Esercizi I settimana *Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci*
A.A. 2023/2024

1. Se ad ogni numero naturale (scritto secondo l'usuale notazione posizionale arabo-indiana a 10 cifre) si associa la prima cifra a sinistra si definisce

   $\boxed{\text{A}}$ una funzione suriettiva

   $\boxed{\text{B}}$ una funzione iniettiva

   $\boxed{\text{C}}$ una funzione biiettiva

   $\boxed{\text{D}}$ una relazione che non è una funzione.

2. Sia A l'insieme $\{2, 3, 4, 6\}$, allora il sottoinsieme $\{(x, y),\ x, y \in A\}$ di $A \times A$ descritto dalla relazione $x \sim y$ se e solo se "*y è multiplo di x*" è

   $\boxed{\text{A}}$ $\{(2, 4),\ (2, 6),\ (3, 6)\}$

   $\boxed{\text{B}}$ $\{(2, 4),\ (2, 6),\ (4, 2),\ (3, 6),\ (6, 3)\}$

   $\boxed{\text{C}}$ $\{(2, 2),\ (2, 4),\ \ (2, 6),\ (3, 3),\ (3, 6),\ (4, 4), (6, 6)\}$

   $\boxed{\text{D}}$ $\{(2, 2),\ (4, 4),\ (3, 3),\ (6, 6)\}$

   Inoltre, se $x, y \in \mathbb{N}$, allora la relazione $x \sim y$ se e solo se "*y è multiplo di x*" è di equivalenza?

   $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

3. Mostrare che, se A e B sono due sottoinsiemi di X, risulta

   $$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$$

   $$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$$

   (*note come Leggi di De Morgan*)

4. Mostrare (con un controesempio) che, sebbene la relazione nel piano

   $\mathcal{R}$......"*due rette sono in relazione se e solo nonsono incidenti in un solo punto*"

   sia di equivalenza, non lo è se si considerano rette nello spazio.

5. Una relazione $R \subset A \times A$ si dice *relazione d'ordine* su A se verifica

   i) $a \sim_R a$ $\forall a \in A$ (proprietà riflessiva)

   ii) se $a \sim_R a'$ e $a' \sim_R a$ allora $a = a'$ (proprietà antisimmetrica)

   iii) se $a \sim_R a'$ e $a' \sim_R a''$ allora $a \sim_R a''$ (proprietà transitiva)

   Se inoltre una relazione d'ordine verifica la proprietà che presi comunque a e a' in A allora risulta o $a \sim_R a'$ o $a' \sim_R a$ allora la relazione d'ordine si dice *totale*.

   Verificare che se si considera un insieme X e se si indica con $\mathcal{P}(X)$ l'insieme di tutti i possibili sottoinsiemi di X, allora in $\mathcal{P}(X)$ la relazione

   $A, B \in \mathcal{P}(X) \quad A \sim B \Leftrightarrow A \subseteq B$

   è una relazione d'ordine ma non totale.

   Si osservi inoltre che $\varnothing$ e X sono *elementi* di $\mathcal{P}(X)$, ossia $\varnothing \in \mathcal{P}(X)$ e $X \in \mathcal{P}(X)$.

6. Sia A l'insieme delle vocali, ossia $A = \{a,\ e,\ i,\ o,\ u\}$ e sia B l'insieme delle stagioni, ossia $B = \{estate, inverno, primavera, autunno\}$.

   Mostrare che nessuna funzione $f : A \to B$ può essere iniettiva, mentre nessuna funzione $g : B \to A$ può essere suriettiva.