



FONDAMENTI DI FISICA MEDICA

PARTE 1: BASI FISICHE DELLA RADIOLOGIA (1 CFU)

LECTURE 2 INTERAZIONE RADIAZIONE MATERIA

Interazione Radiazione Materia

- John M. Boone,
Chapter 1 in Handbook of medical imaging.
Volume 1, Physics and psychophysics.
Richard Van Metter, Jacob Beutel, Harold Kundel,
editors.

Tipi di Radiazione

- Radiazione neutra
 - Radiazione EM ionizzante (fotoni $E > 10$ eV)
 - Neutroni
- Caratteristiche dell'interazione :
 - statistica
 - "catastrofica"
 - con un solo bersaglio
- Radiazione carica
 - Elettroni e positroni
 - Particelle cariche pesanti (protoni, α , frammenti di fissione)
- Interazione attraverso la forza di Coulomb. Caratteristiche:
 - continua
 - non "catastrofica"
 - a molti bersagli (contemporaneamente)

Interazione della radiazione neutra

radiazione neutra

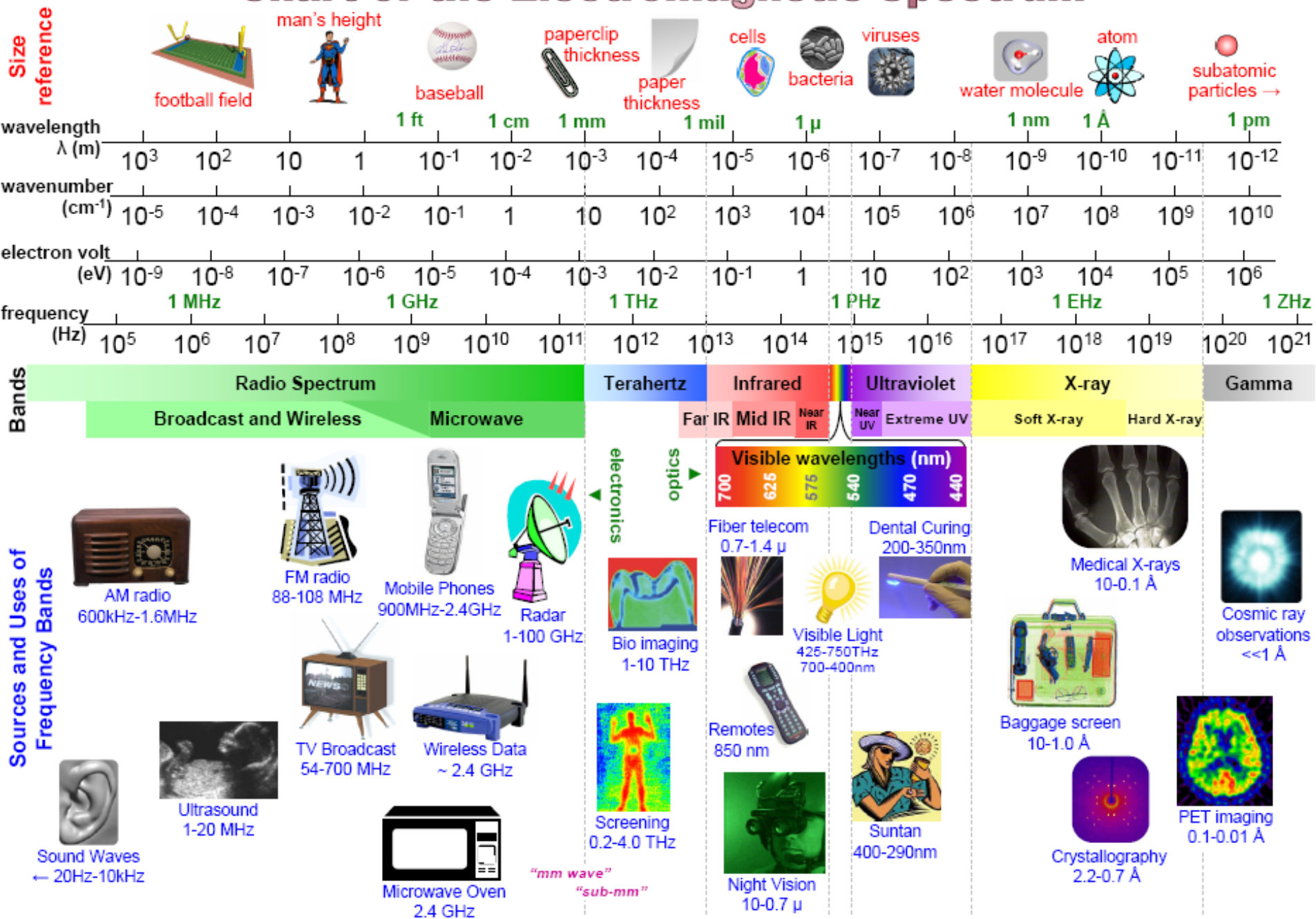
- Radiazione EM ionizzante (fotoni $E > 10$ eV)
- Neutroni

radiazione carica

- Elettroni e positroni
- Particelle cariche pesanti (protoni, α , frammenti di fissione)

- La radiazione neutra non viene rivelata direttamente, ma solo per effetto della radiazione carica che essa produce

Chart of the Electromagnetic Spectrum



$$\lambda = 3 \times 10^8 / \text{freq} = 1 / (\text{wn} \times 100) = 1.24 \times 10^{-6} / \text{eV}$$

Dualismo Onda-Corpuscolo

- La radiazione EM esibisce anche caratteristiche tipicamente corpuscolari (urti). Pertanto si introduce il concetto di *fotone*.

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Velocità della luce nel vuoto
 $c = 299792458 \text{ m/s} \sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
Costante di Planck
 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$
 $h = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eVs}$

- Viceversa, gli elettroni e le altre particelle esibiscono anche caratteristiche tipicamente ondulatorie (diffrazione, interferenza)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

Come vengono prodotti i raggi X?

- Ve lo spieghera' nel dattaglio la prof. Arfelli nel corso di "Laboratorio di Fisica Medica".
- Per ora vi basti sapere che:
 - I generatori tradizionali di raggi X, detti tubi radiogeni, sfruttano la collisione di elettroni accelerati da potenziali dell'ordine dei 100 kV con un anodo (rotante)
 - Una piccola percentuale ($<1\%$) della potenza che investe l'anodo viene emessa sotto forma di raggi X per Bremsstrahlung
 - Ulteriori raggi X derivano dalla diseccitazione degli atomi colpiti, che generano radiazione caratteristica (ad una energia ben definita)
 - Lo spettro della radiazione che esce dal tubo e' piu' o meno quello mostrato nella slide seguente

Spettro di un tubo radiologico

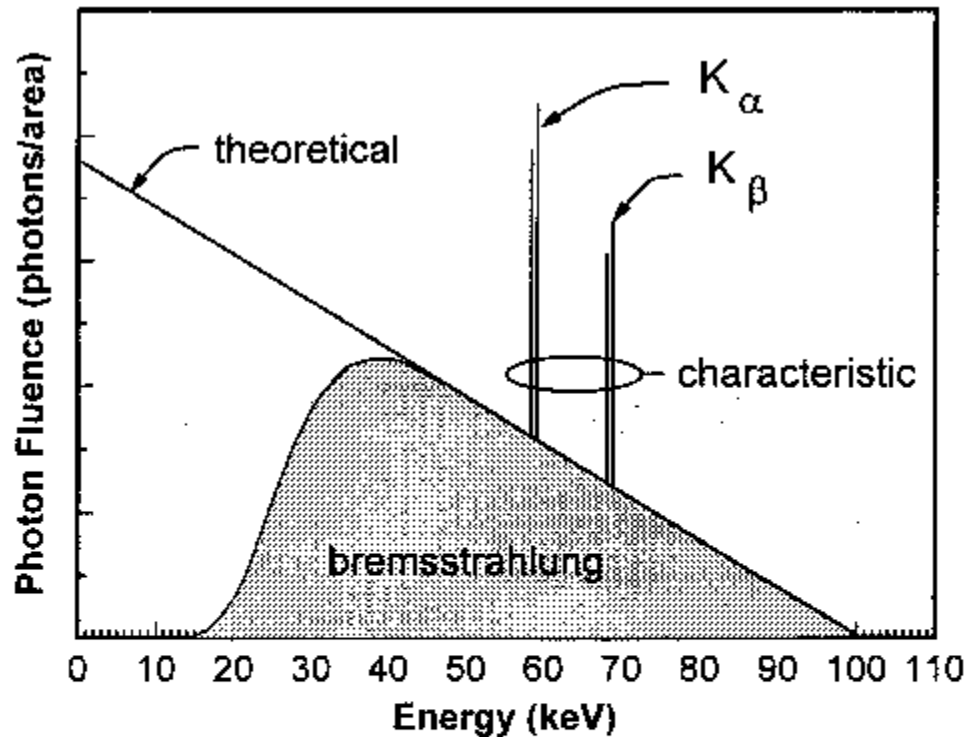


Figure 1.5: Idealized x-ray spectra are shown for 100-keV electrons striking a tungsten anode. The triangle-shaped theoretical spectrum produced inside the x-ray tube is attenuated by metallic structures in the tube, producing the shaded bremsstrahlung spectrum illustrated. Characteristic x rays appear on the spectrum as line spectra. The doublets for K_{α} and K_{β} beta characteristic x rays are illustrated.

Interazione Radiazione EM-Materia

Principali interazioni in funzione dell'energia E_0 del fotone incidente

- Effetto fotoelettrico
 - Interazione con un e^- legato (che viene espulso); il fotone viene assorbito
- Diffusione Rayleigh
 - Interazione con un e^- legato (che *non* viene espulso); il fotone viene deviato senza perdere energia
- Diffusione Compton
 - Interazione con un e^- "libero" (che viene espulso); il fotone viene deviato e perde energia
- Produzione di coppie (soglia: $E > 1.022$ MeV)
 - Interazione con il campo elettrico del nucleo; il fotone viene assorbito e viene materializzata una coppia e^+/e^-
- Produzione di tripletto (soglia: $E > 2.044$ MeV)
 - Interazione con il campo elettrico di un e^- (che viene espulso); il fotone viene assorbito e viene materializzata una coppia e^+/e^-
- Fotodisintegrazione
 - Interazione con il nucleo (che viene eccitato e si disintegra); il fotone viene assorbito

E_0

Effetto fotoelettrico

- Interazione con un e^- legato (che viene espulso)

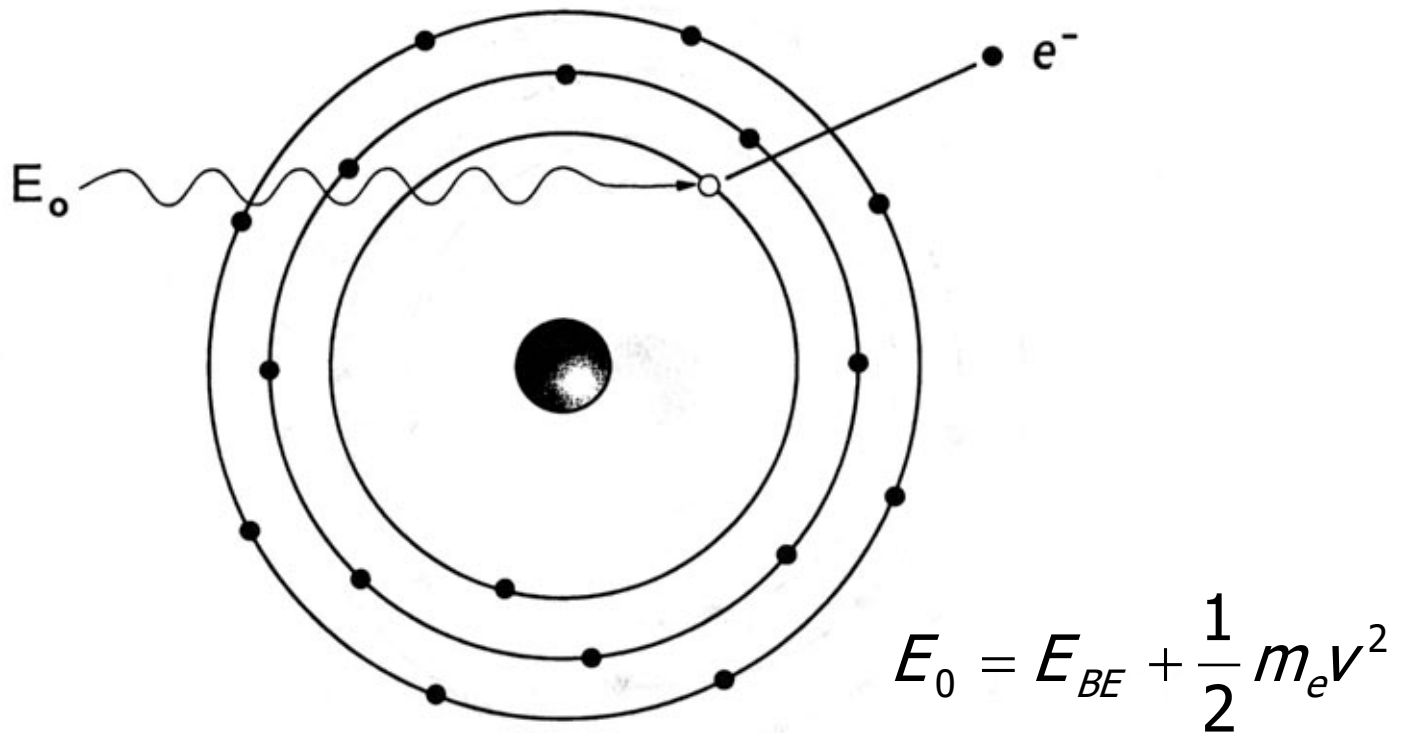


Figure 1.13: In the photoelectric effect, an x ray with energy E_0 is absorbed by an atomic electron, which is ejected from the atom causing ionization. The photoelectron will have kinetic energy equal to $E_0 - E_{BE}$, where E_{BE} is the binding energy of the electron to the nucleus.

