Esame di Analisi Matematica 1 del 7/2/2023 Fila D

Nome e Cognome ....

Corso di studi: **Fisica** □ **Matematica** □

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{2\arcsin(x)-\pi}{\sqrt{1-x}} = \boxed{}, \qquad \lim_{x\to +\infty} \ln(e^x+6x)(x-\sqrt{x^2+4}) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = (x-4)e^x\,,$$

determinando:

i) Dominio: $\boxed{}$.

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima $f'(x) =$ $\boxed{}$

e suo segno.

v) Intervalli di crescenza e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda $f''(x) =$ $\boxed{}$

e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di f.

Esercizio 3. (2+2+2+2 pt) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte tale che

$$f(-2) = 3\,, \qquad f(-1) = 4\,, \qquad f(1) = -4\,, \qquad f(2) = -3\,.$$

Dimostrare che:

i) la funzione non è né convessa né concava;

ii) la funzione derivata $f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è tale che $[-4, 1] \subseteq f'(\mathbb{R})$;

iii) esiste almeno un punto in cui la derivata seconda si annulla;

iv) la funzione derivata seconda $f'' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è tale che $[-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}] \subseteq f''(\mathbb{R})$.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcolino:

$$\int_{-\pi}^{0} x^2 \cos(2x)\, dx = \boxed{}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sin(x^2)} \int_{4x^2}^{9x^2} (\cos(\sqrt{t}) - 2)\, dt = \boxed{}.$$