$\{T, C\}$

$2 / n / \infty$

$(T, T, T, \ldots, T)$

$\{T, C\}^2$

$$\{T, C\}^n = \{\overbrace{\underbrace{TT \ldots T}_{\text{LUNGHEZZA } n}}, T \ldots TC, \ldots, CC \ldots C\} \quad 2^n$$

$$\{T, C\}^\infty = \{L_1 L_2 L_3 \ldots L_n \ldots \mid L_i = T \text{ o } L_i = C\}$$

LANCIO UN DADO POI LANCIO UNA MONETA TANTE VOLTE QUANTO È IL VALORE DEL DADO

SE MI INTERESSA SOLO IL NUMERO DI TESTE

$$\Omega = \{0, 1, 2, \ldots, 6\}$$

SE MI INTERESSA UNA DESCRIZIONE PIÙ AMPIA,

$$\Omega = \{T, C, TT, TC, CT, CC, \ldots, TTTTTT, \ldots, CCCCCC\}$$

ESTRAZIONE DI 5 CARTE DA UN MAZZO DI 52

$$M = \{1F, 2F, \ldots, KF, 1C, \ldots, KC, \ldots\}$$

5 CARTE <u>ORDINATE</u>

$$\Omega = \{(i_1, i_2, i_3, i_4, i_5) \text{ CON } i_j \in M$$
$$\text{E } i_1 \ldots i_5 \text{ DISTINTI}\}$$

$$52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 = (52)_5$$

SE NON INTERESSA L'ORDINE

$$\Omega = \left\{ \{ i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 \} \text{ CON } i_J \in M \text{ E } i_1 \text{ — } i_5 \text{ DISTINTI} \right\}$$

$$\binom{52}{5} = \frac{(52)_5}{5!} = \frac{52!}{5!\,47!}$$

PARTITA DI CALCIO

$$\Omega = \{1, X, 2\}$$

$$\Omega = \{(i, j) \mid i, j = 0, 1, 2, \ldots\}$$

SE INTERESSA ANCHE IL RISULTATO DEL 1° TEMPO

$$\Omega = \{((i, j), (h, k)) \mid i \leq h,\ j \leq k,\ i, j, h, k = 0, 1, 2, \ldots\}$$

PREZZO DI UNA AZIONE (IN UN CERTO ISTANTE FUTURO)

