Z = 27^\circ$$

b. Calcolare la potenza dissipata nella resistenza utilizzando il fattore di potenza.

$$\cos\phi_Z = \frac{R}{Z} = 0.89, \quad P = i_{eff} V_{eff} \cos\phi = 266\,W$$

c. Vogliamo portare il circuito alla risonanza, a parita` di frequenza della tensione, aggiungendo in serie un altro elemento. Cosa dobbiamo aggiungere?

$$\mathrm{Im}(Z_{add} + Z) = 0 \Rightarrow Z_{add} = -j(X_L - X_C) = j\omega L_{add}$$

$$L_{add} = \frac{X_C - X_L}{\omega} = 238\ mH$$

Universita` di Trieste, A.A. 2022/2023

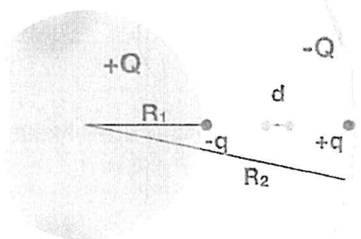
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Prima simulazione di esame - 17/11/2022

Cognome .... Nome ....

Istruzioni per gli esercizi:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

10/1/2019



1. Una sfera metallica di raggio R_1=9.7 cm e` circondata da uno strato metallico sferico e concentrico, di raggio interno R_2=22.1 cm. Entrambi i conduttori sono caricati rispettivamente a +Q e -Q, con $Q=1.24\,\mu C$. Su di esse poggiano (allineate lungo una retta radiale) due sferette isolanti, di massa m=1 g e raggio trascurabile, caricate rispettivamente a -q e +q, con q=7.42 nC.

a. Trascurando le sferette, calcolate il campo elettrico in ogni punto tra le due armature, specificando il suo valore numerico a R_1.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}\ ,\quad \vec{E}(R_1) = 1.18\times 10^{6}\,\frac{V}{m}\,\hat{r}$$

b. Le sferette vengono avvicinate fino a distanza d=4 mm seguendo un cammino radiale di uguale lunghezza per entrambe, quindi collegate tra loro con un bastoncino rigido e isolante fino a formare un dipolo, e ruotate in modo che il bastoncino stia sulla superficie equipotenziale. Quanta energia serve per raggiungere questa configurazione? (Chiamate r_+ ed r_- le posizioni delle due cariche come in figura, rm la posizione del centro di massa.)

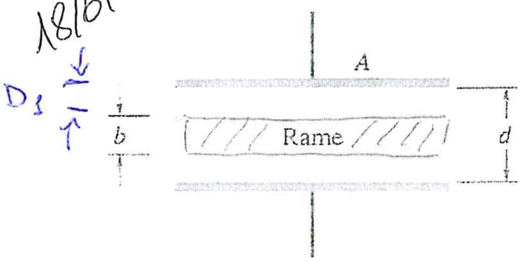
$$W = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{r_-}\right)+\left(\frac{1}{r_+}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{d}{r_m^2}\right] = 4.77\times 10^{-4}\,J$$

c. Il dipolo viene lasciato libero e si allinea velocemente col campo elettrico. Approssimando la forza risultante come costante, quanto tempo ci mette il dipolo a toccare una delle due pareti? quale?

$$t = \sqrt{\frac{2m\,4\pi\varepsilon_0}{qQ}\,\frac{(r_- - R_1)}{\left(\frac{1}{r_-^2}-\frac{1}{r_+^2}\right)}} = 0.866\,s$$

tocca la sfera

18/6/2018



2. In un condensatore piano, carico con $\Delta V = 400\, V$ e isolato, con armature di area A=200 cm^2 e distanti d=0.80 cm, viene inserita una lastra di rame di spessore b=0.20 cm e di area identica a quella delle armature, in modo da stare a meta` tra le stesse.

a. Calcolate la capacita` del condensatore dopo aver introdotto la lastra.