Diffusione Rayleigh

- Interazione con un e^- legato (che NON viene espulso)

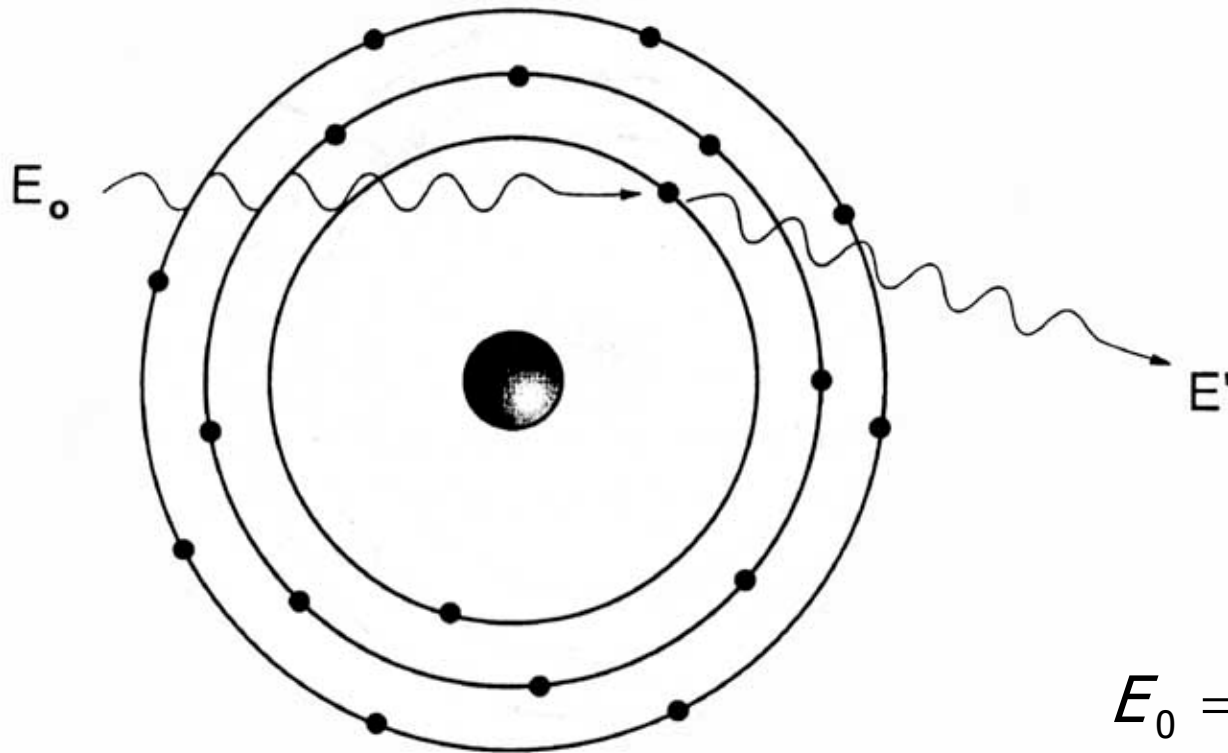


Figure 1.14: In Rayleigh scattering, the incident x ray interacts with the electric field of an orbiting electron and is scattered as a result. The energy of the scattered x ray (E') is equal to the energy of the incident x ray (E_0). No ionization occurs in Rayleigh scattering. Rayleigh scattering is most likely for low-energy x rays and for high-Z absorbers.

Diffusione Compton (I)

- Interazione con un e^- "libero"

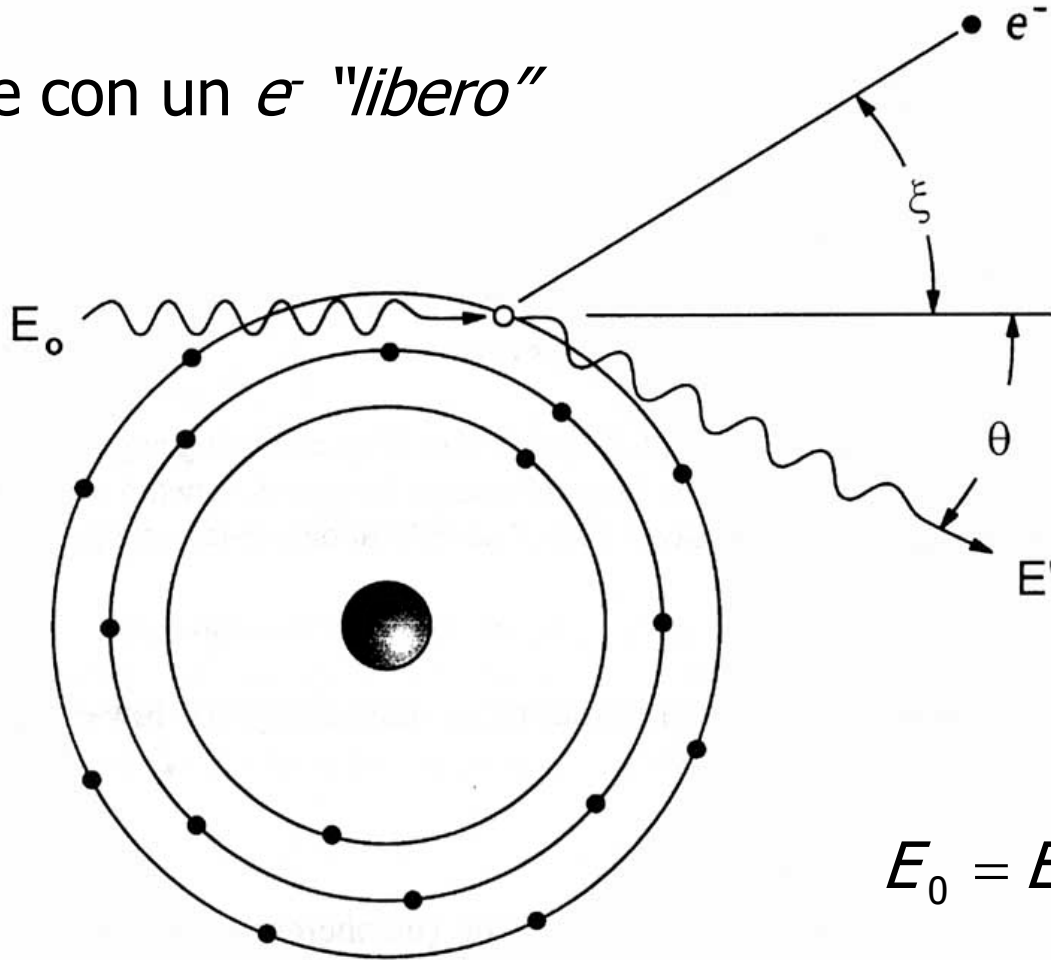


Figure 1.17: In Compton scattering, an incident x ray with energy E_0 interacts with an outer-shell electron. The electron is ejected from the atom, causing ionization. A scattered x-ray photon with energy E' emerges at an angle θ relative to the incident photon's trajectory.

Diffusione Compton (II)

- Frazione dell'energia incidente che va al fotone diffuso:

$$\frac{E'}{E_0} = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

- Frazione dell'energia incidente che va all'elettrone diffuso:

$$\frac{\frac{1}{2} m_e v^2}{E_0} = 1 - \frac{E'}{E_0} = \frac{\frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

- Per una rappresentazione grafica di queste formule si puo' usare un foglio di calcolo ([file excel](#))

Diffusione Compton (III)

- Distribuzione angolare della diffusione Compton (grafico polare)

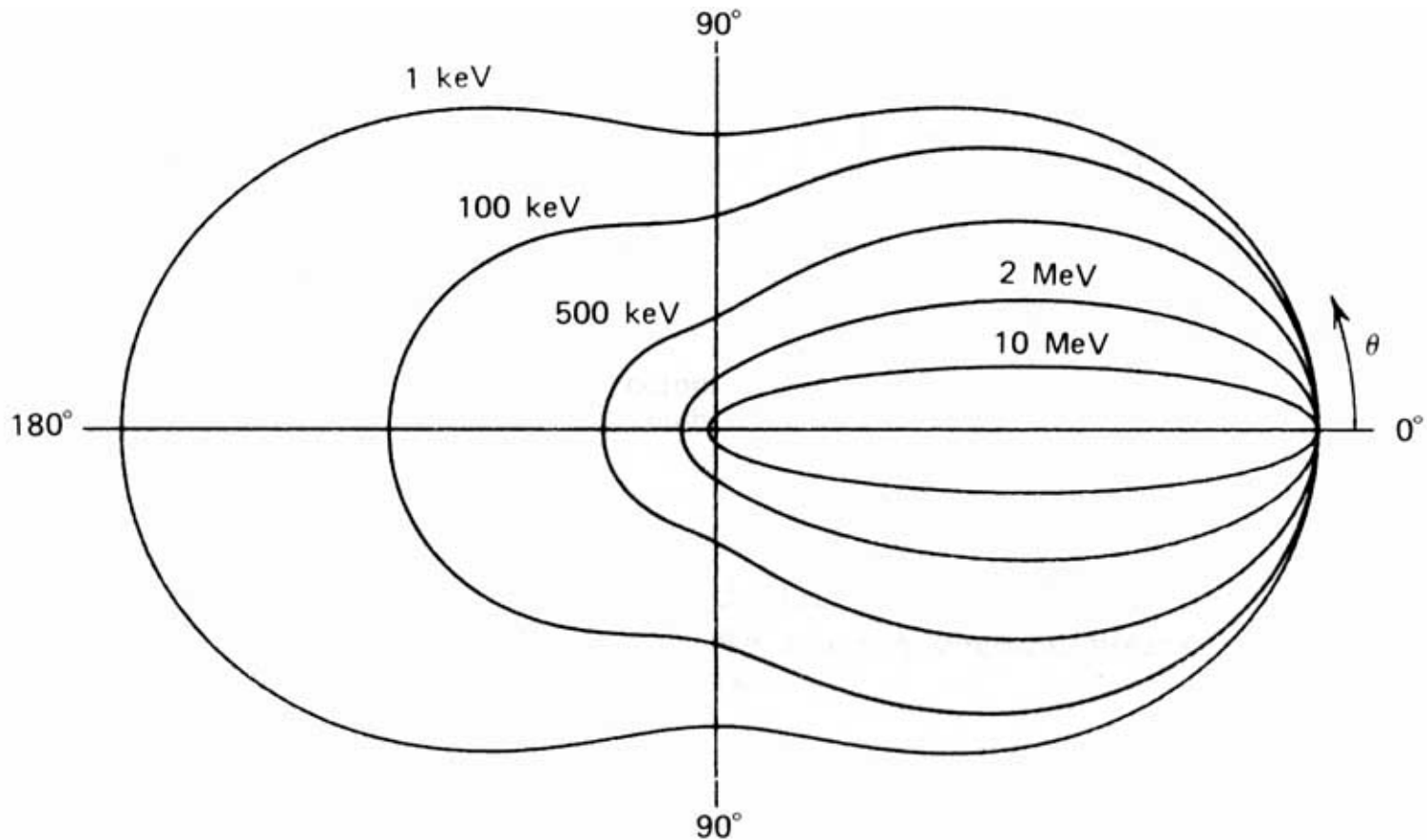


Figure 2-19 A polar plot of the number of photons (incident from the left) Compton scattered into a unit solid angle at the scattering angle θ . The curves are shown for the indicated initial energies.

Diffusione Compton (IV)

- Differenza tra la lunghezza d'onda del fotone diffuso e quella del fotone incidente:

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

ove $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ si dice lunghezza d'onda Compton

Produzione di coppie

- Interazione con il campo elettrico del *nucleo*

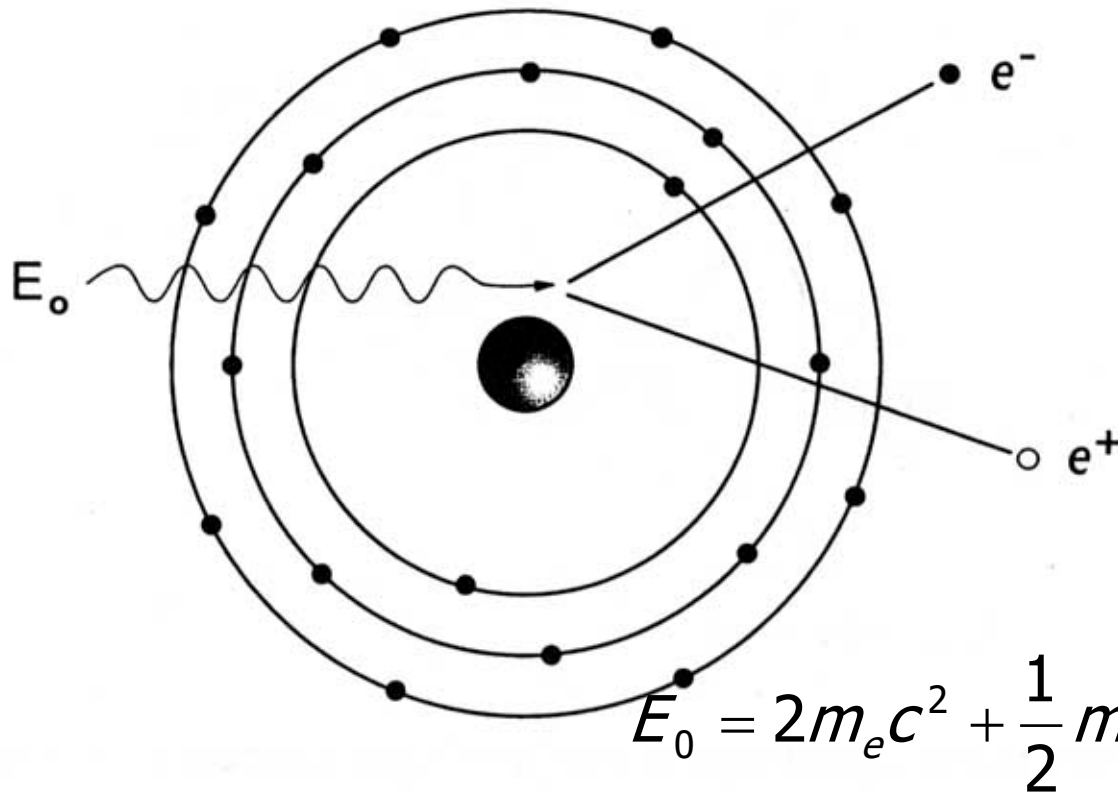


Figure 1.19: Pair production can occur when an incident x ray (with $E_0 > 1.02$ MeV) interacts with the electric field of an atom. An electron (e^-)–positron (e^+) ion pair is formed in the interaction. Pair production does not occur at diagnostic x-ray energies.

Produzione di tripletto

- Interazione con il campo elettrico di un e^- (che viene espulso)

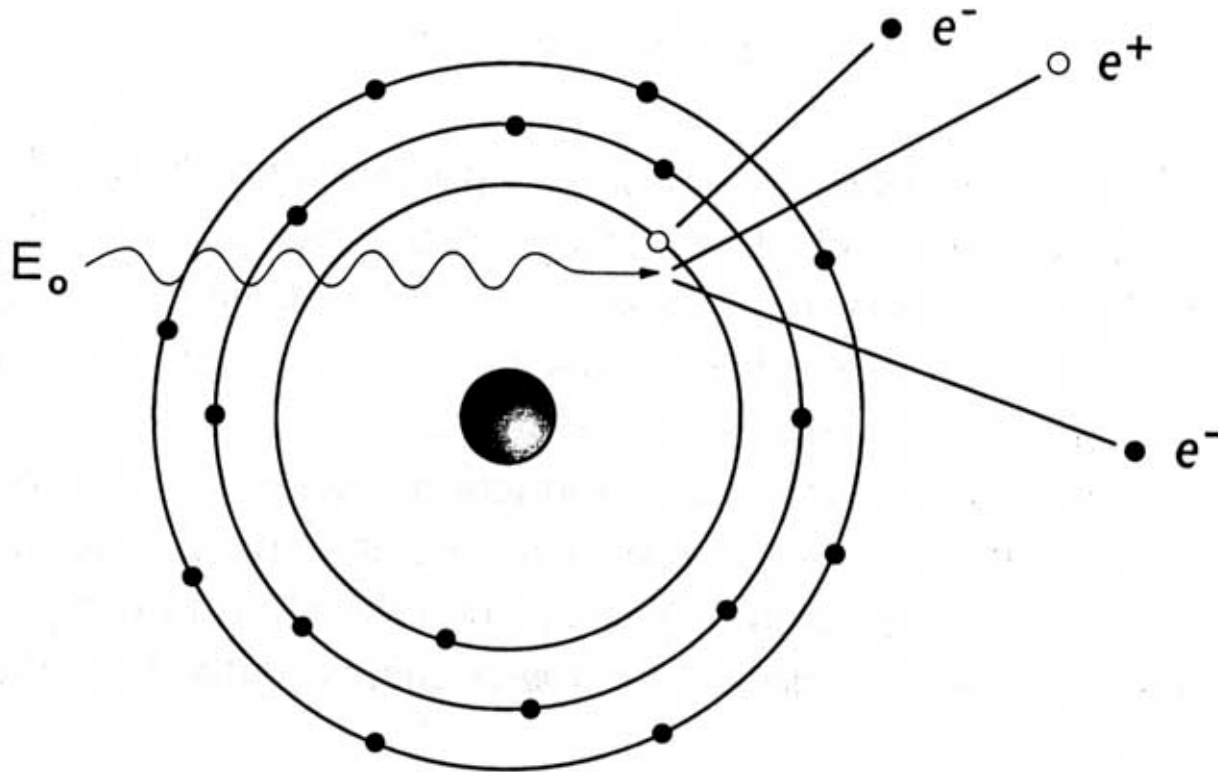


Figure 1.20: Triplet production occurs when an incident x ray ($E_0 > 2.04$ MeV) interacts with the electric field surrounding an orbital electron. The orbital electron is ejected from the parent atom, along with a electron/ positron pair, resulting in three particles being emitted.

