

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, poi il corrispondente risultato numerico, con corretto numero di cifre significative e unità di misura.

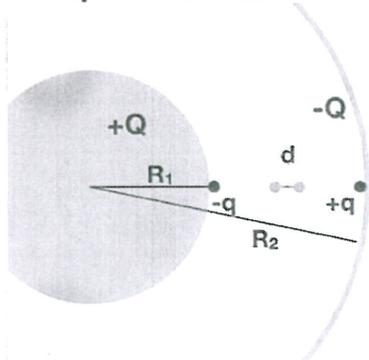


Fig. 1

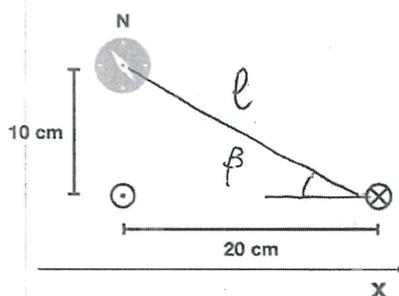


Fig. 2

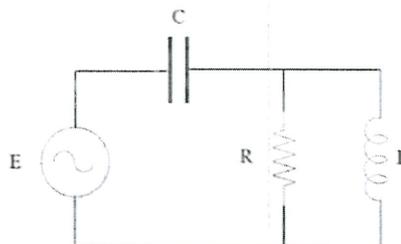


Fig.3

1. Una sfera metallica di raggio $R_1=9.7$ cm è circondata da uno strato metallico sferico e concentrico, di raggio interno $R_2=22.1$ cm (Fig. 1). Entrambi i conduttori sono caricati rispettivamente a $+Q$ e $-Q$, con $Q=1.24$ μC . Su di esse poggiano (allineate lungo una retta radiale) due sferette isolanti, di massa $m=1.00$ g e raggio trascurabile, caricate rispettivamente a $-q$ e $+q$, con $q=7.42$ nC.

a. Trascurando le sferette, calcolare il campo elettrico in ogni punto tra le due armature, specificando il suo valore numerico a R_1 .

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E}(R_1) = 1.18 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} \hat{r}$$

b. Le sferette vengono avvicinate fino a distanza $d=4$ mm seguendo un cammino radiale di uguale lunghezza per entrambe, poi collegate tra loro con un bastoncino rigido e isolante a formare un dipolo, e ruotate in modo che il bastoncino stia sulla superficie equipotenziale. Quanta energia serve per raggiungere questa configurazione? (Chiamate r_- ed r_+ le posizioni delle due cariche come nella Fig. 1, r_m la posizione del centro di massa.)

$$W = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r_-} \right) + \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{d}{r_m^2} \right] = 4.77 \times 10^{-6} \text{ J}$$

c. Il dipolo viene lasciato libero e si allinea velocemente col campo elettrico. Approssimando la forza risultante come costante, quanto tempo ci mette il dipolo a toccare una delle due pareti? quale?

$$t = \sqrt{\frac{2m}{qQ} \frac{4\pi\epsilon_0 (r_- - R_1)}{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right)}} = 0.866 \text{ s}$$

2. Per misurare il campo magnetico terrestre (ipotizzandolo orizzontale) avviciniamo una bussola ad un filo molto lungo, verticale (Fig. 2), in cui scorre una corrente (verso l'alto) di 11.4 A. Il filo rimane in direzione sud. A 10.0 cm dal filo l'ago della bussola ha deviato di 29.6 gradi rispetto al nord.

a. Quanto vale il campo magnetico terrestre \vec{B}_T ? Definire il piano orizzontale xy come in figura.

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \frac{1}{\tan \alpha} \hat{j} = 4.04 \times 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$$

b. In questo calcolo abbiamo trascurato il filo che chiude il circuito, posto a 20 cm in direzione est, in cui la corrente scorre in discesa; calcolare il campo magnetico esercitato dai due fili sulla bussola.

$$\beta = \tan^{-1}(10 \text{ cm} / 20 \text{ cm}) = 26.6^\circ, \quad \rho = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 \text{ cm}$$

$$\vec{B}_F = \frac{\mu_0 I}{2\pi(10 \text{ cm})} (-\hat{i}) + \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} (\hat{i} \sin \beta + \hat{j} \cos \beta) = (-1.77 \hat{i} + 1.02 \hat{j}) \times 10^{-5} \text{ T}$$

c. Ricalcolare il campo magnetico terrestre \vec{B}_T tenendo presente anche il secondo filo.