$$C_{fin} = \frac{\varepsilon_0 A}{(d-b)} = 29.5\ pF$$

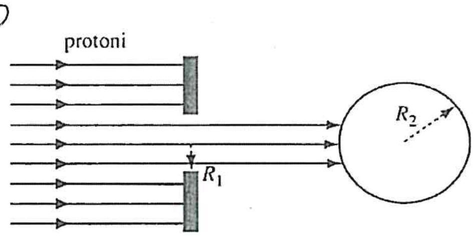
b. Calcolate il lavoro necessario per introdurre la lastra, con il suo segno.

$$W = -\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i}\right) = +\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} A b = 8.17 \times 10^{-7}\ J$$

c. Come cambia la capacita` se la lastra non e` esattamente al centro delle due armature? Nella risposta, tenete conto del rischio di rottura del dielettrico.

$$D_1 > \frac{\Delta V}{E_{max}} \sim 0.13\ mm$$

8/11/2018



3. Un fascio di protoni di energia E=32 MeV viene lanciato a intensita` costante su una lastra in grado di assorbirli, che ha un foro circolare di raggio R_1=1.1 cm. I protoni che passano oltre arrivano su una sfera metallica di raggio R_2=3.4 cm, inizialmente scarica, che li cattura istantaneamente. Dopo t=3 s si misura per la sfera un potenziale di V=20 kV rispetto all'infinito.

a. Calcolare la carica accumulata dalla sfera e il campo elettrico alla superficie.

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \qquad q = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V = 7.56 \times 10^{-8}\ C, \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2} = 5.88 \times 1\ V/m$$

b. Calcolare l'intensita` e la densita` della corrente di protoni.

$$I = \frac{q}{\Delta t} = 2.52 \times 10^{-8}\ A, \quad j = \frac{I}{\pi R_1^2} = 6.63 \times 10^{-5}\ A/m^2$$

c. Ricavare la densita` (in m^{-3}) dei protoni come portatori di carica.

$$\frac{1}{2} m_p V_p^2 = E\ (\text{in J, non in EV}), \quad V_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p}}$$

$$n = \frac{j}{e V_p} = 5.3 \times 10^{-6}\ m^{-3}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2022/2023

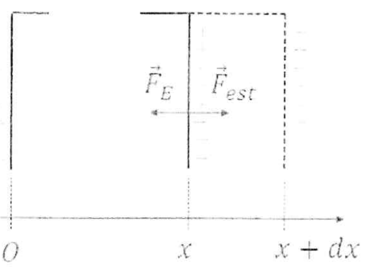
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda simulazione di esame - 12/1/2023

Cognome .... Nome ....

Istruzioni per gli esercizi:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

1. Sulle armature di un condensatore a facce piane parallele distanti $x_1 = 5\,mm$ e` depositata una carica $Q_1 = 2\,\mu C$ ed e` applicata una differenza di potenziale $V = 400\,V$. Dopo avere isolato il condensatore, si porta molto lentamente la distanza fra le armature al valore $x_2 = 10\,mm$. Si supponga per semplicita` che l'armatura di sinistra sia fissa, come in figura.



a. Calcolate il lavoro necessario ad allontanare le due lastre.

$C_1 = Q/V = \varepsilon_0 A/x_1 \Rightarrow A = \frac{Q_1 x_1}{\varepsilon_0 V} = 2.82\ m^2$

$$\int_{x_1}^{x_2} |\vec{F}_{EST}|\, dx = \Delta\left(\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\right) = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}(x_2 - x_1) = 4.00\times 10^{-4}\,J = \frac{QV}{2}\frac{x_2 - x_1}{x_1}$$

b. Utilizzate questa informazione per calcolare la forza $\vec{F}_E$ che il campo elettrico esercita sulla lastra di destra. Provate a confrontarla con il valore che avreste calcolato direttamente.