Annichilazione del positrone

- Generazione di due fotoni da 511 keV in direzioni opposte

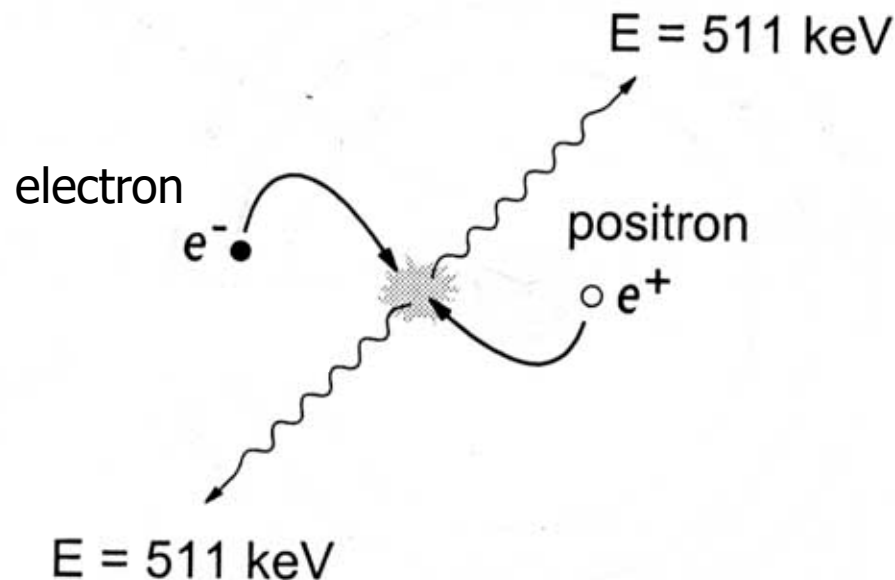
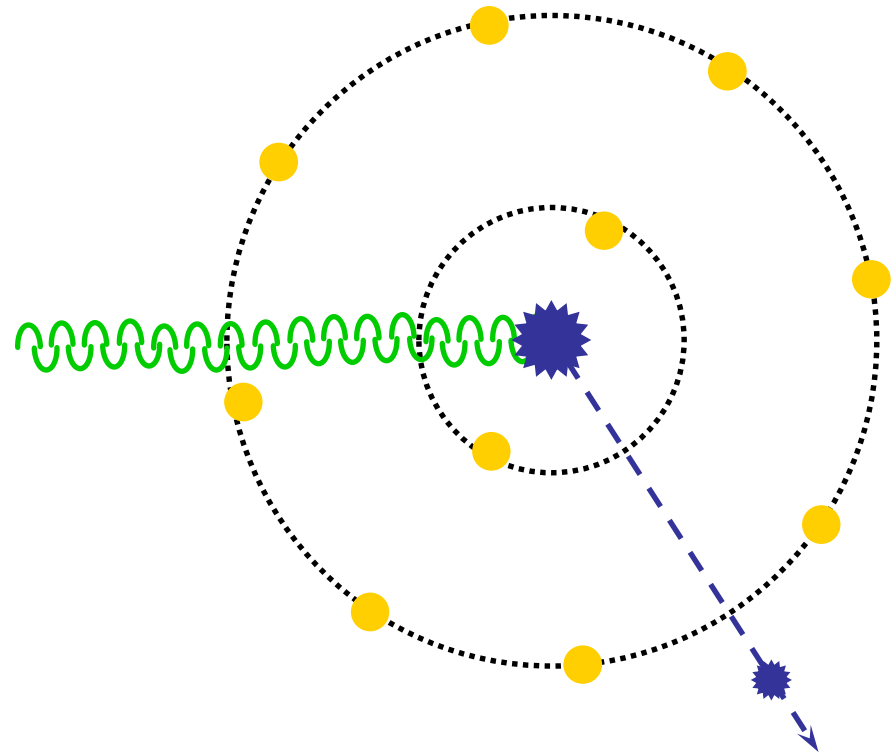


Figure 1.21: The positrons produced in pair and triplet production will lose their kinetic energy by interaction with the medium, and then rapidly interact with any available negative electron (negatron) and *annihilate*, producing two 511-keV photons being emitted in opposite directions. The photons produced are called *annihilation radiation*.

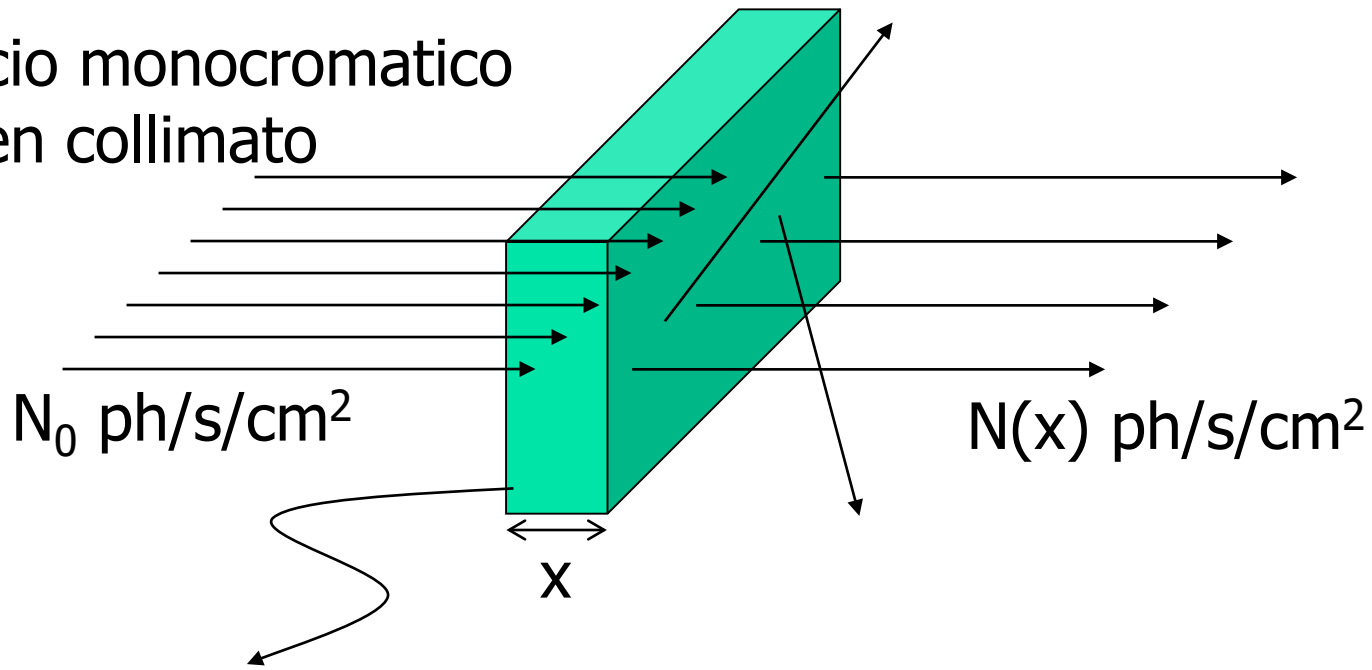
Fotodisintegrazione

- interazione di fotoni di alta energia (~ 10 MeV) con il nucleo
- fotone assorbito dal nucleo
- il nucleo si disintegra, emettendo fotoni e nucleoni
 - e' possibile che cambi la specie. Es: $^{127}\text{I}(\gamma, p)^{126}\text{Te}$
- la probabilita' e' praticamente trascurabile rispetto all'effetto Compton ed alla produzione di coppie
- importante in radioterapia



Attenuazione dei Raggi X

Fascio monocromatico
e ben collimato



- Attenuazione: rimozione di fotoni dal fascio primario.
- Si considerano "rimossi dal fascio primario" *non solo i fotoni assorbiti ma anche quelli diffusi* ; in altre parole, si considerano rimossi tutti quei fotoni che hanno subito una qualsiasi interazione
- Ovviamente il numero di fotoni superstiti N dipende da x

Buona Geometria (fascio sottile)

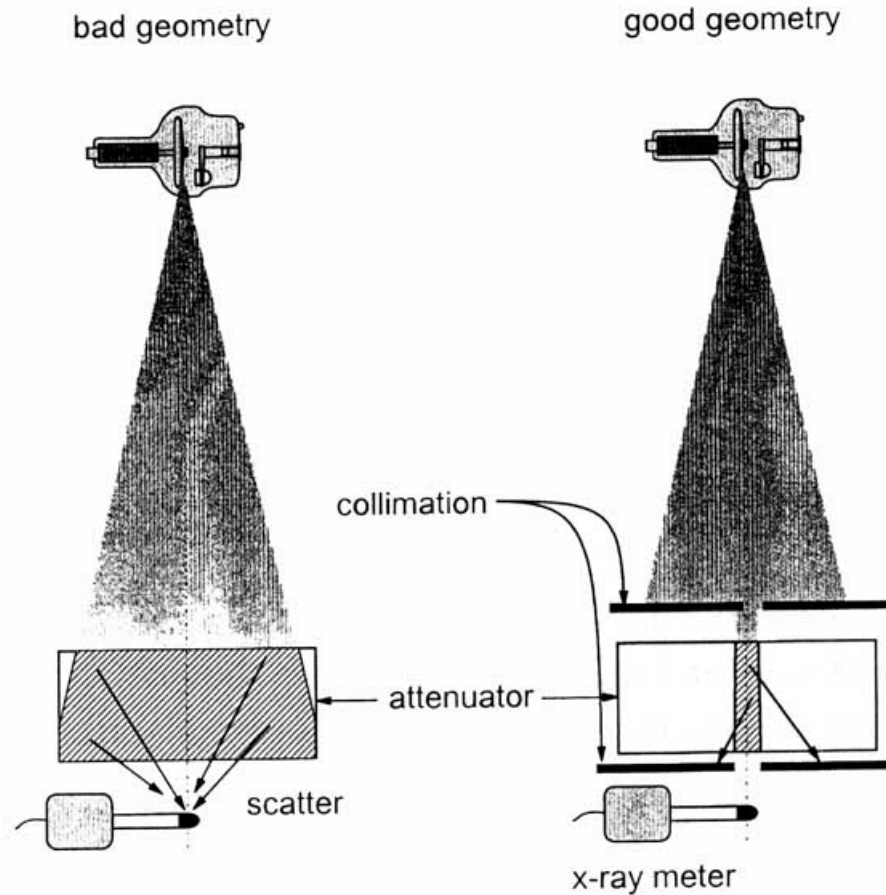


Figure 1.32: The so-called *bad geometry* and *good geometry* for making x-ray attenuation measurements are illustrated. Bad geometry exists whenever the exposure measurement includes an appreciable amount of x-ray scatter from the attenuator. The scatter contribution to the measurement can be reduced by using pre-attenuator collimation to limit the x-ray field and post-attenuator collimation to reduce the chance of scatter reaching the x-ray detector.

Legge di Beer-Lambert

- Derivazione della legge esponenziale dell'attenuazione:

Coefficiente di attenuazione lineare
(prob. di att. per unita' di lunghezza)

spessore
dell'attenuatore

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x}$$

Fotoni/s/cm²
presenti nel
fascio DOPO un
attenuatore di
spessore x

Fotoni/s/cm²
presenti nel
fascio PRIMA dell'
attenuatore di
spessore x

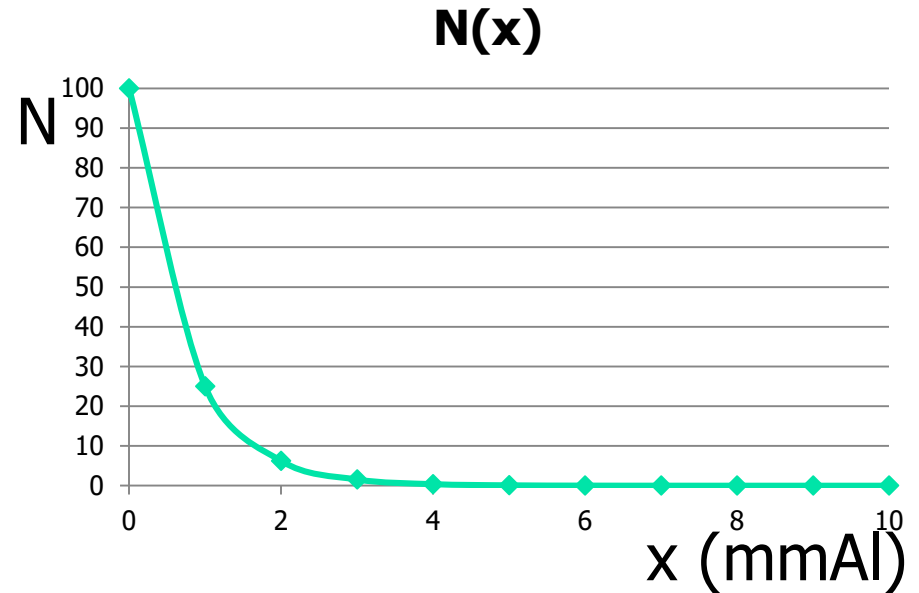
Coefficiente di attenuazione lineare μ

- $\mu = (\text{probabilita' di avere una interazione qualsiasi}) / (\text{unita' di lunghezza})$
 - $\tau = (\text{prob. di avere una interazione fotoelettrico}) / (\text{unita' di lunghezza})$
-> coefficiente attenuazione lineare fotoelettrico
 - $\sigma = (\text{prob. di avere una interazione Compton}) / (\text{unita' di lunghezza})$
-> coefficiente attenuazione lineare Compton
 - $\sigma_r = (\text{prob. di avere una interazione Rayleigh}) / (\text{unita' di lunghezza})$
-> coefficiente attenuazione lineare Rayleigh
 - $\pi = (\text{prob. di avere una interazione coppie}) / (\text{unita' di lunghezza})$
-> coefficiente attenuazione lineare coppie
- Trascurando altri effetti "poco probabili" (come tripletto, fotodisintegrazione, etc.), vale la relazione
 - $\mu = \tau + \sigma + \sigma_r + \pi$
- I coefficienti di attenuazione lineare dipendono dall' energia del fascio, dalla specie chimica e dalla densita' del materiale attenuatore