$$|B_T| = \frac{|B_{Fx}|}{\tan \alpha} - |B_{Fy}| = 2.10 \times 10^{-5} \text{ T}$$

3. Si consideri un circuito RLC come quello mostrato in figura 3, con $R = 25.4 \Omega$, $L = 6.24 \text{ mH}$, $C = 1.29 \mu\text{F}$, $\nu = 60.2 \text{ Hz}$, e $E_{\text{eff}} = 31.2 \text{ V}$.

a. Calcolarne l'impedenza.

$$Z_{\text{eq}} = \frac{-j}{\omega C} + \frac{R + j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{R^2 \omega^2 LC - R^2 - \omega^2 L^2}{\omega C (R^2 + \omega^2 L^2)}$$

b. Calcolarne la fase.

$$\phi = \arctan \frac{\text{Im}(Z_{\text{eq}})}{\text{Re}(Z_{\text{eq}})} = -83.9^\circ$$

c. Calcolarne il fattore di potenza.

$$\cos \phi = \frac{\text{Re}(Z_{\text{eq}})}{|Z_{\text{eq}}|} = 4 \times 10^{-4}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

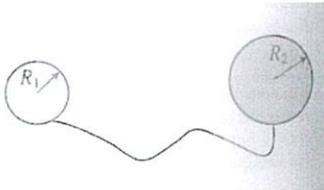


Fig. 1

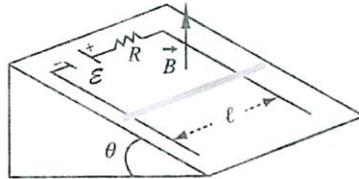


Fig. 2

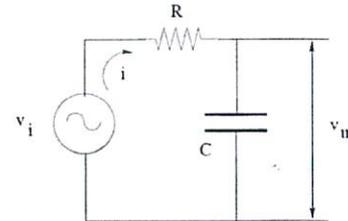


Fig. 3

1. Due conduttori sferici di raggi $R_1 = 5.0 \text{ mm}$ $R_2 = 10.0 \text{ mm}$ posti a grande distanza tra loro, sono stati caricati rispettivamente con una carica $q_1 = 2.0 \text{ nC}$ e $q_2 = 3.0 \text{ nC}$. I due conduttori vengono poi collegati elettricamente con un filo conduttore di capacità trascurabile (Fig.1). Calcolare:

a. Le cariche q'_1 e q'_2 presenti rispettivamente sulle due sfere dopo il collegamento.

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$$

$$q'_1 = \frac{R_1(q_1 + q_2)}{(R_1 + R_2)} = 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q'_2 = \frac{R_2(q_1 + q_2)}{(R_1 + R_2)} = 3,33 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

b. Calcolare il potenziale elettrostatico V_1 e V_2 delle due sfere prima del collegamento e V'_1 e V'_2 dopo il collegamento elettrostatico.

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V'_1 = V'_2 = \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c. L'energia elettrostatica dissipata ΔU dal sistema a causa del trasferimento delle cariche.

$$U_{i,1} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$U_{i,2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\Delta U = -1,5 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$U_f = \frac{(q_1 + q_2)^2}{8\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2. Su un piano inclinato di $\theta = 20^\circ$ è fissato un circuito composto da un generatore di forza elettromotrice $\epsilon = 12 \text{ V}$ ed una resistenza $R = 20 \Omega$ (Fig.2). Il resto del circuito è formato da due binari paralleli distanti $\ell = 50 \text{ cm}$ e una sbarretta conduttrice che scorre lungo i binari mantenendosi sempre normale ad essi. Il circuito è immerso in

un campo magnetico costante ed uniforme di intensità $B = 440 \text{ mT}$ diretto lungo la verticale. Sapendo che la sbarretta scende con velocità costante, sotto l'effetto della gravità, e che nel circuito circola la corrente $i = 0.62 \text{ A}$, determinare:

a. la forza elettromotrice \mathcal{E}_i indotta nel circuito

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = Ri$$

$$\mathcal{E}_i = Ri - \mathcal{E} = 0,4 \text{ V}$$

b. la velocità v con cui scende la sbarretta mobile.

$$\mathcal{E}_i = Bl \cos \theta v$$

$$v = \frac{\mathcal{E}_i}{Bl \cos \theta} = 1,93 \text{ m/s}$$

c. La massa della sbarretta mobile.

