

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

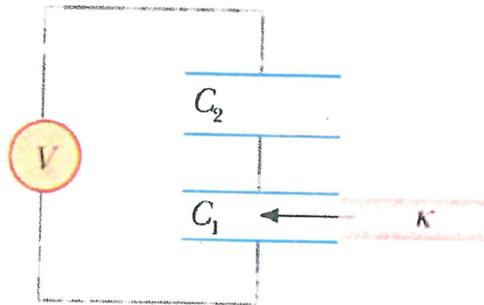


Fig. 1

1. A due condensatori piani di capacità $C_1 = 500 \text{ pF}$ e $C_2 = 1000 \text{ pF}$, collegati in serie, è collegato un generatore che mantiene una differenza di potenziale costante $V = 400 \text{ V}$ (Fig.1). Una lastra di dielettrico, con costante dielettrica relativa $\kappa = 4,0$ viene inserita tra le armature di C_1 riempiendolo completamente. Calcolare:

a. La variazione di carica Δq erogata dal generatore.

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{12}' = \frac{\kappa C_1 C_2}{\kappa C_1 + C_2}$$

$$\Delta q = V(C_{12}' - C_{12}) = 1,33 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

b. La variazione ΔV_1 della differenza di potenziale ai capi di C_1 .

$$\Delta V_1 = V_1' - V_1 = -133 \text{ V}$$

$$V_1 = \frac{C_{12} V}{C_1} \quad V_1' = \frac{C_{12}' V}{C_1}$$

c. L'energia W_{gen} fornita dal generatore nel processo.

$$W_{gen} = V \Delta q = 5,33 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

2. Una bobina composta da $N = 100$ spire di raggio $R = 10$ cm, giace nel piano xy ed è percorsa dalla corrente $i = 8$ A in senso antiorario. Essa è sottoposta all'azione di un campo magnetico $\vec{B} = 0,60 \text{ T } \hat{i} - 0,40 \text{ T } \hat{j} + 0,20 \text{ T } \hat{k}$. Calcolare:

a. Il momento magnetico \vec{m} della bobina.

$$\vec{m} = N i \pi R^2 \hat{k} \quad m = 25,1 \text{ A m}^2$$

b. Il momento meccanico $\vec{\tau}$ che agisce sulla ~~spira~~ bobina.

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = (10 \hat{i} + 15 \hat{j}) \text{ Nm}$$

c. L'energia potenziale magnetica U_m .

$$U_m = - \vec{m} \cdot \vec{B} = -5,02 \text{ J}$$

3. Un circuito RLC con $R = 15 \Omega$, $L = 20$ mH e $C = 200$ nF, è collegato in serie ad un generatore di tensione alternata $\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega t)$ con $\varepsilon_{\max} = 310$ V. Calcolare

a. La frequenza ν_R di risonanza del circuito e il valore massimo della corrente i_{\max} per $\nu = \nu_R$.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \nu_R = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$i_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{R} = 20,7 \text{ A}$$

b. La corrente i'_{\max} per $\nu = \nu_R/2$ e $\nu = 2 \nu_R$.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \Rightarrow i'_{\max} = 0,65 \text{ A}$$

$$i'_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{Z}$$

c. I corrispettivi valori di fase φ tra la tensione e la corrente, sempre per $\nu = \nu_R/2$ e $\nu = 2 \nu_R$.

$$a) \nu = \nu_R/2$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)}{R}$$

$$\Rightarrow \nu = 2 \nu_R$$

$$a) \varphi = +1,53 \text{ rad}$$

$$b) \varphi = -1,53 \text{ rad}$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

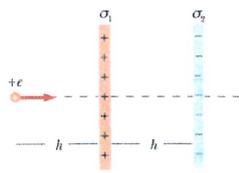


Fig. 1

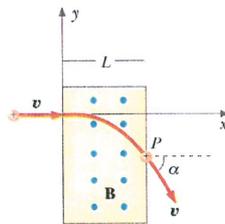


Fig. 2

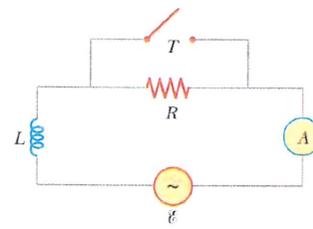


Fig. 3

1. Due piani indefiniti di carica con densità superficiale di carica rispettivamente $\sigma_1 = \sigma$ e $\sigma_2 = -3\sigma$, $\sigma = 1.77 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$ sono distanti $h = 4.0 \text{ cm}$.