$\Omega = (0, +\infty)$ o $\Omega = [0, +\infty)$

FALLIMENTO

n AZIONI

$(0, +\infty)^n$

N. DI SINISTRI PER n CONTRATTI

$\{0, 1, 2, 3, \ldots\}^n$ o $\{0, 1, 2, 3, 4+\}^n$

OPPURE SE SI PUÒ AVERE 1 SOLO SINISTRO

$\{0, 1\}^n$

N. DI SINISTRI E DANNO TOTALE

$$\Omega = \{(0,0)\} \cup \{1,2,3,4,\ldots\} \times (0,+\infty)$$

PREZZO DI UNA AZIONE NEL TEMPO

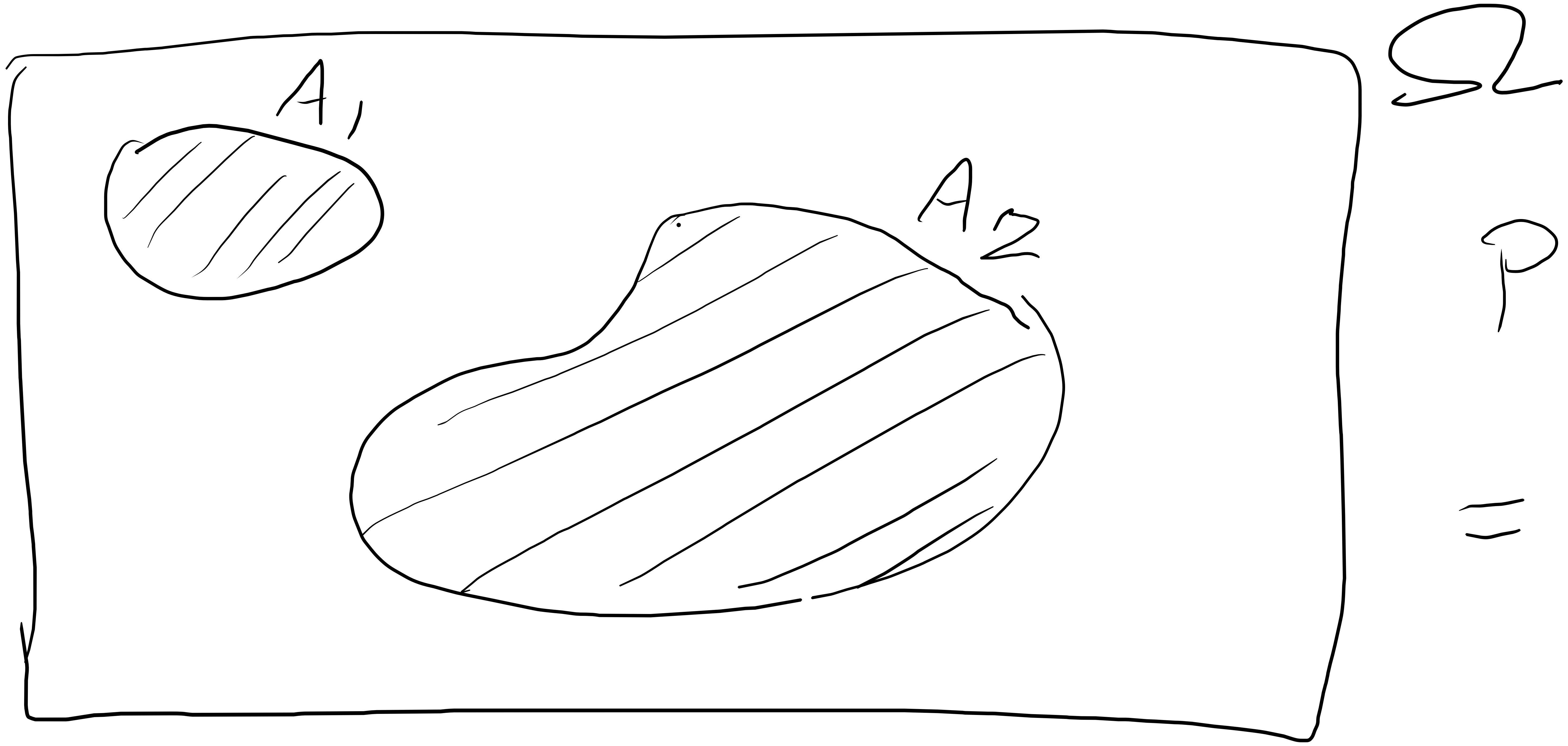
TEMPO <u>DISCRETO</u>

$$(0,+\infty)^{\mathbb{N}_+} = \{ (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots) \mid x_i \in (0, +\infty) \}$$

TEMPO <u>CONTINUO</u>

$$(0,+\infty)^{\mathbb{R}_+} = \{ f : \mathbb{R}_+ \to (0,+\infty) \}$$

PROBABILITÀ COME MISURA



$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

LANCIO DI UNA MONETA

$$\Omega = \{T, C\}$$

$$\mathcal{F} = 2^{\Omega} = \{\emptyset, \{T\}, \{C\}, \Omega\}$$

$$P : \mathcal{F} \longrightarrow [0, 1]$$

$$P(\emptyset) = 0, \; P(\Omega) = 1 \qquad P(\{T\}) = P(\{C\}) = \frac{1}{2}$$

FORMULE DI DE MORGAN

$$\overline{\bigcup A_n} = \bigcap \overline{A_n}$$

$$\overline{\bigcap A_n} = \bigcup \overline{A_n}$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathcal{F}$

$A_1 \cup \cdots \cup A_n = A_1 \cup \cdots \cup A_n \cup \phi \cup \phi \cup \cdots$

$\in \mathcal{F}$

$A_1 \cap \cdots \cap A_n = A_1 \cap \cdots \cap A_n \cap \Omega \cap \Omega \cap \cdots$

$\in \mathcal{F}$

$$\Omega = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

$$\mathcal{F} = \{A \subset \Omega \mid A \text{ FINITO OPPURE } \underbrace{A \text{ COFINITO}}_{\bar{A} \text{ FINITO}}\}$$

$\emptyset, \Omega \in \mathcal{F} \quad (\bar{\Omega} = \emptyset)$

$A \in \mathcal{F} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F}$

$A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathcal{F}$

$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \in \mathcal{F}$?