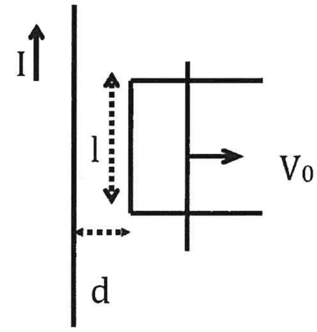
$$\int_{x}^{x+\Delta x} |\vec{F}_E|\, dt = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}\Delta x \Rightarrow |\vec{F}_E| = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 A} = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}Q = 8.00\times 10^{-2}\,N$$

c. Adesso supponete che il condensatore rimanga collegato al generatore di f.e.m. durante lo spostamento delle lastre. Come cambia l'energia necessaria per operare questo spostamento? Suggerimento: nota la forza $\vec{F}_E$, calcolate la differenza di energia elettrostatica per un piccolo spostamento dx , tenendo conto che la tensione costante implica uno scambio di carica, ed integrate il risultato cosi` ottenuto.

$$\int_{x_1}^{x_2} |\vec{F}_E|\, dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{C^2V^2}{2\varepsilon_0 A}\, dx = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A V^2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A V^2\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) = 2.00\times 10^{-4}\,J$$

$$\neq \Delta\left(\frac{1}{2}CV^2\right)!$$

2. Una sbarra conduttrice si appoggia a due rotaie conduttrici distanziate di $l = 30\,cm$, come in figura. La sbarra viene fatta muovere con velocità costante v_0 rimanendo perpendicolare alle due rotaie. Il sistema è immerso nel campo magnetico generato da un filo infinito percorso da corrente $I = 45\,A$ che giace sullo stesso piano delle rotaie e della sbarra. All'istante iniziale la sbarra è a distanza $d = 0.2\,m$ dal filo, in coincidenza dell'inizio delle rotaie.



a) Sapendo che la forza elettromotrice misurata nel circuito quando la sbarra si trova a distanza $x_1=0.5\,m$ dal filo è di 0.002 V, determinate la velocità della sbarra.

$$\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d\phi_B}{dx}\frac{dx}{dt} = l\frac{\mu_0 I}{2\pi x} v_0 = |\mathcal{E}|$$

$$v_0 = \frac{2\pi x_1}{\mu_0 I l}|\mathcal{E}| = 370 \text{ m/s}$$

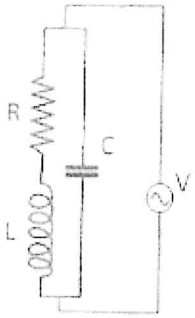
b) Sapendo che la sbarra è costituita da filo di rame di raggio $r=1\,mm$ e la resistenza delle rotaie è trascurabile, calcolate il modulo della forza che agisce sulla sbarra nella posizione x_1.

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2} = 1.60\times10^{-3}\,\Omega, \quad F = \frac{|\mathcal{E}|}{R} l \frac{\mu_0 I}{2\pi x_1} = 6.76\times10^{-6}\text{ N}$$

$$F = \frac{B^2 l^2 v_0}{R} = \frac{|\mathcal{E}|\pi r^2}{\rho} B \quad \text{dove } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x_1}$$

c) Calcolate il modulo della carica che ha attraversato il circuito durante il movimento della sbarra fino al punto x1.

$$i(t) = \frac{l}{R}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I v_0}{(d+v_0 t)}, \quad Q = \int_0^{x_1/v_0} i(t)\,dt = \frac{l}{R}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{x_1}{d} = 1.55\text{ mC}$$



3. Il circuito riportato in figura ha: $V_{eff}=100V$, $\nu=50\,Hz$, $L=0.5\,H$, $C=20\mu F$ e $R=50\Omega$.

a. Calcolate l'impedenza totale sia come parte reale e immaginaria che come modulo e fase.

$$Z = \frac{R X_c^2}{R^2+(X_L-X_c)^2} - \frac{R^2 X_c + X_L X_c (X_L-X_c)}{R^2+(X_L-X_c)^2} j = 506 - 138j\ \Omega$$

$$|Z| = 524\,\Omega, \quad \phi_z = -15.3^\circ$$

b. Calcolate la potenza dissipata sulla resistenza.

$$P = \frac{V_{eff}^2}{|Z|^2} R\left[\cos^2\phi_z + \left(\sin\phi_z + \frac{|Z|}{X_c}\right)^2\right] = 18.4\text{ W}$$

c. A che frequenza il circuito va in risonanza?

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad \text{se } R < \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \omega_0 = 300 \text{ rad/s}$$