

Nome e Cognome .....

Corso di studi:      Fisica       Matematica

---

**Esercizio 1.** (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} (x - \pi) \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x - 3}{1 - 5x^4} \ln(e^x - 1) = \boxed{\phantom{000}}.$$

---

**Esercizio 2.** (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{7x + 3},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima  $f'(x) =$   
e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda  $f''(x) =$   
e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di  $f$ .

---

**Esercizio 3.** (3+3+2 pt) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile due volte tale che

$$f(-2) = f(-1) = -3, \quad f(1) = f(2) = 3.$$

Dimostrare che:

i) la funzione non è né convessa né concava;

ii) la derivata assume tutti i valori compresi nell'intervallo  $[0, 3]$ ;

iii) esiste almeno un punto in cui la derivata seconda si annulla.

---

**Esercizio 4.** (4+4 pt) Si calcolino:

$$\int_{-\pi}^{\pi} x^3 \cos(2x) dx = \boxed{\phantom{000000}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|^3} \int_{4x^2}^{9x^2} \sin(\sqrt{t}) dt = \boxed{\phantom{000000}}.$$