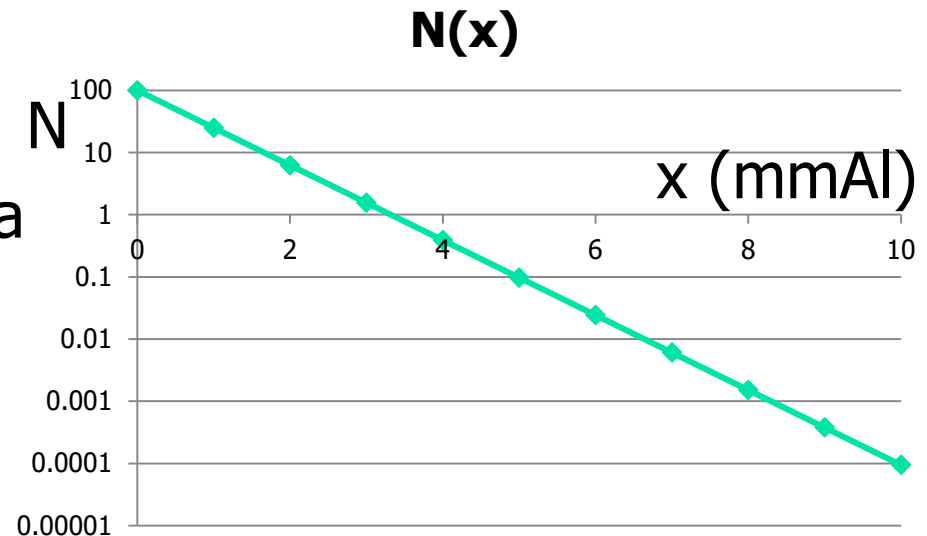
Legge di Beer-Lambert (II)

- Attenuazione fascio monocromatico ($E=17$ keV) con filtro di Alluminio:

- In carta lineare

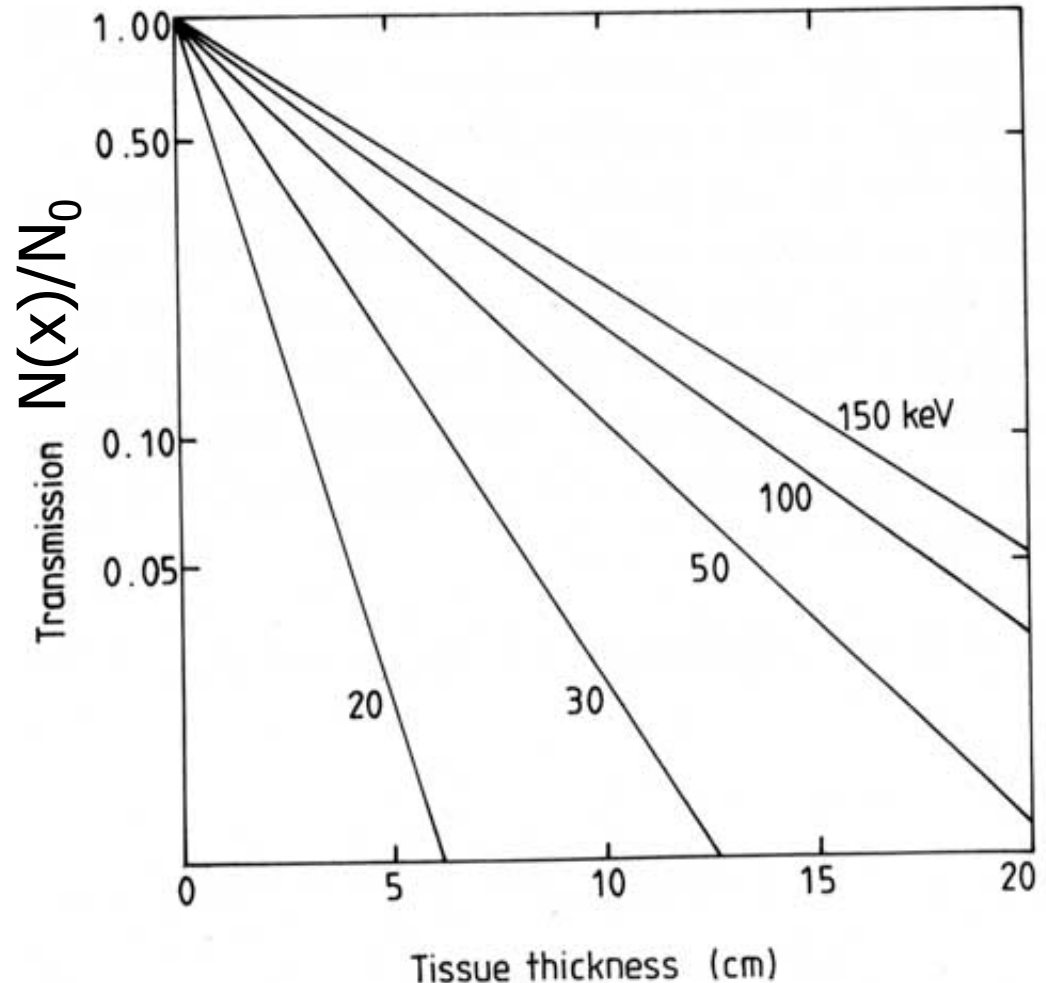


- In carta semi-logartimica (asse x lineare, asse y logaritmico)



Attenuazione fascio monocromatico

- In un grafico semilogaritmico, l'attenuazione di un fascio monocromatico e' rappresentata da una retta
- Minore e' l'energia del fascio monocromatico, maggiore e' l'attenuazione e quindi la pendenza della retta
- In figura e' rappresentata l'attenuazione di fasci monocromatici di energia pari rispettivamente a 20, 30, 50, 100, 150 keV per spessori crescenti di tessuto molle (in cm)



Coefficiente di attenuazione massico μ/ρ

- μ [cm^{-1}] dipende da:
 - energia del fascio
 - specie chimica dell'attenuatore
 - densità ρ dell'attenuatore; in particolare, $\mu \propto \rho$
- introduco allora μ/ρ [cm^2/g]; dipende da:
 - energia del fascio
 - specie chimica dell'attenuatore
 - MA NON dalla densità ρ dell'attenuatore
- la legge esponenziale dell'attenuazione può essere riscritta:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \xrightarrow{\text{diventa}} N(x) = N_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \rho x}$$

- naturalmente, si ha pure:

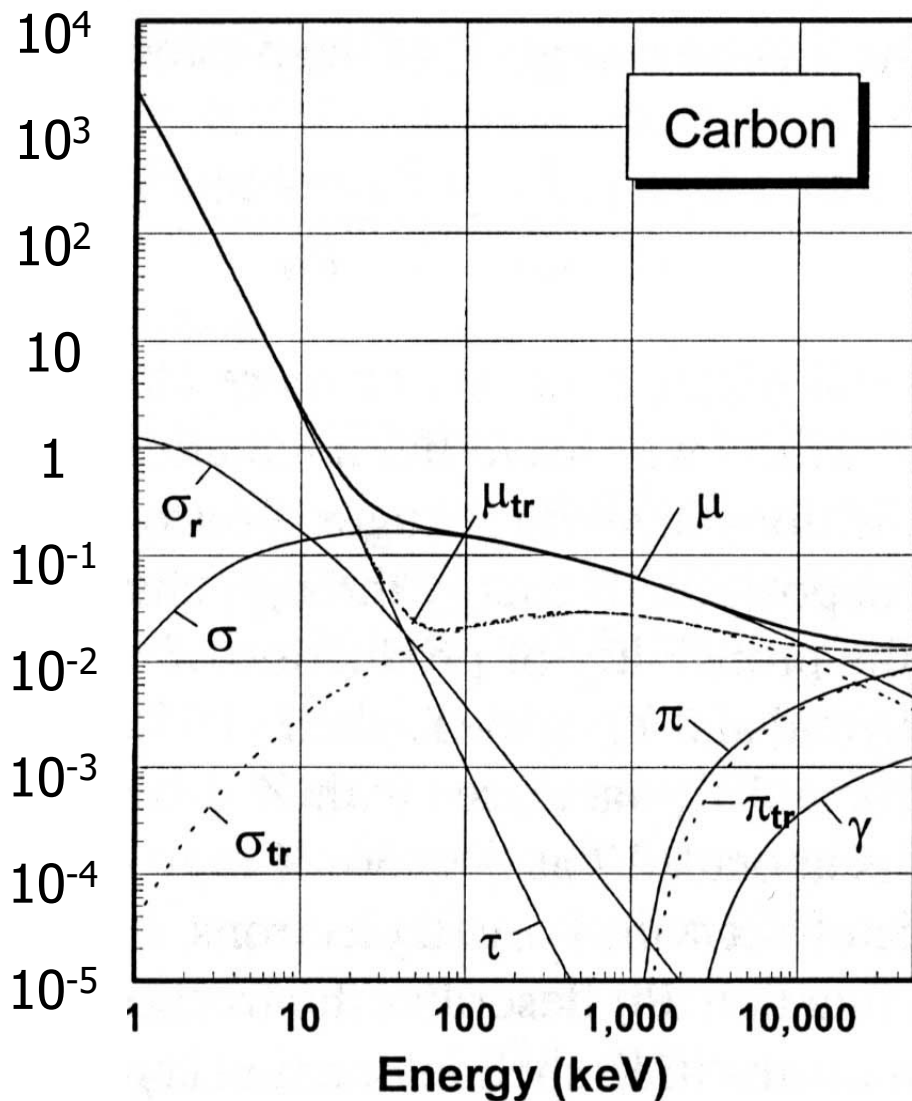
$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = \left(\frac{\tau}{\rho}\right) + \left(\frac{\sigma_r}{\rho}\right) + \left(\frac{\sigma}{\rho}\right) + \left(\frac{\pi}{\rho}\right)$$

μ/ρ (E) per il carbonio (Z=6)

Simboli utilizzati:

- μ coeff. att. complessivo
- τ coeff. att. fotoelettrico
- σ coeff. att. Compton
- σ_r coeff. att. Rayleigh
- π coeff. att. coppie
- γ coeff. att. tripletto
- μ_{tr} coeff. trasf. en. compl.
- σ_{tr} coeff. trasf. en. Compton
- π_{tr} coeff. trasf. en. coppie

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

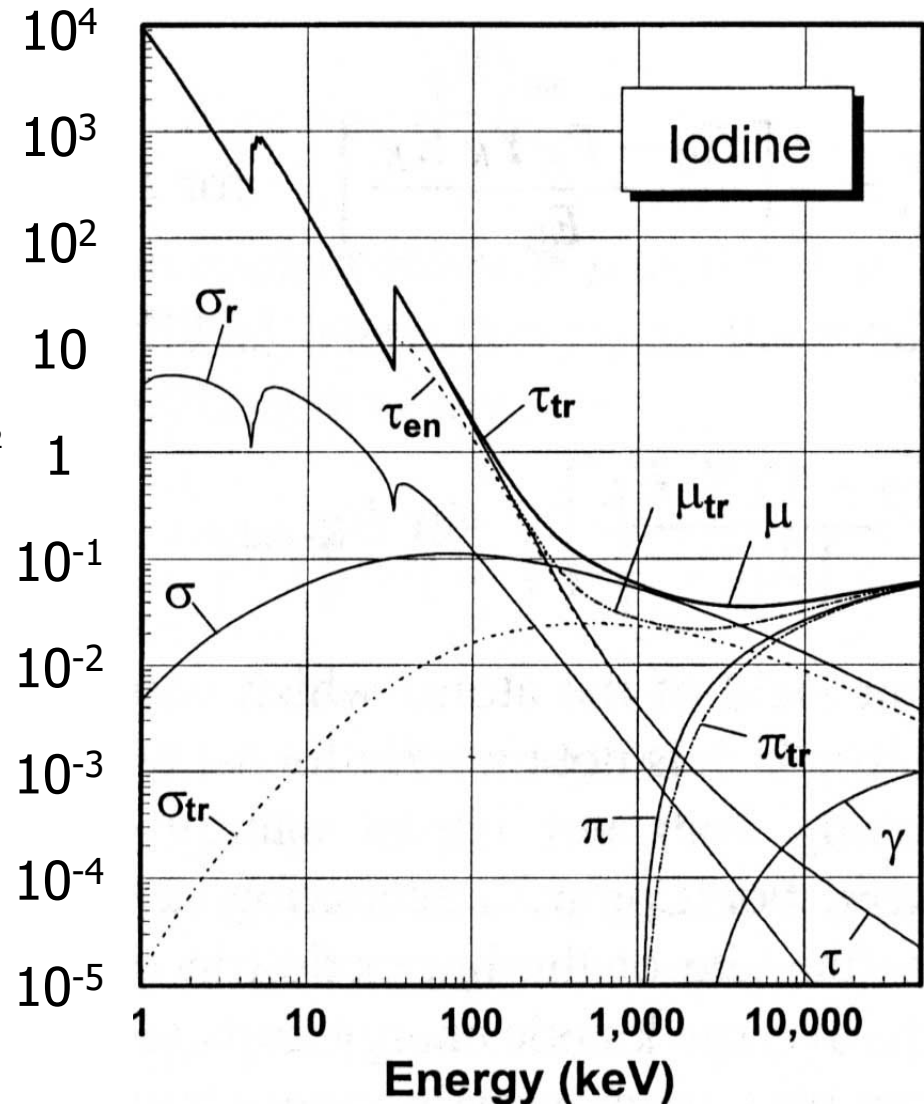


μ/ρ (E) per lo iodio (Z=53)

Simboli utilizzati:

- μ coeff. att. complessivo
- τ coeff. att. fotoelettrico
- σ coeff. att. Compton
- σ_r coeff. att. Rayleigh
- π coeff. att. coppie
- γ coeff. att. tripletto
- μ_{tr} coeff. trasf. en. compl.
- σ_{tr} coeff. trasf. en Compton
- π_{tr} coeff. trasf. en coppie
- τ_{en} coeff. assorbimento energetico fotoelettrico