a. Calcolare il campo elettrico \vec{E} nello spazio tra i due piani indefiniti e disegnare l'andamento del potenziale V in tutto lo spazio.

$$\vec{E}_2 = + \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \hat{i} \quad E_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

b. Un protone ($m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) in moto di avvicinamento verso i due piani (da sinistra, Fig. 1), a distanza h dal piano 1 ha un'energia cinetica $K_0 = 100 \text{ eV}$. Calcolare l'energia cinetica K_1 quando raggiunge il secondo piano.

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i} \quad K_1 = K_0 + E_1 h + E_2 h$$

$$K_1 = 340 \text{ eV} \quad K_1 = 5.45 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c. Calcolare la distanza h' cui il protone giunge una volta superato il secondo piano. (Nota: si consideri che il protone attraversi i due piani senza alcuna perdita di energia)

$$K_1 - E_3 h' = 0 \quad \vec{E}_3 = - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$$

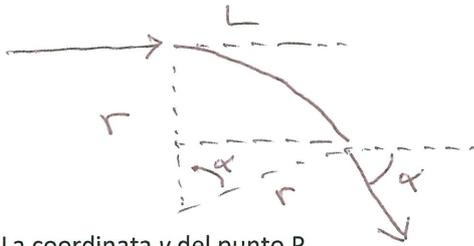
$$h' = \frac{K_1}{E_3} = 17 \text{ cm}$$

2. Un protone di energia cinetica $K_0 = 50 \text{ MeV}$ si muove lungo l'asse delle x (Fig.2) ed entra in un campo magnetico di intensità $B = 0,50 \text{ T}$ uscente dal piano xy che si estende nella zona di piano delimitata da $x = 0.0$ a $x = L = 1.0 \text{ m}$. Calcolare all'uscita del protone dal magnete:

a. Il modulo della velocità v con cui il protone esce;

$$K_0 = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad v_p = \sqrt{\frac{2 K_0}{m_p}} = 9,78 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

b. L'angolo α che la velocità del protone forma con l'asse delle x .



$$r = \frac{p}{eB} \quad p = m_p v_p$$

$$\sin \alpha = \frac{L}{r} \quad \alpha = 29,3^\circ$$

c. La coordinata y del punto P.

$$y = -r(1 - \cos \alpha) \quad y = -0,261 \text{ m}$$

3. Nel circuito in figura 3 il generatore fornisce una tensione $\mathcal{E}_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ alla frequenza $\nu = 50 \text{ Hz}$. Con l'interruttore aperto l'amperometro A misura una corrente efficace $i_{\text{eff}} = 6,22 \text{ A}$. Con l'interruttore chiuso la corrente efficace diviene $i_{2\text{eff}} = 7.78 \text{ A}$. Calcolare:

a. L'induttanza L .

$$\omega = 2\pi \nu$$

$$i_{2\text{eff}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}}{\omega L} \quad \omega L = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}}{i_{2\text{eff}}} \quad L = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

b. La resistenza R .

$$i_{\text{eff}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}}{Z} \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad R = 21,3 \Omega$$

$$R = \sqrt{Z^2 - \omega^2 L^2}$$

c. La potenza media P_m dissipata a interruttore aperto.

$$P_m = R (i_{\text{eff}})^2 = 824 \text{ W}$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

