

Geometria 3 - Topologia

Foglio di esercizi 1

Giustificare adeguatamente le risposte.

1) La famiglia degli intervalli chiusi e limitati di R è base per una topologia?

2) Sia X uno spazio topologico e $A \subset X$. Dimostrare che

(a) $\text{Cl}_X A = (\text{Fr}_X A) \cup (\text{Int}_X A)$.

(b) $\text{Cl}_X A = A \cup (\text{Fr}_X A)$.

(c) $\text{Fr}_X A = \text{Fr}_X (X - A)$.

3) Posto $\text{Ext}_X A := \text{Int}_X (X - A)$ (detto *esterno* di A in X), dimostrare che

$$X = (\text{Fr}_X A) \cup (\text{Int}_X A) \cup (\text{Ext}_X A),$$

e che questi tre sottoinsiemi sono a due a due disgiunti.

4) Calcolare $\text{Fr}_R [0, 1]$ e $\text{Fr}_{R_\ell} [0, 1]$.

5) Sia $Q \subset R$ l'insieme dei numeri razionali. Calcolare interno, frontiera e chiusura di Q in R .

6) Dimostrare che ogni punto della retta di Sorgenfrey R_ℓ ammette una base di intorni numerabile.