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

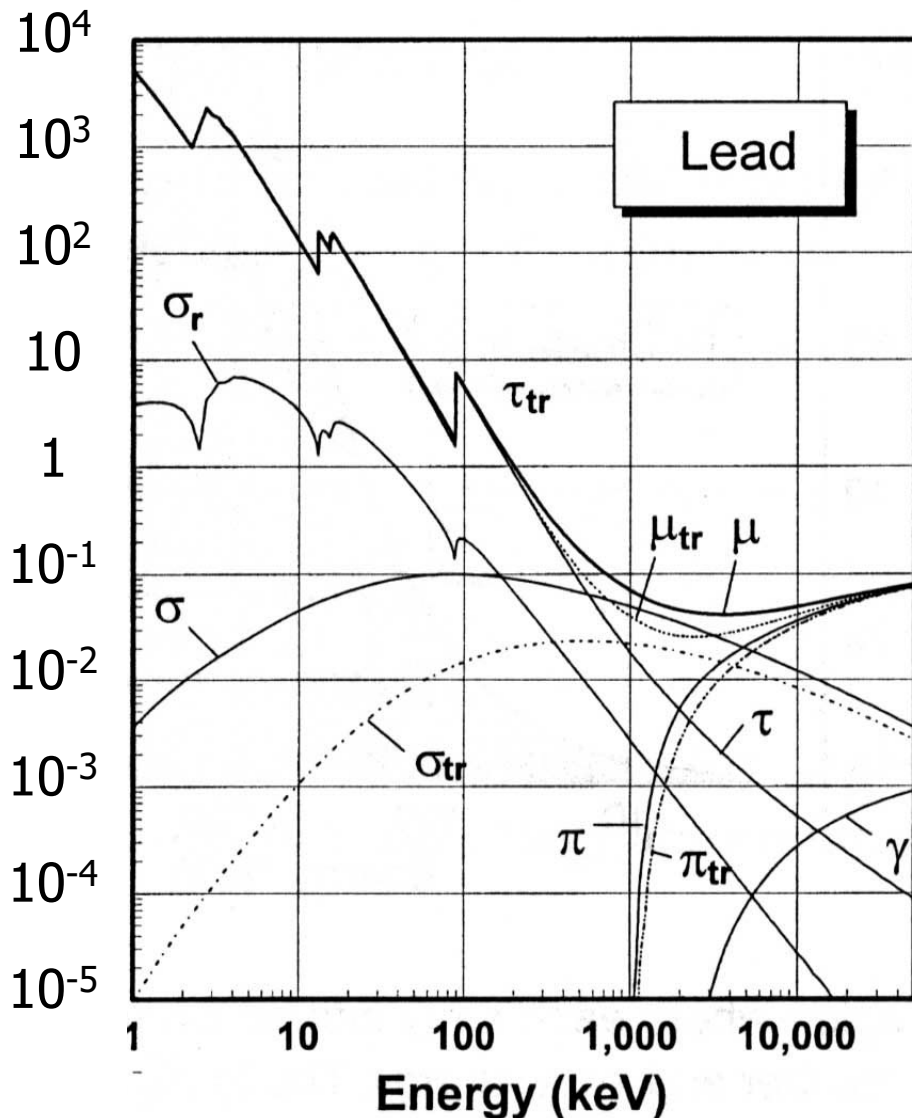


μ/ρ (E) per il piombo (Z=82)

Simboli utilizzati:

- μ coeff. att. complessivo
- τ coeff. att. fotoelettrico
- σ coeff. att. Compton
- σ_r coeff. att. Rayleigh
- π coeff. att. coppie
- γ coeff. att. tripletto
- μ_{tr} coeff. trasf. en. compl.
- σ_{tr} coeff. trasf. en Compton
- π_{tr} coeff. trasf. en coppie

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$



Coefficiente di trasferimento energetico μ_{tr}/ρ

- μ/ρ
 - coefficiente di attenuazione (viene contato qualsiasi tipo di evento)
- $\mu_{tr}/\rho =$ frazione di μ/ρ proporzionale al trasferimento di energia cinetica a particelle cariche
 - in pratica moltiplico μ/ρ per un numero compreso tra 0 e 1, ove:
 - 0 significa che non viene affatto ceduta energia a particelle cariche
 - 1 significa che tutta l'energia viene ceduta a particelle cariche
 - coefficiente di trasferimento energetico (gli eventi sono pesati a seconda dell'energia cinetica trasferita a particelle cariche)

Coefficiente di assorbimento energetico μ_{en}/ρ

- $\mu_{tr}/\rho =$ frazione di μ/ρ proporzionale al trasferimento di energia cinetica a particelle cariche
- $\mu_{en}/\rho =$ frazione di μ_{tr}/ρ proporzionale a quanta di questa energia viene depositata localmente
 - coefficiente di assorbimento energetico (gli eventi sono pesati a seconda dell'energia depositata localmente)
 - quasi tutta l'energia trasferita a particelle cariche viene depositata localmente, ma una parte puo' essere irradiata per bremsstrahlung
 - per gli elementi leggeri, tuttavia tale frazione e' trascurabile e $\mu_{en} \sim \mu_{tr}$

Importanza relativa delle interazioni (I)

■ Importanza relativa delle interazioni radiazione materia in funzione dell'energia del fotone incidente e dello Z dell'elemento considerato

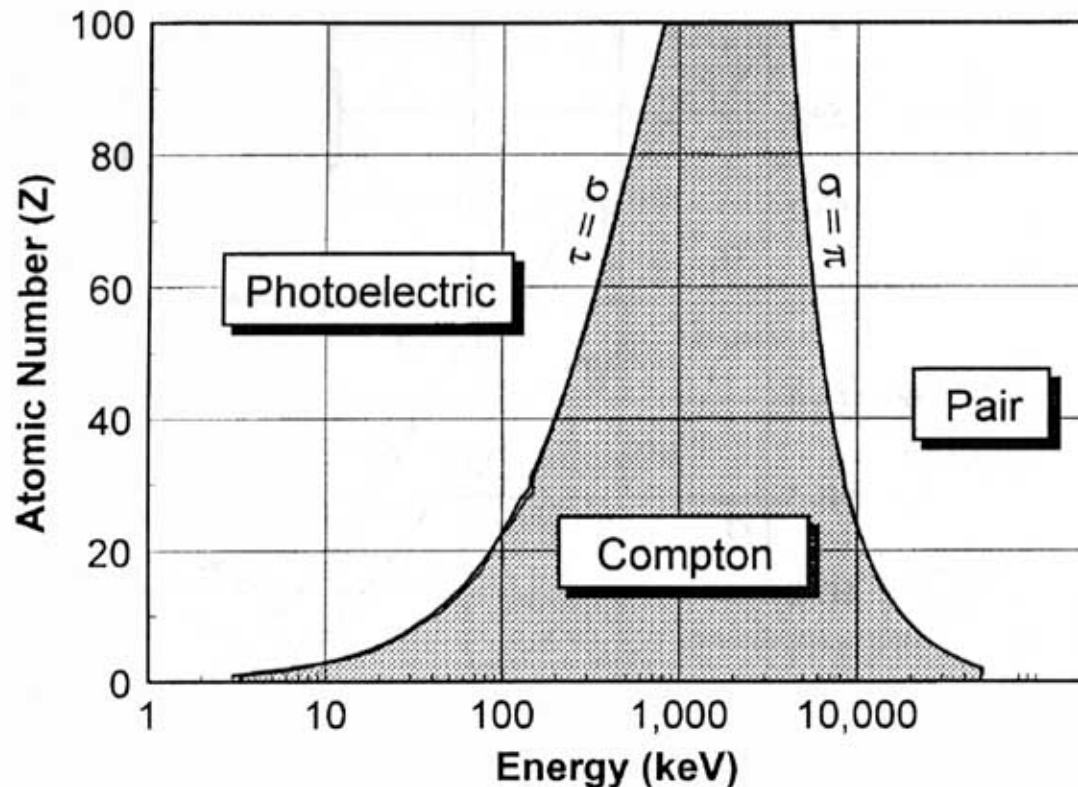
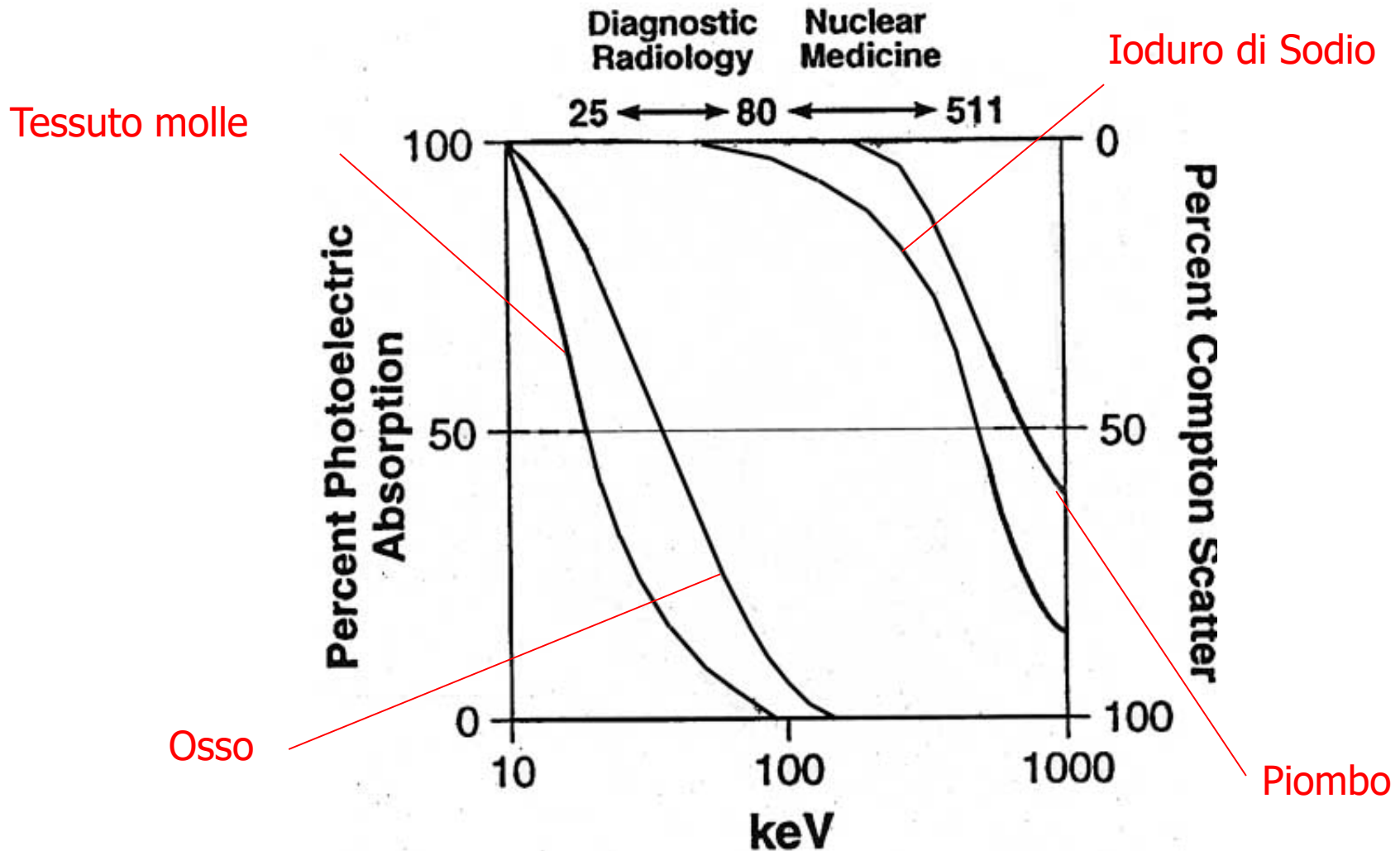


Figure 1.27: The region where each x-ray interaction process is most likely is shown as a function of atomic number and x-ray energy. The transition zones between regions correspond to the two cross sections being equal ($\tau = \sigma$ and $\sigma = \pi$).

Importanza relativa delle interazioni (II)

■ Importanza relativa di fotoelettrico ed effetto Compton in funzione dell'energia del fotone incidente e di alcuni materiali specificati



Andamento di $\mu/\rho(E)$ ($1 < E < 100$ keV)

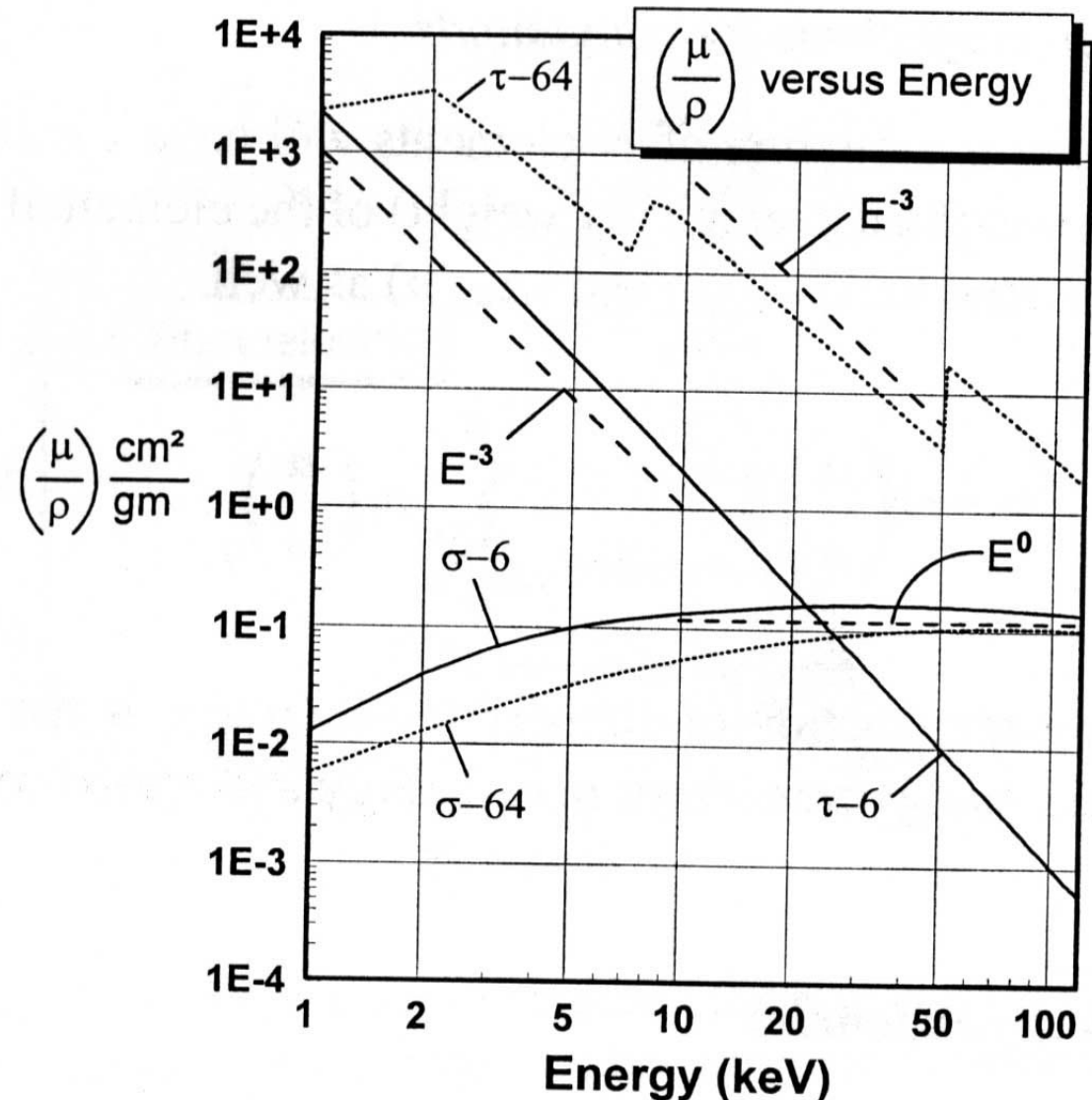
■ fotoelettrico:

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \approx \frac{1}{E^3}$$

■ Compton:

$$\left(\frac{\sigma}{\rho}\right) \approx \text{indip. da } E$$

(decrese lentamente ad energie superiori)