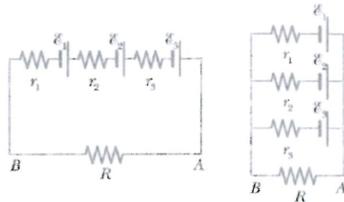


Fig. 1

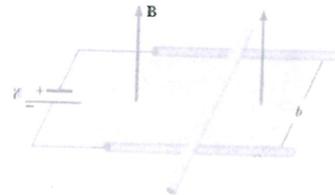


Fig. 2

1. Un condensatore piano, con armature di area $A = 400 \text{ cm}^2$ e distanti $d = 0.50 \text{ cm}$, viene caricato alla differenza di potenziale tra le armature $V = 50 \text{ V}$ e quindi isolato. Di seguito il condensatore viene prima riempito completamente di un dielettrico con $\kappa = 3.5$ e di seguito le armature esterne dello stesso vengono allontanate finché la loro distanza diventa $d' = 2d$. In questa configurazione, calcolare:

a. Il campo elettrico E nella configurazione iniziale ed E' all'interno del condensatore nella configurazione finale (attenzione alle diverse zone dello stesso nella configurazione finale)

$$E = \frac{V}{d} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_1' = E_3' = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 1,0 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_2' = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} = 2,8 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

b. La differenza di potenziale V' tra le armature nella configurazione finale.

$$V' = E_1' \frac{d}{2} + E_2' d + E_3' \frac{d}{2} = 64 \text{ V}$$

c. Il lavoro W necessario per realizzare la configurazione finale.

$$Q = 6 \text{ A}$$

$$U_e = \frac{1}{2} QV = 8,85 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$U_e' = \frac{1}{2} QV' = 1,14 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$W = U_e' - U_e = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

2. Tre batterie aventi la stessa f.e.m. $\mathcal{E} = 6.0 \text{ V}$ e la stessa resistenza interna $r_i = 1.0 \Omega$ possono essere collegate tutte in serie o in parallelo ai capi di un resistore $R = 6.0 \Omega$. Calcolare nei due casi

a. La corrente i che circola attraverso il resistore R ;

$$i = \frac{3\mathcal{E}}{(3r_i + R)} = 2,0 \text{ A}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{\left(\frac{r_i}{3} + R\right)} = 0,95 \text{ A}$$

b. La potenza complessiva P_{gen} erogata dai generatori e la potenza P_R trasferita sulla resistenza esterna R :

$$P_{\text{gen}} = 3\mathcal{E}i = 36 \text{ W}$$

$$P_{\text{gen}} = \mathcal{E}i = 5,7 \text{ W}$$

$$P_R = Ri^2 = 24 \text{ W}$$

$$P_R = Ri^2 = 5,4 \text{ W}$$

c. La corrente che circola nei diversi tratti in cui compaiono le resistenze interne;

$$i_i = i = 2 \text{ A}$$

$$i_i = \frac{i}{3} = 0,32 \text{ A}$$

3. Una sbarretta conduttrice di massa $m = 20 \text{ g}$ è appoggiata su due rotaie distanti $b = 20 \text{ cm}$ collegate ad un generatore di f.e.m. $\mathcal{E} = 1.0 \text{ V}$. Il circuito che si forma ha una resistenza $R = 0.50 \Omega$ ed è immerso in un campo magnetico $B = 0.50 \text{ T}$ uniforme e ortogonale al piano delle rotaie. All'istante $t_0 = 0,0 \text{ s}$ in cui comincia a circolare corrente la sbarretta è ferma. A regime la sbarretta si muove con velocità v_1 . Calcolare:

a. L'intensità della corrente i_0 all'istante t_0 e a regime, i_1 , per $t \rightarrow \infty$

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = 2,0 \text{ A}$$

$$F = iBb = 0$$

$$i = 0$$

b. La velocità di regime v_1 ;

$$v_1 = \frac{\mathcal{E}}{Bb} = 10 \text{ m/s}$$

c. L'energia cinetica K_1 della sbarretta a regime.