$$i l B \cos \theta - mg \sin \theta = 0$$

$$m = \frac{i l B}{g \tan \theta} = 0,038 \text{ kg}$$

3. Si consideri un circuito RC in corrente alternata disposto come in figura 3, con $R = 10.0 \Omega$, $C = 100 \text{ pF}$.

a. Calcolare l'espressione dell'impedenza equivalente del circuito $Z(\omega)$. Calcolarne il modulo per una frequenza $\nu = 30 \text{ Hz}$.

$$Z(\omega) = R - \frac{i}{\omega C} \quad Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \quad Z = 5,3 \cdot 10^{-4} \Omega$$

b. Calcolare l'espressione della tensione e della fase ai capi del condensatore $V_u(\omega)$.

$$V_u = \frac{V_i}{R - \frac{i}{\omega C}} \cdot \left(-\frac{i}{\omega C} \right) = \frac{V_i (1 - i\omega\tau)}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad \tau = RC$$

$$\arg \phi_u = -\omega \tau$$

c. Calcolare la funzione di trasferimento $G(\omega)$ definita come il rapporto tra la tensione in uscita $V_u(\omega)$ ai capi del condensatore e quella in ingresso $V_i(\omega)$. Si calcoli il valore di pulsazione ω per cui il quadrato del modulo della funzione di trasferimento è pari a $\frac{1}{2}$.

$$\left| \frac{V_u}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

$$G(\omega) = \frac{1 - i\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

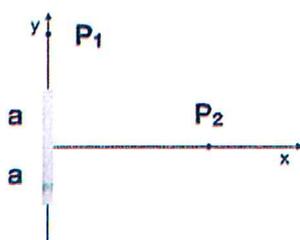


Fig. 1.

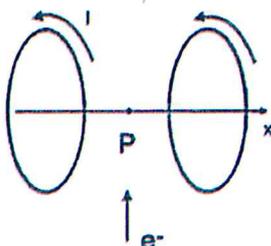


Fig. 2.

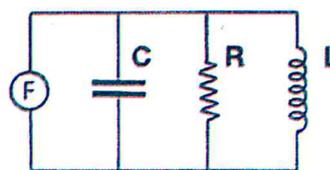


Fig. 3

1. Una sottile sbarra di lunghezza $2a$ (Fig. 1), con $a=10$ cm, e' posta lungo l'asse y , del piano xy , con il centro sull'origine degli assi. La sbarra e' caricata con una densita' di carica $\lambda = 31.6$ nC/m.

a. Calcolare il valore del campo elettrico \vec{E} nel punto P_1 di coordinate $(0,2a)$.

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3a} \hat{j} = 1830 \frac{V}{m} \hat{j}$$

b. Calcolare il valore del potenziale V in un generico punto P_2 sulle ascisse, di coordinate $(x,0)$.

(Suggerimento: $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+b^2}} = \ln \left| t + \sqrt{t^2+b^2} \right|$). Riportare solo la formula.

$$V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{a + \sqrt{x^2+a^2}}{x} \right| = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2+x^2}}{-a + \sqrt{a^2+x^2}} \right|$$

c. Per $x=2a$, che lavoro bisogna fare per portare una carica $q=4.22$ μ C dal punto P_1 al punto P_2 ?

$$V_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln(3) = 284 \text{ V}$$

$$V_2(x=2a) = 68.2 \text{ V}$$

$$W = + (V_1 - V_2) q = -0.81 \text{ mJ}$$

2. Un elettrone ($m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C) viene sparato tra due "bobine di Helmholtz" (Fig. 2), due bobine coassiali di $N=30$ spire l'una, di raggio $R=2.21$ cm, separate da una distanza $2R$ ed attraversate, nello stesso senso come in figura, da una corrente $I=0.34$ A. La velocità dell'elettrone è di 4.12×10^7 m/s.

a. Calcolare il campo magnetico \vec{B} nel punto P a metà tra i centri delle due bobine.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \pi \sqrt{2} \frac{NI}{R} \hat{i} = 2.05 \times 10^{-4} \text{ T } \hat{i}$$

b. Supponendo che il campo magnetico sia uniforme nel cilindro che ha le due bobine come basi, e nullo al di fuori, calcolate la forza \vec{F} esercitata sull'elettrone da \vec{B} , e il tempo δt per il quale dura questa forza (supponendo la traiettoria imperturbata).

$$\vec{F} = qBv \hat{k} = 1.35 \times 10^{-15} \text{ N } \hat{k}$$

$$\delta t = \frac{2R}{v} = 1.07 \times 10^{-8} \text{ s}$$

c. Eguagliando l'impulso $\vec{F} \delta t$ con la variazione di quantità di moto, calcolare l'angolo di deflessione dell'elettrone.