SE $A_1 \ldots A_n$ FINITI $\Rightarrow A_1 \cup \ldots \cup A_n$ È FINITO

$\overline{A_1 \cup \ldots \cup A_n} = \overline{A_1} \cap \ldots \cap \overline{A_n}$ FINITO

ALMENO UNO DEGLI A_i È COFINITO ($\overline{A_i}$ È FINITO)

$B = \{ \text{NUMERI PARI} \} = \{0, 2, 4, 6, 8, \text{---}\}$

$\bar{B} = \{ \quad '' \quad \text{DISPARI} \}$

$B \notin 7$

$B = \underbrace{\{0\} \cup \{2\}}_{\in 7} \cup \underbrace{\{4\} \cup \{6\}}_{\in 7} \cup \underbrace{\{8\} \cup}_{\in 7} \dots$ - - -

$\mathcal{G}$ σ-ALGEBRA IN Ω

$\mathcal{F}$ 〃 〃 〃 〃

$\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ È UNA σ-ALGEBRA

[F1] $\emptyset \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ PERCHÈ $\emptyset \in \mathcal{F}$, $\emptyset \in \mathcal{G}$

[F2] $A \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G} \Rightarrow A \in \mathcal{F} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F}$

$\Rightarrow A \in \mathcal{G} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{G}$ $\Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$

[73] $(A_n)_{n\geq 1}$ CON $A_n \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$

ALLORA $\bigcup_n A_n \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$

$A_n \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G} \Rightarrow$ $A_n \in \mathcal{F}$
 $A_n \in \mathcal{G}$ PER OGNI n

QUINDI $\bigcup_n A_n \in \mathcal{F}$ ED ANCHE $\bigcup_n A_n \in \mathcal{G}$

$\Rightarrow \bigcup_n A_n \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$