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = 1,0 \text{ J}$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

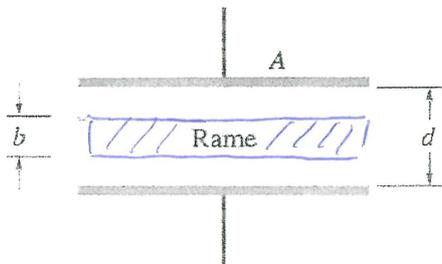


Fig. 1

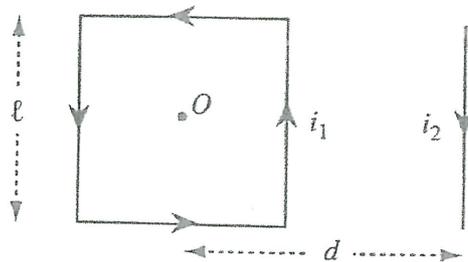


Fig. 2

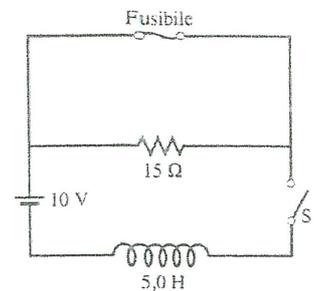


Fig. 3

1. In un condensatore piano, con armature di area $A = 200 \text{ cm}^2$ e distanti $d = 0.80 \text{ cm}$ viene inserita una lastra di rame di spessore $b = 0.20 \text{ cm}$ (Fig.1). Calcolare:

a. La capacità del condensatore C_{fin} dopo aver introdotto la lastra:

$$\Delta V = \frac{E}{\epsilon_0} (d-b) \quad C_{\text{fin}} = \frac{\epsilon_0 A}{(d-b)} = 29.5 \text{ pF}$$

$A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2, d = 8 \times 10^{-3} \text{ m}, b = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$Q = \epsilon_0 A E$$

$$C_i = \epsilon_0 A / d = 22.1 \text{ pF}$$

b. Mantenendo costante la carica $Q = 1.20 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ sui piatti, calcolare il rapporto tra l'energia immagazzinata nel condensatore prima e dopo l'inserimento della piastra di rame.

$$U_i = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 A d$$

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{d}{(d-b)} = 1.33$$

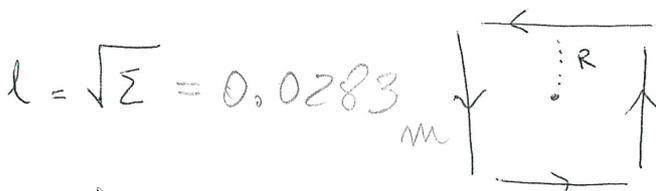
$$U_f = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 A (d-b)$$

c. Il lavoro W necessario per inserire la lastra.

$$= 8.47 \times 10^{-7} \text{ J}$$

$$W = - \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i} \right) = - \frac{\epsilon_0 E^2}{2} [A(d-b) - d] = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} A b$$

2. Si consideri una spira quadrata di area $\Sigma = 8.0 \text{ cm}^2$ posta su un piano orizzontale e percorsa da una corrente $i_1 = 3.0 \text{ A}$
 a. calcolare: Il modulo del campo magnetico B_0 al centro O della spira (si consiglia di calcolare il campo magnetico



$$R = \frac{l}{2}$$

$$a = \frac{l}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i l}{2} \cdot 4$$

$$2\pi \frac{l}{2} \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{e^2}{4}}$$

$$B = \frac{4 \mu_0 i}{2\pi l \sqrt{2/4}} = \frac{4 \mu_0 i}{\sqrt{2} \pi l} = \frac{2\sqrt{2} \mu_0 i}{\pi l}$$

generato da ogni lato della spira utilizzando l'espressione del modulo del campo magnetico B per un filo di lunghezza $2a$ a distanza R dal centro del filo ($B = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}}$)

$$\vec{B}_0 = \frac{2\sqrt{2} \mu_0 i_1}{\pi l} \hat{z} = 1.20 \times 10^{-4} \text{ T}$$

b. Si pone un filo rettilineo molto lungo sul medesimo piano orizzontale a distanza d dal centro della spira. Si osserva che se il filo è parallelo a uno dei lati della spira, il campo magnetico al centro della spira si annulla. Determinare la corrente i_2 che passa nel filo:

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2} \quad i_2 = \frac{2\pi d B_1}{\mu_0} = 60 \text{ A}$$

c. Calcolare la forza F che agisce sulla spira;