$$\delta p = \frac{2qBR}{m} = 1.58 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$\theta \approx \frac{\delta p}{v} = 0.038 \text{ rad} = 2.2^\circ$$

3. Si consideri il circuito RLC in parallelo in corrente alternata disposto come in Fig. 3, con $R = 100.0 \Omega$, $C = 1.00 \mu\text{F}$ e $L = 0.10$ H, alimentato da una tensione $F = F_0 \cos \omega t$.

a. Calcolare l'espressione dell'impedenza equivalente del circuito $Z(\omega)$. Calcolarne il modulo per una frequenza $\nu = 50$ Hz.

$$Z = R \frac{1 + jR(\omega C - \frac{1}{\omega L})}{1 + R^2(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}, \quad |Z| = 30.3 \Omega$$

b. Calcolare l'espressione complessa della corrente $I_L(\omega)$ che percorre l'induttanza.

$$I_L = \frac{1}{2} \frac{F_0 (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})}{j\omega L}$$

c. Determinare la frequenza ν_1 per cui il fattore di potenza è massimo.

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} = 503 \text{ Hz}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

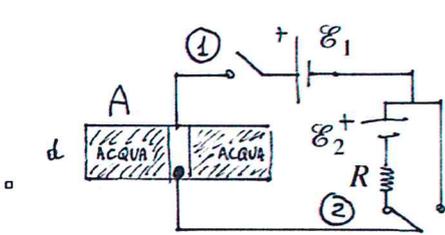


Fig. 1.

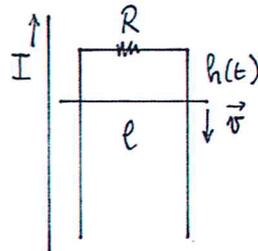


Fig. 2.

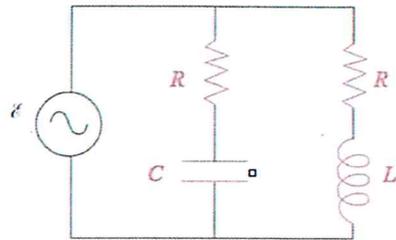


Fig. 3

1. Un condensatore (inizialmente scarico) e' composto da due lamine conduttrici (poste orizzontali) di area $A=8.24 \text{ m}^2$, a distanza $d=1.8 \text{ cm}$; lo spazio tra le lamine e' riempito d'acqua (costante dielettrica relativa $\kappa=80$). Al suo centro troviamo un piccolo cilindro a tenuta stagna che contiene una sferetta isolante di massa $m=8 \text{ g}$ e carica $q=-6.5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Questo condensatore e' inserito nel circuito come in Figura 1, dove $\mathcal{E}_1=200 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2=20 \text{ V}$ e $R=12 \text{ M}\Omega$. Al tempo $t=0$ chiudiamo il circuito (interruttore 1).

a. Calcolare Il tempo necessario per caricare il condensatore.

$$C = \epsilon_0 \frac{\kappa A}{d} = 3.4 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$\tau = RC = 3.89 \text{ s}$$

b. Calcolare la forza del campo elettrico sulla pallina a condensatore completamente carico. Dove ci aspettiamo di trovare la pallina?

$$F_e = q(V_1 + V_2)/d = 7.94 \times 10^{-2} \text{ F verso l'alto}$$

$$F_p = mg = 7.84 \times 10^{-2} \text{ F verso il basso} < F_e$$

c. A condensatore completamente carico agiamo sull'interruttore 2, escludendo quindi una delle due batterie e la resistenza. Dopo quanto tempo e a che velocita' la pallina tocchera' la piastra inferiore?

$$a = g - \frac{V_1}{d} \frac{q}{m} = 0.72 \text{ m s}^{-2} \text{ verso il basso}$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 0.21 \text{ s}, \quad v = \sqrt{2gd - \frac{V_1 q}{m}} = 0.63 \text{ m s}^{-1}$$

2. La spira rettangolare di Figura 2, di lati $l=30\text{cm}$ ed h , e' vicina ad un filo verticale su cui scorre (verso l'alto) una corrente di $I=150\text{ A}$. I lati di lunghezza h sono allineati con il filo e il piu' vicino dista da esso $d=2\text{cm}$. Questi sono costituiti da binari conduttori di lunghezza superiore al metro, su cui scorre il quarto lato della spira. Il lato verticale avra' lunghezza $h(t)$, con $h(0)=4\text{ cm}$. Nella spira troviamo una resistenza $R=1.2\text{ m}\Omega$. Al tempo $t=0$ il lato libero della spira viene tirato in modo da ottenere una velocita' $v=42\text{ m/s}$.