$$\Omega = \{1, x, 2\} \qquad \mathcal{F} = 2^{\Omega} =$$

$$= \{\phi, \{1\}, \{x\}, \{2\}, \{1, x\}, \{1, 2\}, \{x, 2\}, \Omega\}$$

$$\mathcal{F}_1 = \{\phi, \Omega, \{1\}, \{x, 2\}\} \subsetneq \mathcal{F}$$

$$\mathcal{F}_2 = \{\phi, \Omega, \{2\}, \{1, x\}\} \subsetneq \mathcal{F}$$

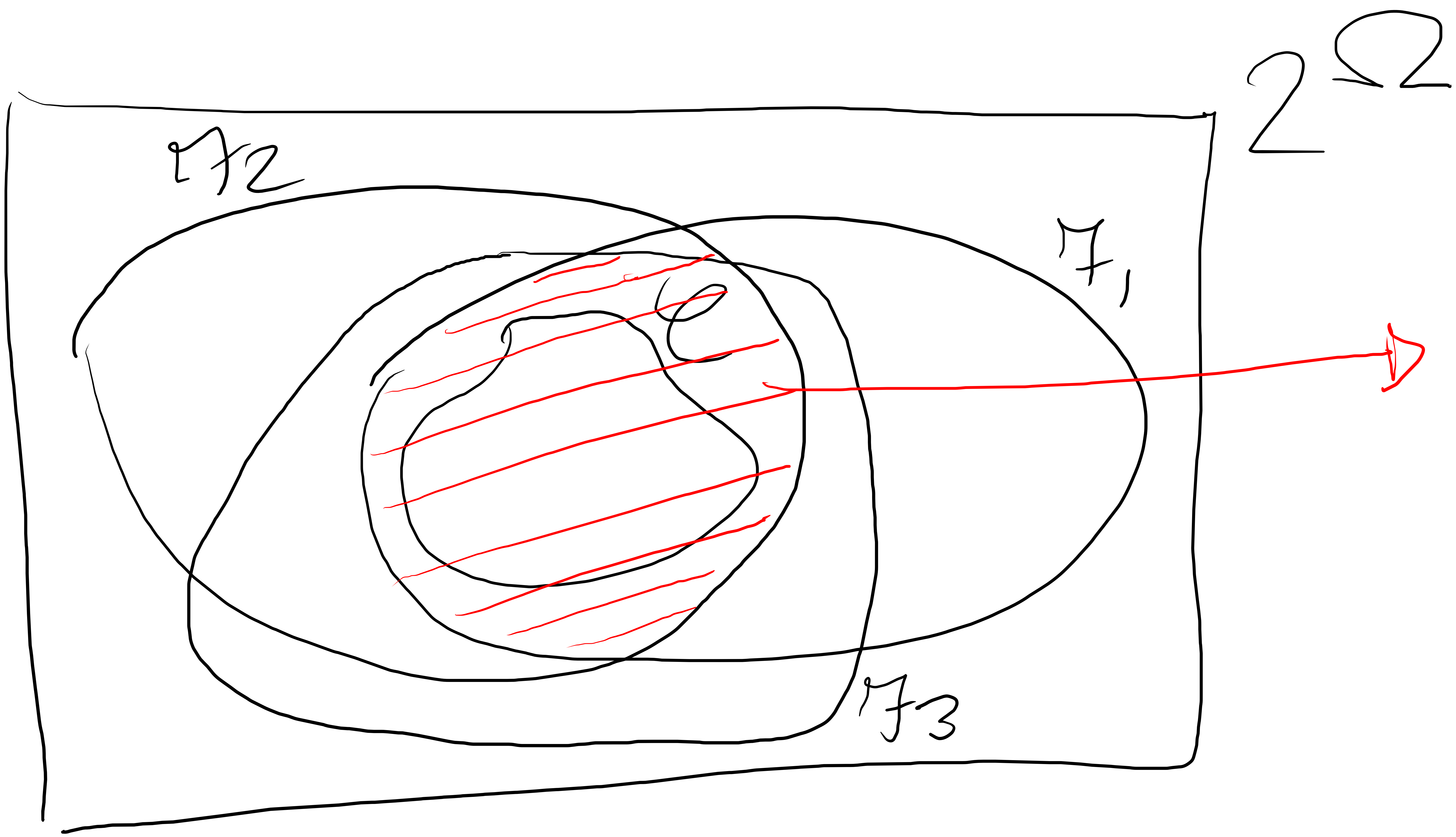
$$\mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2 = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2\}, \{2, x\}, \{1, x\}\}$$

NON È UNA σ-ALGEBRA

$$\{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\} \notin \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2$$

$$\{2, x\} \cap \{1, x\} = \{x\} \notin \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2$$



$$\sigma(\mathcal{C}) \subset \mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_2 \subset \mathcal{F}_3$$

$$\sigma(\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2) = 2^\Omega$$

$$\{1\}, \{2\} \in \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2 = \mathcal{C}$$

$$\{x\} = \underbrace{\{1, x\}}_{\in \mathcal{C}} \cap \underbrace{\{2, x\}}_{\in \mathcal{C}} \in \sigma(\mathcal{C})$$

$$\sigma(\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2) = 2^\Omega$$

$\mathcal{C} = \emptyset \qquad \mathcal{C} = \{\emptyset\} \qquad \mathcal{C} = \{\Omega\}$

$$\sigma(\mathcal{C}) = \{\emptyset, \Omega\}$$

$\mathcal{C} = \{A\} \qquad \sigma(\mathcal{C}) = \{\emptyset, \Omega, A, \overline{A}\}$

$A \neq \emptyset$

$A \neq \Omega$

$\mathcal{C} = \{A, B\}$ $\sigma(\mathcal{C}) = ?$