(6.75 x 10)

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi (d + \frac{l}{2})} - \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi (d - \frac{l}{2})} = \frac{2\mu_0 i_1 i_2}{\pi (1 - 4d^2/l^2)} = -2.94 \times 10^{-6} \text{ N}$$

3. L'elemento nel ramo superiore in figura 3 è un fusibile adatto a sostenere correnti fino a $i_{\max} = 3.0 \text{ A}$. Esso presenta una resistenza nulla finché la corrente che lo percorre rimane inferiore al valore massimo. Quando la corrente supera il valore $i_{\max} = 3.0 \text{ A}$ esso "brucia" e da allora in poi presenta una resistenza infinita. All'istante $t_0 = 0,0 \text{ s}$ si aziona l'interruttore S chiudendo il circuito. Determinare:

a. L'equazione differenziale del circuito in cui la resistenza del fusibile è nulla.

$$V_0 - L \frac{di}{dt} = 0$$

b. Individuare l'andamento temporale della corrente $i(t)$ fino all'istante t_1 in cui il fusibile si fonde e determinare il valore di t_1 ;

$$\int_0^i di' = \int_0^t \frac{V_0}{L} dt' \quad i(t) = \frac{V_0}{L} t$$

$$t_1 = \frac{i_{\max} L}{V_0} = 1.9 \text{ s}$$

c. Calcolare l'equazione differenziale del circuito dopo la fusione del fusibile e la sua costante di tempo τ .

$$V_0 - L \frac{di}{dt} = Ri$$

$$\tau = \frac{L}{R} = 0.33 \text{ s}$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

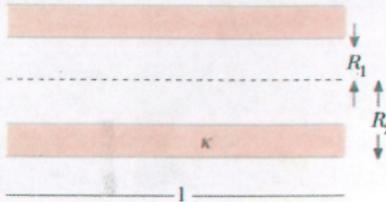


Fig. 1

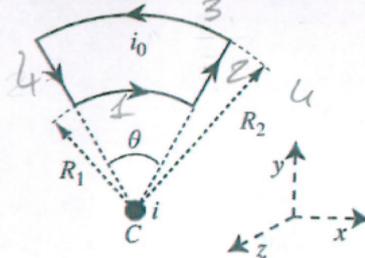


Fig. 2

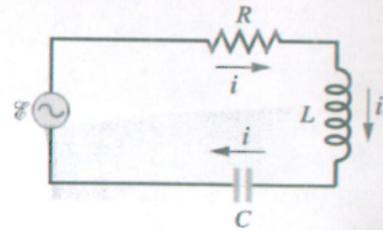


Fig. 3

1. Un condensatore cilindrico, con armature di raggio $R_1 = 5.0 \text{ mm}$ $R_2 = 10.0 \text{ mm}$ lunghe $l = 15.0 \text{ cm}$ (Fig.1) è completamente riempito di un materiale isolante avente costante dielettrica relativa $\kappa = 2.8$. Esso è stato caricato con una carica $q = 2.0 \text{ nC}$ (positiva nell'armatura interna). Calcolare:

a. La densità di carica σ_i sulle due armature.

$$\sigma_1 = \frac{q}{2\pi R_1 l} = 4.24 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$\sigma_2 = \frac{q}{2\pi R_2 l} = 2.12 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

b. La carica di polarizzazione q_p , che si forma sulla superficie del dielettrico a contatto con le armature e il campo elettrostatico all'interno del dielettrico (in funzione della distanza dal centro del cilindro).

$$\sigma_{1p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \sigma_1 = 2.72 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$\sigma_{2p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \sigma_2 = 1.36 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$q_p = \frac{\kappa - 1}{\kappa} q = 1.28 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$E = \frac{1}{\kappa} \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r l}$$

$$E_1 = 8571 \frac{\text{N}}{\text{C}}, E_2 = 4285 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

c. La differenza di potenziale ΔV tra le armature.

$$\Delta V = \frac{1}{\kappa} \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1} = -53.4 \text{ V}$$