a. Calcolare il campo magnetico generato dal filo in ogni punto dello spazio, e il suo flusso sulla bobina a $t=0$.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad , \quad \phi = -h(0) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} =$$

$$= -3.32 \mu\text{Wb}$$

b. Calcolare la corrente che scorre nella bobina.

$$i = \frac{v}{R} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} = 2.91\text{ A}$$

c. Che peso dovremmo applicare al lato libero della spira per farlo scorrere a quella velocita'? bastera' il peso del conduttore stesso?

$$F = \frac{v}{R} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} \right)^2 = 2.62 \times 10^{-4}\text{ N}$$

$$F = mg \Rightarrow m = 2.67 \times 10^{-5}\text{ kg}$$

3. Nel circuito di Figura 3 e' applicata una f.e.m $\varepsilon \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$, con $\mathcal{E}_0 = 10\text{ V}$ e $\omega = 500\text{ rad/s}$. Assumendo $R = 8.0\ \Omega$, $C = 100\ \mu\text{F}$ e $L = 1.6 \cdot 10^{-2}\text{ H}$, calcolare:

a. Il valore della corrente che circola nei singoli rami (tenendo conto dell'opportuna fase rispetto alla f.e.m.)

$$RC: \quad I_{rc} = \frac{\mathcal{E}_0 e^{i\omega t}}{R - i\omega C} = 0.664 e^{i(\omega t + 68.2^\circ)}\text{ A}$$

$$RL: \quad I_{rl} = \frac{\mathcal{E}_0 e^{i\omega t}}{R + i\omega L} = 0.884 e^{i(\omega t - 45^\circ)}\text{ A}$$

b. L'impedenza totale del circuito Z e il valore della corrente totale (tenendo conto dell'opportuna fase rispetto alla f.e.m.)

$$Z = \frac{(R - \frac{i}{\omega C})(R + i\omega L)}{2R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = 12.2 e^{i13.7^\circ}\ \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{Z} = 0.821 e^{i(\omega t - 13.7^\circ)}\text{ A}$$

c. Il valore della frequenza ω_1 per cui l'impedenza assume un valore reale e calcolarne il valore Z_1 .

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 791\text{ Hz} \quad , \quad Z = \frac{1}{2} \left(R + \frac{L}{RC} \right) = 14.0\ \Omega$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

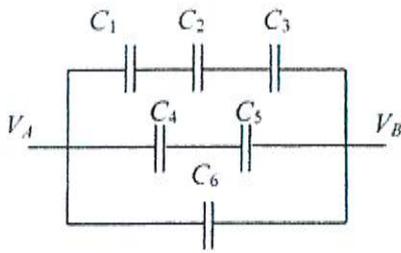


Fig. 1

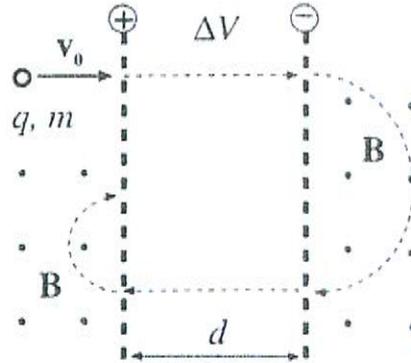


Fig. 2

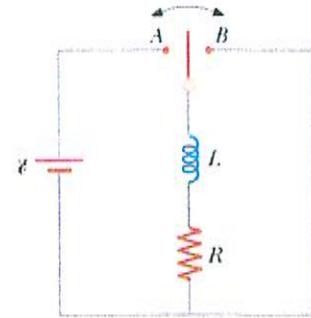


Fig. 3

1. In un sistema di condensatori (Fig.1.) si hanno $C_1=1.0\mu\text{F}$, $C_2=3.0\mu\text{F}$, $C_3=6.0\mu\text{F}$, $C_4=2.4\mu\text{F}$, $C_5=1.0\mu\text{F}$, $C_6=2.0\mu\text{F}$. Il sistema è posto ad una differenza di potenziale $V_A - V_B = 12 \text{ V}$.

a. Determinare la capacità equivalente del sistema di condensatori.

