Esame di Analisi Matematica 1 – 17/2/2022 Fila D

Nome e Cognome ....

Corso di studi .... **Del Santo** □ **Fonda** □

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+3+4 pt)
Si calcolino i seguenti limiti

i)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-2x)+2x}{x^2} = \boxed{}$$

ii)

$$\lim_{x\to +\infty} x^2(\sqrt[3]{x^3-2}-x) = \boxed{}$$

iii)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} \log\left(\frac{\tan x}{x}\right) = \boxed{}$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = x^2 e^{1-x},$$

determinando:

i) Dominio: $\boxed{}$

ii) Segno: $\boxed{}$

iii) Limiti importanti:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

e suo segno.

vi) Intervalli di crescenza e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$

e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Grafico di f.

x) Dire, al variare di α in $\mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$x^2 e^{1-x} = \alpha\,.$$

Esercizio 3. (3+3 pt)

i) Si trovi il polinomio di Taylor di grado 2 associato alla funzione

$$f(x) = \log(-\sin(2x))\,,$$

nel punto $x_0 = \frac{3\pi}{4}$. Si scriva inoltre la relativa formula di Taylor con resto di Lagrange.

ii) Usando questa formula, si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \to \frac{3\pi}{4}} \frac{\log(-\sin(2x)) + 2(x - \frac{3\pi}{4})^2}{(x - \frac{3\pi}{4})^3}.$$

Esercizio 4. (2+2+4 pt) Si calcolino:

i)

$$\int_{-\pi}^{0} x \cos x \, dx = \boxed{}$$

ii)

$$\int_{-\pi}^{2\pi} x \sin^2 x \, dx = \boxed{}$$

iii)

$$\lim_{x\to\pi} \frac{x+\pi}{x-\pi}\int_x^{\pi} \log(t^2+1)\,dt = \boxed{}$$