Andamento di $\mu/\rho(Z)$

- Per elementi leggeri

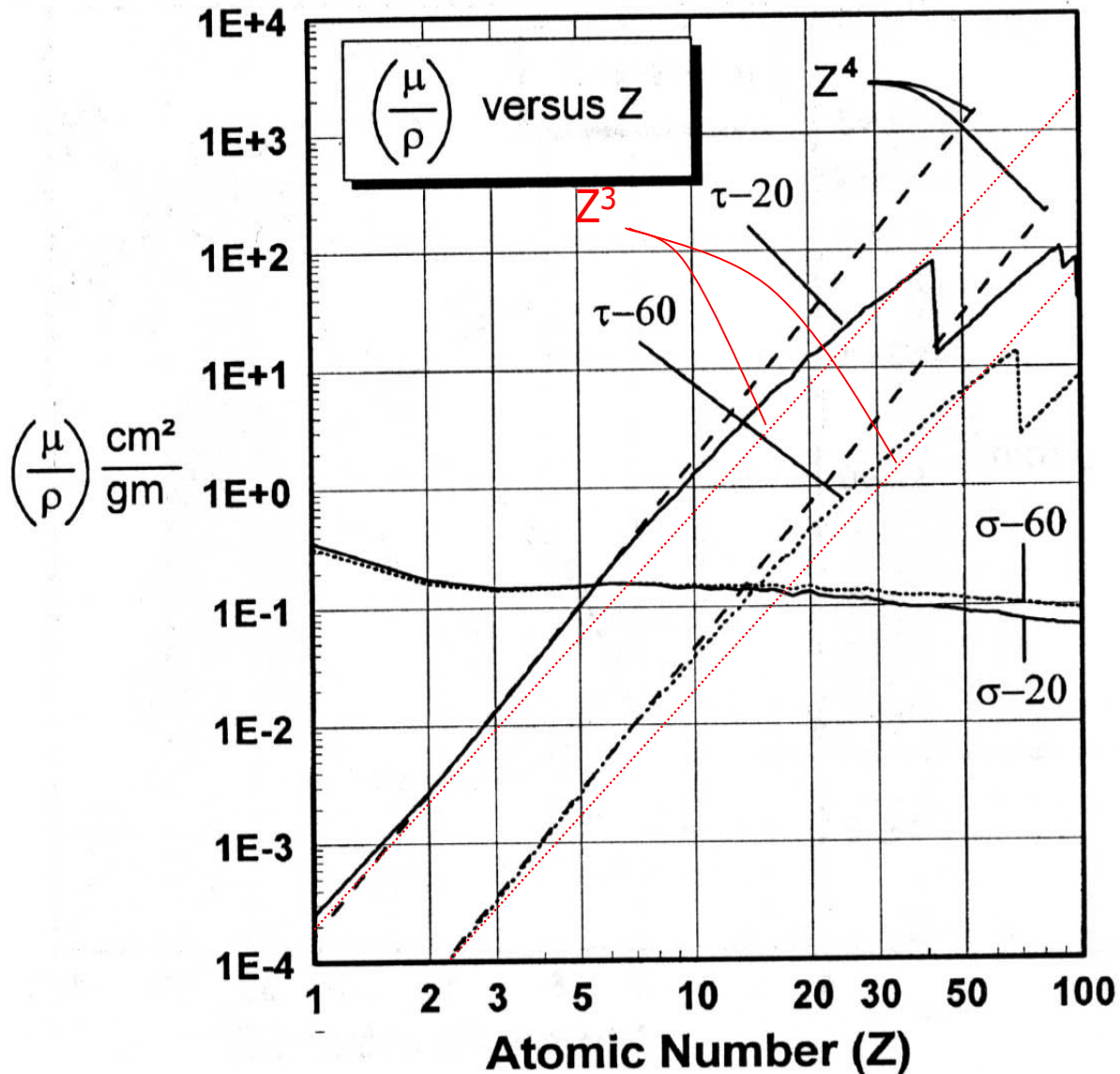
$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \approx Z^4$$

- in generale,

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \approx Z^3$$

- per tutti gli elementi

$$\left(\frac{\sigma}{\rho}\right) \approx \text{indip. da } Z$$



Dipendenza Approssimativa di μ/ρ da E e da Z

- Fotoelettrico

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \approx \frac{1}{E^{3.5}}$$

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right) \approx Z^4$$

- Compton

$$\left(\frac{\sigma}{\rho}\right) \approx \textit{indip. da } E$$

$$\left(\frac{\sigma}{\rho}\right) \approx \textit{indip. da } Z$$

- Coppie

$$\left(\frac{\pi}{\rho}\right) \approx E$$

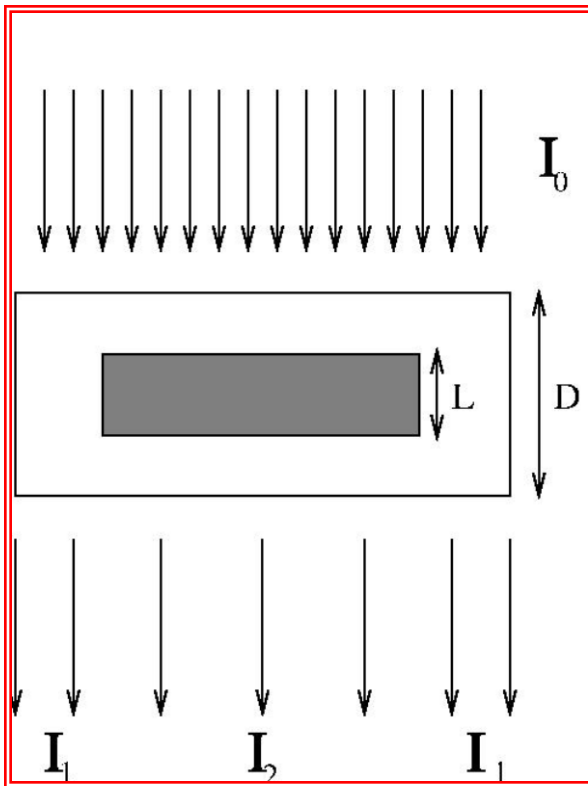
$$\left(\frac{\pi}{\rho}\right) \approx Z^2$$

Formazione del Contrasto

- Per approfondimenti vedi
- D. R. Dance,
Chapter 2 in The physics of medical imaging.
S. Webb editors

Formazione del Contrasto

- Modello in approssimazione 0:
fascio monocromatico, parallelo e senza diffusione



$$I_1 = I_0 e^{-\mu_1 D}$$

$$I_2 = I_0 e^{-\mu_1(D-L)} e^{-\mu_2 L}$$
$$= I_0 e^{-\mu_1 D} e^{-(\mu_2 - \mu_1)L}$$

$$C = \frac{I_1 - I_2}{I_1} = \frac{I_0 e^{-\mu_1 D} - I_0 e^{-\mu_1 D} e^{-(\mu_2 - \mu_1)L}}{I_0 e^{-\mu_1 D}}$$

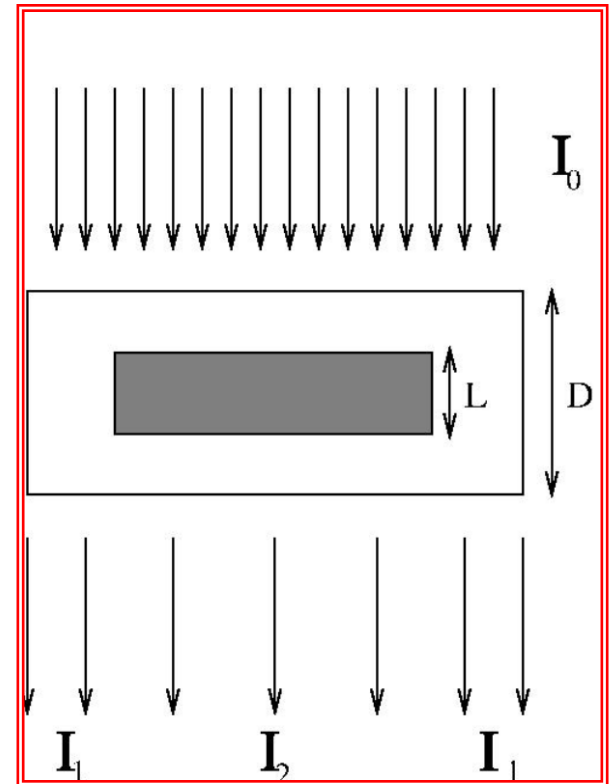
$$C = 1 - e^{-(\mu_2 - \mu_1)L}$$

Formazione del Contrasto

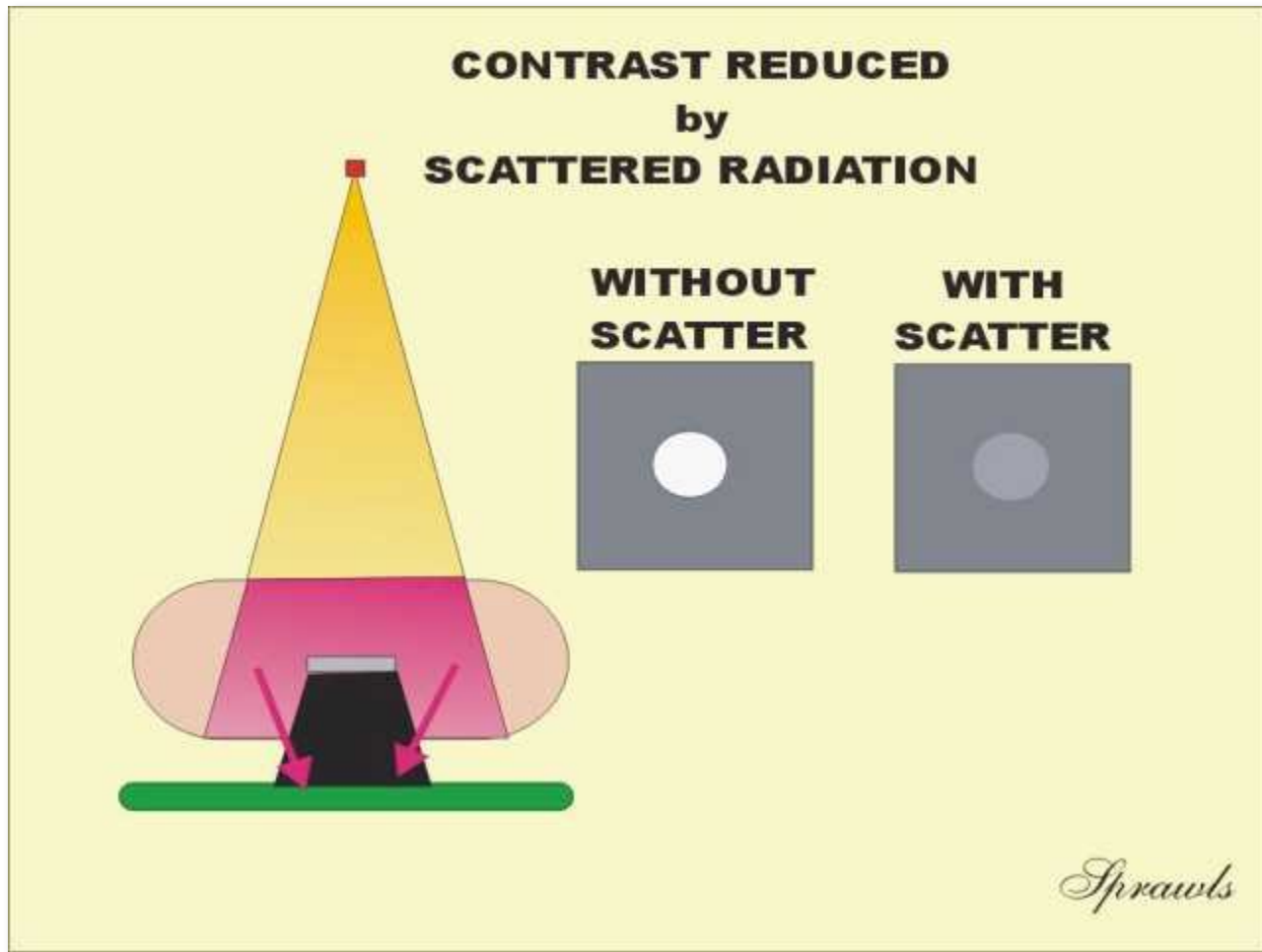
- Modello in approssimazione 1:
fascio monocromatico, parallelo ma con diffusione
- Introduco R , rapporto tra la radiazione primaria (che non ha subito interazione) e radiazione diffusa.
- Generalizzando il modello precedente si puo' ricavare (Webb, sez. 2.2 e 2.4):

$$C = \frac{1 - e^{-(\mu_2 - \mu_1)L}}{1 + R}$$

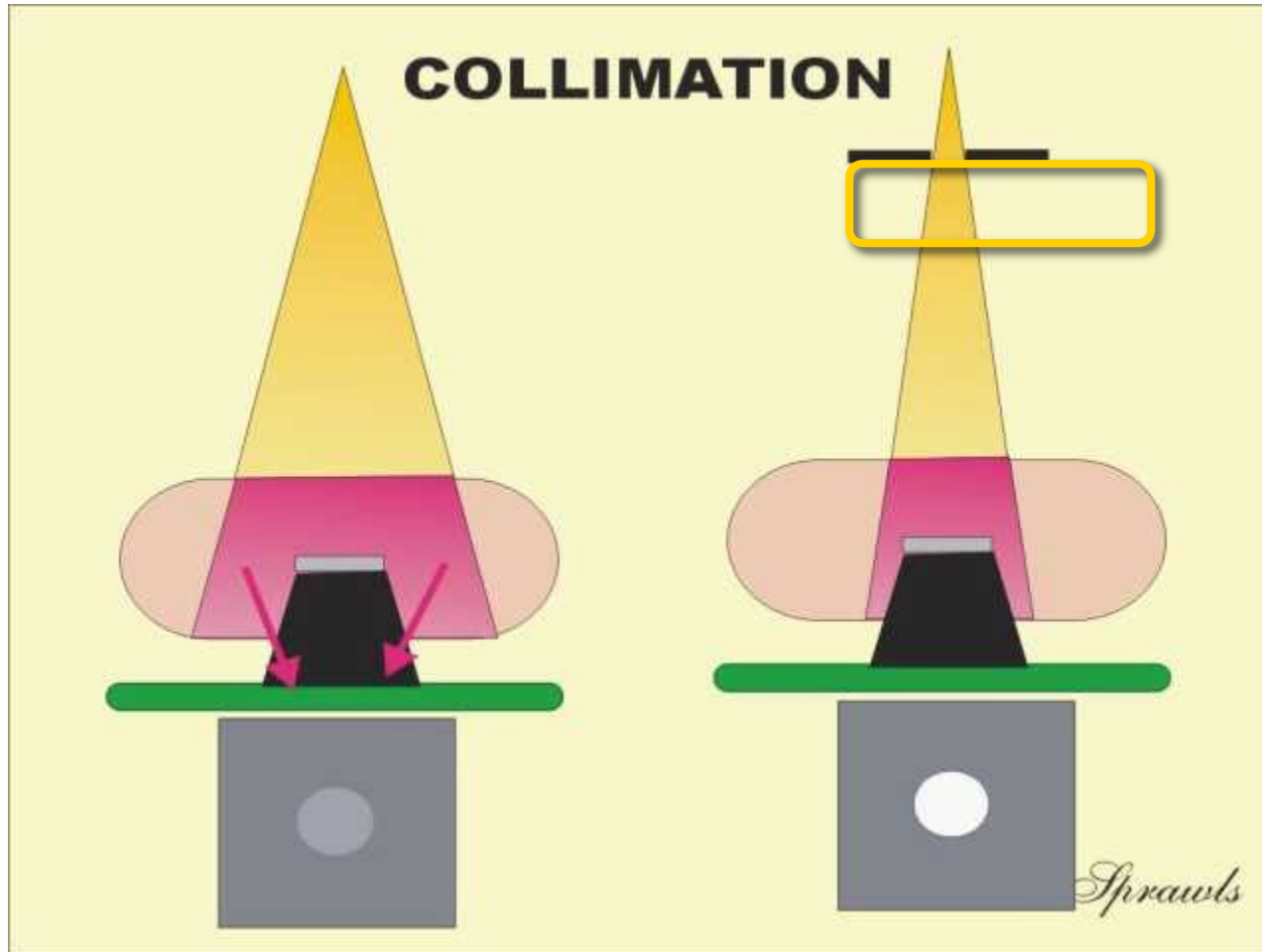
- C dipende da:
 - (+) Spessore dettaglio e $\Delta\mu$
 - (-) radiazione diffusa (scattering)