$$\frac{1}{C_{eq,123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \frac{1}{C_{eq,45}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} \quad C_{eq} = C_{eq,123} + C_{eq,45} + C_6 = 3,37 \mu\text{F}$$

b. Determinare l'energia elettrostatica totale e quella immagazzinata in ciascun condensatore.

$$U_{tot} = \frac{1}{2} C_{eq} (V_A - V_B)^2 = 2,43 \cdot 10^{-4} \text{ J} \quad U_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ J} \quad U_2 = \frac{q_3^2}{2C_3} = 5,33 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$U_6 = \frac{1}{2} C_6 (V_A - V_B)^2 = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ J} \quad U_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = 1,07 \cdot 10^{-5} \text{ J} \quad U_4 = \frac{q_4^2}{2C_4} = 1,49 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

c. Determinare le cariche depositate sulle armature di ciascun condensatore.

$$q_1 = q_2 = q_3 = C_{eq,123} (V_A - V_B) = 8,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad U_5 = \frac{q_5^2}{2C_5} = 3,59 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$q_4 = q_5 = C_{eq,45} (V_A - V_B) = 8,47 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_6 = C_6 (V_A - V_B) = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

2. Fra due lastre metalliche distanti d è applicata una differenza di potenziale $\Delta V = 10 \text{ kV}$. Esternamente alle griglie è presente un campo magnetico B uniforme e diretto parallelamente alle lastre medesime (Fig.2). Una

particella di carica $10e$ e con massa $20 m_p$ viene lanciata con velocità iniziale v_0 perpendicolare alle lastre all'interno del condensatore. (si ricordi che $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

a. Si calcoli la velocità v_1 con cui la particella arriva nella regione a destra del condensatore.

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + q \Delta V \quad v_1^2 = v_0^2 + \frac{2q \Delta V}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = 1,79 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b. Si calcolino i raggi di curvatura R_1 e R_2 della traiettoria della particella nei due campi magnetici.

$$R_1 = \frac{m v_1}{q B} = 1,87 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{m v_0}{q B} = 1,57 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

c. Si determini la distanza x del punto di arrivo della particella dopo la seconda semicirconferenza rispetto al punto di ingresso nel condensatore.

$$x = 2(R_1 - R_2) = 6,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

3. Nel circuito di figura 3 $\epsilon = 6.0 \text{ V}$, $R = 5.0 \Omega$ e $L = 150 \text{ mH}$. All'istante $t = 0$, il tasto T viene commutato nella posizione A.

a. Calcolare la corrente i che circola nel circuito all'istante $t = 45 \text{ ms}$ e all'istante $t' = 5 \text{ s}$.

$$\tau = \frac{L}{R} \quad i_{\max} = \frac{\epsilon}{R} = 1,2 \text{ A} \quad i(t=45 \text{ ms}) = 0,93 \text{ A}$$

$$i(t) = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad i(t'=5 \text{ s}) = 1,2 \text{ A}$$

b. Dopo un lungo periodo l'interruttore viene commutato nella posizione B. Calcolare dopo quanto tempo t^* la corrente nel circuito vale $i^* = 150 \text{ mA}$.

$$i^* = i_{\max} e^{-t^*/\tau} \quad t^* = -\tau \ln\left(\frac{i^*}{i_{\max}}\right) = 6,24 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$e^{-t^*/\tau} = \frac{i^*}{i_{\max}}$$

c. L'energia dissipata nella resistenza nel medesimo intervallo di tempo t^* .

$$W_R = \frac{1}{2} L i_{\max}^2 - \frac{1}{2} L i^{*2} = 0,106 \text{ J}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

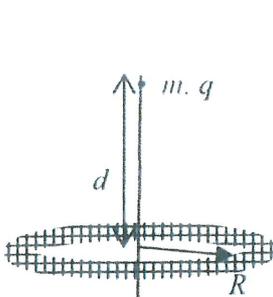


Fig. 1

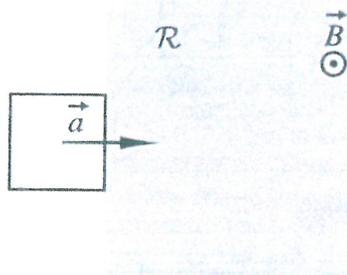


Fig. 2

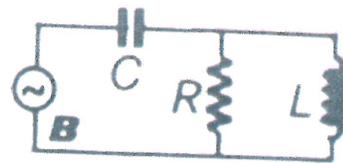


Fig.3

1. Si consideri un anello uniformemente carico con $Q = 10^{-7}$ C e raggio $R = 5.0$ cm (Fig.1). Calcolare

a. Il campo elettrico a distanza $d = 2.0$ cm dal asse dell'anello.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda ds \hat{r}}{r^2}$$