2. Nel piano ortogonale ad un conduttore cilindrico indefinito C, percorso da una corrente $i = 100 \text{ A}$ (uscende dal piano nella Fig. 2), è posta una spira piana, percorsa dalla corrente $i_0 = 2.0 \text{ A}$ con la forma di un settore di corona circolare tra i raggi $R_1 = 2.0 \text{ cm}$ $R_2 = 4.0 \text{ cm}$ e che sottende un angolo $\theta = 60^\circ$ (Fig.2) . Determinare:

a. Il campo magnetico \vec{B} nel centro del conduttore C.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \hat{z} = -5,24 \times 10^{-6} \text{ T } \hat{z}$$

b. Il modulo delle forze F_i (con $i = 1, 4$) agenti su ciascuno dei quattro lati della spira, esercitata dal campo magnetico generato dal conduttore cilindrico.

$$F_1 = F_3 = 0, \quad F_2 = F_4 = \frac{\mu_0}{2\pi} i_0 l_0 \ln \frac{R_2}{R_1} = 2,77 \times 10^{-5} \text{ N}$$

c. Le direzioni di queste forze e il momento meccanico esercitato sulla spira (assumendo che le forze siano esercitate sul punto medio del rispettivo filo).

$$\vec{F}_4 = -\hat{z} |\vec{F}_4|, \quad \vec{F}_2 = \hat{z} |\vec{F}_2|, \quad \tau = \frac{R_1 + R_2}{2} \times F_4 \hat{y} = 8,32 \times 10^{-7} \text{ Nm}$$

3. Si consideri un circuito RLC come quello mostrato in figura 3, con $R = 5,0 \Omega$, $L = 60 \text{ mH}$, $\nu = 60 \text{ Hz}$, e $\varepsilon_m = 30 \text{ V}$. Si determini:

a. I valori della capacità C per la quale la potenza media dissipata nel resistore sia massima.

$$C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L} = 0,117 \text{ mF}$$

b. I valori della potenza dissipata massima, e di quella ottenuta con una capacità doppia.

$$Z = R, \quad \langle P \rangle = \frac{\varepsilon_m^2}{2R} = 30 \text{ W}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{4}} = 12,3 \Omega, \quad \langle P \rangle = \frac{\varepsilon_m^2 R}{2Z^2} = 14,9 \text{ W}$$

c. I corrispettivi sfasamenti.

$$Z = R, \quad \phi = 0$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{4}}, \quad \tan \phi = -\frac{\omega L}{2R}, \quad \phi = -66,1^\circ$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

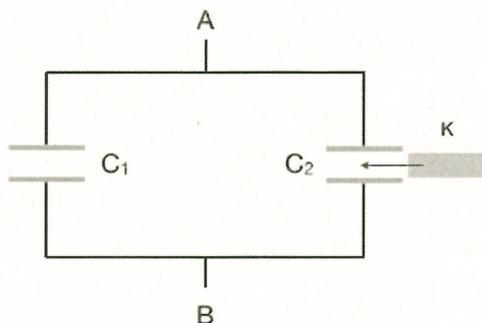


Fig. 1

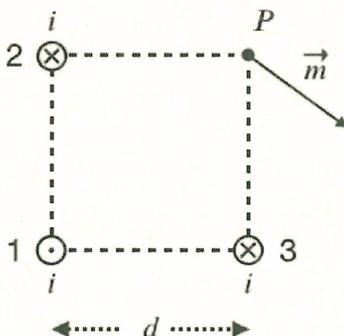


Fig. 2

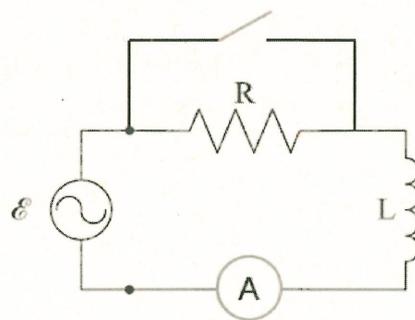


Fig. 3

1. Due condensatori, di capacità $C_1=250 \text{ pF}$ e $C_2=900 \text{ pF}$, collegati in parallelo, vengono caricati ad una differenza di potenziale di $V=200 \text{ V}$, e quindi isolati. Successivamente, viene inserito un dielettrico di costante $\kappa=80$ tra le armature del condensatore 1. Calcolare:

a. La variazione ΔV di potenziale tra le armature dei condensatori ottenuta inserendo il dielettrico.

