

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo Fonda

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(\cos(3x)))}{e^{7x^2} - 1} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 9)(4 \arctan x + 2\pi) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 3},$$

determinando

i) Dominio: .

ii) Limiti alla frontiera del dominio:

iii) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

iii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo.

v) Derivata seconda $f''(x) =$

vi) Grafico di f .

vii) Si determini il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 1$.

Esercizio 3. (2+2+2 pt) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile, convessa, tale che

$$f(-1) = f(1) = 1, \quad f(0) = f'(0) = 0.$$

Dimostrare che:

i) f è decrescente su $] - \infty, 0[$ e crescente su $]0, +\infty[$.

ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) \leq -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) \geq 1$.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcolino

$$\int_{-1}^1 \sinh^3 x \cosh x \, dx = \boxed{}, \quad \int_{-1}^1 \cosh^2 x \, dx = \boxed{}.$$