$$E_y = \cos\theta E$$

$$\cos\theta = \frac{d}{r}$$

$$r = \sqrt{d^2 + R^2}$$

$$E_y = \frac{Qd}{4\pi\epsilon_0 (d^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E_y = 1.15 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$$

b. Nel medesimo punto d viene posta una particella di carica $q = 5.0 \cdot 10^{-9}$ C. Calcolare l'energia potenziale elettrica della carica q.

$$U(d) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{d^2 + R^2}} = 8.35 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

c. Sapendo che la carica q con massa m è in equilibrio nel punto d, calcolare la massa m della particella.

$$m = \frac{q E_y}{g} = 5.87 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

2. Si consideri una spira conduttrice di lato $d = 30$ cm e resistenza $R = 6.0$ m Ω posta come in figura su un piano ai margini di una zona R interessata da un campo magnetico costante $B = 16$ mT perpendicolare al piano stesso (Fig. 2). Inizialmente la spira è in quiete e viene accelerata con accelerazione costante $a = 4.0$ m s $^{-2}$ che la spinge nella zona R. Determinare

a. La forza elettromotrice massima \mathcal{E}_{\max} che viene indotta nella spira.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bd\left(\frac{dx}{dt}\right) = -Bdv$$

$$V_{\max} = \sqrt{2ad} \quad |\mathcal{E}_{\max}| = BdV_{\max} = 7,44 \text{ mV}$$

Considerando l'intervallo di tempo tra l'istante iniziale e quello in cui la spira è completamente all'interno della regione R calcolare :

b. La carica q che è fluita globalmente nella spira.

$$q = \int_0^d \frac{Bd}{R} dx = \frac{Bd^2}{R}$$

$$dq = i(dt) = \frac{Bd}{R} v(dt) = \frac{Bd}{R} (dx) \quad q = 0,24 \text{ C}$$

c. L'energia dissipata per effetto Joule sulla spira.

$$dW_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} dt = \frac{(Bdv)^2}{R} dt = \frac{B^2 d^2}{R} \frac{dx}{dt} \frac{dx}{dt} dt = \frac{B^2 d^2}{R} v dx = \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2ax} dx$$

$$W_R = \int_0^d \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2ax} dx = \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2a} \frac{2}{3} (d)^{3/2} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

3. Tre elementi $R = 10^3 \Omega$ e $L = 1,35 \text{ H}$, $C = 4,5 \mu\text{F}$ sono connessi come in figura 3. Calcolare:

a. L'impedenza complessa

$$Z(\omega) = \frac{1}{i\omega C} + \frac{R + i\omega L}{R + i\omega L} = \frac{\omega^2 R L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + i \left(\frac{\omega R^2 L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C} \right)$$

b. La frequenza di risonanza.

$$\omega_0^2 = \frac{R^2}{L(R^2 C - L)} = \frac{1}{LC} + \frac{1}{C(R^2 C - L)} \quad \omega_0 = 485 \text{ Hz}$$

c. Assumendo il valore massimo della tensione $V_0 = 300 \text{ V}$, calcolare il valore della corrente alla risonanza.

$$Z(\omega_0) = \frac{L}{RC} = 300 \Omega \quad I_0 = 1,0 \text{ A}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

1. Due sfere conduttrici, di raggi $R_1=8$ cm ed $R_2=3$ cm, sono vincolate a stare a distanza $d=35$ cm. Queste sono caricate con cariche $Q_1=Q_2=1.4 \times 10^{-10}$ C.

a. Calcolare la differenza di potenziale tra le due sfere, ipotizzando che la carica di una sfera non sia influenzata dall'altra.

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 42.0 \text{ V} - 15.7 \text{ V} = 26.3 \text{ V}$$

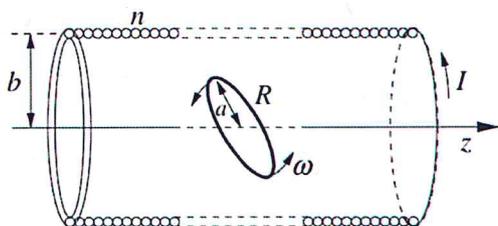
b. Le sfere sono quindi collegate con un filo elettrico di capacità trascurabile. Calcolare le due cariche Q_1' e Q_2' dopo l'applicazione del filo elettrico.

$$Q_1' = \frac{2R_1 Q_1}{R_1 + R_2} = 2.04 \times 10^{-10} \text{ C}, \quad Q_2' = \frac{2R_2 Q_2}{R_1 + R_2} = 0.76 \times 10^{-10} \text{ C}$$

c. Calcolare la differenza di energia tra le due configurazioni. Dove è finita l'energia?