$$V' = \frac{Q}{C_1 + \kappa C_2} = 3,18 \text{ V} \quad Q = CV = 230 \text{ nC}$$

b. La variazione Δq_1 delle cariche del condensatore 1 ottenuta inserendo il dielettrico.

$$\Delta Q_1 = C_1 (V' - V) = -49,2 \text{ nC}$$

c. Il lavoro necessario per inserire il dielettrico.

$$\Delta U = \frac{Q (V' - V)}{2} = -22,6 \mu\text{J}$$

2. Tre fili indefiniti e paralleli tra di loro, percorsi dalla stessa corrente di modulo $|i|=1.4$ A, sono disposti (vedi Fig. 2) su tre dei quattro vertici di un quadrato di lato $d=40$ cm. Il verso della corrente è uscente per il filo nel vertice 1 nella figura, entrante per gli altri due. Nel quarto vertice, il punto P della figura, è posta una piccola spira di momento magnetico di modulo $|m|=6.0 \mu\text{Am}^2$, allineato con il campo magnetico. Calcolare:

a. Il campo magnetico \vec{B} nel punto P.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} [\hat{i} - \hat{j}] \quad |\vec{B}| = 4,95 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

b. L'energia potenziale associata alla spira.

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -2,97 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

c. Il valore della corrente che dovrebbe percorrere il filo nel vertice 1, lasciando invariate le altre correnti, per annullare il campo magnetico nel punto P.

$$i_1' = 2i_1 = 2,8 \text{ A}$$

3. Nel un circuito RL a corrente alternata in Figura 3, il generatore fornisce una tensione $\mathcal{E}_{\text{eff}} = 220$ V alla frequenza di $\nu = 50$ Hz. Con l'interruttore aperto l'amperometro A misura una corrente efficace $i_{1\text{eff}} = 6.22$ A. Con l'interruttore chiuso $i_{2\text{eff}} = 7.78$ A. Calcolare:

a. L'induttanza L.

$$L = \frac{\mathcal{E}_{\text{eff}}}{2\pi\nu i_{2\text{eff}}} = 90 \text{ mH}$$

b. La resistenza R.

$$R = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{i_{\text{eff}}^2} - \omega^2 L^2} = 21,3 \Omega$$

c. La potenza media P_m dissipata nei due casi.

$$P_{\text{eff}} = R i_{\text{eff}}^2 = 824 \text{ W} \quad (\text{aperto})$$

$$P_{\text{eff}} = 0 \quad (\text{chiuso})$$

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

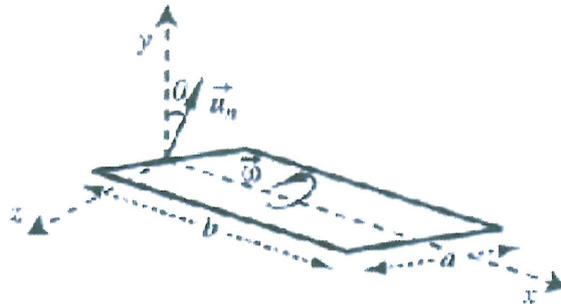


Fig. 1

1. Due piani infiniti e paralleli, di materiale isolante, posti a distanza $d = 10$ cm, sono caricati con densità superficiale uniforme $\sigma_1 = \sigma$ (positiva, a sinistra) e $\sigma_2 = -3\sigma$ (a destra). A metà tra i due piani poniamo un dipolo elettrico \vec{p} orientato parallelo ai piani, con modulo $p = 3 \times 10^{-15}$ Cm. Misuriamo che il lavoro fatto dal campo elettrico per portare il dipolo in posizione di equilibrio è $W = 5 \times 10^{-12}$ J. Supponendo che l'asse x sia perpendicolare ai due piani:

a. Calcolare il valore del campo elettrico tra i due piani e la direzione di equilibrio del dipolo elettrico.

