

Nome e Cognome .....

---

**Esercizio 1.** (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 3\pi} (x - 3\pi) \tan\left(\frac{x}{6}\right) = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{\frac{x^2+2}{x}} - e^x) = \boxed{\phantom{000}}.$$

---

**Esercizio 2.** (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x-2)(3-x)},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Derivata prima  $f'(x) =$   
e suo segno.

iv) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

v) Derivata seconda  $f''(x) =$

vi) Eventuali informazioni sulla concavità/convessità e grafico di  $f$ .

---

**Esercizio 3.** (3+2+2 pt) Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = -\infty.$$

Dimostrare che:

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ;

ii) non esiste alcun asintoto a  $+\infty$ ;

iii) se  $f$  è derivabile due volte, allora

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x^2} \int_0^x g(t) dt \right) = -\infty.$$

**Esercizio 4.** (4+4 pt) Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi x \sin x \, dx = \boxed{\phantom{000}}, \quad \int_0^\pi x \sin^2 x \, dx = \boxed{\phantom{000}}.$$