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 \\ C_2 = 4\pi\epsilon_0 R_2$$

$$\Delta U = \left(\frac{Q_1'^2}{2C_1} + \frac{Q_2'^2}{2C_2} \right) - \left(\frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \right) = 3.20 \mu\text{J} - 4.04 \mu\text{J} = -0.84 \mu\text{J}$$



2. Una bobina composta da $N=50$ spire di raggio $a=3$ cm, con resistenza $R=42$ m Ω , è immersa in un solenoide di raggio $b=25$ cm con $n=350$ m $^{-1}$ spire per unità di lunghezza, in cui scorre una corrente di $I=3.2$ A come indicato in figura. La bobina viene fatta ruotare ad una frequenza costante di $\nu=35$ Hz. Trascuriamo l'effetto della bobina sul solenoide.

a. Calcolare il flusso del campo magnetico del solenoide attraverso la bobina, in funzione del tempo; chiamiamo α l'angolo tra il momento magnetico della bobina e l'asse del solenoide e ω la velocità angolare della bobina.

$$\omega = 2\pi \nu = 220 \text{ rad s}^{-1}, \quad B = \mu_0 n I = 1.41 \text{ mT}$$

$$\Phi = N \pi a^2 \mu_0 n I \cos \omega t = (1.99 \times 10^{-4} \text{ Wb}) \cos \omega t$$

b. Calcolare la corrente $i(t)$ che scorre nella bobina, in funzione del tempo.

$$i(t) = \frac{1}{R} N \pi a^2 \mu_0 n I \omega \sin \omega t = i_0 \sin \omega t = (1.04 \text{ A}) \sin \omega t$$

c. Trascurando gli attriti, calcolare l'energia media spesa per mantenere in moto la bobina.

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} i_0^2 R = 0.0228 \text{ W}$$

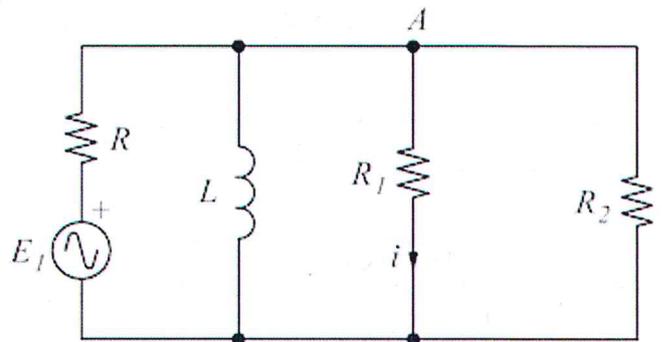
3. Nel circuito qui a lato è applicata una f.e.m.

$$E_1 = E_0 \cos \omega t, \quad \text{con } E_0 = 100 \text{ V e } \omega = 10^4 \text{ rad/s.}$$

Assumendo $R = 5.0 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 12.0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 8.0 \text{ k}\Omega$ e $L = 1 \text{ H}$, calcolare:

a. La differenza di potenziale ai capi dell'induttanza.

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4.8 \text{ k}\Omega$$



$$V_L = E_0 e^{j\omega t} \omega L R_{12} \frac{\omega L (R + R_{12}) + j R R_{12}}{R^2 R_{12}^2 + \omega^2 L^2 (R + R_{12})^2} = 67.6 \text{ V } e^{j\omega t + j \cdot 13.8^\circ}$$

b. L'impedenza totale del circuito Z.

$$Z = R + \frac{\omega^2 L^2 R_{12}}{R_{12}^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega L R_{12}^2}{R_{12}^2 + \omega^2 L^2} = (8.80 + j 1.87) \text{ k}\Omega = 9.01 e^{j 11.9^\circ} \text{ k}\Omega$$

c. Il valore della corrente che scorre nella resistenza R_1 e il suo sfasamento con la f.e.m.

$$i_1 = \frac{V_L}{R_1} = 3.96 e^{j\omega t + j 13.7^\circ}$$