$$\vec{E} = \frac{W}{p} \hat{u} = 1.67 \frac{\text{KV}}{\text{m}}, \quad \vec{p} = p \hat{u}$$

b. Ricavare le due densità superficiali di carica σ_1 e σ_2 .

$$\vec{E} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0}, \quad \sigma = \frac{\epsilon_0}{2} E = \frac{\epsilon_0 W}{2p} = 7.38 \text{ nC/m}^2$$

$\sigma_1 = \sigma$
 $\sigma_2 = -3\sigma = 22.11$

c. Una carica $q = -800$ nC viene emessa dal piano caricato positivamente, con energia cinetica $K = 3 \times 10^{-8}$ J. Determinare il punto più lontano a cui arriva la carica: toccherà il piano di destra?

$$x = -\frac{K}{qE} = 2.25 \times 10^{-5} \text{ m} \quad \text{NO}$$

2. Una spira rettangolare di lato $a = 10 \text{ cm}$ e $b = 20 \text{ cm}$, è impernata in modo da ruotare attorno all'asse x come mostrato nella figura 1. La spira è immersa in un campo magnetico, allineato con l'asse y , variabile lungo la componente x come $\vec{B} = \alpha x \hat{j}$, con $\alpha = 0.03 \text{ T m}^{-1}$. La spira ha una resistenza $R = 3 \Omega$ e ruota con velocità angolare $\omega = 25 \text{ rad s}^{-1}$. Indicando con $\theta = \omega t$ l'angolo tra la normale al piano della spira e l'asse y , calcolare:

a. Il valore del flusso del campo magnetico $\Phi(\theta)$ in funzione dell'angolo θ e il suo valore per $\theta = 0$.

$$\Phi(\theta) = \frac{\alpha a b^2}{2} \cos \theta, \quad \Phi(0) = \frac{\alpha a b^2}{2} = 6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

b. Il massimo valore della corrente indotta i che circola nella spira.

$$\mathcal{E} = -\frac{\alpha a b^2 \omega}{2} \sin \theta, \quad i = \frac{\alpha a b^2 \omega}{2R} \sin \theta = 0.5 \text{ mA} \times \sin \theta$$

c. Il massimo momento meccanico che la spira subisce.

$$M_{\text{max}} = i_{\text{max}} \frac{\alpha a b^2}{2} = \frac{\alpha^2 a^2 b^4}{4R} = 3 \times 10^{-8} \text{ Nm}$$

3. Consideriamo un circuito RLC in serie a corrente alternata, dove induttore e condensatore sono posizionati vicini. Si ha che $R = 50 \Omega$, $L = 150 \text{ mH}$, $C = 4 \mu\text{F}$, $\mathcal{E}_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ e la frequenza $\nu = 50 \text{ Hz}$.

a. Calcolare la corrente i_{eff} nel circuito.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 796 \Omega \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = 750 \Omega$$

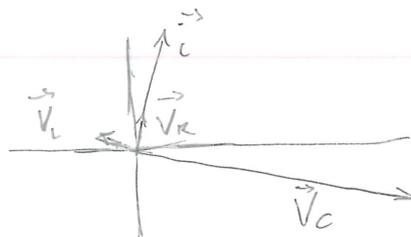
$$X_L = \omega L = 47.1 \Omega \quad i_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C} - \omega L)^2}} = 0.29 \text{ A}$$

b. Calcolare la differenza di potenziale ai capi dei tre elementi del circuito (R, L e C) e illustrare il loro sfasamento con il metodo dei fasori.

$$V_R = i_{\text{eff}} R = 14.5 \text{ V}$$

$$V_L = i_{\text{eff}} X_L = 13.7 \text{ V}$$

$$V_C = i_{\text{eff}} X_C = 230.8 \text{ V}$$



c. Calcolare la differenza di potenziale ai capi della serie LC e lo sfasamento con la corrente.

$$V_{LC} = |X_C - X_L| i_{\text{eff}} = 217.2 \text{ V} \quad 90^\circ \text{ anticipo}$$