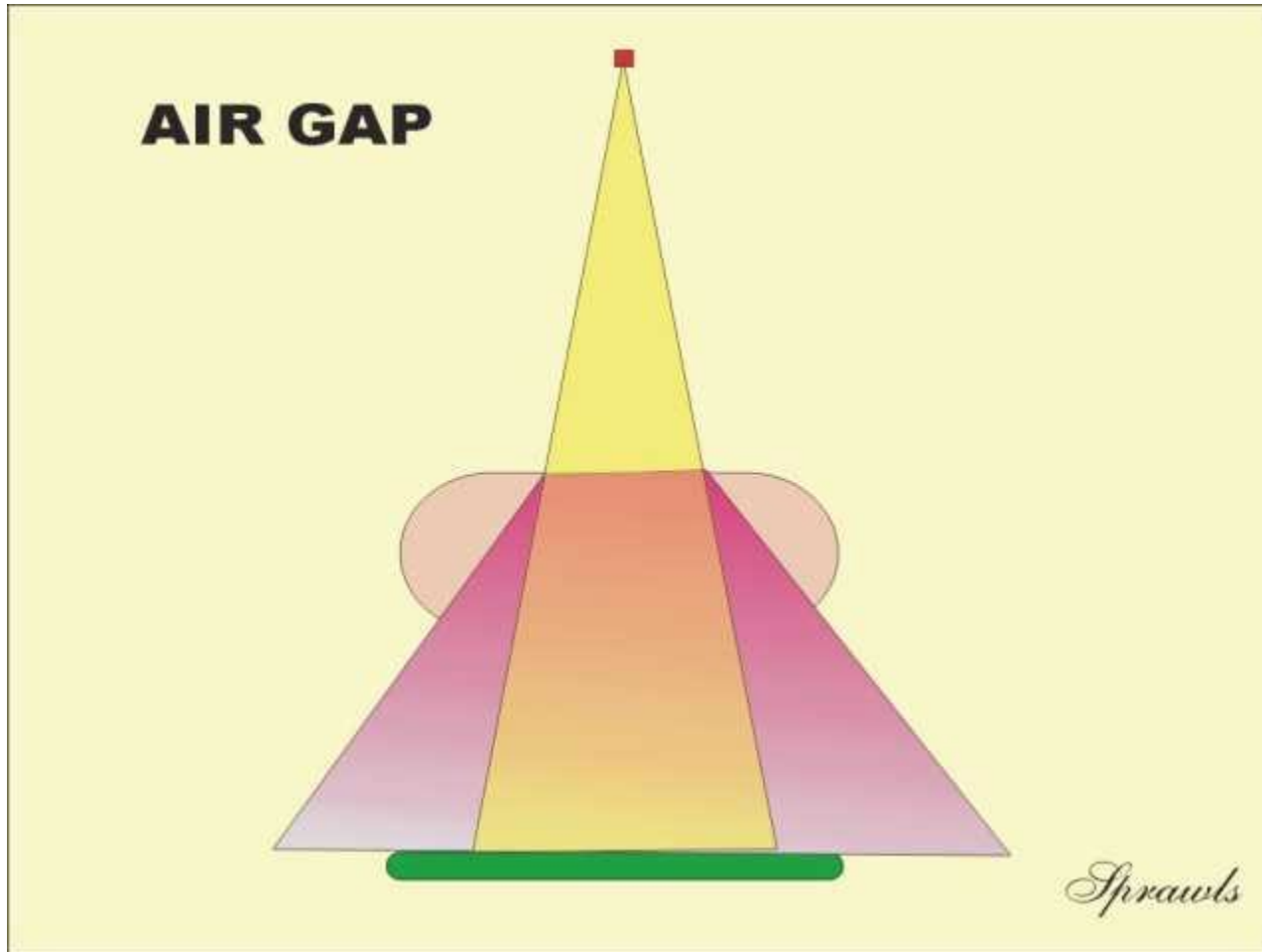
Contrasto e Scattering



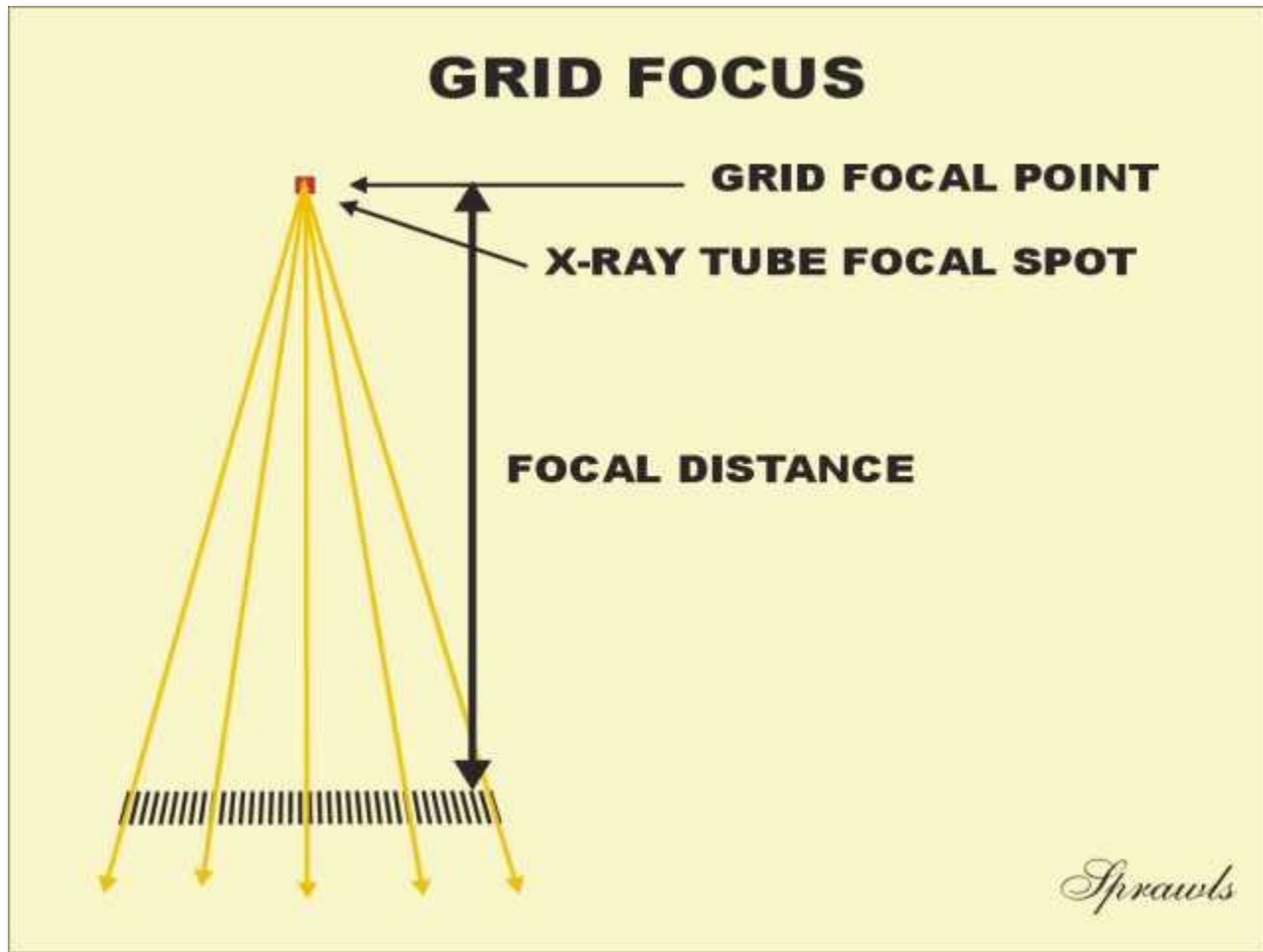
Riduzione dello scattering: collimazione



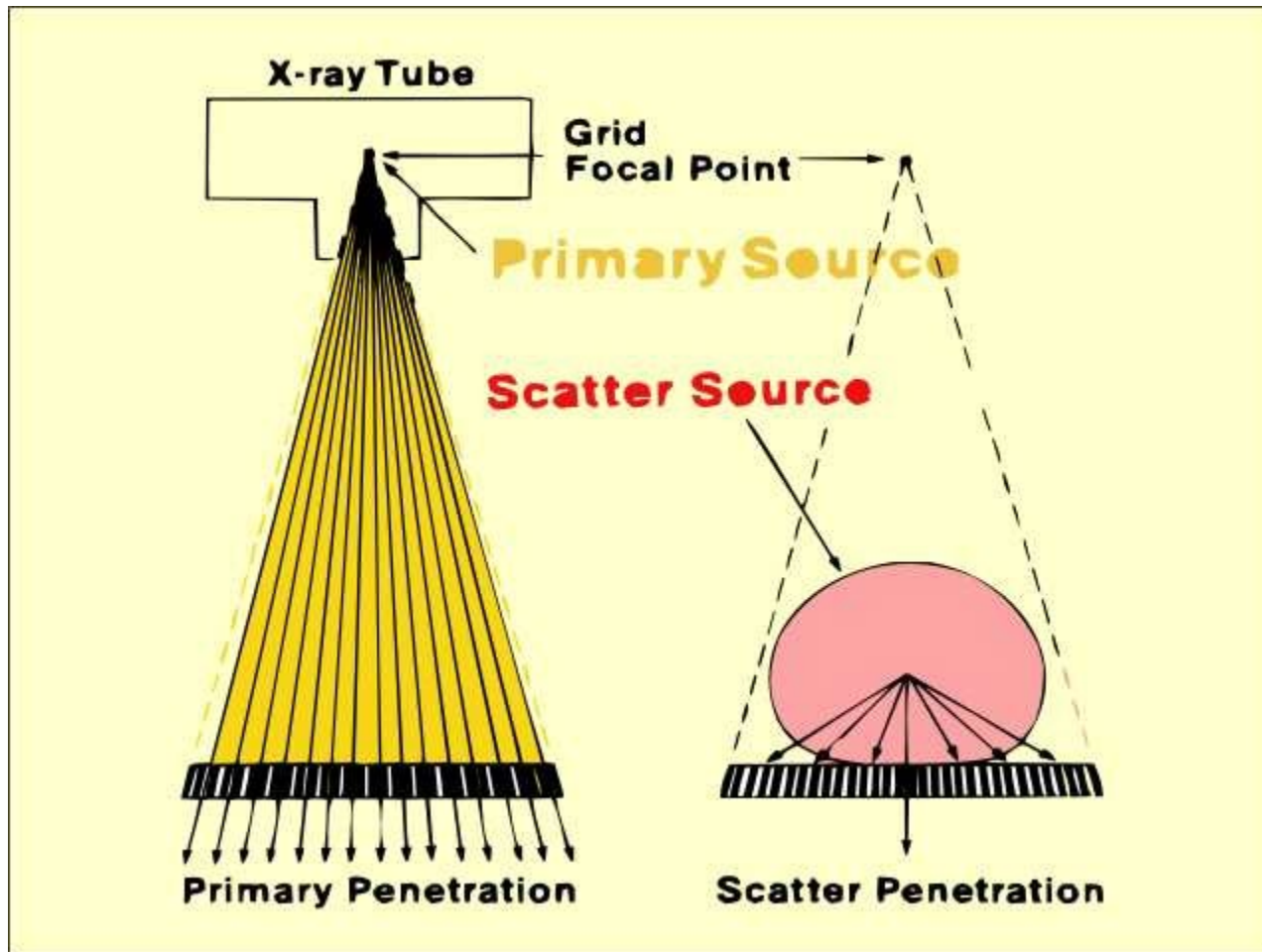
Riduzione dello scattering: distanza



Griglie anti-scattering



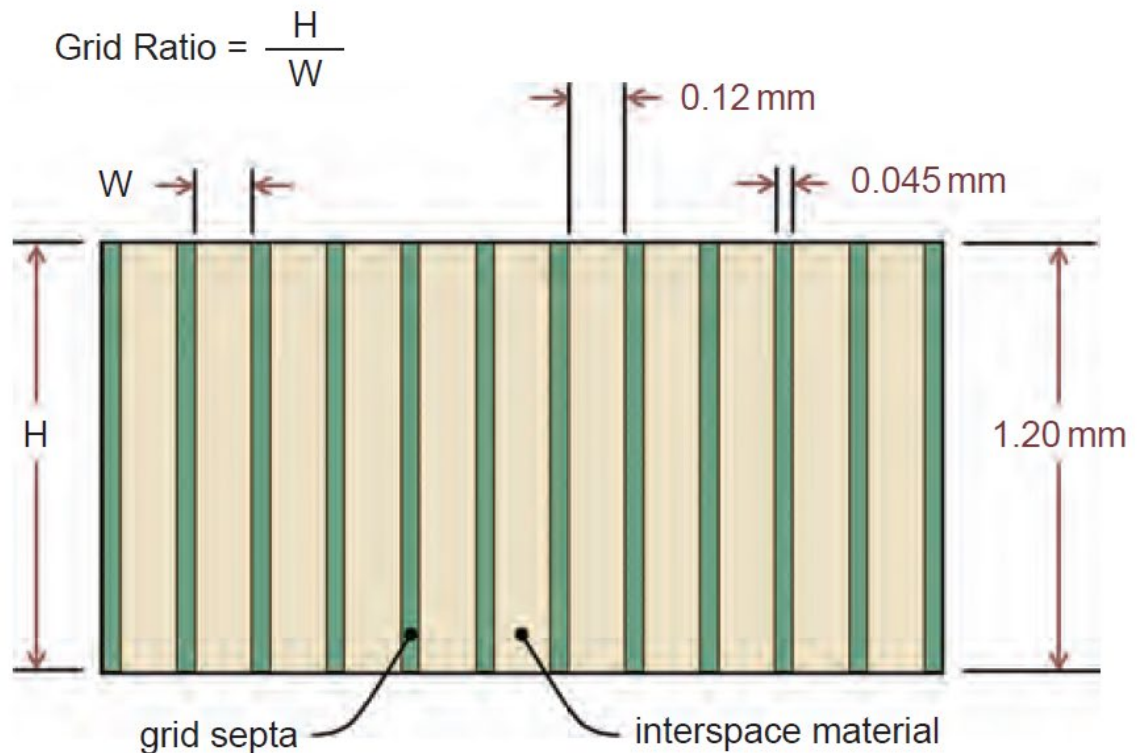
Griglie anti-scattering



Grid Ratio

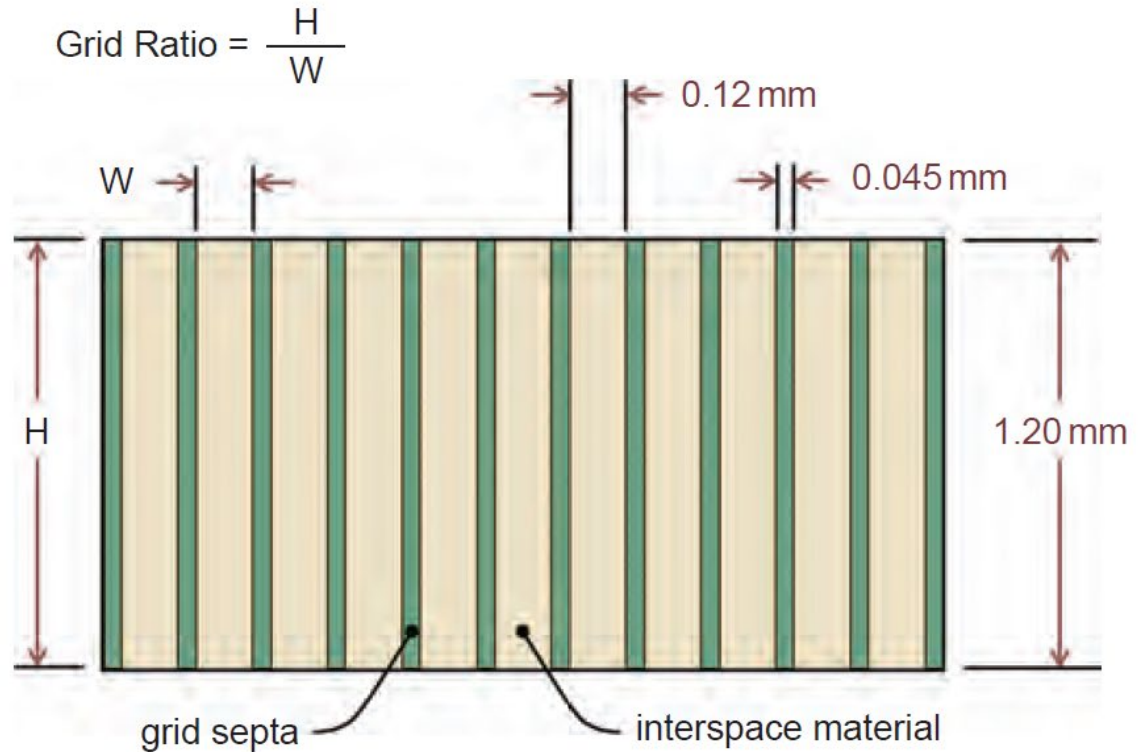
- The grid ratio is the ratio of the height of **the interspace material** to its width
- The septa dimensions do not affect the grid ratio

■ **FIGURE 7-23** The basic dimensions of a 10:1 antiscatter grid are shown. The grid is manufactured from alternating layers of interspace material and septa material. This illustration shows parallel grid septa; however, in an actual grid, the septa and interspace are focused (and thus would be slightly angled).



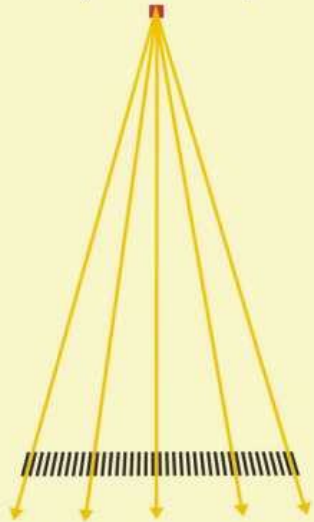
Grid Ratio

■ **FIGURE 7-23** The basic dimensions of a 10:1 antiscatter grid are shown. The grid is manufactured from alternating layers of interspace material and septa material. This illustration shows parallel grid septa; however, in an actual grid, the septa and interspace are focused (and thus would be slightly angled).



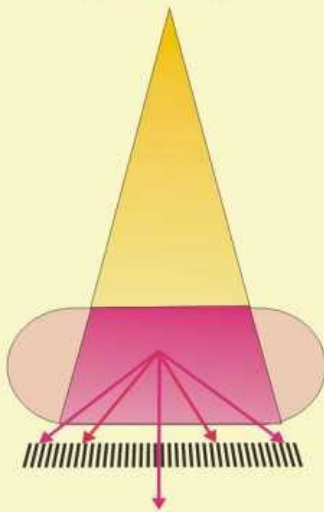
- Grid ratios in general diagnostic radiology are generally between 5 and 15, with lower ratios possible in mammography
- The grid septa in a grid are typically manufactured from lead ($z = 82, \rho = 11.3 \text{ g/cm}^3$)
- For the sake of structural integrity, a light material (e.g. aluminum $z = 13, \rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$) is used as interspace material

**PRIMARY X-RAY BEAM PENETRATION
(GOOD)**



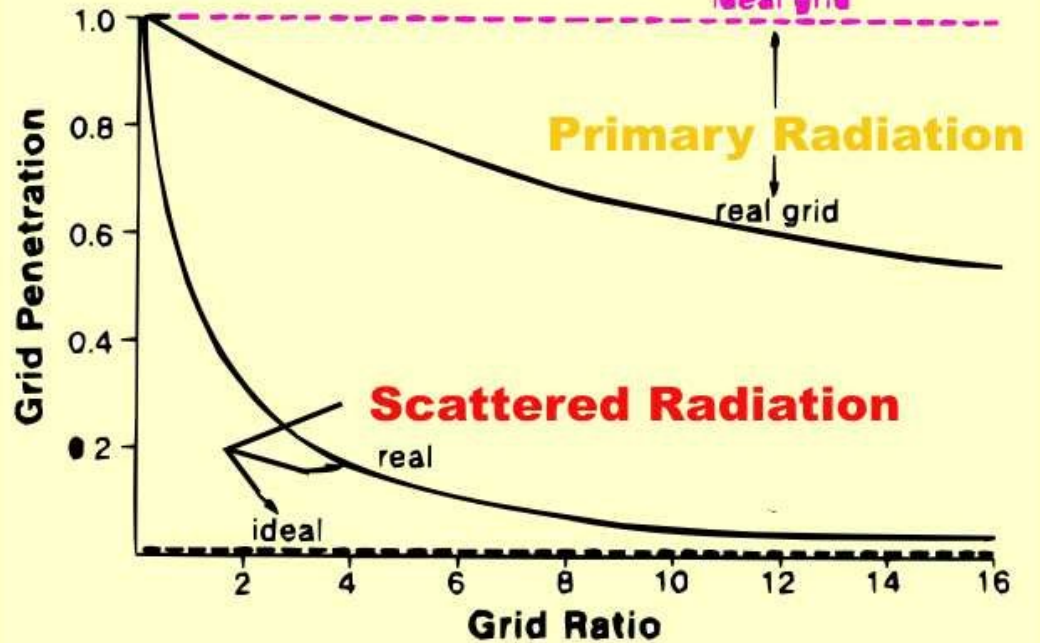
THE MORE THE BETTER!

**SCATTERED X-RAY PENETRATION
(BAD)**

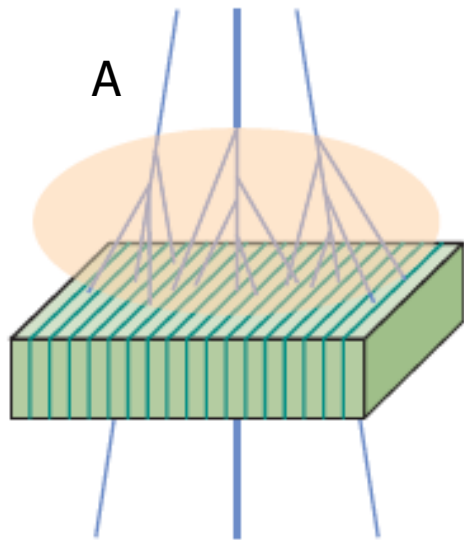


THE LESS THE BETTER!

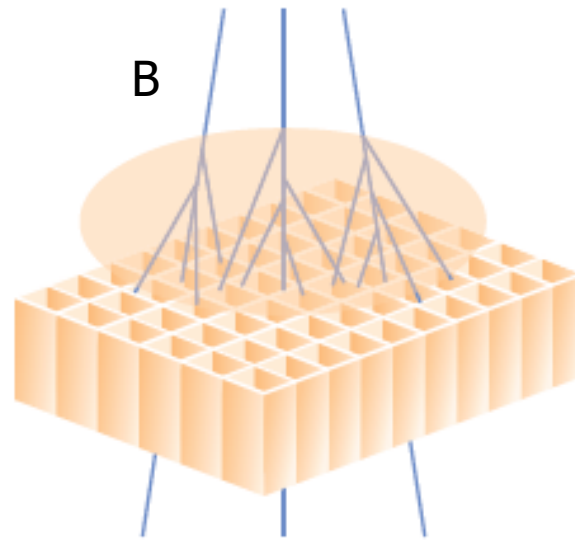
Griglie anti scattering



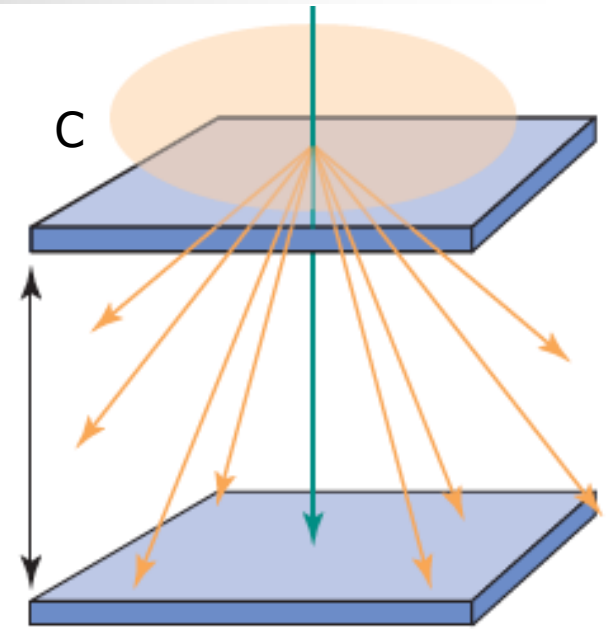
Riduzione dello scattering



Linear grid structure:
1D scatter rejection



Cellular grid structure:
2D scatter rejection



Air gap and magnification:
geometric scatter rejection

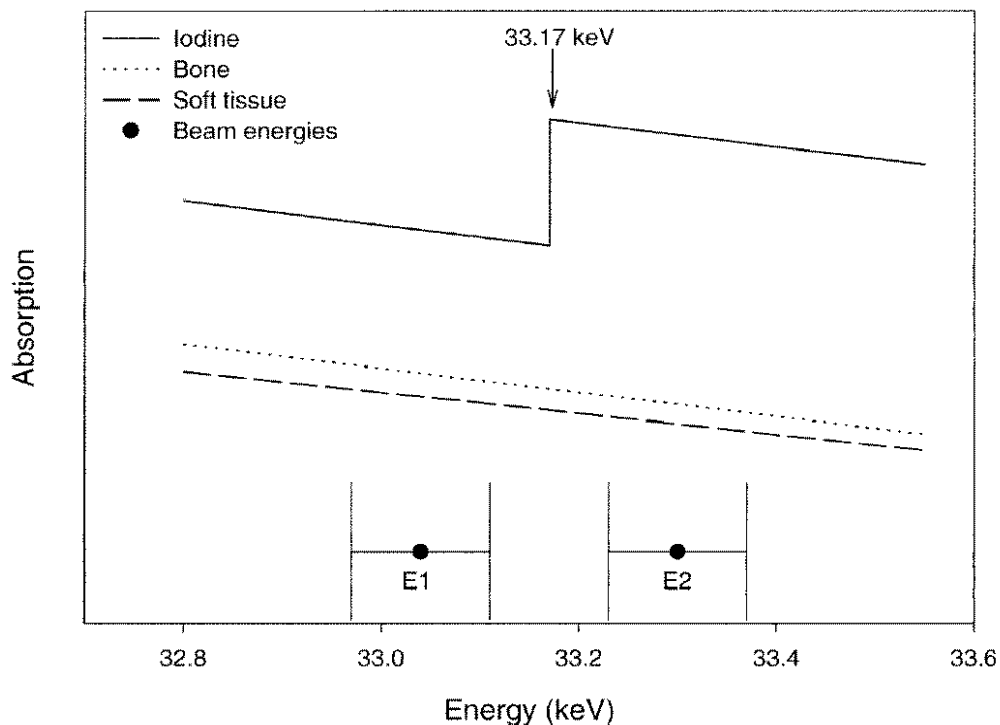
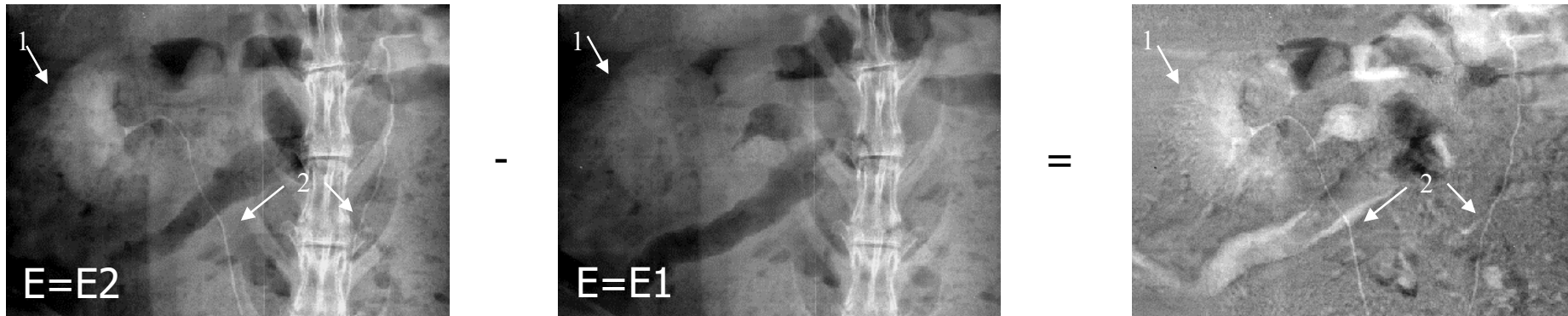
- A. linear grid of approximately 5:1 grid ratio and carbon fiber interspace material
 - B. cellular crosshatch grid structure made of copper sheet of approximately 3.8 grid ratio with air interspaces
 - C. the air gap intrinsic to the magnification procedure.
- Note: while the illustration depicts 100% scatter rejection by the grid, approximately 15% of scattered x-rays are transmitted.

KES (K-edge Subtraction)

- Uno sguardo ad una tecnica utilizzata nel mondo della ricerca
- (la resa migliore si ha con una sorgente monocromatica, ad es. un sincrotrone)

KES (K-Edge Subtraction)

«Natura non facit saltus» (G. W. Leibniz)



- Si sfrutta il K-edge del mezzo di contrasto iodato
- L'attenuazione di ossa e tessuti molli resta ~ invariata tra E1 ed E2, mentre l'attenuazione dello iodio aumenta di un fattore 5
- Nell'immagine ottenuta sottraendo E2-E1, vengono enfatizzate le variazioni di contrasto, e quindi lo iodio

KES (K-Edge Subtraction)

